中国科学: 技术科学 2014 年 第 44 卷 第 9 期: 991 ~ 1003

论 文 www.scichina.com tech.scichina.com

《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

基于真实机器的装配公差分析方法

吴玉光*

杭州电子科技大学机械工程学院, 杭州 310018

* E-mail: ygwu@hdu.edu.cn

收稿日期: 2014-03-18; 接受日期: 2014-06-27

国家自然科学基金(批准号: 51175132)资助项目

摘要 机器上目标要素的位置误差是零件几何误差和装配误差共同作用的结果. 为了研究装配基准的几何误差在装配链中的传递和变换, 提出基于真实机器模型的装配积累误差建模与分析方法. 首先, 采用控制点变动模型表示零件几何要素, 利用蒙特卡罗模拟方法生成几何要素相对于公称位置的变动实例. 然后, 根据理论正确尺寸确定几何要素相对于基准参考框架的公称位置. 第三, 提出基准参考框架建立方法, 根据基准要素实例确定目标要素的测量基准参考框架. 最后, 提出装配接触模型, 根据装配顺序和基准要素位置实例确定测量基准参考框架相对于装配基准体系的位置. 通过以上4个过程计算装配链中所有关联要素在机器坐标系下的位置, 获得装配基准体系的几何误差在装配链中的转递和变换关系. 将真实机器装配情况模拟分解为 4 个模块化过程, 可以实现装配误差分析的自动化. 以三平面定位的轴孔装配的装配间隙计算为实例, 验证了本文提出的方法.

关键词
装配公差分析
真实机器模型
控制点变动模型
装配基准体系
基准误差

1 引言

装配接触情况影响零件在装配体中的位置, 真实机器中目标要素的位置误差不仅取决于零件的制造误差, 而且还受到装配接触要求和装配顺序的影响. 只有通过模拟真实机器装配过程, 才能获得零件误差和装配接触对产品目标精度的影响情况, 从而达到控制零件误差以及装配要求、预测装配精度和装配成功率的目的. 因此, 包含装配接触因素的公差分析才能真正把握零件精度与装配质量的关系.

产品精度控制属于装配公差分析的范畴, 有关公差分析方法的研究是一个长期而广泛的研究领域, 涉及公差的表示和分析方法等许多技术, 成果十分丰富. 最早的研究始于 Requicha 和 Chen[1]提出的漂移模型, 随后几十年内出现了许多新理论和新方法[2]. 装配公差分析的常见方法主要可归纳为四大类: 1) 一维尺寸链方法; 2) 参数化公差分析方法; 3) 基于运动学的公差分析方法; 4) 基于自由度分析的公差分析方法.

一维尺寸链方法是工程实际中常用的尺寸公差分析方法, 这种方法既可以用于尺寸公差分析又可以用于尺寸公差分配. 通过建立封闭矢量环, 根据组成环求出封闭环的公差值, 或者根据封闭环的公差要求分配组成环的公差值. 一维尺寸链公差分析具有使用简便、可以扩展到二维尺寸链、还可以实现公差分析自动化[3]等优点, 但是它只适用于处理尺寸公差而不便于处理几何公差. 参数化公差分析方法将尺寸表达成代数方程或方程组, 通过建立参数之间

引用格式: 吴玉光. 基于真实机器的装配公差分析方法. 中国科学: 技术科学, 2014, 44: 991–1003
Wu Y G. Assembly tolerance analysis method based on the real machine model (in Chinese). Sci Sin Tech, 2014, 44: 991–1003, doi: 10.1360/N092014-00064

的约束关系可以处理部分几何公差, 通过将方程线性化或者直接采用蒙特卡罗模拟, 求出影响结果公差的贡献者、贡献率和敏感度. 参数化方法的优点是容易与 CAD 软件集成, 其本质缺陷是基于参数约束求解, 求解结果的精度依赖于零件装配定位建模模式, 而且由于参数化方法缺少几何变动的内在数学模型, 难于实现求解过程的自动化. 基于运动学的公差分析方法[4,5]借鉴了机构分析的建模方法, 该方法利用矢量方程建立几何要素的尺寸、运动学、几何三类变动之间的联系, 并且可以处理部分装配接触情况. 运动学方法直观易懂, 但这个方法不能精确地表示常用公差, 其分析方法本质上还是参数化方法.

公差表示模型的研究是近年来公差分析领域的热点, 出现了许多表示模型. 根据对零件公差的处理方法不同, 这些模型包括变动模型[6], TTRS 模型[7~9], SDT 方法[10~13], T-Map 模型[14,15]等. 多数模型以自由度分析为基础, 使用矢量表示、旋量理论、仿射几何等数学工具进行公差分析, 建立零件的误差传递和积累关系. 然而, 除了 T-Map 模型之外, 这些方法均存在着与公差标准不一致的问题, 如不能精确地表示公差类型、不能体现基准优先原则和公差相关要求等. 而 T-Map 模型虽然可以较好地表示各种公差类型, 但却存在可视化和使用困难等重要缺陷.

各种方法各有其优缺点, 每一种公差分析方法都能在一定范围内得出合理的结果. 但是, 现有的公差分析方法很少涉及装配接触情况以及装配要求对装配精度的影响, 虽然运动学方法、变动域方法也对装配间隙进行建模, 但也没有考虑装配基准体系的几何误差的传播和变换关系. 事实上装配工艺对装配尺寸偏差有很大的影响, Yang 等人[16,17]以轴对称零件的装配为例研究零件的偏心对装配偏心的影响, 使用概率分析方法来预测零件变动对装配的影响, 刘伟东等人[18]研究了影响产品装配精度的偏差源和偏差在装配体中的传递机理, 它们的研究表明装配基准和装配工艺对装配误差的影响是不可忽视的.

本文系统地研究装配基准和装配次序与公差积累的关系, 提出一个全新的装配公差计算方法. 首先, 采用控制点变动模型[19]表示零件的几何要素及其变动情况, 基于蒙特卡罗模拟方法生成几何要素的概率抽样. 然后, 根据装配要求模拟零件的装配过程, 通过模拟真实机器装配过程, 计算几何要素的可能位置, 求出装配结果的概率分布. 由于基准要素的类型和组合形式众多, 本文只讨论三平面装配定位的情况, 以三平面定位的 2 个零件的销-孔配合的装配成功率为研究对象, 研究基准体系的几何误差在装配链中的传播和变换关系, 以及对装配误差的影响.

2 真实机器零件位置定义与确定方法

2.1 几何要素位置的定义信息层次和确定方法

真实机器模型中零件目标要素在装配模型中的实际位置信息包含了 4 个层次的关系. 首先, 被测目标的实际位置通过尺寸与几何公差建立了与其公称位置之间的联系; 第二, 公称位置通过理论正确尺寸建立了与定义目标要素的基准参考框架(DRF)之间的联系; 第三, 基准参考框架通过其建立原则建立了与基准要素的实际位置之间的联系; 最后, 基准要素的实际位置根据装配要求和装配顺序建立了装配基准和定位基准之间的关系. 从几何装配的角度看, 以上四层关系包含了真实机器中影响零件目标几何要素的全部几何变动因素, 零件几何要素在装配中的位置信息层次如图 1 所示.

