



自旋电磁场和偶极子: 一种局域化和量子化的场

冯正和

清华大学电子工程系, 信息科学技术国家实验室, 北京 100084

E-mail: fzh-dee@mail.tsinghua.edu.cn

2010-12-04 收稿, 2011-01-18 接受

国家重点基础研究发展计划资助项目(2010CB327402)

摘要 自旋电磁场是一种与传统电磁场形式不同的电磁场模式, 具有波粒二象性. 自旋电磁场是自旋方程在自由空间的本征模式解, 而自旋方程可以通过麦克斯韦方程得到. 本文把具有分布特性的源函数作为自旋模式的一个组成部分, 从而由自旋方程导出齐次的本征方程. 自旋电磁场有两个基本特性: 绕轴自转和存在于有限空间内. 本文详细讨论了所得到的本征电模和磁模的源和电磁场结构. 从源的层面上, 我们可以通过积分得到自旋模的电和磁偶极矩. 自旋电磁场的分布电荷与电流源可以看成是电和磁偶极子的电磁结构. 自旋模的电磁场结构同时具有波和粒子的基本特征量, 包括用传播常数、角频率或特征转速表示的波动参量, 以及用本征半径、能量和角动量表示的量子性参量. 前者体现了电磁谐振模的特点, 而后者体现了自旋粒子的力学特性. 自旋电模有两种不同的电磁场结构, 除了用电荷对描述外, 论文导出了它的磁流源表示. 这两种模式有相同的电偶极矩, 但由于它们的源不同, 分别具有有散和无散的特性.

关键词

自旋电磁场
自旋方程
分布源
偶极子
偶极矩
本征半径
量子化
普朗克常数

偶极子的概念在电动力学和量子物理中占有非常重要的地位. 在麦克斯韦的电磁场理论形成完整体系的早期, 洛伦兹用电偶极子描述物质的电介质性能, 电偶极子用相距为 l 的一对正负电荷 $\pm q$ 表示^[1,2], 电偶极矩为 $\vec{p} = q\vec{l}$. 韦伯用磁偶极子的磁矩解释物质的磁性^[3], 磁偶极子用面积为 S 的小电流环表示, 磁偶极矩为 $\vec{m} = I\vec{S}$ ^[4]. 洛伦兹在电偶极矩上引入时间变量 $e^{i\omega t}$, 用 $\vec{p}e^{i\omega t}$ 表示偶极子随时间作简谐振动^[5], 并引入偶极子的固有谐振频率, 以解释介质色散的机理. 为了描述电偶极子和磁偶极子的辐射特性, 赫兹引入了推迟势, 在位函数时间变量的基础上加上空间变量 e^{-ikr} 或推迟势 $e^{-i\omega R/c}$. 这样得到的偶极子为 $\vec{p}e^{i(\omega t - kr)}$ ^[6~8].

像在许多电磁学教科书中所做的那样, 偶极子的电磁场结构可用叠加定理计算得到^[9]. 由正负点电荷组成的电偶极子的电场分布如图 1(a)所示, 它只

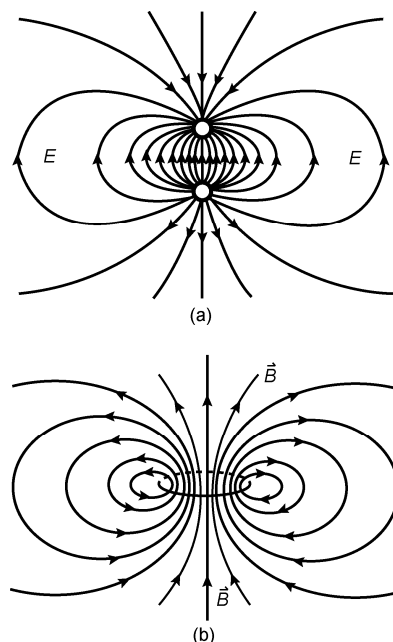


图1 电偶极子(a)与磁偶极子(b)

有电场, 没有磁场. 磁偶极子磁场由电流环产生, 它只有磁场, 没有电场, 如图 1(b)所示.

自旋是微观世界的一种基本特性, 电子、质子、中子等微观粒子可以看成自旋的球形电荷, 具有固定的磁偶极矩、角动量和自旋量子数. 特别是电子自旋, 在量子物理、固体物理中有十分重要的地位, 相当多的基本光电磁特性与它有关. 自旋的概念被广泛用于包括电子、原子、核、分子等物质结构的不同层面, 以分析电磁场(波)与物质的各种相互作用. 近年来, 自旋电子学得到了迅速发展^[10,11], 在理论研究仿真^[12-16]、实验验证和实际应用^[17,18]方面都取得了很大成功. 自旋粒子的特性通常用角动量描述, 它和偶极矩有一个确定的关系.

伴随电荷的运动必然产生并存在与其运动形式对应的电磁场, 对于自旋的实体荷电粒子, 则应该存在相对应的自旋电磁场. 另一方面, 作为电磁场的基本理论, 麦克斯韦的两个旋度方程, 是由涡旋电场和涡旋磁场的概念所导出, 它们隐含了自旋电磁场的存在.

