

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2025.01.001

城市过饱和区域积分终端滑模控制算法

陈倩¹, 孙健², 潘承晨¹, 赵靖^{*1}

(1. 上海理工大学 管理学院, 上海 200093; 2. 长安大学 未来交通学院, 陕西 西安 710064)

摘要:【目标】现有基于滑模变结构的区域边界控制算法存在明显缺陷,即系统状态需要在时间趋于无穷大时才能收敛到平衡点,仅能保证系统的渐进稳定。这显然无法满足现代城市交通管理对于快速响应和高效调控的需求。为克服该局限,提出一种基于宏观基本图和积分终端滑模的区域边界控制算法,获得较快的收敛速度以及较好的鲁棒性和扰动抑制特性。【方法】首先,将干扰(非门控或区域内部交通量)和宏观基本图建模中的不确定性视为集总干扰,建立城市过饱和区域边界控制系统模型。在此基础上,引入非线性积分终端滑动超平面,设计一种基于积分终端滑模的边界控制算法。【结果】将所提方法应用于5×5均匀棋盘路网中,路网累积空间交通流量有超过1%的提升,部分算例中接近5%;平均速度有超过5%的提升,部分算例中超过8%。所提出算法具有较快的收敛速度和较好的扰动抑制能力,能显著提升路网累计吞吐量和路网中车辆平均速度,缓解过饱和区域交通拥堵。【结论】相较于既有滑模变结构边界控制算法,所提出算法采用非线性积分终端滑动超平面,能保证受控路网状态在预设有限时间内收敛到期望状态;相较于既有比例积分控制策略,能更好处理受控路网中非常值干扰交通需求和宏观基本图建模中存在的低离散度。

关键词:智能交通;边界控制;积分终端滑模控制;过饱和区域;宏观基本图

中图分类号:U491.4

文献标识码:A

文章编号:1002-0268(2025)01-0001-09

Integral terminal sliding mode control algorithm for urban oversaturated regions

CHEN Qian¹, SUN Jian², PAN Chengchen¹, ZHAO Jing^{*1}

(1. Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

2. School of Future Transportation, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract: [Objective] The current sliding mode control-based algorithms have obvious defects, which only guarantee the asymptotic system stability, with the system state converging to the equilibrium point as time approaches infinity. This clearly fails to meet the demands of modern urban traffic management for rapid response and efficient regulation. To overcome this limitation, the objective of this work is to achieve faster convergence speed, improved robustness, and enhanced disturbance rejection. The macroscopic fundamental diagram and integral terminal sliding mode-based perimeter control method was proposed for the oversaturated traffic in urban regions. [Method] First, the disturbances (i.e., non-gated or internal inflow) and the

收稿日期:2024-07-02 修改日期:2024-09-26

基金项目:国家自然科学基金项目(62303325, 52122215, 52172319);上海市青年科技英才扬帆计划项目(23YF1429700);工业物联网与网络化控制教育部重点实验室开放基金课题项目(2022FF06)。

作者简介:陈倩(1991-),女,重庆人,博士,研究方向为先进控制理论及交通管理与控制。(cqesaxyz@163.com)

*通讯作者:赵靖(1983-),男,上海人,博士,研究方向为交通系统设计与交通控制。(jing_zhao_traffic@163.com)

引用格式:陈倩,孙健,潘承晨,等.城市过饱和区域积分终端滑模控制算法[J].公路交通科技,2025,42(1):1-9. CHEN Qian, SUN Jian, PAN Chengchen, et al. Integral terminal sliding mode control algorithm for urban oversaturated regions [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2025, 42(1): 1-9.

© The Author(s) 2025. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

uncertainty in the macroscopic fundamental diagram were grouped as the lumped disturbance. Then, a perimeter control system for oversaturated region was established. Based on this system, a control algorithm was proposed by leveraging a nonlinear integral terminal sliding surface. [Result] From the application of the proposed algorithm to a 5×5 homogeneous grid network, it can be concluded that the cumulative space traffic flow of road network has increased by more than 1%, and in some cases it approximates to 5%. The average speed has increased by more than 5%, and in some cases it has increased by more than 8%. The proposed algorithm offers the faster convergence speed and better disturbance suppression ability. It significantly enhances the traffic performance in terms of the cumulative throughput and the mean speed, thus relieving the overall congestion in the urban regions. [Conclusion] Compared with the existing sliding mode control-based perimeter control method, the proposed algorithm employs a nonlinear integral terminal sliding surface. It ensures that the state of protected road network converges to the desired state within a predesigned finite time. Compared with the existing proportional integral control strategy, the proposed algorithm performs better. It handles the non-constant traffic demand disturbance in the protected road network with rather low scatter in the macroscopic fundamental diagram.

Key words: intelligent transport; perimeter control; integral terminal sliding mode control; oversaturated region; macroscopic fundamental diagram

0 引言

交通需求日益增长而道路基础设施无法在短期内大规模增加,逐渐导致大中城市交通拥堵较为严重^[1-3]。已有研究及实践结果表明,依靠新增道路基础设施来缓解交通拥堵不是最佳解决方案,有效利用现有道路资源对城市交通畅通起着决定性作用^[4]。因此,考虑到道路资源的有限性,投资少、见效快的交通管控技术是改善交通拥堵的强有力工具。交通拥堵与需求存在密切联系,即当交通需求超出交通设施和道路承载能力时就会发生交通拥堵。因此,优化管控进入区域路网的交通量是解决区域交通拥堵问题的关键所在。

近年,宏观基本图(Macroscopic Fundamental Diagram, MFD)的提出,从宏观层面上有效简化城市区域交通网络建模的复杂性,无需依赖路网起讫点(Origin-Destination, OD)分布,为解决区域交通拥堵问题提供了一个良好工具。MFD的概念最初是由文献[5]提出。然后,文献[6]从理论上证明其存在性。MFD首次在日本横滨市的拥堵地区被观察到^[7],随后较多工作利用经验或模拟数据进行了进一步研究^[8-10]。MFD是客观存在的规律,反映了路网的固有属性。在路网交通流分布同质的情况下,其曲线反映了路网中的流量和密度之间存在着类似抛物线的关系。由曲线变化规律可知,路网内存在某一最优车辆数,使得路网的通行力达到最大^[7]。利用此特性,基于MFD的城市交通区域边界控制研