图 1 中的四层关系给出了计算目标要素位置的 4 个过程: 1) 利用几何要素变动表示模型模拟生成几何要素实际位置的一个实例. 本文采用理想几何(即实际几何组成要素和中心要素的拟合几何)表示实际几何要素, 根据零件的几何要素实际变动所遵循的概率分布规律, 采用控制点变动模型模拟几何要素变动, 生成拟合几何要素相对于公称位置的一个变

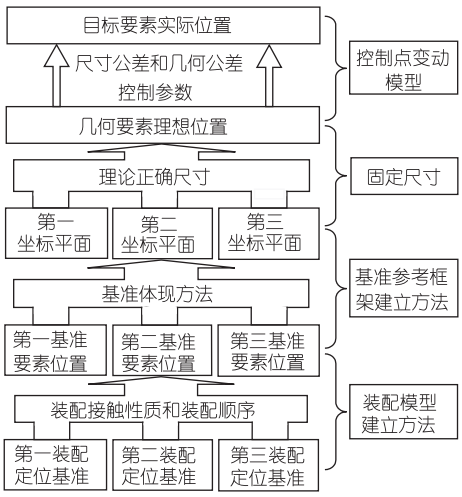

图 1 几何要素位置定义信息层次

动实例. 2) 计算几何要素公称位置在 DRF 上的位置. 根据理论正确尺寸计算几何要素的公称位置, 该位置也用于确定几何要素公差带在 DRF 中的位置. 3) 建立零件目标要素的 DRF. 根据各基准要素的实际位置及其基准次序确定 DRF 的坐标平面, 从而确定 DRF 在装配体中的位置. 例如, 对于 3 个正交平面基准要素, 当用数学平面拟合实际平面时, 由于存在几何误差, 3 个实际基准要素的拟合平面不再互相正交. 建立 DRF 就是根据 3 个偏离了理想位置的拟合平面确定 1 个正交坐标系, 即确定 DRF 的 3 个正交的坐标平面相对于3个拟合平面的位置关系. 4) 建立装配接触模型, 根据装配零件(目标零件)与定位零件的装配接触情况和装配配合次序, 确定装配零件的基准要素相对于定位零件的位置. 对定位零件采用同样的方法, 最终确定装配关系图上全体零件在相对于装配关系图上基准零件的位置.

真实机器模型给出了公差分析方法必须考虑的影响因素, 体现了装配顺序、装配要求以及基准优先关系和基准体现原则等标准原则, 同时也描述了设计基准和测量基准的关系, 是产品几何技术规范(GPS)对公差的定义完整实现. 更为重要的是, 将产品的装配积累误差求解分解为 4 个规范化的求解过程, 从而为实现分析过程的自动化提供了可能.

2.2 基于几何要素控制点变动模型的位置模拟方法

在公差分析的数学模型中, 零件的实际要素通常用其拟合几何表示, 拟合几何的位置变动包含了实际要素的几何类型、位置和方向三方面的误差信息. 几何要素的位置变动可以看作是要素的拟合几何相对于理想位置的变动. 由于本文涉及的几何要素只有直线和平面两种, 故这里只介绍直线和平面的控制点变动模型.

图 2(a)为平面的控制点变动模型, 平面要素的边界为一个矩形, 该矩形为处于公称位置的平面边界的包围盒, 图中虚线边界代表公称平面, 实线边界代表实际表面的拟合平面的一个位置实例. 拟合平面边界的顶点位置取决于参数 r_1, r_2, r_3 和 r_4, 其中参数 r_1, r_2, r_3 为独立参数, 其取值范围为平面的公差数值, r_1, r_2, r_3 的数值可以根据平面误差的概率分布函数进行抽样. 参数 r_4 同样也不能超出公差带, $r_4= r_1+r_3-r_2$, 因此 r_4 可以作为平面位置概率抽样的取舍指标. 理

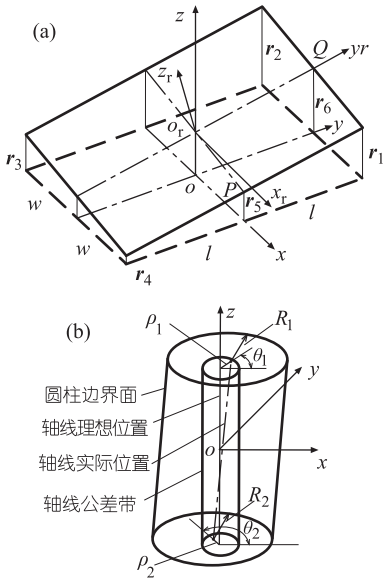

图 2　几何要素的控制点变动表示模型

(a) 平面的控制点变动表示模型; (b) 圆柱的控制点变动表示模型

论上, 实际表面的拟合平面必须是通过表面上的 3 个高点拟合而成, 控制点变动模型生成的拟合平面模拟了 3 个高点的变动情况, 因为 4 个顶点的变动参数 r_1, r_2, r_3 和 r_4 在平面位置公差带内遵循误差变动规律采样, 当采样次数足够多时, 就可以包含平面的各种可能的变动位置.

设平面的公称位置坐标系为 o-x-y-z, 实际位置坐标系为 o_r-x_r-y_r-z_r, x_r 与 x 的夹角为 α, y_r 与 y 的夹角为 β, β 角可以根据控制点参数和包围盒长度直接求出, α 角需要根据 x_r 和 x 轴关系求出, 则平面变动后, 坐标系(o_r-x_r-y_r-z_r)相对于坐标系(o-x-y-z)的齐次坐标变换矩阵为 3 个矩阵的乘积

$$M = M_r M_\beta M_\alpha, \tag{1}$$

式中 3 个矩阵以及其中的角度计算参见文献[19].

直线的位置公差带具有圆柱和棱柱两种形状, 图 2(b)为圆柱的控制点变动模型, 其轴线位置公差带形状为圆柱, 控制点参数为ρ_1, θ_1 和ρ_2, θ_2. 其中, ρ_1, ρ_2 的最大值为圆柱公差带的半径, θ_1, θ_2 的变动范围为 0~360°. 圆柱要素的直径变动由两端的半径参数 R_1, R_2 表示, R_1, R_2 的变动范围为直径公差的 1/2. 圆柱的轴线的位置变动以及圆柱直径的变动遵循各自的误差概率分布规律.

控制点变动模型通过控制几何要素的规范边界

的顶点在自由度方向的位置来模拟实际要素的变动, 这种公差表示模型可以完整表示尺寸公差、方向公差和位置公差的行为特征. 几何要素独立控制点的数量和变动方向数量的乘积就是几何要素的自由度数. 控制点变动模型既可以表示单项公差, 也可以表示综合公差. 综合公差的控制点变动模型可以由单项公差的控制点变动模型叠加而成, 控制点变动参数与单项公差公差带的变动参数完全对应.

控制点变动模型同样也可以表示尺寸公差. 对于宽度尺寸要素, 如筋板、具有对称中心的两个轴线等, 几何要素的实际位置可以采用表面要素的控制点变动模型+中心要素的控制点变动模型的形式. 如筋板特征, 可以由平面的控制点变动模型表示筋板表面相对于中心面的位置, 而中心面位置则由相对于公称位置的控制点变动模型确定. 对于非尺寸要素, 如通过尺寸公差关联的 2 个不同几何类型的要素, 可以规定其中的一个复杂几何要素为基准, 另一个简单的几何要素为控制目标. 如当用尺寸公差联系直线和平面之间的距离时, 规定平面要素为基准、直线要素为目标, 点与直线之间的尺寸公差也作同样处理. 对于 2 个几何类型相同且没有对称要求的 2 个要素之间的非尺寸要素, 例如 2 条直线之间的距离, 根据 2 个要素所承担的作用指定基准和目标. 当 2 个要素的功能相等时, 则可以随机指定目标要素与基准要素. 综合以上情况, 可以将尺寸公差和几何公差的处理方式统一起来, 即尺寸公差和几何公差均可以处理成目标要素相对于基准的变动范围的控制问题.