本文提出了自旋电磁场的概念, 并由麦克斯韦方程组导出自旋方程. 与通常波动方程的解法不同, 本文把具有分布特性的源函数作为本征模式的一个组成部分, 从而由自旋方程导出齐次的本征方程. 从这个本征方程可以得到自旋电模和磁模, 而这种自旋模具有偶极子的偶极矩特性, 它也是自旋粒子相对应的电磁场结构. 自旋电模有两种表述形式, 电荷及对及磁流表述, 它们有相同的电矩. 但由于不同的源, 它们具有不同的能量和散度特性.

本文将分别从电磁场结构、波动特性、偶极子特性和动力学特性等方面讨论自旋电磁场.

1 自旋电磁场

1.1 波动方程

自由空间的麦克斯韦方程组为

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \bar{B} = \varepsilon\mu \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \mu \bar{J}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0, \quad (4)$$

式中 $\bar{E}$ 和 $\bar{B}$ 表示电场和磁感应强度, ρ 和 $\bar{J}$ 表示体

电荷密度和面电流密度. 令

$$\bar{E} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} - \nabla \phi, \quad (5)$$

$$\bar{B} = \nabla \times \bar{A}, \quad (6)$$

其中 $\bar{A}$ 为矢量位函数, ϕ 为标量位函数. 我们便得到波动方程:

$$\nabla^2 \phi - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (7)$$

$$\nabla^2 \bar{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu \bar{J}, \quad (8)$$

其中采用了洛伦兹规范

$$\nabla \cdot \bar{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0. \quad (9)$$

方程(7)和(8)是一组含源波动方程, 上述方程中的 ε 和 μ 为自由空间的媒质常数. 对于本征模式, 电磁场的空间分布不随时间而变. 传统上采用分离变量法, 假设本征模式的幅度随时间而做简谐或非简谐变化, 由此得到非齐次亥姆霍兹方程:

$$\nabla^2 \phi + k_0^2 \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (10)$$

$$\nabla^2 \bar{A} + k_0^2 \bar{A} = -\mu \bar{J}. \quad (11)$$

方程(10)和(11)不能直接求解, 通常在方程右边引入 δ 函数求点源的推迟解或格林函数^[19], 把微分方程变成积分方程求解. 或者引入边界条件, 求齐次方程的本征解.

1.2 自旋方程

上面介绍的时间空间变量分离方法中有一个关键的假设, 即电磁场幅度随时间而简谐变化, 它们对时间的变化率为 $d/dt = i\omega$, 结果出现了虚频率, 并由此得到波动方程和直线运动电磁波的解. 但是, 对于三维电磁场问题, 这个假设并不是唯一的选择. 下面我们采用另一种不同的方法.

假设在图 2 所示的球坐标下, 电磁场沿 ϕ 方向绕 z 轴转动, 且转动时电磁场结构不变. 我们不妨把它看成是一个定轴转动的旋转体, 旋转体上所有的点都有相同的角速度 $\omega_0 = d\phi/dt$. 对匀速转动, 这个角速度表示单位时间所转过的弧度, 也就是角频率, 不过这里它是一个实数.

标量位函数 $\phi(\bar{r}, t)$ 对时间的微分为 $d\phi(\bar{r}, t)/dt = \omega_0 \phi(\bar{r}, t)$. 把它代入方程(7), 令

$$k_0 = \omega_0 \sqrt{\varepsilon_s \mu_s}, \quad (12)$$

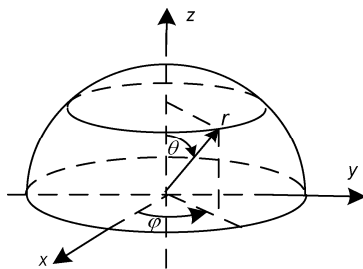


图2 球坐标系

便得到

$$\nabla^2 \phi - k_0^2 \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_s}. \quad (13)$$

对矢量位函数 $\bar{A}(\vec{r}, t)$ 作同样的处理, 方程(8)变成

$$\nabla^2 \bar{A} - k_0^2 \bar{A} = -\mu_s \bar{J}. \quad (14)$$

上述方程中, 下标“s”表示自旋模的媒质参数. 很明显, 方程(13)和(14)与亥姆霍兹方程(10)和(11)是不同的, 它们的解是自旋电磁场, 我们称它们为自旋方程.

1.3 自旋方程的本征解: 电模和磁模

在球坐标下, 方程(14)中的矢量 $\bar{A}(\vec{r}, t)$ 可分解为3个方向的分量:

$$\nabla^2 A_r - \frac{2}{r^2} \left(A_r + \frac{A_\theta}{\tan \theta} + \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} \right) - k_0^2 A_r = -\mu_s J_r, \quad (15)$$

$$\nabla^2 A_\theta + \frac{1}{r^2} \left(2 \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{A_\theta}{\sin^2 \theta} \right) - k_0^2 A_\theta = -\mu_s J_\theta, \quad (16)$$

$$\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} - k_0^2 A_\phi = -\mu_s J_\phi. \quad (17)$$

在上面的推导中我们利用了电磁场空间分布的旋转不变性, 即 $\partial/\partial\phi = 0$, 这适用于偶极子的情況. 可以看出, 关于 A_ϕ 的方程(17)与关于 A_r 和 A_θ 的方程(15)和(16)是相互独立的. 我们可以得到两组相互正交的解, 一组由 ϕ, A_r, A_θ 得到, 为电模; 另一组由 A_ϕ 得到, 为磁模.