究获得了国内外学者的广泛关注^[11-13]。文献[14]利用受保护路网外围路段的存储能力,兼顾受控区域边界交叉口拥堵情况,提出了一种反馈控制方法将部分交通量控制在上游交叉口,旨在减少边界交叉口排队长度和平均延误,从而有效提高区域内交通出行完成率。文献[15]考虑路网动力学的非线性特性,基于反馈线性化理论,在全局线性化框架下,提出了一种基于反馈线性化的比例积分边界控制器,将路网交通状态调节到期望状态。该算法为全局线性化方法,有效避免了局部线性化带来的系统性能下降。文献[16]借助模型预测控制(Model Predictive Control, MPC),引入基于深度学习的估计模块,解决优化循环带来的巨大计算负担,从而有效改善路网通行效率。为实现交通流均衡分布,文献[17]提出以路段占有率一致为目标的路网边界控制算法,该算法不仅显著改善路网交通流的时空分布,还能有效降低路网排队长度和车均延误时间,提升路网通行能力。

上述边界控制方法未考虑路网中存在的干扰以及系统中存在的不确定性。在实际应用中,由于外部环境变化,路网交通流不可避免存在异质性,体现为实际路网MFD曲线存在随机散点,即所谓的MFD曲线具有离散度。当这些散点偏离MFD曲线较远时,则MFD具有较高离散度,反之,MFD具有低离散度。离散度在系统建模过程中通常被视为参数不确定性。此外,路网中交通需求也存在各种不确定性。近年来,国内外专家学者做了大量工作来解

决上述问题。接下来, 将对一些典型成果进行简要综述。为处理城市道路系统存在的参数不确定性, 文献 [18] 设计了一种分布式模型参考自适应边界控制算法。文献 [19] 构建了基于 MFD 的瞬时线性化系统模型, 并设计了一种风险规避型 MPC 边界控制算法。上述研究仅考虑路网中存在的参数不确定性, 一定程度上忽略外部干扰, 可能会导致系统性能恶化甚至不稳定。因此, 一些研究成果试图同时解决系统中存在的外部干扰和不确定性参数。滑模控制 (Sliding Mode Control, SMC) 具有对参数不确定和外部扰动的强鲁棒性以及易于工程实现等优点, 被认为是解决非线性控制问题的重要方法之一^[20]。考虑到实际交通系统的非线性特性, SMC 也被用于路网边界控制方法的研究。文献 [21] 提出一种自适应 SMC 控制方法能够有效处理路网中的不确定参数和未知非线性干扰。综合考虑 MFD 的低离散度和交通需求的可变性, 文献 [22] 提出了一种基于 SMC 的边界控制策略来缓解大型城市区域交通拥堵。尽管上述基于 SMC 的控制方法, 可通过设计合适的参数来实现快速收敛。然而, 其固有缺陷是渐近稳定而非有限时间稳定^[23]。渐近稳定只能保证系统的状态无限趋近于平衡点, 即在无穷时间才能收敛到平衡点。

众所周知, 有限时间稳定性有如下优点: (1) 可保证系统状态有限时间收敛。(2) 对有界的瞬时扰动和持续扰动具有较好的鲁棒性和抗扰性^[24]。有限时间稳定可以进一步提升系统性能, 从而提升路网的运行效率。为此, 针对城市交通过饱和和区域路网, 提出了一种具有良好鲁棒性的积分终端滑模控制 (Integral Terminal Sliding Mode Control, ITSMC) 算法。与现有基于 SMC 的边界控制算法相比, 所提边界控制算法能保证系统有限时间稳定, 理论上证明了在所提控制策略的作用下, 受控路网状态在有限时间内收敛到期望状态。

1 基于 MFD 的城市交通过饱和和区域边界控制问题

图 1 所示为受控的同质城市交通过饱和区域, 记为 PN。边界上的矩形代表过饱和区域的边界交叉口。内部曲线为 PN 的 MFD 特性曲线。其中, $N(t)$ 表示路网中车辆数, $Q(t)$ 表示空间平均交通量。显然, 最大空间平均交通量位于点 N^* 处。当 PN 内车辆数小于 N^* 时, $Q(t)$ 随着 $N(t)$ 的增加而增大; 当大于 N^* 时, $Q(t)$ 随着 $N(t)$ 增加而减小; 当车辆数 $N(t)$ 接近最大车辆数 $N_{\max}$ 时, $Q(t)$ 非常低。由 MFD 曲线规律可知, 为了预防 PN 中产生交通拥

堵现象, 可在区域边界交叉口设置“控制阀门” (Control Gate), 控制 PN 内车辆数, 将保护区域内车辆数控制在 N^* 附近, 从而最大化路网通行能力。

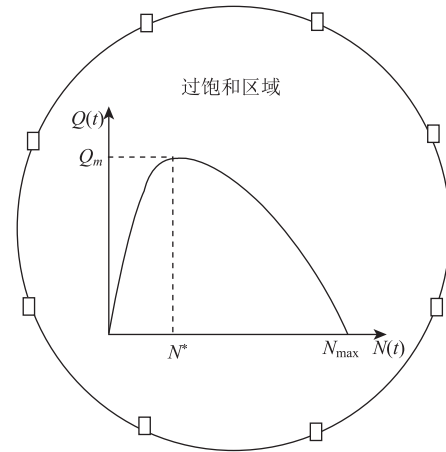


图 1 城市过饱和区域示意图

Fig. 1 Schematic diagram of oversaturated urban region

与文献 [26] 中基于 MFD 的宏观交通网络建模过程相似, 城市过饱和区域的非线性动力学模型可建模如下:

$$\dot{N}(t) = Q_{\text{in}}(t) + Q_d(t) - Q_{\text{out}}(t), \quad (1)$$

式中, $N(t)$ 为 t 时刻 PN 中车辆数; $Q_{\text{in}}(t)$ 和 $Q_{\text{out}}(t)$ 分别为通过“控制阀门”进入和离开 PN 的交通量; $Q_d(t)$ 为非门控或区域内部交通量 (视为干扰)。假设流出交通量 $Q_{\text{out}}(t)$ 与路网车辆完成率 $G(N(t))$ 成正比, 则有