2.3 零件真实位置的计算过程

零件在机器上的一个概率采样位置的计算包括以下过程.

1) 建立零件的定位关系图, 从目标零件开始, 递归搜索定位当前零件的全部零件, 直到装配体的机架为止. 对定位关系图上全部零件关联几何要素的位置进行概率采样. 利用几何要素控制点表示模型并根据误差的概率分布规律生成几何要素的一个样本. 除了目标零件和机架零件以外, 定位关系图上零件都存在定位基准和定位表面. 定位基准为与底层零件接触的基准, 用于决定零件自身的定位. 定位表面为决定上层零件位置的基准. 需要概率采样的几何要素包括目标几何要素, 全部零件的定位基准和定位表面.

2) 计算定位关系图上每一个几何要素的基准参考框架位置.

3) 建立定位关系图上全部零件的位置变换关系. 根据全部定位基准建立零件自身在全局坐标系中的位置, 该全局坐标系定义了零件的全部定位表面. 由于零件的定位表面自身的基准并不一定与零件的定位基准相同, 需要建立坐标变换矩阵将定位表面相对于自身基准参考框架的位置转换到零件的全局坐标系上.

4) 计算定位关系图上每一个零件在装配体全局坐标系上的位置.

5) 获取目标几何要素在机器全局坐标系上的位置.

以上过程计算了目标几何要素的一个采样位置, 重复以上过程可以获得概率统计方法所需的样本空间, 从而得到目标要素的位置变动分布规律.

3 基于控制点变动模型的 DRF 建立方法

3.1 基于控制点变动模型的 DRF 建立方法的原理

建立基准参考框架的主要内容就是确定 DRF 的 3 个正交坐标平面相对于基准要素的位置关系. 首先根据基准优先原则和基准要素拟合几何的位置确定每个模拟基准要素的位置[20], 然后根据基准体现方法和模拟基准要素的位置确定基准参考框架的全部坐标平面位置.

根据 ASME Y14.5[20]给出的模拟基准要素的定义, 所谓模拟基准要素就是实际拟合几何的关联配合包容几何, 该包容几何必须在保持与高序基准的公称位置关系的前提下与当前基准要素实际表面接触并且包容. 当基准要素为平面且用拟合几何表示时, 根据基准体现原则, 关联配合包容几何的确定规则如下.

规则 1, 第一基准要素的关联配合包容平面与第一基准要素拟合平面重合, 即包容平面就是第一基准平面, 该拟合平面的外法线即为 DRF 的 z 坐标轴.

规则 2, 第二基准要素的关联配合包容平面与第一基准平面保持公称夹角关系、并且与第二基准要素的拟合平面接触并且包容. 包容平面与第一基准平面的交线就是 DRF 的 x 坐标轴, 即 DRF 的第二基准平面通过该交线.

规则 3, 第三基准要素的关联配合包容平面必须

同时与第一和第二基准平面保持公称关系、并且与第三基准的拟合平面接触并且包容, 该包容平面与 x 坐标轴的交点就是 DRF 的原点, 即第三基准平面的通过点.

由于 DRF 的第一坐标平面与第一基准要素拟合平面重合, 第二、第三基准要素的关联配合包容平面分别确定了 DRF 的 x 轴和原点, 因此建立 DRF 的工作就是确定第二、第三基准要素的关联配合包容平面的位置.

3.2　第二基准要素的关联配合包容平面确定方法

第二基准要素关联配合包容平面位置的求解原理如图 3 所示. 为保证算法的一般性, 图 3(a)中设定第二基准要素与第一基准平面成一般倾角, 其中双点划线边界代表第二基准要素理想几何, 实线边界为拟合平面的实际位置, 4 个顶点 s_1, s_2, s_3, s_4 为实际位置的控制点, 由控制点变动模型根据误差变动规律生成.

设 DRF 的第一基准平面为 F_1, 第二基准要素拟合平面为 f_2, 第二基准要素关联配合包容平面为 E_2, 并且设 f_2 和 F_1 的交线为 λ, 则根据规则 2, 要保证 E_2 关联配合包容 f_2, E_2 的位置必须满足 3 个条件: 1) 与 F_1 的夹角为公称值; 2) 平行于交线 λ; 3) 与 f_2 的边界或者顶点接触. 以上 3 个条件确定了 E_2 相对于 f_2 和 F_1 的位置, 具体算法步骤如下.

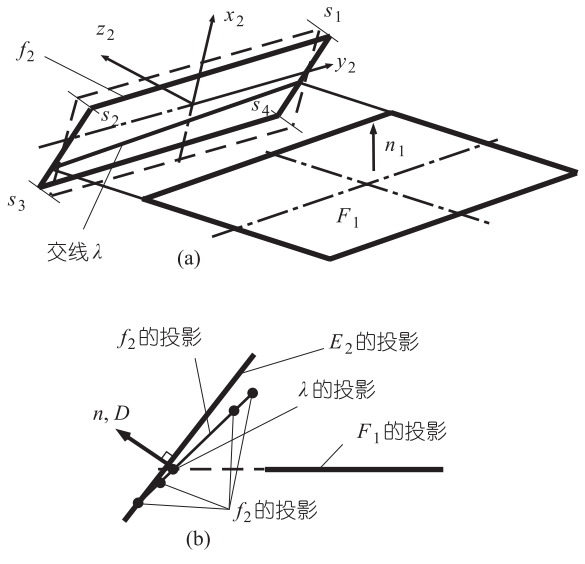

图 3　第二基准要素关联配合包容平面的确定方法

(a) 第二要素拟合平面处于一般位置情况; (b) 各平面沿交线方向的投影

1) 将 f_2 和 F_1 沿 λ 方向投影. 由于 λ 为 f_2, F_1 的交线, f_2, F_1 在垂直于 λ 方向的平面上的投影均为直线, 此时 f_2 边界的顶点集聚在一条直线上, 而交线 λ 则集聚成一点. 又由于 E_2 也平行于 λ, E_2 的投影也是一条直线, 如图 3(b)所示.

2) 确定 E_2 的投影线的位置. 由于 E_2 包容拟合平面 f_2, 因此沿 f_2 的公称外法线 n 的相反方向平移 E_2, 则 E_2 接触 f_2 时就是 E_2 的正确位置, 因此可以根据 n 的方向计算 E_2 的位置. 为此, 以交线 λ 的集聚点为原点、以 n 方向为正向作一坐标轴 D, 将 f_2 的边界顶点向 D 作投影, 计算顶点投影在 D 上的坐标值, 则投影点坐标值最大的顶点就是 E_2 投影线的通过点.

3) 根据 E_2 的投影线位置计算 E_2 的位置.

3.3　第三基准要素的关联配合包容平面确定方法

为保证算法的一般性, 仍然假设第三基准要素处于一般位置, 即第三基准要素拟合平面与第一、第二基准平面的公称夹角不等于 90°. 图 4 为第三基准要素拟合平面 f_3 与第一基准平面 F_1 和 DRF 的 x 轴的相对位置情况, F_3 为位于第三基准要素拟合平面外侧且与 f_3 的公称平面平行的任意一个平面, n_3 为第三基准要素公称平面的外法线. 根据基准体现方法, 沿 x 轴平移 F_3, 使得 F_3 与第三基准要素拟合平面 f_3 接触, 则此时 F_3 的位置就是第三基准关联配合包容平面的位置.