(i) 自旋电模. 设标量位函数 ϕ 为

$$\phi(\vec{r}) = \phi_0 R(\sigma) \Theta(\theta) \Phi(\phi), \quad (18)$$

源函数为

$$\rho(\vec{r}) = \frac{4\varepsilon k_0^2 \phi(\vec{r})}{\sigma}, \quad (19)$$

式中 $\sigma = k_0 r$ 为归一化径向变量, 代入方程(13)得

$$\frac{\nabla^2 \phi}{\phi_0 R \Theta \Phi} - k_0^2 = \frac{1}{R} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{\Theta} \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right)$$

$$+ \frac{1}{\Phi} \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} - k_0^2 = -\frac{4\varepsilon k_0^2}{\varepsilon_s \sigma}. \quad (20)$$

由于转动时设电磁场结构不变, 因此取 $\Phi(\phi) = 1$.

$\Theta(\theta)$ 为沿 θ 方向的分量, 对偶极子取 $\Theta(\theta) = \cos \theta$,

它满足勒朗德方程: $\frac{1}{\Theta} \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) = -\frac{2}{r^2}$,

将 Φ, Θ 代入(20)式整理后, $R(\sigma)$ 则应满足方程:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left[\frac{4\varepsilon k_0^2}{\varepsilon_s \sigma} - \frac{2}{r^2} - k_0^2 \right] R = 0. \quad (21)$$

设

$$\varepsilon_s = \varepsilon \quad (22)$$

为自旋电模的等效介电常数, 则(21)式变为

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left[\frac{4k_0}{r} - \frac{2}{r^2} - k_0^2 \right] R = 0. \quad (23)$$

这是一个齐次方程, 它的本征解为 $R(r) = \sigma e^{-\sigma}$, 代入(18)式, 得到标量位函数 ϕ 的解为

$$\phi(r, \theta) = \phi_0 \sigma e^{-\sigma} \cos \theta, \quad (24)$$

其中归一化幅度系数为

$$\phi_0 = \frac{k_0 q}{4\pi \varepsilon}, \quad (25)$$

q 为等效电荷. 代入(19)式得到

$$\rho(\vec{r}) = 4\varepsilon k_0^2 \phi_0 e^{-\sigma} \cos \theta. \quad (26)$$

电荷密度与电位分布如图3所示.

用同样的方法, 在方程(15)和(16)中, 令

$$J_r(\vec{r}) = \frac{4k_0^2 A_r(\vec{r})}{\mu_s(\sigma+1)}, \quad (27)$$

$$J_\theta(\vec{r}) = -\frac{4k_0^2 A_\theta(\vec{r})}{\mu_s(\sigma+1)}, \quad (28)$$

设等效导磁率

$$\mu_s = \mu \quad (29)$$

我们可以得到

$$A_r(r, \theta) = A_0(\sigma+1)e^{-\sigma} \cos \theta, \quad (30)$$

$$\mu J_r(\vec{r}) = 4A_0 k_0^2 \cos \theta e^{-\sigma}, \quad (31)$$

$$A_\theta(r, \theta) = -A_0(\sigma+1)e^{-\sigma} \sin \theta, \quad (32)$$

$$\mu J_\theta(\vec{r}) = -4A_0 k_0^2 \sin \theta e^{-\sigma} \quad (33)$$

式中

$$A_0 = \frac{\mu k_0 q c}{4\pi} \quad (34)$$

由洛伦兹规范可以得到

$$A_0 = \sqrt{\varepsilon_s \mu_s} \phi_0. \quad (35)$$

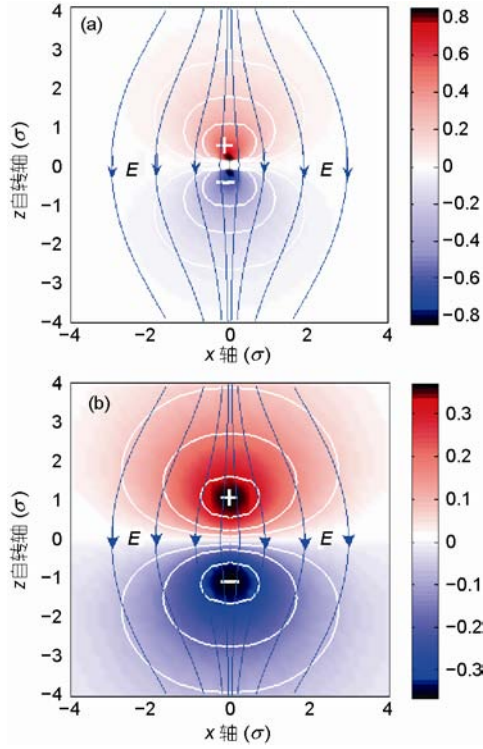


图3 自旋电模的电荷密度分布(a)及电位分布(b)