$$Q_{\text{out}}(t) = \lambda G(N(t)), \quad (2)$$

式中, $0 < \lambda < 1$, $G(N(t))$ 为 MFD 曲线关于 $N(t)$ 的最佳非线性拟合。

将式 (2) 代入式 (1) 得:

$$\dot{N}(t) = -\lambda G(N(t)) + Q_{\text{in}}(t) + \varepsilon(t), \quad (3)$$

式中, $\varepsilon(t) = Q_d(t) + \lambda \sigma(t)$ 。实际路网中, 交通需求动态变化以及控制方案不同可能导致同质路网交通流存在弱异质性, 体现为实际路网 MFD 曲线存在偏离程度较低的随机散点, 即所谓的 MFD 曲线具有低离散度。为更贴近实际应用, 引入 $\sigma(t)$ 刻画 MFD 的低离散度。换言之, $\sigma(t)$ 用于描述 MFD 建模误差。

本研究为上述考虑外部干扰和 MFD 低离散度的城市过饱和和交通系统设计一种具有良好鲁棒性的算法, 保证公式 (3) 的状态在有限时间内收敛到期望状态 N^* , 从而最大化 PN 吞吐量。

2 积分终端滑模控制器设计与分析

首先,引入以下假设和引理。

假设 1^[22] 假设 $\varepsilon(t)$ 满足条件 $|\varepsilon(t)| \leq d$ 。 d 为正常数。

引理 1^[23] 考虑非线性系统 $\dot{x}(t) = f(t, x, u)$, 假设 $V(x, t)$ 是定义在 $\mathbb{U} \times [0, \infty)$ 上的正定 Lyapunov 函数, $\mathbb{U}$ 为原点的邻域。若存在实数 $\alpha > 0$, $\beta > 0$ 和 $\ell \in (0, 1)$, 使得 $\dot{V}(x, t) + \alpha V(x, t) + \beta V(x, t)^\ell \leq 0$ 在 $\mathbb{U}$ 上成立, 那么称原点是快速有限时间稳定的平衡点。当 $\mathbb{U} = \mathbb{R}^n$ 时, 原点是全局快速有限时间收敛的平衡点, 且原点可在如下有限时间 T_1 内到达:

$$T_1 \leq \frac{1}{\alpha(1-\ell)} \ln \frac{\alpha V^{1-\ell}(x, 0) + \beta}{\beta}. \quad (4)$$

为便于控制器设计, 定义 $e(t) = N(t) - N^*$ 。这里, N^* 为所考虑 PN 的临界车辆数, 即当 PN 中车辆数为 N^* 时, PN 中空间平均交通量达到最大。为了使 $e(t)$ 在有限时间内收敛到 0, 设计如下非线性积分终端滑动超平面:

$$\begin{cases} s(t) = e(t) + \alpha_1 e_1(t) \\ \dot{e}_1(t) = e(t) + \beta_1 e^{p/q}(t) \end{cases}, \quad (5)$$

式中, $\alpha_1 > 0$, $\beta_1 > 1$; p 和 q 均为奇数且满足 $q > p > 0$; $e_1(0) = -\alpha_1^{-1}e(0)$ 。

进而, 利用上述非线性积分终端滑动超平面可设计如下控制器, 调节 $e(t)$ 在有限时间内收敛到 0。

$$Q_{in}(t) = -k_1 \text{sign}(s(t)) - k_2 s(t) + \lambda G(N(t)) - \alpha_1 [e(t) + \beta_1 e^{p/q}(t)], \quad (6)$$

式中, k_1 和 k_2 为待设计的正常数, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数。图 2 展示的是本研究所提算法的原理框图。

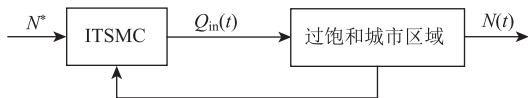


图 2 本研究所提算法应用于城市过饱和和区域的示意图

Fig. 2 Schematic diagram of proposed algorithm for oversaturated urban region

定理 1 若假设 1 成立, 参数 k_1 选取使得 $k_1 > d$, 则对于所考虑的城市过饱和和区域系统 (1) 在控制器 (6) 作用下, $e(t) = N(t) - N^*$ 可在有限时间内收敛到 0。

证明: 构造李雅普诺夫函数

$$V(t) = \frac{1}{2} s^2(t). \quad (7)$$

对 $V(t)$ 关于时间求导, 将式 (5) 代入得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{s}(t)s(t) = s(t) \{ \dot{e}(t) + \alpha_1 [e(t) + \beta_1 e^{p/q}(t)] \} = \\ &= s(t) \{ \dot{N}(t) + \alpha_1 [e(t) + \beta_1 e^{p/q}(t)] \} = \\ &= s(t) \{ -\lambda G(N(t)) + Q_{in}(t) + \varepsilon(t) + \\ &\quad \alpha_1 [e(t) + \beta_1 e^{p/q}(t)] \}. \end{aligned} \quad (8)$$

再将式 (6) 代入式 (8), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s(t) [-k_1 \text{sign}(s(t)) - k_2 s(t) + \varepsilon(t)] \leq \\ &= -k_2 s^2(t) - k_1 |s(t)| + |\varepsilon(t)| |s(t)| \leq -k_2 s^2(t) + \\ &\quad (-k_1 + d) |s(t)| = -k_2 s^2(t) - \eta |s(t)| = \\ &\quad -2k_2 V(t) - \sqrt{2}\eta V^{\frac{1}{2}}(t), \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $\eta = k_1 - d$ 。

根据引理 1 和式 (9) 可知, 系统状态可在有限时间内达到 $s(t) = 0$, 并在其后时间均停留在该非线性滑模面。当系统状态到达滑模面 $s(t)$ 后, 有 $s(t) = 0$, 进而, 由式 (5) 有 $e(t) = -\alpha_1 e_1(t)$ 。于是有

$$\dot{e}_1(t) = -\alpha_1 e_1(t) - \alpha_1^{p/q} \beta_1 e_1^{p/q}(t). \quad (10)$$