根据以上原理, 第三基准要素的关联配合包容平面位置的确定步骤为: 1) 将拟合平面的顶点向 x 轴作斜投影, 斜投影线的角度为第三基准要素公称平面与 x 轴的公称角度, 得到顶点的投影点 P_i(i=1, 4); 2) 选择 x 轴上任意点作为临时坐标原点, 计算 P_i 的

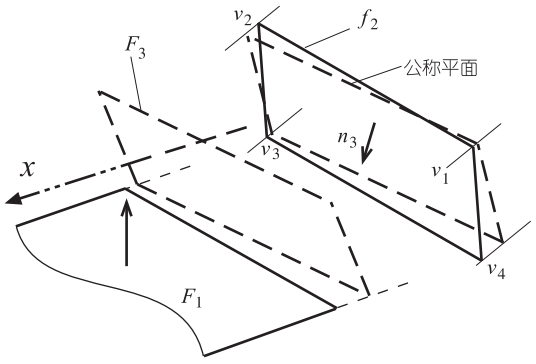

图 4　第三基准平面确定

坐标值; 3) 计算关联配合包容平面与 x 轴的交点, 该交点就是 DRF 的真正原点 o. 如果 n_3 与 x 轴的正向夹角小于 90°, 则 o 为 P_i 中具有最大坐标值的投影点, 否则, o 为 P_i 中具有最小坐标值的投影点.

4 装配基准接触位置模型的建立方法

4.1 装配关系和装配次序对零件装配位置的影响

零件具有多个基准参与装配时, 零件上的装配基准要素在机器中的位置由参与定位该零件的多个定位基准共同决定的. 为叙述方便, 将当前零件称为装配零件, 将装配体中定位当前零件的其他零件称为定位零件. 由于装配基准自身存在几何误差以及装配配合具有次序要求, 不同次序的配合表面具有不同的配合接触要求, 对装配零件的位置产生不同的影响, 又由于装配基准相互位置偏离公称关系, 不同的偏离情况影响零件的装配位置.

多基准装配时基准误差对目标零件位置的影响可以用图 5 所示的带误差的二维几何图形装配为例加以说明. 定位零件 A 和装配零件 B 的装配具有 2 个基准, 第一基准为水平直线, 第二基准为竖直直线, 装配要求为 2 个零件在第一基准保持贴合的情况下使第二基准接触. 由于 2 个零件的竖直直线基准相对于水平直线基准存在垂直度误差, 即 2 零件的竖直直线实际并不成铅垂状态, 但 2 个零件上孔的测量基准(DRF)是垂直于水平直线的, 因此当 2 个零件根据装配要求进行装配后, 2 个零件的尺寸 a, b 的测量基准错开了一段距离 h. 可见由于 2 个零件的测量基准不重合, 造成 2 个孔的公称位置错位, 因此分析装配零件 B 的孔在定位零件 A 上的位置时, 必须考虑测量基准错开的距离 h 的情况. 这说明在装配路径中各零件装配基准的几何误差通过装配关系的变换作用于最终目标, 装配误差是组成产品的零件误差和零件误差在装配体中的变换的总和. 因此为了获得装配零件被测目标的 DRF 在装配体中的位置, 首先必须计算零件上的装配基准要素位置在装配体中的位置.

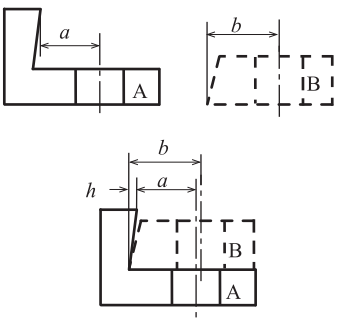

图 5 带误差二维零件装配

装配要求对基准要素几何误差的变换可以用自由度概念进行分析. 决定零件在空间的位置需要通过装配基准约束零件的 6 个自由度, 零件的 3 个装配基准根据基准优先关系分别承担不同的约束任务. 第一基准面的装配接触约束装配零件第一基准面的全部自由度, 第二基准面的装配接触约束装配零件第二基准面全部的自由度中减去被第一基准面已约束的剩余部分, 第三基准面的装配接触约束装配零件第三基准面的全部自由度中减去被前 2 个基准面已约束的剩余部分. 根据装配接触的约束自由度原理可知, 在 3 个基准均为平面的情况下, 2 个零件的第一基准拟合平面的接触条件为“面面贴合”, 即约束装配零件第一基准拟合平面的全部自由度, 包括一个平移自由度和两个转动自由度. 2 个零件的第二基准拟合平面的接触条件为“面面对齐”, 由于装配零件第二基准拟合平面的一个转动自由度已被第一基准约束, 因此“面面对齐”约束装配零件第二基准平面的一个平移自由度和一个转动自由度. 2 个零件的第三基准拟合平面的接触条件为“面面接触”, 由于第一、第二基准装配后已约束了装配零件第三基准拟合平面的 2 个转动自由度, 因此“面面接触”只约束装配零件第三基准平面的 1 个平移自由度.

由于 2 个零件的第一基准拟合平面重合, 确定 2 个 DRF 的位置关系就是确定第二、第三装配基准拟合平面的接触位置.

4.2 第二装配基准拟合平面接触位置的确定

图 6 为 2 个零件在第一基准平面贴合而第二基准没有接触之前的情况, 图中双点划线边界代表定位零件和装配零件的第二装配基准的公称位置, 细实线为定位零件和装配零件第二基准要素的拟合平面 F_{2u} 和 F_{2s}. F_{1b}, F_{1p} 分别为定位零件和装配零件的第一装配基准拟合平面, λ_1, λ_2 分别为平面 F_{1b} 与 F_{2u} 的交线和平面 F_{1p} 与 F_{2s} 的交线. 当基准要素用拟合平面表示时, 第二装配基准的装配要求“面面对齐”变成以下三个条件: 1) F_{1b} 与 F_{1p} 重合; 2) λ_1 与 λ_2 平行; 3) F_{2s} 与 F_{2u} 接触. 以上三个条件是“面面对齐”的一般形式,

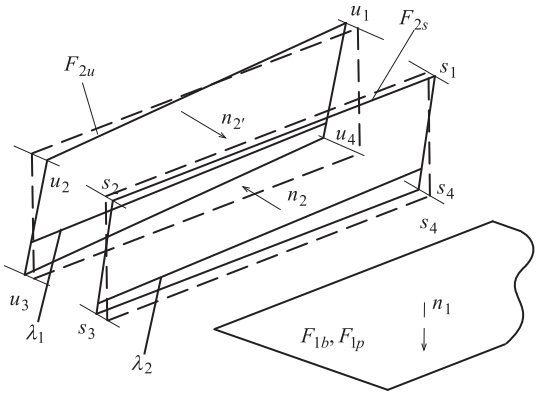

图 6　第二装配基准的位置关系

可以处理第二基准和第一基准的所有相对位置情况. 例如, 如果 λ_1 为平面 F_{1b} 与 F_{2u} 的公共边界, λ_2 为平面 F_{1p} 与 F_{2s} 的公共边界并且 2 个零件的第二与第二基准的夹角满足特定条件的情况下, 则以上三个条件就变成 λ_1 和 λ_2 重合, 可见这三个条件是接触要求和约束自由度原理在拟合平面装配接触情况下的具体体现. 根据以上三个条件, 确定 F_{2s} 与 F_{2u} 的接触位置需要三个步骤.