+/-号表示电荷极性, 蓝线表示电场线, 白线表示等位线. 该电磁场分布图位于通过 z 轴的横截面上, 采用归一化径向坐标 σ

由(5)和(6)式, 我们可以得到自旋电模的各分量:

$$B_\phi = A_0 k_0 \sigma e^{-\sigma} \sin \theta, \quad (36)$$

$$E_r = -2\omega_0 A_0 \cos \theta e^{-\sigma}, \quad (37)$$

$$E_\theta = \omega_0 A_0 (\sigma + 2) e^{-\sigma} \sin \theta. \quad (38)$$

可以验证, 它们满足麦克斯韦方程组. 另外, 方程(26), (31), (33)所示的电流电荷满足电流连续定律:

$$\nabla \cdot \bar{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (39)$$

自旋电模的场分布如图4所示.

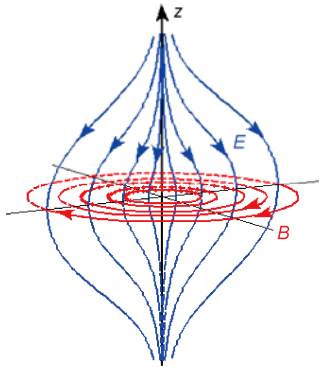


图4 自旋电模的电磁场分布

(ii) 自旋磁模. 解方程(17)可以得到自旋磁模的解. 令分布的环形电流

$$J_\phi(\bar{r}) = \frac{4k_0^2 A_\phi(\bar{r})}{\mu \sigma}, \quad (40)$$

代入方程(17), 与标量位函数 ϕ 的处理过程相同, 可以得到矢量位函数 A_ϕ 为

$$A_\phi(r, \theta) = A_0 \sigma e^{-\sigma} \sin \theta. \quad (41)$$

电流密度分布 J_ϕ 为

$$\mu J_\phi(\bar{r}) = 4A_0 k_0^2 \sin \theta e^{-\sigma}. \quad (42)$$

磁模的电流分布与矢量位分布如图5所示.

同样, 我们可以由(5)和(6)式得到磁模各电磁场分量的表示式:

$$E_\phi = -\omega_0 A_0 \sigma e^{-\sigma} \sin \theta, \quad (43)$$

$$B_r = 2k_0 A_0 \cos \theta e^{-\sigma}, \quad (44)$$

$$B_\theta = k_0 A_0 (\sigma - 2) e^{-\sigma} \sin \theta. \quad (45)$$

自旋磁模的电磁场分布如图6所示.

1.4 电模和磁模的自旋特征参数

很显然, 由 E_r, E_θ, B_ϕ 组成的电模和由 B_r, B_θ, E_ϕ

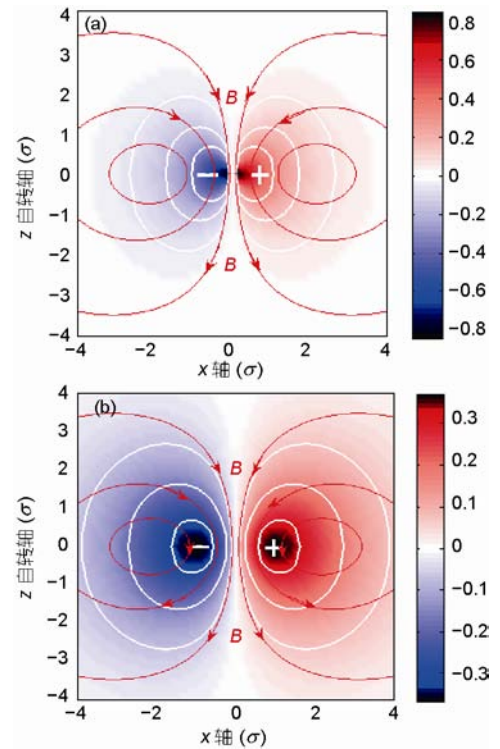


图5 自旋磁模的电流 J_ϕ (a)与磁位 A_ϕ (b)分布

红线表示磁场, 白线表示等位线, J_ϕ 与 A_ϕ 的方向垂直于纸面, +号表示流出纸面, -号表示流入纸面. 该电磁场分布图位于通过 z 轴的横截面上, 采用归一化径向坐标 σ

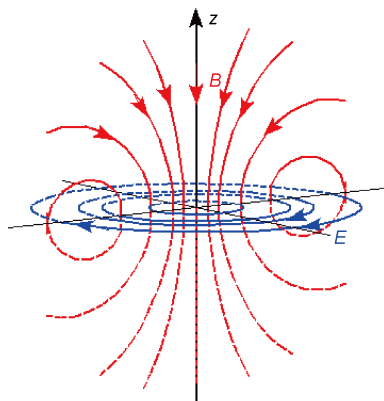


图6 自旋磁模的电磁场分布

电磁场是绕 z 轴旋转对称的, 这里只画了一个沿 z 轴截面
和垂直于 z 轴截面的电场

组成的磁模是互相正交的. 它们具有三个体现波动特性的参数, 即自旋频率、波数和特征(自旋)速度. 我们先给定自旋频率 ω_0 , 它可由激励源给出.