由式 (10) 可得, $e_1(t)$ 将在有限时间内收敛到 0。鉴于系统状态到达滑模面 $s(t)$ 后有 $e(t) = -\alpha_1 e_1(t)$, 则 $e(t)$ 也将有限时间内收敛到 0, 证毕。

结合引理 1 和上面的分析, 易得系统状态在 $t_1 =$

$$\frac{1}{k_2} \ln \frac{2k_2 V^{1/2}(x, 0) + \sqrt{2}\eta}{\sqrt{2}\eta} \text{ 时间内到达滑模面 } s(t) = 0.$$

当系统状态到达滑模面 $s(t)$ 后, $e_1(t)$ 将在 $t_2 =$

$$\frac{1}{\alpha_1(1-p/q)} \ln \frac{\alpha_1 e_1^{(1-p/q)}(0) + \alpha_1^{p/q} \beta_1}{\alpha_1^{p/q} \beta_1} \text{ 时间内收敛到 0.}$$

鉴于系统状态到达滑模面 $s(t)$ 后有 $e(t) = -\alpha_1 e_1(t)$, 则 $e(t)$ 从初始状态收敛到 0 所需时间不超过 $t_1 + t_2$ 。从前的控制器设计可知, 我们可以通过设计参数 k_1 , k_2 , α_1 , β_1 , p 以及 q 来预设系统收敛到期望状态所需的时间。

3 试验设计与分析

本节旨在通过数值仿真和微观仿真来验证本研究所提策略的有效性和优越性。为此, 将所设计的控制算法应用到一个 5×5 同质网格路网中。考虑典型早高峰场景, 大部分出行者前往市区工作, 并与文献 [22] 以及文献 [26] 中的算法进行比较。下文将文献 [22] 和文献 [26] 中相应算法分别记为 SMC 和 PI。

3.1 路网描述

仿真中所用的 5×5 路网如图 3 所示, 采用微观交通仿真软件 SUMO 进行仿真实现。其中, 内部路

段长度均为 250 m。为了给受控车辆提供足够的空间, PN 区域外的路段长度均为 600 m。区域边界设置了 20 个“控制阀门”, 如图中箭头所示。为仿真早高峰场景, 假设 85% 的交通需求起点处在外部路段, 85% 的交通需求目的地在内部路段。为反映现实出行者的路线选择行为, 通过迭代分配过程确定车辆路线实现动态用户均衡。采用 SUMO 软件自带的“randomTrip”和“dualIterate”工具生成 OD 分布和行驶路线。此外, 采用韦伯斯特 (Webster) 方法初始化交叉口信号配时。仿真实现中, 数据采集间隔为 60 s, 交叉口信号周期设为 60 s, 仿真时长为 3 h。其中, 第 1 h 内交通需求总量设置为 3 500 veh/h; 第 2 h 交通需求增加到 9 600 veh/h, 用来仿真交通拥堵场景; 最后 1 h 交通需求再次设置为 3 500 veh/h, 用来模拟交通拥堵消散过程。

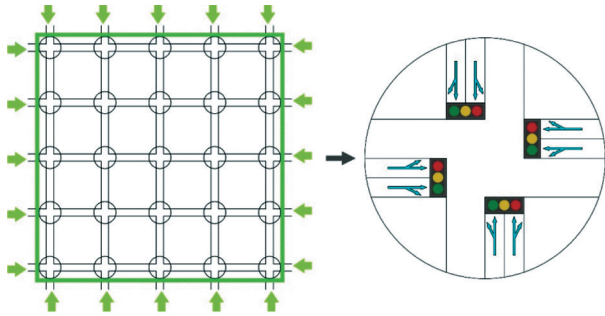


图 3 仿真路网示意图

Fig. 3 Schematic diagram of simulated road network

无任何边界控制算法时, 采用固定配时方案, 最大绿灯通行时间设为 56 s。MFD 曲线由 SUMO 软件仿真获得, 如图 4 所示。图中, 容易得出临界点 N^* 近似值为 780 veh。横轴表示路网中累积车辆数, 纵轴表示空间平均交通量。圆形散点为采集的数据, 曲线为其最佳拟合曲线。由文献 [27] 知, MFD 形状可用关于 $N(t)$ 的指数函数进行拟合, 例如, $G(N(t)) = a \cdot N(t) \cdot \exp[-1/b \cdot (N(t)/780)^b] + c$ 。基于最小二乘法, 可得到参数 $a = 1.876$, $b = 19.12$, $c = 83.32$ 。参数 a 与交通量的最大增长率有关。在车辆数较少时, 交通量通常随车辆数增加而增大。参数 a 影响这种增长的初始率或强度。较大的 a 值可能意味着, 即使车辆数较少, 交通量也能迅速增加。参数 b 与交通拥堵的发展速率有关。在 MFD 模型中, 交通量随着车辆数增加而增大, 达到峰值后逐渐下降。参数 b 影响交通量随着车辆数增加的变化, 特别是在交通量达到峰值后的衰减速度。参数 c 表示基线交通量或最小交通量。即使车辆数较少, 也可

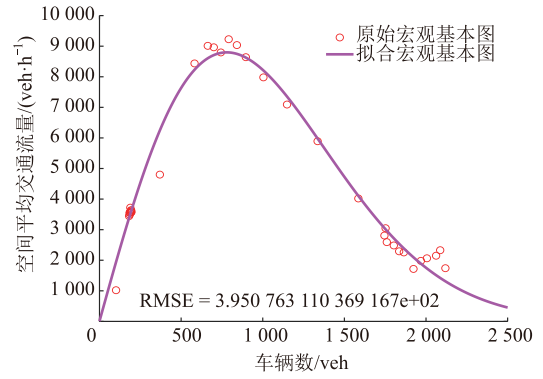


图 4 仿真路网的 MFD

Fig. 4 MFD of simulated road network

能存在较大交通量。参数 c 表示该基线水平, 即路网在几乎没有车辆情况下的交通量。

3.2 数值仿真

利用 MATLAB 对本研究所提算法和 SMC, PI 共 3 种边界控制算法进行瞬态性能仿真分析与评价。由模型 (3) 获得路网动力学特性。相应系统参数由 SUMO 中构建的交通量高峰场景获得。3 种边界控制算法的控制目标均为将 PN 中车辆数调节到期望值 $N^* = 780$ veh。为验证所提边界控制算法的有效性和优越性, 共模拟 4 个交通场景, 对应路网中初始累积车辆为 $N(0) = 1\,000$ veh, 这里 $N_{(0)} = 1000$ veh 表示 PN 处于拥堵状态。