步骤 1, 将 2 个零件的第一、第二拟合平面投影到以交线为法线的平面上. 由于交线 λ_1 与 λ_2 平行并且第一基准拟合平面 F_{1b} 和 F_{1p} 重合, 则全部拟合平面的投影均为直线. 图 7 为 2 个平面在保证 λ_1 和 λ_2 平行但没有接触前的投影情况, 一般的情况下拟合平面的顶点的投影位置位于投影线的两端, 图中的小圆圈 P_{u1}, P_{u2}, P_{u3}, P_{u4} 为定位零件第二基准拟合平面边界顶点的投影, P_{s1}, P_{s2}, P_{s3}, P_{s4} 为装配零件的第二基准拟合平面边界顶点的投影.

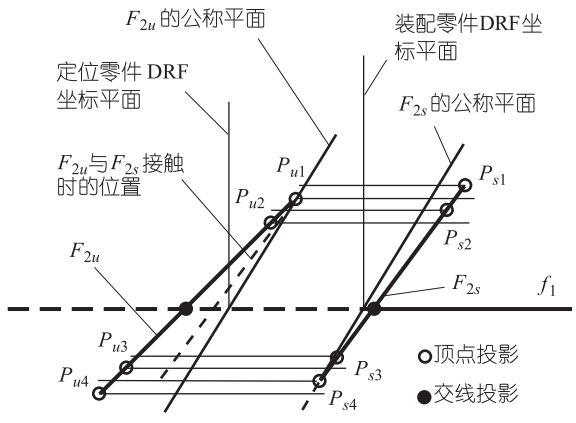

图 7　第二基准平面沿交线方向投影

步骤 2, 在投影平面中移动 F_{2s} 的投影, 直到 F_{2s} 的投影线接触到 F_{2u} 的投影线. 此时拟合平面上的接触点可能在 2 个拟合平面的顶边或底边的边上或在顶点上.

步骤 3, 计算接触位置. 2 个拟合平面的具体接触位置取决于 F_{2s} 与 F_{2u} 相对于第一基准平面的倾角的大小, 当 F_{2s} 的倾角大于 F_{2u} 的倾角时, 2 个零件在拟合平面的顶边接触; 否则, 2 个零件的拟合平面在底边接触. 以下给出 2 个零件的第二基准拟合平面在顶边接触情况下接触位置的计算方法, 底边接触情况下的接触位置确定方法类似. 2 个拟合平面接触时, 2 个拟合平面顶边的相对位置可分为三种情况: 1) F_{2u} 顶边低于 F_{2s} 顶边; 2) F_{2u} 高于 F_{2s} 顶边; 3) F_{2u} 和 F_{2s} 顶边相互交叉, 即 2 个平面的顶边存在等高点. 三种情况下 2 个拟合平面的接触位置的计算方法确定如下.

1) 平面 F_{2s} 与 P_{u1}, P_{u2} 中距离第一基准平面远的顶点接触.

2) 此时 F_{2s} 的顶边的 2 个顶点 P_{s1}, P_{s2} 中距离第一基准远的顶点首先接触平面 F_{2u}. 设该顶点为 P, 则过 P 作平行于第一基准平面的平面, 计算该平面与 F_{2u} 的交线 L_c, F_{2s} 必须经过 L_c.

3) 需要计算 2 个平面的顶边上的等高点, 设该等高点为 P, 则过 P 作平行 λ_1 的直线 L_c, 则 F_{2s} 必须经过 L_c.

根据装配零件 DRF 平面与第二基准要素拟合平面的位置关系, 即可以计算出装配零件 DRF 平面与 2 个零件的第二基准拟合平面位置变动参数(u_1, u_2, u_3, u_4)和(s_1, s_2, s_3, s_4)的关系.

4.3　第三基准拟合平面接触位置的确定

"面面贴合"条件决定了装配零件的第一基准要素拟合平面的贴合平面, "面面对齐"条件决定了装配零件第二基准要素拟合平面必须通过的直线 λ_2 的位置, 在不施加"面面接触"条件之前, 装配零件只能沿 λ_2 自由平移. "面面接触"条件就是确定装配零件第三基准要素拟合平面在 λ_2 上的交点位置 o_t. 确定装配零件第三基准拟合平面的位置的算法原理如图 8 所示, 图中平面 F_{3t} 和平面 F_{3v} 分别是装配零件和定位零件的第三装配基准拟合平面, λ_2 位置已根据条件求出, λ_2 的方向为定位零件的第二基准拟合平面的外法线与第一基准拟合平面的外法线的失量积方向. 平面 F_{3t} 和平面 F_{3v} 的接触位置具有四种情况: a) 2 个平面在

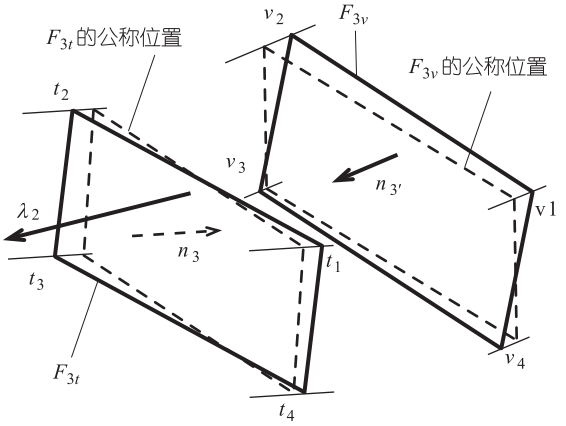

图 8　第三装配基准位置关系

顶点处接触; b) 平面 F_{3t} 的 1 个顶点与平面 F_{3v} 的内部接触; c) 平面 F_{3t} 的内部与平面 F_{3v} 的 1 个顶点接触; d) 2 个平面在边界上接触. 由于存在多种接触可能, 需要从全部可能的接触点中找出真正的接触点, 然后据此确定 o_t 点的位置. 算法包括三个步骤.

步骤 1, 计算全部可能接触点. 1) 过 F_{3v} 的每一个顶点作平行于 λ_2 的直线, 如果该直线经过 F_{3t} 的顶点或者穿过 F_{3t} 的内部, 则 F_{3v} 的顶点就是可能的接触点; 2) 过 F_{3t} 的每一个顶点作平行于 λ_2 的直线, 如果该直线穿过 F_{3v} 的内部, 则直线与 F_{3v} 的交点就是可能的接触点; 3) 以 F_{3t} 的每一条边界为扫掠线, 沿平行于 λ_2 方向扫掠出 1 个的平面. 计算 F_{3v} 的每一条边界与扫掠平面的交点, 如果交点位于边界内部、同时位于扫掠平面内部, 则该交点为可能接触点.

步骤 2, 计算真正接触点. 将每一个可能的接触点向 λ_2 作斜投影, 投影角度就是平面 F_{3t} 与 λ_2 的夹角, 对 λ_2 上的投影点沿 λ_2 正向进行排序, 如果装配零件第三基准拟合平面的法线 n_3 与轴 λ_2 两者夹角小于 90°, 则排在最后面的投影点所对应的可能接触点为真正接触点, 否则排在最前面的投影点所对应的可能接触点为真正接触点.

步骤 3, 计算 o_t 点位置. o_t 为真正接触点在 λ_2 上的投影点.

5　装配公差计算实例

5.1　实例装配要求

以图 9 所示的孔板零件与轴座零件在 3 个平面基准装配定位情况下的销-孔装配为例, 计算装配零件在定位零件上的位置和 2 个零件装配之后销-孔表面之间的间隙的概率分布, 说明装配顺序和装配基准的几何误差对目标要素装配误差的影响.