(i) 波数和本征半径. 自旋方程的本征值 $k_0 = \omega_0 \sqrt{\epsilon_s \mu_s}$ 被看成沿径向的波数, 由波数可以得到本征半径为

$$r_0 = \frac{1}{k_0}. \quad (46)$$

由归一化径向坐标 $\sigma = k_0 r = r/r_0$ 可知, r_0 为指数函数 $e^{-\sigma}$ 衰减到 $1/e$ 的距离, 它表示电磁场能量的集中程度. 另外在这个本征半径上, 我们可以得到沿 φ 和 θ 方向的特征波数为 $k_\varphi = k_\theta = 2\pi/l_0 = 2\pi/2\pi r_0 = 1/r_0 = k_0$, 它们也等于径向波数. 式中 l_0 表示在本征半径 r_0 处的圆周长.

(ii) 特征速度. 由(12)式, $k_0 = \omega_0 \sqrt{\epsilon_s \mu_s}$, 我们可以得到特征半径上电磁场的切向速度为 $v_0 = \omega_0 / k_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_s \mu_s}} = c$ 我们称它为特征速度. v_0 由介质的电磁参数或电磁场运动速度决定, 此处它等于自由空间的电磁波速度. 当 v_0 或媒质常数不变时, r_0 与 ω_0 成反比, 即频率越高, 特征半径越小, 能量密度越高.

2 自旋模的偶极矩: 能量和角动量

2.1 自旋电模

(i) 电偶极矩. 由自旋电模的感应电荷(26)式: $\rho(\bar{r}) = 4\epsilon k_0^2 \phi_0 e^{-\sigma} \cos\theta$, 我们可以计算它沿 z 向的电偶极矩:

$$P_z = \int_V \bar{r} \rho(\bar{r}) \cdot \hat{z} dV = \frac{qr_0}{2}. \quad (47)$$

这个结果表明, 自旋电模与电荷为 $\pm q$, 间距为 $l=r_0/2$ 的电偶极子有相同的电偶极矩.

(ii) 能量. 在整个空间对电场和磁场((36)~(38)式)的能量积分, 我们可以得到电磁能量分别为

$$\text{磁场能: } W_m = \frac{1}{2\mu_s} \int_V B_\varphi^2 dV = \frac{q^2}{16\pi\epsilon r_0},$$

$$\text{电场能: } W_e = \frac{\epsilon_s}{2} \int_V (E_r^2 + E_\theta^2) dV = \frac{5q^2}{16\pi\epsilon r_0},$$

$$\text{总的能量: } W = W_e + W_m = \frac{6q^2}{16\pi\epsilon r_0}. \quad (48)$$

我们也可以用电流、电荷计算能量为 $W^j =$

$$\frac{1}{2} \int_V (A_r J_r + A_\theta J_\theta) dV = \frac{5q^2}{16\pi\epsilon r_0}, \quad W^q = \frac{1}{2} \int_V \phi q dV = \frac{q^2}{16\pi\epsilon r_0},$$

总能量与电磁场计算结果相同.

从计算结果也可以看到, 电模的总能量与 r_0 成反比, 因此与 ω_0 成正比.

(iii) 角动量. 电模的自旋轴为 z 轴, 但角动量矢量不在 z 轴方向, 而在它的垂直方向, 即电偶极矩与角动量相互垂直. 为了计算角动量, 我们需要换一个坐标轴, 例如 x 轴. 在 x 轴上投影后, 自旋电磁场的角动量为

$$\begin{aligned} L_x &= \epsilon_s \int_V \bar{r} \times (\bar{E} \times \bar{B}) \cdot \hat{x} dV = \epsilon_s \int_V \bar{r} \times (E_r B_\varphi \hat{\theta}) \cdot \hat{x} dV \\ &= \frac{q^2}{8\pi\epsilon v_0} = \frac{2W_m}{\omega_0}, \end{aligned} \quad (49)$$

式中 W_m 是自旋电模的磁场能量.

2.2 自旋磁模

(i) 磁矩. 感应电流为 $J_\varphi(\bar{r}) = A_0 k_0^2 \sin\theta e^{-\sigma} / \mu$, 则沿 z 向的磁偶极矩为

$$M_z = \frac{1}{2} \int_V \bar{r} \times \bar{J}_\varphi \cdot \hat{z} dV = \frac{r_0 q v_0}{2}, \quad (50)$$

它相当于半径为 $r_0/2$ 、等效面电流密度为 qv_0 的电流形成的磁偶极子的磁矩.

