

地震反射波成像新方法及其理论基础*

黄光远

(山东大学数学学院信息控制系, 济南 250100)

摘要 提出了一个地震反射波的成像公式及其理论基础. 波的传播现象应该由瞬时谱来刻画, 在数学上表示成三元(即时间、空间和频率)复函数. 介质的物理参数, 如反射系数和阻抗等均是空间和频率的复函数. 给出了反射波谱和介质反射系数间的关系, 反演公式中还考虑到多次反射和结构滤波作用. 同时也指出传统的卷积模型和波动方程反演方法中存在的问题. 各种反演公式均可利用小波变换和三基色方法作出地下介质参数分布的剖面图, 不同颜色表示不同介质.

关键词 小波 地震勘探 反射系数 剖面图

在文献[1,2]中已经给出此方法详细阐述和初步分析. 本文将系统地给出此方法的理论基础和进一步发展.

1 波与介质参数的数学表示

熟知 Fourier 变换不能反映波谱随时间的变化. 但实际信号的谱是时变的. 根据现代小波理论^[3], 任何一个波动函数 $f(t) \in L^2(-\infty, \infty)$ 都可以用其二元时-频(即瞬时)谱重构表示, 即在每一个瞬时都可得到一条谱线, 它反映了在这一时刻近旁的信号是由哪些简谐波组成. 考虑到波在空间传播, 描述波现象, 应该用一个时、空和频率的三元(三维)复函数 $F(t, x, \omega)$ 来刻画波现象. 文献[1]中的图 1 就是某点实测地震波的瞬时幅谱. 波在空间的传播过程就是一个随着时间和空间通道变化的频谱变化过程. 复数 $F(t, x, \omega)$ 的模 F_r 和幅角 F_a 分别表示在确定位置 x 和时间 t 的小邻域内频率为 ω 的简谐波的波幅和相位.

介质的物理参数也与频率有关. 例如, 当波通过非均匀介质存在反射与透射. 反射系数和透射系数均与介质性质有关, 但它们也与频率有关. 电磁波段显然如此, 不同的物体反射出不同的颜色. 在低频段, 如声波也如此, 不同的物体反射出不同音色. 如果仅将反射系数定义为一个数, 不看成频率的函数, 那么不同的物体反射出仅有强弱差别的同样声音. 这显然不符合实际. 弹性波也不应例外. 因此, 反射系数应表示成空间和频率有关的二元复函数, 记为 $R(x, \omega)$, 其模就是入射波与反射波波幅之比, 幅角就是两者相位差. 推广之, 与介质性质有关的透射系数及波阻抗都应是空间和频率的二元复函数. 事实上, 透射系数就是分层介质作为一个滤波器的频率特性.

上述两个概念是本文方法的基础^[4], 也是与现有反射波成像方法区别的基本点.

1998-01-05 收稿, 1999-11-10 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 69575010)

2 现有地震波反演方法中存在的问题

两个主要的反演方法是反卷积^[5]与波动方程速度反演. 在这两方面已发表了很多成果, 我们在文献[2, 6~8]中也作过评论.

卷积模型本身没有严格的物理概念和数学证明. 它将反射系数简单看成为地面入射波和反射后回到地面波在时域中的比例常数. 这个入射“子波”是虚拟的, 用文字模糊地定义的^[5]. 在波动方程和边值条件中, 没有“子波”的确切位置^[7]. 这个模型存在的问题是: (1) 将反射系数定义成一个与频率无关的常数, 意味着反射波毫无失真, 仅有强弱差别; (2) 反射系数是实数, 而不是复数, 意味着入射波与反射波的相位差只能是 0 或者 π ; (3) 这个源“子波”向下传播过程中是不变的; (4) 忽略多次反射波.

关于波动方程反演波速, 不仅会造成广义解属性(关系到解在间断处的连接条件)的错误^[8], 更由于波动方程本身也存在问题^[4,6,9]. 它的修正实质上是前节提到的“介质参数与频率有关”的理论基础.