场景 1: $5\sin(2.5t) + 0.1$ 代表较轻微的交通量变化, 其中正弦波振幅相对较小。对应日常交通波动, 例如轻微的交通量增加或减少。

场景 2: $50\sin(2.4t) + 0.15$ 具有更大振幅, 代表显著交通量波动, 主要模拟极端事件, 如大型节日或突发事件导致的交通压力。

场景 3: $60\sin(2.5t) + 0.12$ 类似于场景 2, 但振幅更大, 代表更为极端的交通量变化, 用于模拟特殊情况, 如紧急疏散或大规模社会活动引发的交通量。

场景 4: $80\sin(2.6t) + 0.14$ 拥有最大振幅, 代表极端且不常见的交通量波动。这种场景可能用于测试控制算法在挑战性条件下的性能, 如突发大规模交通堵塞或其他罕见事件。

以上场景的 MFD 建模误差用 random 函数进行模拟, 其中, 期望设置为 0, 标准差设置为图 4 中的均方根误差。

文献 [22] 中所用滑模面为 $s'(t) = e(t) + \lambda' \int_0^t e(\tau) d\tau$, 对应控制律 $Q'_m(t) = -\zeta \text{sign}(s'(t)) + \lambda G(N(t)) - \lambda' e(t)$ 。滑模面定义了系统理想状态或性能。这里, $e(t)$ 表示误差, 即期望值与实际值之

差异。 $\lambda' \int_0^t e(\tau) d\tau$ 是误差的积分项, 帮助减少系统的稳态误差。滑模控制的目标是使系统状态到达并沿着滑模面滑动, 从而达到目标的动态行为。控制律定义了如何根据系统当前状态调整控制输入, 以使系统状态趋向滑模面。 $-\zeta \text{sign}(s'(t))$ 是典型的滑模控制项, 用于快速地减少滑模面上的误差。 $\lambda G(N(t)) - \lambda' e(t)$ 是根据系统特定动力学调整的额外控制项。算法的参数采用工程整定中的凑试法, 在满足参数约束的前提下设置为 $\zeta = 8.8$, $\lambda' = 4.5$ 。类似地, 所提边界控制算法参数在满足 $k_1 > d$, $k_2 > 0$, $\alpha_1 > 0$, $\beta_1 > 1$, p 和 q 均为奇数且满足 $q > p > 0$ 的前提下, 采用凑试法设置为 $k_1 = 8.8$, $k_2 = 0.1$, $p = 1$, $q = 3$, $\alpha_1 = 9.5$, $\beta_1 = 1.02$ 。这些参数控制所提算法的动态响应和稳定性。 k_1 和 k_2 影响控制力大小和速度, 而 p 和 q 决定控制策略的非线性特性。PI 边界算法的参数设置也采用凑试法, 设为 $K_p = 3.5$, $K_i = 0.5$ 。其中, K_p 和 K_i 是比例-积分控制器的经典参数: K_p 为比例增益, 决定了控制器对当前误差的反应强度; K_i 为积分增益, 决定了过去误差的累积

影响。

3 种边界控制算法的仿真结果如图 5 和图 6 所示。图中横轴均表示仿真步数。图 5 的纵轴表示路网中的车辆累积数, 图 6 的纵轴表示空间平均交通量。从图中可以得出, 虽然 3 种控制器均可将系统状态驱动到目标状态附近, 但基于 SMC 的边界控制算法的控制步骤更少。因此, 在基于 SMC 方法下, PN 吞吐量更快更早地达到最大值, 如图 6 所示。由图中可以得出, PI 方法比基于 SMC 的边界控制算法产生更大的超调量, 而基于 SMC 的边界控制算法表现相对平稳。因此, 基于 SMC 的控制方法表现出了更好的性能, 这在后续微观仿真测试中得到了验证。其原因是基于 SMC 的边界控制算法对参数变化和外部干扰具有较强的鲁棒性。从仿真结果中, 可以进一步观察到, 当扰动交通需求增大时, 本研究所提出的边界控制算法表现更好, 说明相较于两种既有 SMC 和 PI 边界控制算法, 所提出的边界控制算法具有更好的鲁棒性。性能优越背后的原因为所提算法采用非线性积分终端滑动超平面, 从而具有有限时间收敛、动态响应快及稳态精度高的优点。