轴座中圆柱销 Ø55 mm 的 3 个基准平面 *A*, *B*, *C* 与轴座的 *D*, *E*, *F* 平面均有尺寸和几何公差要求, 平面 *A* 相对于平面 *D* 由尺寸 25 mm 和平行度公差 0.1 mm 控制, 其中尺寸 25 mm 采用自由公差; 平面 *B* 相对于平面 *E* 由尺寸 15 mm 控制, 尺寸公差为–0.15~0.05 mm; 平面 *C* 相对于平面 *F* 由尺寸 20 mm 控制, 该尺寸采用自由公差. 孔板中的孔 Ø55 mm 的位置度

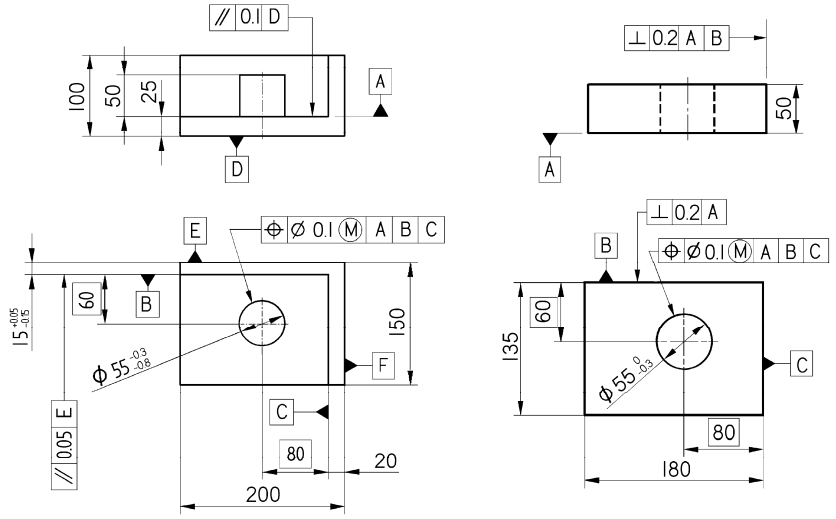

图 9　实例零件的三基准定位装配

公差有 3 个基准平面 A, B, C, 基准平面 B 和 C 均设有相对于基准平面 A 的垂直度公差.

孔板的全局坐标系由基准 A, B, C 定义, 轴座的全局坐标系由基准 D, E, F 定义, 孔板上孔的基准参考框架与孔板的全局坐标系重合, 轴座上的轴的基准参考框架由轴座的 A, B, C 平面定义, 与轴座的全局坐标系不重合. 2 个零件的装配要求包括: 1) 孔板的 A 面与轴座的 A 面"面面贴合"; 2) 孔板的 B 面与轴座的 B 面"面面对齐"; 3) 孔板的 C 面与轴座的 C 面"面面接触". 为了简化分析过程, 将 2 个零件的装配基准同时设定为孔和销的设计基准. 从 2 个零件的装配基准接触开始, 到孔、轴接触面之间的间隙为止构成 1 个完整的三维的封闭环, 计算该封闭环装配误差的过程包含了装配基准接触建模、测量基准参考框架建立和几何要素模拟生成等本文涉及的全部内容.

5.2　实例零件的生成方法

控制点变动模型根据蒙特卡罗模拟方法生成零件的目标几何要素和装配基准表面实例. 对于平面要素, 控制点变动模型生成规则平面的 4 个顶点的位置. 对孔、轴等目标几何要素的圆柱轴线控制点变动模型生成圆柱轴线 2 个端点位置.

当几何要素的变动由单项公差控制时, 由控制点变动模型根据几何要素遵循的误差变动规律生成概率抽样实例. 当几何要素的变动由多个公差综合控制时, 几何要素的抽样实例是单项公差的概率抽样的叠加之和. 例如当目标要素同时存在方向公差和位置公差时, 首先根据方向公差的概率分布规律生成控制点的概率抽样, 然后根据方向公差带中心在位置公差带中的概率分布规律生成方向公差带中心的概率抽样值, 最后将 2 个概率抽样相加.

圆柱体的变动也是圆柱轴线位置误差和圆柱半径尺寸误差概率抽样的叠加. 对于当前的实例装配, 圆柱体的轴线位置度公差带是 1 个圆柱, 圆柱表面的尺寸公差带是 1 个内外径分别为圆柱直径的最小值和最大值的圆管, 因此当前装配的销、孔的变动实例是圆柱和圆管概率抽样的合成. 如图 2(b)所示, 圆柱轴线的位置控制参数的变动范围 ρ_1, ρ_2: 0~d/2; θ_1, θ_2: 0~360°; 轴座上轴的直径变动范围为 54.2~54.7 mm, 孔板零件的孔的直径变动范围 54.7~55 mm. 圆柱的直径公差和轴线位置公差遵循各自的误差变动概率分布. 本文设定长度变量(R_1, R_2, ρ_1, ρ_2)遵循正态分布, 角度变量(θ_1, θ_2)遵循均匀分布. 在公差相关要求的条件下, 轴线位置公差带与圆柱直径公差带相关, 即轴线位置公差带直径随 R_1, R_2 的概率抽样值变化. 实例装配中 2 个零件的轴、孔遵循最大实体原则, 因此控制点变动模型在生成轴线位置实例时, 规定轴的中心线位置度公差带直径为 d=0.1+54.7−2×max(R_1, R_2), 孔的中心线的位置度公差带直径为 d=0.1+2×min(R_1, R_2)−54.7. 轴线的位置参数 ρ_1, ρ_2 的概率抽样以 0 为中心、在−d/2~d/2 遵循正态概率分布, 当模拟函数输出负值时将其取正.

5.3　销-孔基准装配间隙与过盈的定义

由于圆柱的长度和直径等数值比位置公差带直径大得多, 为了方便计算, 近似地将圆柱两端面看作是与轴线圆柱公差带端面共面、且形状为圆, 对于销、孔表面之间的间隙计算, 将销、孔端面用圆来近似椭圆并不会带来较大的误差. 由于实例零件的销和孔两端的变动性质相同, 说明两端的间隙或过盈的概率是一样的, 故只需计算一端的情况. 根据控制点变动模型的定义, 销、孔装配的端面情况如图 10 所示, 间隙或过盈定义在孔的端面中心指向轴的端面中心的方向线上, 设 R_h, R_p 分别为孔和销的半径变动参数, J 为销、孔中心距, 则两者的间隙或过盈为: R_h−(J+R_p), 其中正值为间隙, 负值为过盈.

5.4　装配误差的计算流程

为了计算销-孔装配的端面间隙与过盈量, 首先需要将 2 个零件实例装配起来. 在获得零件的全部装配基准、测量基准和装配目标要素的变动实例之后, 需要根据本文第 2 节的真实位置模拟计算过程和第 3 节和第 4 节的计算方法, 计算零件的测量 DRF 并且计算 2 个零件装配要素的设计 DRF 的相对位置关系. 本文的实例中测量基准和设计基准统一, 因此不需

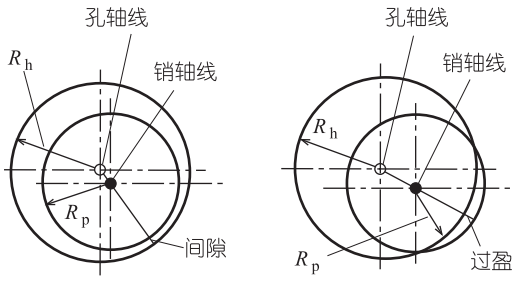

图 10　端面间隙与过盈的定义

要进行基准变换的计算. 根据图 1 的装配位置定义模型, 实例零件装配间隙的计算流程如图 11 所示.