事实上, 推导弹性波方程的一个前提是虎克定律. 然而虎克的实验结果只证明一个静态关系, 在小范围内满足

$$y = kx, \quad (1)$$

其中 y 是力, x 是形变, k 是一个与材料有关的比例常数. 但是他的结果并没有证明动态比例关系

$$y(t) = kx(t), \quad (2)$$

这里 t 是时间. 物理上, (1)式是处于平衡态, (2)式则是非平衡态. 而弹性波动方程的前提应该是(2)式, 而不是(1)式. 所以, 这至少是一个逻辑错误. 在虎克时代不可能作出动态实验来证明(2)式. 在现代实验条件下不难揭示(2)式中的常数 k 并不存在.

3 地震反射波与介质反射系数的关系

考虑一维情形, 设地下介质分两均匀层, 深 s 处为间断面, 地面振动源的瞬时谱为 $W(t, \mathbf{w})$, 它相当于完全是第一层介质(无反射)在源作用下地面记录波的小波变换, 震波从地面到达 s 深所需时间记为 $t(s)$, 如果深度采用走时坐标, 则 $t(s)=s$. 实际地面记录波 $f(t)$ 的瞬时谱 $F(t, \mathbf{w})$ 满足

$$F(t, \mathbf{w}) = W(t, \mathbf{w}) + R(s, \mathbf{w})W(t - 2s, \mathbf{w}). \quad (3)$$

第一项是源的作用, 第二项为反射波, R 是反射系数, 它由 s 处上下两层介质的性质所决定.

如果地面震源仅在 $t = 0$ 时刻的瞬时振动(如爆炸), 其谱记为 $W(0, \mathbf{w}) = W(\mathbf{w})$. 这时地面仅在 $t = 2s$ 时刻存在反射波, 其瞬时谱为

$$F(t, \mathbf{w}) = \begin{cases} W(\mathbf{w}), & t = 0, \\ R(s, \mathbf{w})W(\mathbf{w}), & t = 2s, \\ 0, & \text{其他 } t. \end{cases} \quad (4)$$

考虑多层间断, 间断点为 s_1, s_2, \dots, s_n , 基于(3)式就得到地面记录波谱

$$F(t, \mathbf{w}) = W(t, \mathbf{w}) + \sum_{j=1}^n R(s_j, \mathbf{w})W(t - 2s_j, \mathbf{w}). \quad (5)$$

如果考虑连续非均匀介质分布, 则地面记录波谱

$$F(t, \mathbf{w}) = W(t, \mathbf{w}) + \int_0^{\infty} R(s, \mathbf{w})W(t-2s, \mathbf{w})ds, \quad (6)$$

(5), (6)式就是地面反射波谱与介质反射系数间的关系. 如震源为初始瞬时震动, 由(4)式,

$$F(t, \mathbf{w}) = \begin{cases} W(\mathbf{w}), & t=0, \\ R(s_1, \mathbf{w})W(\mathbf{w}), & t=2s_1, \\ \dots & \dots \\ R(s_n, \mathbf{w})W(\mathbf{w}), & t=2s_n, \\ 0 & \text{其他 } t. \end{cases} \quad (7)$$

在连续非均匀介质情形, 仅考虑反射波(忽略 $t=0$ 时刻的瞬时震源), 则

$$F(2t, \mathbf{w}) = R(t, \mathbf{w})W(\mathbf{w}), \quad t > 0. \quad (8)$$

由于 $W(\mathbf{w})$ 是公共因子, 于是(8)式说明地面反射波在 $2t$ 时刻的瞬时谱刻画了深度 t 处介质反射系数特性. 这就是文献[1]中成像方法的理论基础.