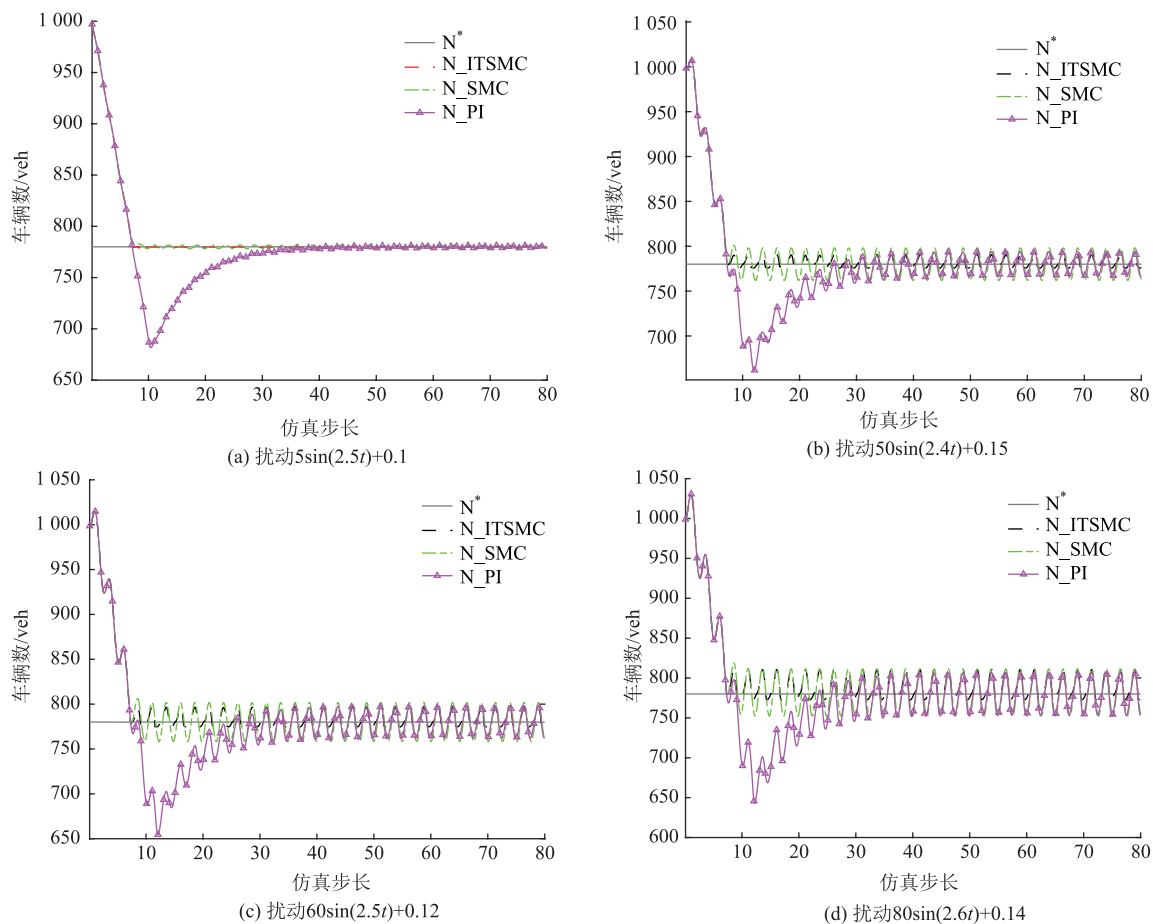


图5 不同控制算法下车辆数对比

Fig. 5 Comparison of vehicle numbers with different control algorithms

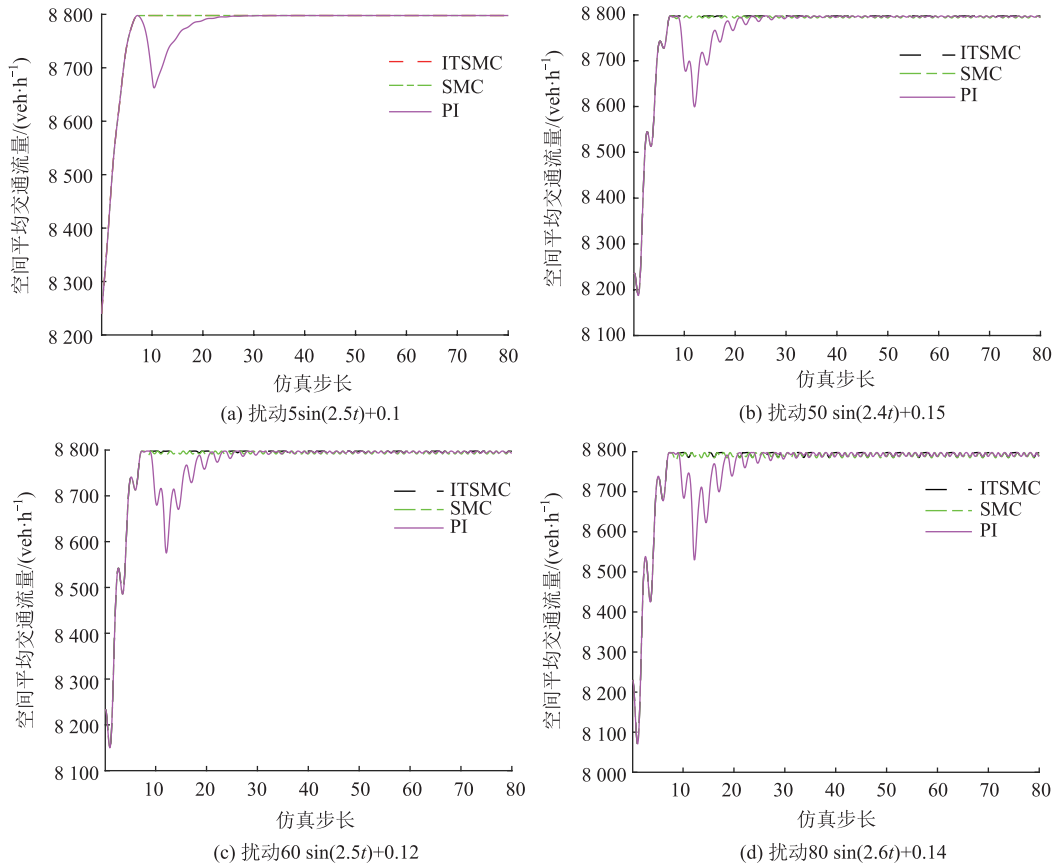


图 6 不同控制算法下空间平均交通流量对比

Fig. 6 Comparison of space-mean traffic flow with different control algorithms

表 1 给出了 3 种边界控制算法作用下, 路网中的车辆数实际值与期望值之间的均方根误差。从表中同样可观察到所提出的边界控制算法表现最佳, 具有更好的鲁棒性。

表 1 车辆数均方根误差性能比较

Table 1 Root mean square error performance comparison of vehicle numbers

RMSE/veh	本研究所提算法	SMC	PI
扰动 $5\sin(2.5t)+0.1$	37	38	45
扰动 $50\sin(2.4t)+0.15$	43	45	53
扰动 $60\sin(2.5t)+0.12$	45	47	54
扰动 $80\sin(2.6t)+0.14$	49	52	59