(ii) 能量. 利用电磁场表达式(36)~(38), 我们分别计算电场和磁场能为 $W_e = \frac{\epsilon_s}{2} \int_V E_\varphi^2 dV =$

$$\frac{q^2}{16\pi\epsilon r_0}, \quad W_m = \frac{1}{2\mu_s} \int_V (B_r^2 + B_\theta^2) dV = \frac{q^2}{16\pi\epsilon r_0}, \quad \text{总能量}$$

为 $W = \frac{q^2}{8\pi\epsilon r_0}$. 它等于用感应电流计算得到的能量:

$$W^j = \frac{1}{2} \int_V A_\phi J_\phi dV = \frac{q^2}{8\pi\epsilon r_0}. \quad (51)$$

(iii) 角动量. 与电模的情况相同, 我们在 x 轴上投影, 自旋磁模的角动量为

$$\begin{aligned} L_x &= \epsilon_s \int_V \vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B}) \cdot \hat{x} dV = \epsilon_s \int_V \vec{r} \times (E_\phi B_r \hat{\theta}) \cdot \hat{x} dV \\ &= \frac{q^2}{8\pi\epsilon v_0} = \frac{2W_\epsilon}{\omega_0} = \frac{W}{\omega_0}, \end{aligned} \quad (52)$$

式中 W 为自旋磁模的总能量.

3 自旋电模的两种表述: 对偶方程与对偶场

电偶极子可用正负电荷、磁偶极子用环形电流表述, 这符合传统定义. 但很显然, 它们不对偶. 实际上, 它们分别代表了两种不同类型的偶极子, 一种用正负电荷或磁荷表示, 另一种用环形电流或环形磁流表示, 这两种表述无论在源还是在电磁场结构上都有一定差别, 这可从图 1(a)和(b)或图 4 和 6 看出. 它们的能量也不相同, 但是它们的电矩或磁矩是相同的. 我们可以从一种表述得到另一种表述.

我们重点讨论电模, 对磁模的处理完全可以用对应的逆过程得到.

3.1 自旋电模的电流分布

(31)和(33)式给出了球坐标下的电流分布, 在柱坐标下我们可以得到它的 z 向电流表示式:

$$\begin{aligned} J_\rho &= J_r \sin \theta + J_\theta \cos \theta \\ &= -\frac{A_0 k_0^2}{\mu} e^{-\sigma} \sin \theta \cos \theta + \frac{A_0 k_0^2}{\mu} e^{-\sigma} \sin \theta \cos \theta = 0, \quad (53) \\ J_z &= J_r \cos \theta - J_\theta \sin \theta \\ &= -\frac{A_0 k_0^2}{\mu} e^{-\sigma} \cos^2 \theta - \frac{A_0 k_0^2}{\mu} e^{-\sigma} \sin^2 \theta = -\frac{A_0 k_0^2}{\mu} e^{-\sigma}. \quad (54) \end{aligned}$$

可以看出, 电流是沿 z 向的, 它从正电荷流向负电荷, 如图 7 所示. 注意此时电流本身并不形成闭环, 它是一种感应电流. 电流和电荷满足电流连续定理(39)式, 电荷绕 z 轴的转动维持了电流的稳定.

3.2 对偶方程及自旋电模的等效磁流表述

令等效位移电流

$$\frac{\partial \bar{D}^*}{\partial t} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t},$$

则旋度方程(2)变成

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \frac{\partial \bar{D}^*}{\partial t}. \quad (55)$$

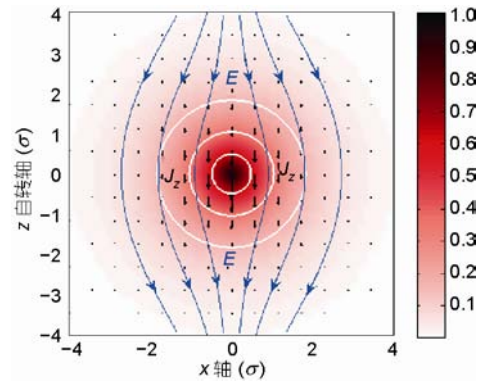


图 7 自旋电模的纵向电流(黑色箭头)及电场(蓝线)分布

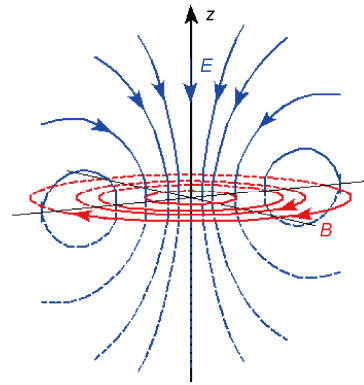


图 8 对偶形式的自旋电模

上标“*”表示磁流及其产生的电磁场. 改写(54)式为

$$\bar{E}^* = \frac{1}{\epsilon} \int_t \bar{J} dt + \bar{E}, \quad (56)$$

代入旋度方程 $\nabla \times \bar{E} = -\partial \bar{B} / \partial t$ 得到

$$\nabla \times \bar{E}^* = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \int_t \nabla \times \bar{J} dt. \quad (57)$$

令磁流源为

$$\bar{J}^* = -\frac{1}{\epsilon} \int_t \nabla \times \bar{J} dt, \quad (58)$$

则(57)式变成

$$\nabla \times \bar{E}^* = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \bar{J}^*. \quad (59)$$

此时

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{E}^* &= \nabla \cdot \bar{E} + \frac{1}{\epsilon} \int_t \nabla \cdot \bar{J} dt = \frac{\rho}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} \int_t \nabla \cdot \bar{J} dt \\ &= \frac{1}{\epsilon} \int_t \left(\nabla \cdot \bar{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dt = 0, \end{aligned} \quad (60)$$

其中利用了电流连续定理. 此时得到的方程组(55), (59)和(60)是麦克斯韦方程(1)~(3)式的对偶形式.