4 考虑到覆盖层滤波作用下的地震反射波谱公式

本节以后仅研究初始瞬时振源及有限分层介质情形. 各层间的间断点分别为 s_1, \dots, s_n . 记 $b_j(\mathbf{w})$, $j=1, \dots, n+1$, 为对应各层的波阻抗. 波通过介质间断面 s_j 的反射系数 R_j , 透射系数 D_j 与各层波阻抗的关系分别是^[6,8,10](为简便, 不写自变量 \mathbf{w}):

$$R_j = \frac{b_{j+1} - b_j}{b_{j+1} + b_j}, \quad D_j^+ = \frac{2b_j}{b_{j+1} + b_j} = 1 - R_j, \quad (9)$$

这里 R_j 表示向上的反射系数, D_j^+ 表示下行透射系数. 而由下而来的波经过 s_j 层向下的反射系数记为 R_j^- 及上行透射系数记为 D_j^- 则

$$R_j^- = \frac{b_j - b_{j+1}}{b_{j+1} + b_j} = 1 - R_j, \quad D_j^- = \frac{2b_{j+1}}{b_{j+1} + b_j} = 1 + R_j. \quad (10)$$

为以后推导简便, 记

$$D_j^\pm = D_j^+ D_j^- = 1 - R_j^2. \quad (11)$$

记爆炸产生的震源谱为 $W_0(\mathbf{w})$, 由(7)式知第一间断面 s_1 产生的反射波为

$$R_1 W_0(\mathbf{w}) = F(2s_1, \mathbf{w}). \quad (12)$$

即得到第一间断面的反射系数为

$$R_1 = \frac{F(2s_1, \mathbf{w})}{W_0(\mathbf{w})}. \quad (13)$$

问题是(7)式认为此关系不仅对第一个间断层, 也对任意间断层成立. 从物理上看, 进入第二层的源已经不是 $W_0(\mathbf{w})$, 而是经过一次透射得到的 $D_1^+ W_0(\mathbf{w})$. Robinson 的卷积公式显然忽略这点. 它由层面 s_2 反射波上升透过 s_1 才达到地面, 即得

$$D_1^- R_2 D_1^+ W_0(\mathbf{w}) = F(2s_2, \mathbf{w}). \quad (14)$$

注意, 由(10), (11)式及复数乘法的可交换性, 即得

$$R_2 = \frac{F(2s_2, \mathbf{w})}{D_1^\pm W_0(\mathbf{w})} = \frac{F(2s_2, \mathbf{w})}{[1 - R^2]W_0(\mathbf{w})}. \quad (15)$$

为写递推计算方便, 记进入第 j 层的波源为

$$W_j(\mathbf{w}) = D_1^+ \cdots D_j^\pm W_0(\mathbf{w}) = D_j^\pm W_{j-1}(\mathbf{w}), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (16)$$

可得到一般公式为

$$R_j = \frac{F(2s_j, \mathbf{w})}{W_{j-1}(\mathbf{w})}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

适当选取 $W_0(\mathbf{w})$, 就可以顺序递推出计算各间断层面的反射系数.

计算波阻抗, 根据反演理论知(参看文献[5], 第二章), 至少要知道一层的阻抗值才有可能. 假定第一层的波阻抗 $b_1(\mathbf{w})$ 已知, 在得到各间断层面反射系数的条件下, 就可由(9)式得出计算阻抗的递推公式

$$b_{j+1}(\mathbf{w}) = \frac{1 + R_j(\mathbf{w})}{1 - R_j(\mathbf{w})} b_j(\mathbf{w}), \quad j = 2, 3, \dots, n+1. \quad (18)$$

5 考虑到多次反射波作用下的地震反射波计算公式

当震波进入第二层, 由 s_2 反射到地面时没有多次反射波, 即(14), (15)式是正确的. 进入第三层经 s_3 反射到地面的波为 $R_3 D_1^\pm D_2^\pm W_0(\mathbf{w})$. 问题是这时在第二层间产生了上下两间断面形成的两次反射波再透过 s_1 也反射到地面, 这个二次反射波为

$$D_1^- R_2^2 R_1^- D_1^+ W_0(\mathbf{w}) = D_1^- R_2^2 (-R_1) D_1^+ W_0(\mathbf{w}). \quad (19)$$