3.3 微观交通仿真

本节采用 SUMO 进行微观仿真测试, 验证本研究所设计的边界控制算法在实际交通场景中的有效性和优越性。考虑到 PN 在 3 500 veh/h 的交通需求下不会出现拥堵, 3 种边界控制算法在第 1 小时内不会激活。仿真第 2 h 开启边界控制算法, 3 种边界控制算法每 60 s 触发一次。为了便于执行, 将总需求均等分配给 20 个“控制阀门”。同时, 区域边界的

交叉口采用两相位配时方案, 通过切换红绿灯调控外部路段进入 PN 的车辆数。此外, 设置最小绿灯时间为 5 s, 以允许每个信号周期内至少部分车辆进入 PN。

对边界控制算法进行评估时, 采用累积空间交通流量 (Cumulative Space Traffic Flow, CSFT) 和平均速度 (Mean Speed, MS) 作为评价指标。方便起见, 固定配时记为 NPC (Non-Perimeter Controller), 即此刻过饱和路网未施加任何边界控制算法。为了进行公平比较, 所有评价指标均采用 20 次独立仿真试验所得结果的平均值。微观仿真结果如图 7 和图 8 所示。横轴均表示仿真步长, 图 7 中纵轴表示车辆数, 图 8 中的纵轴表示路网中车辆瞬时平均速度。从图 7 得出, 在不施加任何边界控制算法情况下, PN 出现过饱和甚至部分拥堵。当 PN 拥堵时, PI, SMC, 所提边界控制算法这 3 种方法均可有效控制从 PN 外部进入的车辆数, 缓解交通拥堵。从图 8 中可得到所提出的边界控制算法可更充分地利用路网容量, 显著提升路网中车辆的瞬时平均速度。表 2 展示了 3 种边界控制算法在不同控制器参数下的性能指标统计结果。相应控制参数设置如表 3 所示。

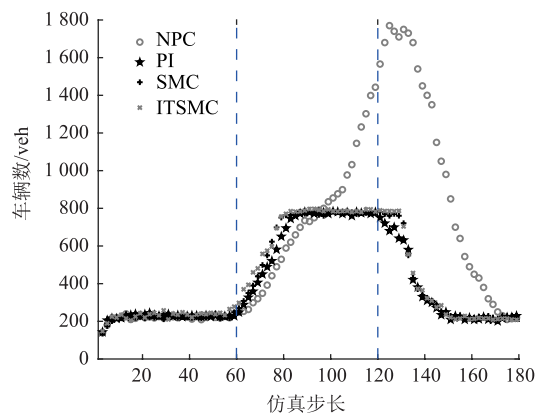


图7 PN内车辆数

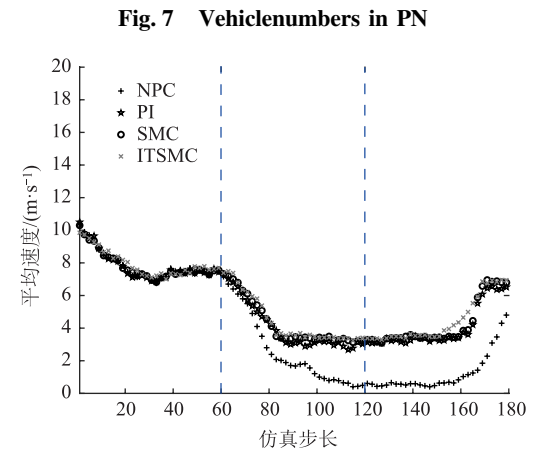


图8 PN中车辆的瞬时平均速度

Fig. 8 Instantaneous average speed of vehicles in PN

表2 关于累积空间交通流量 (CSTF) 与平均速度 (MS) 的性能比较

Table 2 Performance comparison of cumulative space traffic flow (CSTF) and mean speed (MS)

控制算法	算例 1		算例 2	
	CSTF/[veh·(km·h) ⁻¹]	MS/(m·s ⁻¹)	CSTF/[veh·(km·h) ⁻¹]	MS/(m·s ⁻¹)
NPC	8.143 6×10 ⁵	3.910 4	8.086 4×10 ⁵	3.945 5
PI	9.351 8×10 ⁵	4.498 5	9.449 8×10 ⁵	4.569 7
SMC	9.630 2×10 ⁵	4.596 8	9.789 2×10 ⁵	4.681 2
本研究所提算法	9.796 8×10 ⁵	4.865 9	9.898 1×10 ⁵	4.937 4

表3 控制器参数

Table 3 Controller parameters

控制算法	算例 1	算例 2
PI	$K_p=3.5, K_i=0.5$	$K_p=3.8, K_i=0.8$
SMC	$\zeta=8.8, \lambda'=4.5$	$\zeta=9, \lambda'=5$
本研究所提算法	$k_1=8.8, k_2=0.1$	$k_1=9, k_2=0.12$
	$\alpha_1=9.5, \beta_1=1.02$	$\alpha_1=9.5, \beta_1=1.05$

显然，3种边界控制算法均提高路网运行效率，所提出的边界控制算法表现最好。具体地，与PI算法相

比，算例1中CSTF和MS分别提高了4.76%和8.17%，算例2二者中分别提高了4.74%和8.05%。与SMC算法相比，算例1中CSTF和MS分别提高了1.73%和5.85%，算例2中二者分别提高了1.11%和5.47%。

4 结论

以城市过饱和区域作为研究对象，综合考虑实际交通环境中MFD的低离散度和外部干扰，以最大化路网吞吐量为控制目标，设计了鲁棒边界控制方案，为城市过饱和区域边界控制研究提供新思路和新方法。

(1) 提出了一种基于积分终端滑模的边界控制方案。所提算法能显著提升路网运行效率，缓解过饱和区域交通拥堵。与现有基于SMC的边界控制算法不同的是，所设计边界控制算法能够保证系统有限时间稳定。

(2) 理论证明了在所设计控制策略作用下，受控路网的状态能够在有限时间收敛到所期望状态。

相较于已有PI边界算法和SMC边界算法，所设计的控制方案具有更好的鲁棒性且在累积空间交通流量与平均速度两个性能指标上的表现更佳。未来区域边界控制研究可同时考虑约束问题和最优控制问题。然而，仅研究了单MFD子区的城市过饱和区域的交通控制问题，未来也可考虑区域之间的相互影响，研究多个区域的边界协调控制。

参考文献:

References:

[1] 马亚锋, 刘澜, 骆晨. 基于累积流量比里程分布的区域交通状态评价 [J]. 公路交通科技, 2019, 36 (3): 152-158.
MA Yafeng, LIU Lan, LUO Chen. Evaluation of regional traffic status based on VKT distribution of accumulative volume ratio [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2019, 36 (3): 152-158.