从坐标变换的角度看, 本文第 3 节和第 4 节实际上给出了计算要素位置的一系列广义坐标变换, 图 11 中的箭头就是代表这些广义坐标变换运算及其逆变换运算. 对于全部零件的一次变动, 就可以计算出一个间隙与过盈的概率抽样样本, 当样本数量足够多时, 就可以获得装配间隙与过盈的概率分布规律.

5.5 计算结果分析

由于 2 个零件上销、孔的装配基准和测量基准重合, 销、孔的公称轴线在基准参考框架中位置固定, 因此装配后的销、孔的公称轴线之间的偏差可以反映 2 个零件的销和孔装配 DRF 之间的变动关系. 图 12 为 2 个零件的基准平面 B 和 C 的各种垂直度公差设置情况下, 孔的公称轴线在轴座零件坐标系下的 x, y 坐标值的变化情况, 计算采用蒙特卡罗仿真方法, 仿真次数均为 20 万次.

图 12(a)和(b)分别为设定 2 个零件的基准平面 C 的垂直度误差为 0, 而基准平面 B 的垂直度公差设定在 0~0.3 变化时, 孔的公称轴线在轴座坐标系中坐标变动均值的变化情况. 图 12(c)为设定 2 个零件的基准平面 B 的垂直度误差为 0, 而基准平面 C 的垂直度公差设定在 0~0.3 变化时孔的公称轴线在轴座坐标系中的坐标变动均值的变化情况. 从图中可以看出, 在装配基准之间的垂直度公差全为 0 时, 销、孔的 2 个全局坐标系重合, 该结果与传统的计算方法的结果相同. 随着垂直度公差值的逐渐加大, 销、孔的 2 个全局坐标系的偏离值也相应加大, 该结果符合实际情况. 传统的计算方法没有考虑这一偏差, 可见不考虑基准误差的装配公差分析结果是不真实的.

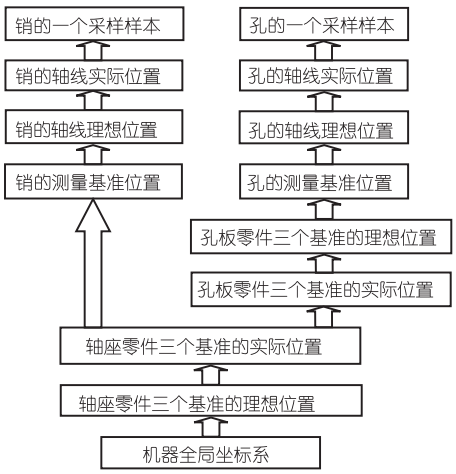

图 11　装配误差的计算流程

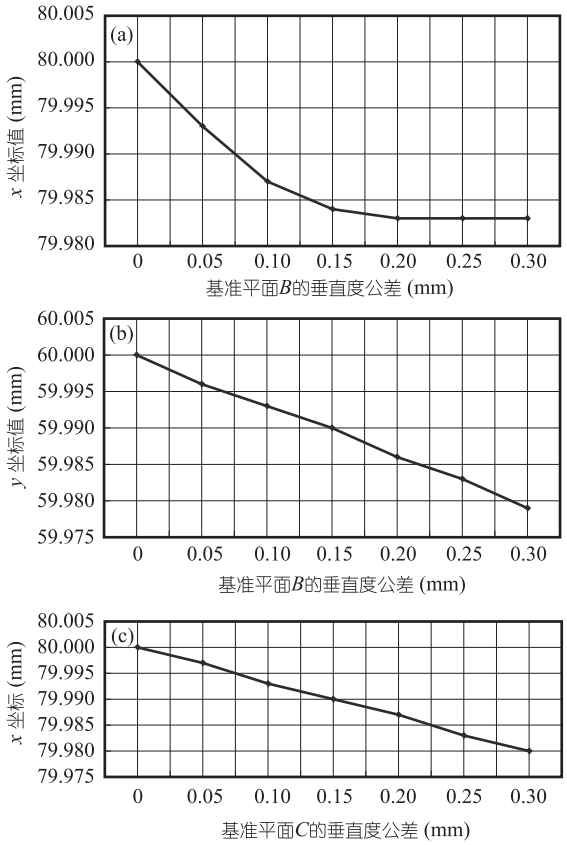

图 12　孔公称轴线相对于销公称轴线的位置变动

(a) 基准 B 的垂直度误差对孔中心的 x 坐标的影响; (b) 基准 B 的垂直度误差对孔中心的 y 坐标的影响; (c) 基准 C 的垂直度误差对孔中心的 x 坐标的影响

从图 12 可知, 在零件装配顺序为基准 B, 基准 C 的情况下, 基准 B 的几何误差会同时影响装配零件在定位零件的 x 坐标和 y 坐标 2 个坐标值, 而基准 C 的几何误差只影响装配零件在定位零件的 x 坐标一个坐标值. 同理, 当装配顺序变为先安装基准 C, 后安装 B 时, 则必然是基准 C 影响装配零件的 2 个坐标值, 基准 B 只影响 1 个坐标值. 由于 2 个基准的几何误差和配合面尺寸不同, 不同的装配顺序对装配结果必然产生不同的影响. 图 12 是假设其中 1 个基准几何误差为零的情况, 实际零件的基准 B 和基准 C 均存在几何误差, 但误差数值并不影响这一结论的正确性.

图 13 为 2 个零件的轴孔装配的间隙/过盈概率分布计算结果. 各图所设定的公差数值为: 图 13(a)的 2

个零件的基准平面 B 和 C 和销、孔的公差指标分别为图 9 上的标注值, 图 13(b)不考虑 2 个零件的基准平面 B 和 C 的垂直度误差和销、孔的位置度误差、只考虑尺寸误差的情况. 图 13(c)为(a)不考虑垂直度误差所对应的计算结果, 图 13(d)为(b)没有应用最大实体要求下所对应的计算结果. 本实例装配的设计意图要求销、孔装配存在间隙, 在垂直度公差为零的假设下的计算结果满足设计要求, 但实际情况下垂直度公差不可能等于 0, 因此销、孔装配必然存在过盈现象. 应用最大实体要求增加了销、孔的位置度公差值, 容易保证装配间隙, 对照图 13(d)和(b)可以证实这一结论. 可见装配结果与基准精度存在关联关系.

6　结论

1) 产品的装配精度取决于零件几何误差和装配接触两个方面因素的影响. 通过模拟真实机器装配过程, 可以使得装配误差的计算更为精确.

2) 零部件的装配基准和装配顺序决定了误差的积累和传播, 零件的误差通过装配接触面进行传递, 而装配次序影响接触情况, 因此不同次序的装配基准对误差的传递具有不同的影响, 零部件的几何误差通过装配模式进行变换, 从而影响机器的装配位置.

3) 将产品的装配误差积累求解过程分解为装配接触建模、基准参考框架建立、理想位置确定、几何要素变动模拟等 4 个求解过程, 该方法模拟真实机器, 具有规范性和通用性的特点, 该方法为实现分析过程的自动化提供了可能.

研究真实机器模型还需要完成包括公差原则的处理、多零件装配的装配定位关系图建模、设计基准与装配基准的转换等工作.