这时地面在 $2s_3$ 时刻接收到的波谱, 利用前节符号可得

$$F(2s_3, \mathbf{w}) = [R_3 W_2(\mathbf{w}) + R_2 (-R_2 R_1) W_1(\mathbf{w})], \quad (20)$$

右端第二项即 s_2 层面产生的二次反射波. 类似推导, 可得到一般公式为

$$F(2s_n, \mathbf{w}) = [R_n W_{n-1}(\mathbf{w}) + M_{n-1}(\mathbf{w})], \quad (21)$$

其中 $M_{n-1}(\mathbf{w})$ 为从第二层到第 $n-1$ 层的多次反射波, 公式为

$$M_{n-1}(\mathbf{w}) = \sum_{j=1}^{n-2} R_{j+1} (-R_j R_{j-1})^{n-j-1} W_j(\mathbf{w}). \quad (22)$$

从中可解出 R_n , 得到

$$R_n = \frac{F(2s_n, \mathbf{w}) e^{-i2n\Delta s} - M_{n-1}(\mathbf{w})}{W_{n-1}(\mathbf{w})}. \quad (23)$$

按公式(22), (23)式, 逐层顺序递推, 可解出 R_1, R_2, \dots, R_n . 同样, 只要第一层的波阻抗 b_1 已知, 就可以由(16)式顺序求出各层的波阻抗 b_2, b_3, \dots, b_{n+1} .

6 三基色方法成像

利用小波变换分析实际地震资料得知, 其地震反射波的频带在 $10 \sim 80$ Hz 之间. 由离散二进制复小波重构^[3]公式, 在此频带中取 $w_1 = 16$ Hz, $w_2 = 32$ Hz, $w_3 = 64$ Hz 就足够了, 因其他项系数近似为 0(也可取别的基, 例如取 16 Hz, 32 Hz 和 64 Hz), 于是得到

$$f(t) \approx \sum_{j=1}^3 (f, \varphi(t, \mathbf{w}_j)) \bar{\varphi}(t, \mathbf{w}_j) = \sum_{j=1}^3 F(t, \mathbf{w}_j) \bar{\varphi}(t, \mathbf{w}_j), \quad (24)$$

其中 $\{\bar{\varphi}(t, \mathbf{w}_j)\}$ 为 $\{\varphi(t, \mathbf{w}_j)\}$ 的对偶基. $\{F(t, \mathbf{w}_j)\}$ 为小波系数. 对比色光三基色原理, 将各层反射系数在 3 个基频上的幅值, 分别代表红、绿、蓝 3 种颜色的分量, 则不同的合成颜色表示不同的反射系数, 意味着不同的介质, 这样在计算机上合成彩色图形. 这就是所求的地下反射系数分布剖面图.

可以分四级设计仿真程序: (1) 基于直接反演公式(8); (2) 基于(16), (17)式, 即考虑了覆盖层滤波作用; (3) 考虑多次反射波; (4) 基于(23)式, 即同时考虑覆盖层滤波及多次反射波作用. 再利用熟知的小波变换技巧, 对每一级均有 3 种调节作用: (A) 调粗细(类似调焦距), (B) 调色彩(类似电视), (C) 选择局部区域(类似照相)^[1].

利用与文献[1]相同的 90 道实际数据(图 1), 考虑到覆盖层滤波作用(即第二级)合成的反射系数分布图(图 2, 原为彩色图现用黑白图代替), 与文献[1]中结果图 4 对比, 可以看出这里计