3.3 磁流源表述的自旋电模

(i) 电磁场结构. 将(31)和(33)式代入(58)式, 得到等效磁流表达式:

$$\bar{J}^* = -\frac{1}{\varepsilon} \int_t \nabla \times \bar{J} dt = -\frac{4A_0 k_0^3}{\omega_0 \varepsilon \mu} \sin \theta e^{-\sigma} = -4\omega_0 k_0 A_0 \sin \theta e^{-\sigma}.$$

对比(42)式可知, 这个环形磁流与磁模的环形电流是对偶的. 由(55)式可知, 变换后的磁场不变, 而变换后的电场不同, 可由(56)式得到. 将(37)和(38)式代入(56)式, 我们得到

$$E_r = 2\omega_0 A_0 \cos \theta e^{-\sigma}, \quad (61)$$

$$E_\theta = \omega_0 A_0 (\sigma - 2) e^{-\sigma} \sin \theta, \quad (62)$$

$$B_\phi = k_0 A_0 \sigma e^{-\sigma} \sin \theta.$$

用环形磁流表述的电磁场分布如图8所示, 显然它与用环形电流表述的磁模(图6)是对偶的.

(ii) 能量. 电场、磁场能量和由环形磁流计算的能量分别为

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{\varepsilon_s}{2} \int_V E_\phi^2 dV = \frac{q^2}{16\pi \varepsilon r_0}, \\ W_m &= \frac{1}{2\mu_s} \int_V (B_r^2 + B_\theta^2) dV = \frac{q^2}{16\pi \varepsilon r_0}, \\ W^* &= \frac{1}{2} \int_V A_\phi^* J_\phi^* dV = \frac{q^2}{8\pi \varepsilon r_0}. \end{aligned} \quad (63)$$

此时电场能等于磁场能, 且总能量与自旋磁模的总能量((51)式)相同.

(iii) 电偶极矩

$$\begin{aligned} P_z &= \frac{\varepsilon_s}{2} \int_V \bar{r} \times \bar{J}_\phi^* \cdot \hat{z} dV \\ &= \frac{\varepsilon_s}{2} \omega_0 A_0 \int_V r e^{-2\sigma} \sin^2 \theta dV = \frac{r_0 q}{2}. \end{aligned} \quad (64)$$

由此可知, 磁流环表述的自旋电模的电矩值与正负电荷表述的(47)式相等.

(iv) 角动量. 角动量的值与电荷表述的自旋电模相同, 但差一个负号, 即方向相反, 而且此时角动量与能量的关系为

$$\begin{aligned} L_x &= \varepsilon_s \int_V \bar{r} \times (\bar{E} \times \bar{B}) \cdot \hat{x} dV = \varepsilon_s \int_V \bar{r} \times (E_r B_\theta \hat{\theta}) \cdot \hat{x} dV \\ &= \frac{q^2}{8\pi \varepsilon v_0} = \frac{W}{\omega_0}. \end{aligned} \quad (65)$$

3.4 有散模与无散模

用正负电荷表述的电自旋模中的 z 向的电流可以分为两部分, 一部分为无散电流 ($\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$), 它表示

一个旋度场. 另一部分为无旋 ($\nabla \times \mathbf{J} = 0$) 电流, 它表示一个散度场. 用正负电荷表述的电自旋模是一个既具有散度又具有旋度的场, 其中散度电流满足电流连续定理(39)式, 它的矢量位的散度满足洛伦兹规范. 它是一种有散场, 即 $\nabla \cdot \bar{E} = \rho / \varepsilon$. 这种场的电场能大于磁场能, 对电偶极子, 电场能为磁场能的5倍.

用磁流源表述的自旋电模是一种无散自旋电模. 无散电流满足方程(58), 对方程两边积分得到

$$\nabla \times \bar{J} + \varepsilon \frac{\partial \bar{J}^*}{\partial t} = 0, \quad (66)$$

即电流的旋度, 或旋度电流与环形磁流连续. 电磁场无散 $\nabla \cdot \bar{E}^* = 0$, 电场能与磁场能相等.

用环形电流表述的自旋磁模, 是一种无散自旋模, 电场能与磁场能相等. 如果要得到有散磁模, 必须引入磁荷. 用磁荷表述的磁模可以用类似的过程得到. 此时磁模的磁场能大于电能.

4 进一步的讨论

4.1 关于涡旋电场及磁场: 谐振模

涡旋场是一种基本的物理现象. 例如, 在载流导线周围存在沿径向按距离倒数衰减的涡旋磁场(这种涡旋场需要实体电流), 麦克斯韦在此基础上提出位移电流的概念, 导出了旋度方程(2)式. 他还引入了涡旋电场的概念, 从而从法拉第的电磁感应定律得到了旋度方程(1)式^[19].