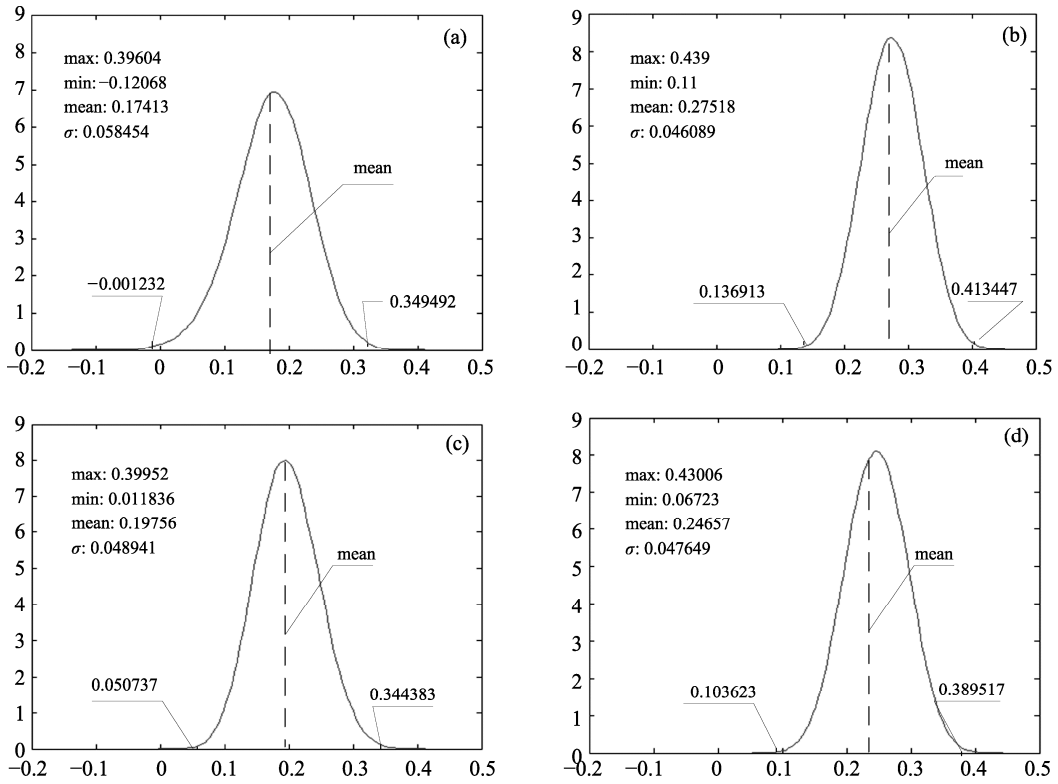

图 13　各种误差设定条件下的销孔装配结果

(a) 销、孔具有垂直度公差和应用最大实体要求; (b) 销、孔没有垂直度公差, 应用最大实体要求; (c) 销、孔没有垂直度公差和应用最大实体要求; (d) 销、孔没有垂直度公差和不应用最大实体要求

参考文献

1 Requicha A A G, Chen S C. Representation of geometric features, tolerances and attributes in solid modelers based on constructive geometry. Robot Automat, 1986, 2: 156–166

2 Shen Z, Ameta G, Shah J J, et al. A comparative study of tolerance analysis methods. J Comput Inf Sci Eng, 2005, 5: 247–256

3 Shen Z, Shah J J, Davidson J K. Automation of linear tolerance charts and extension to statistical tolerance analysis. In: ASME 2003 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Chicago, 2003

4 Chase K W, Gao J, Magleby S P, et al. Including geometric feature variations in tolerance analysis of mechanical assemblies. IIE Transactions, 1996, 28: 795–807

5 Gao J, Chase K W, Magleby S P. Generalized 3-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments. IIE Transactions, 1998, 30: 367–377

6 Dantan J Y, Mathieu L, Ballu A, et al. Tolerance synthesis: Quantifier notion and virtual boundary. Comput Aided Design, 2005, 37: 231–240

7 Desrochers A, Clement A. A dimensioning and tolerancing assistance model for CAD/CAM systems. Int J Adv Manuf Tech, 1994, 9: 352–361

8 Clement A, Riviere A, Serre P, et al. The TTRSs: 13 constraints for dimensioning and tolerancing. In: Proceedings of 5th CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing, 1997 April, Ontario, Toronto, Canada. New York: Springer US 1998. 122–131

9 刘玉生, 高曙明, 吴昭同, 等. 基于特征的层次式公差信息表示模型及其实现. 机械工程学报, 2003, 39: 1–7

10 Villeneuve F, Legoff O, Landon Y. Tolerance for manufacturing: A three-dimension model. Int J Prod Res, 2001, 39: 1625–1648

11 Hong Y S, Chang T C, Tolerancing algebra: Building block for handling tolerancing interactions in design and manufacturing. Int J Prod Res, 2002, 40: 4633–4649

12 Bourdet P, Mathieu L, Lartigue C, et al. The concept of the small displacement torsor in metrology. Ser Adv Math Appl Sci, 1996, 40: 110–122

13 Desrochers A, Ghie W, Laperriere L. Application of a unified Jacobian-torsor model for tolerance analysis. J Comput Inf Sci Eng, 2003, 3: 2–14

14 Davidson J K , Mujezinovic A, Shah J J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to round faces. ASME J Mech Design, 2002, 124: 609–621

15 Mujezinovic A, Davidson J K, Shah J J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces. ASME J Mech Design, 2004, 126: 504–518

16 Yang Z, McWilliam S, Popov A A, et al. Dimensional variation propagation analysis in straight-build mechanical assemblies using a probabilistic approach. J Manuf Syst, 2013, 32: 348–356

17 Yang Z, McWilliam S, Popov A A, et al. A probabilistic approach to variation propagation control for straight build in mechanical assembly. Int J Adv Manuf Tech, 2013, 64: 1029–1047

18 刘伟东, 宁汝新, 刘检华, 等. 机械装配偏差源及其偏差传递机理分析. 机械工程学报, 2012, 48: 156–168

19 吴玉光, 张根源. 基于几何要素控制点变动的公差数学模型. 机械工程学报, 2013, 49: 138–146

20 ASME. Dimensioning and Tolerencing, ASME Y14.5M-2009. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2009

Assembly tolerance analysis method based on the real machine model

WU YuGuang

College of Mechanical Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

The position errors of an objective feature of a machine is affected comprehensively by the geometric errors and assembly errors of the parts on the assembly chain. In order to investigate the effect of assembly datum errors on the transformation and propagation of the geometric errors in an assembly chain, a modeling and analysis method of assembly error accumulation based on the real machine model is proposed. In this approach, the calculation process of the real position of geometric feature is consist of four steps. Firstly, the deviation geometric feature are represented by the control point variation model , and the deviations of geometric feature from its normal position are simulated by the Monte Carlo method. Secondly, the normal position of the deviation geometric feature in the datum reference frame (DRF) is determined by theoretical dimension. The third step, the DRF establishment method is proposed, and the measure DRF of the objective feature is established with the datum geometry example. The fourth step, the assembly contact model is proposed, the relationship between the measure datum reference frame and assembly datums is calculated according to the assembly sequence and the deviation geometry example of assembly datum surface. The real position of all related parts on the assembly chain in machine coordinate system are calculated by above procedures, and the transformation and propagation of the geometric errors of assembly datum in an assembly chain are obtained. The procedure to simulate the real machine assembly is decomposed into four modular processes, which is useful in realizing the automation of assembly error analysis. A assembly error accumulation example of pin-hole assembly with the three orthogonal datum planes is investigated, and the proposed approach is verified.

assembly tolerance analysis, real machine model, control point variation model, assembly datum system, datum errors

doi: 10.1360/N092014-00064