[2] LU J, LI B, LI H, et al. Expansion of city scale, traffic modes, traffic congestion, and air pollution [J]. Cities, 2021, 108: 102974. doi: //10. 1016/j. cities. 2020. 102974.

[3] 曹堉, 王成, 杨岳铭, 等. 基于贝叶斯网络的城市道路交通拥堵多原因自动实时识别 [J]. 公路交通科技, 2020, 37 (11): 89-97.
CAO Yu, WANG Cheng, YANG Yueming, et al. Multi-cause automatic real-time recognition of urban road traffic congestion based on Bayesian network [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2020, 37 (11): 89-97.

- [4] ZHU C L, WEN G H, LI N, et al. Resilience enhancement of urban roadway network during disruption via perimeter control [J]. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2023, 11 (1): 1227–1237.
- [5] GODFREY J W. The mechanism of a road network [J]. *Traffic Engineering & Control*, 1969, 8 (8): 323–327.
- [6] DAGANZO C F. Urban gridlock: Macroscopic modeling and mitigation approaches [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2007, 41 (1): 49–62.
- [7] GEROLIMINIS N, DAGANZO C F. Existence of urban-scale macroscopic fundamental diagrams: some experimental findings [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2008, 42 (9): 759–770.
- [8] BUISSON C, LADIER C. Exploring the impact of homogeneity of traffic measurements on the existence of macroscopic fundamental diagrams [J]. *Journal of the Transportation Research Board*, 2009, 2124: 127–136.
- [9] MAZLOUMIAN A, GEROLIMINIS N, HELBING D. The spatial variability of vehicle densities as determinant of urban network capacity [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010, 368 (1928): 4627–4647.
- [10] ZHANG L L, GARONI T M, DE GIER J. A comparative study of macroscopic fundamental diagrams of arterial road networks governed by adaptive traffic signal systems [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2013, 49: 1–23.
- [11] 姚顺雨, 卢维科, 毛剑楠, 等. 基于宏观基本图的交通控制有效性与路网稳定性研究 [J]. *公路交通科技*, 2024, 41 (5): 152–160.
YAO Shunyu, LU Weike, MAO Jiannan, et al. Study on traffic control effectiveness and road network stability based on macroscopic fundamental diagram [J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2024, 41 (5): 152–160.
- [12] AN K, CHIU Y C, HU X B, et al. A network partitioning algorithmic approach for macroscopic fundamental diagram-based hierarchical traffic network management [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, 19 (4): 1130–1139.
- [13] AMBUHL L, LODER A, BLIEMER M C J, et al. A functional form with a physical meaning for the macroscopic fundamental diagram [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2020, 137: 119–132.
- [14] 张卫华, 陈森, 丁恒. 考虑边界交叉口交通拥堵的反馈阀门控制 [J]. *控制理论与应用*, 2019, 36 (2): 241–248.
ZHANG Weihua, CHEN Sen, DING Heng. Feedback gating control considering the congestion at the perimeter intersection [J]. *Control Theory & Applications*, 2019, 36 (2): 241–248.
- [15] CHEN Q, LI S H, AN C C, et al. Feedback linearization-based perimeter controllers for oversaturated regions [J]. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2022, 14 (1): 187–197.
- [16] JIANG S, KEYVAN-EKBATANI M. Hybrid perimeter control with real-time partitions in heterogeneous urban networks: an integration of deep learning and MPC [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2023, 154: 104240. doi: //10.1016/j.trc.2023.104240.
- [17] 王力, 李敏, 何忠贺, 等. 基于节点状态一致的路网边界控制 [J]. *控制理论与应用*, 2020, 37 (4): 888–896.
WANG Li, LI Min, HE Zhonghe, et al. Consensus-based approach for perimeter control of road network [J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37 (4): 888–896.
- [18] HADDAD J, MIRKIN B. Coordinated distributed adaptive perimeter control for large-scale urban road networks [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2017, 77: 495–515.
- [19] SHI Y T, ZHANG Y, YIN X, et al. Risk-averse perimeter control for alleviating the congestion of an urban traffic network system with uncertainties [J]. *IET Intelligent Transport Systems*, 2024, 18 (1): 72–87.
- [20] CHEN Q, XU L, ZHOU Y, et al. Finite time observer-based super-twisting sliding mode control for vehicle platoons with guaranteed strong string stability [J]. *IET Intelligent Transport Systems*, 2022, 16 (12): 1726–1737.
- [21] MIRKIN B, HADDAD J, SHTESSEL Y. Tracking with asymptotic sliding mode and adaptive input delay effect compensation of nonlinearly perturbed delayed systems applied to traffic feedback control [J]. *International Journal of Control*, 2016, 89 (9): 1890–1903.
- [22] BICHIU Y, ELOUNI M, ABDELGHAFAR H M, et al. Sliding mode network perimeter control [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021, 22 (5): 2933–2942.
- [23] YU S H, YU X H, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode [J]. *Automatica*, 2005, 41 (11): 1957–1964.
- [24] LI S, TIAN Y P. Finite-time stability of cascaded time-varying systems [J]. *International Journal of Control*, 2007, 80 (4): 646–657.
- [25] GEROLIMINIS N, SUN J. Properties of a well-defined macroscopic fundamental diagram for urban traffic [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2011, 45 (3): 605–617.
- [26] KEYVAN-EKBATANI M, KOUVELAS A, PAPAMICHAIL I, et al. Exploiting the fundamental diagram of urban networks for feedback-based gating [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2012, 46 (10): 1393–1403.
- [27] HADDAD J, MIRKIN B. Resilient perimeter control of macroscopic fundamental diagram networks under cyberattacks [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2020, 132: 44–59.