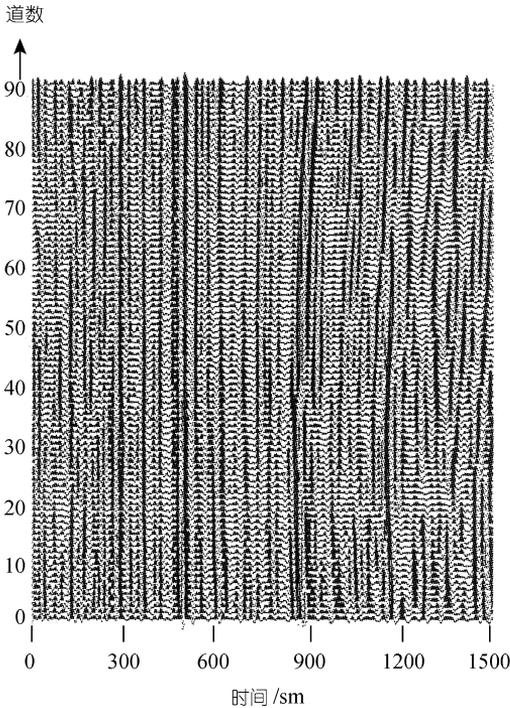


图 1 大庆油田提供 90 道反射波数据
采样周期为 2 ms

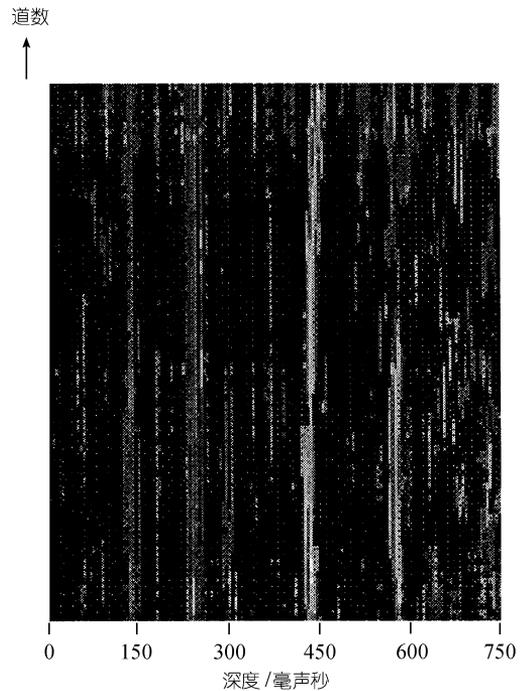


图 2 用三基色方法合成的反射系数图
考虑了介质滤波作用(基于(17)式)

算到高频分量消失现象.

从理论上讲, 此方法原则上也适用于其他各类反射波成像, 如探伤、超声 CT、测井、测桩及探雷等.

致谢 对大庆油田赵强积同志协助提供实际数据, 山东大学计算机系陈频同学协助作图均致谢意.

参 考 文 献

- 1 黄光远. 地震反射波成像的“三基色”原理——小波应用之一. 地球物理学报, 2000, 43(1): 138 ~ 141
- 2 Huang, Guangyuan (黄光远). Revisions of convolution model of reflected seismic wave. Chinese Physics Letters, 1998, 15(11): 851 ~ 853
- 3 Charles K Chui. An Introduction to Wavelets. New York: Academic Press, INC, 1992
- 4 黄光远, 刘维倩. 波的表示与波动方程的修正. 中国科技文摘(快报), 1999, 5(3): 335 ~ 337
- 5 Silvia, M. T. Deconvolution of Geophysical Time Series in the Exploration for Oil and Natural Gas. Amsterdam, Oxford, New York: Scientific Publishing Company, 1973. 中译本, 北京: 石油工业出版社, 1982
- 6 黄光远, 刘小军. 数学物理反问题. 济南: 山东科学技术出版社, 1993
- 7 黄光远, 刘小军. 地震勘探中若干反演模型的商讨. CT 理论与应用研究, 1992, 1(2): 8 ~ 13
- 8 黄光远等. 再论波动方程反演波速问题. CT 理论与应用研究. 1993, 2(3): 14 ~ 19
- 9 Huang Guangyuan. Dynamic Revision of classical Laws in physics from the viewpoint of system science. Systems Science and Systems Engineering, 1993, 2(1): 15 ~ 19
- 10 Brekhovskikh L M. Wave in Layered Media. New York: Academic Press, 1980. 中译本, 分层介质中的波. 杨训仁译. 北京: 科学出版社, 1985
- 11 Claasen T A C M, Mecklenbrauker W F G. The Wigner transformation——a tool for time-frequency signal analysis. Philips J Res, 1980, 35: 217