在金属及介质的波导或谐振腔中, 存在着各种不同形式的涡旋电场或磁场. 这些模式中的电场、磁场(包括涡旋场)的幅度分别随时间作简谐变化, 它们的最大值交替出现. 这些模式在边界上需要电流、电荷或偶极子的存在, 它们也随时间作简谐变化. 特别在球形腔中, 可以存在类似于本文描述的电或磁模的本征模式^[20]. 它们与自旋电磁场的差别, 由于自旋模没有边界, 它们的径向分布不同. 从数学上讲, 这些模式是通过解波动方程得到的, 而波动方程的导出是假设电磁场随时间作简谐振动. 它的解是作直线运动的电磁波, 而这些模式可以看成驻波形式的电磁波模式.

本文描述的自旋电磁场, 它的幅度不随时间变化. 自旋电磁场中的电场和磁场同时存在, 它们的转动维持了这种电磁场结构. 这很像自然界中的龙卷风或台风. 很自然, 它也是一种谐振模式, 其中存在

涡旋电场或磁场. 自旋模和谐振腔模的另一个差别是等效媒质参数, 它取决于自旋模的模式, 对于自旋模, 自旋模的等效介电常数为(22)式, 而等效磁导率为(29)式所示. 这是由于自旋模的旋转运动而产生的.

4.2 关于自旋电磁场的源

传统方法解波动方程时, 无论采用 δ 函数表示源或是用边界条件代替源变成齐次方程^[21], 都把源和场在空间上作了分离. 这是一种非常有效的数学技巧, 它们得到了广泛的应用. 但是在某些情况下, 特别在自由空间中, 所得到的解是非物理的, 需要特别处理奇异性问题.

本文采用分布源的概念, 把它作为电磁模式中的一个组成部分. 对于模式而言, 位和源有一个确定的关系, 本文给出了(19), (27), (28)及(40)式作为这个关系. 从数学上说, 这些关系是根据本征方程的需要而确定的, 由于源和场在空间中没有分离, 因此不存在奇异性. 从物理上说, 自旋模可以由二个不同层面的量表述: 场层面和源层面. 源和位在同一层面上, 我们称它为源层面, 这些关系给出了位函数所对应的源. 我们可以从源和位函数得到电场和磁场, 也可以反过来由电场、磁场得到源和位. 另外, 从前面对能量计算的结果看, 无论那种自旋模, 电或磁, 有散或无散, 电磁场的能量都等于源的能量, 这都反映了场和源的并协关系.

对电磁场而言, 有两种不同性质的源. 一种是实体的源, 如运动或转动电荷、电流, 另一种是感应源, 如位移电流、感应磁流等. 从前者我们可以得到有散的自旋模, 而后者则得到无散自旋模. 电磁场对自旋模的作用, 是通过洛伦兹力体现的, 它作用的对象是实体源. 因此电磁场与自旋模的作用, 只发生在有散自旋模上, 无散自旋模与电磁场不发生作用.

分布源的概念可以用波导或谐振腔中谐振模式的电流和电荷来类比, 在那里导体壁上的电荷电流和腔内的位移电流构成了该模式的分布源. 我们只需要采用电或磁的适当耦合便可激励, 而无需在空间中去构造一个这样的分布源. 用这种方法也可以描述自旋场与外部源和场的作用.

4.3 关于局域化和量子化

自旋电磁场具有局域性, 用特征半径表示. 由(46)式可知, 这个半径与频率有互为倒数的关系. 它

的能量与半径又为倒数关系((48)和(51)式). 从能量密度的角度看, 它与半径有负四次方的关系. 由此可见, 当频率很高时, 它的能量密度非常大, 而空间覆盖范围很小, 显示出粒子的特性. 而频率低时, 它的空间覆盖范围宽, 能量密度低, 波动特性明显. 当然, 这都是以人类探测的手段和尺度为标准的.

关于电磁场的量子化, 已有许多专著及教科书讨论^[22,23]. 量子化的主要问题, 是如何用能量、动量或角动量表示电磁场. 由于目前的量子化是以波动方程为基础的, 因此需要一定的假设.

本文所提出的自旋场具有量子化的特点, 即能量与频率成正比, 角动量(49), (52)和(65)式与频率无关. 自旋电磁场的系数(25)及(34)式中, 有一个待定量, 即电荷值, 它与激励有关. 如果我们设它等于电子的电荷值, 媒质常数为真空中的 $\epsilon_0\mu_0$, 并引入精细结构常数, $q = e/\sqrt{\alpha}$ 则角动量为

$$L_x = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0\nu_0} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0\alpha c} = \frac{\hbar}{2},$$

其中 $\hbar$ 为普朗克常数. 而无散电或磁自旋模的总能量((51)和(63)式)为, $W = \omega_0\hbar/2$. 有散自旋电模的总能量((48)式)为 $W = 3\omega_0\hbar/2$.

另外, 自旋模的偶极矩与角动量相互垂直, 这反映了其电动力学与力学性能间的关系.

5 结语

麦克斯韦方程组的传统解法, 是假设电磁场的幅度随时间而作简谐或非简谐变化, 从而得到波动方程并形成了目前广泛应用的电磁场理论和模式理论体系. 这种传统的电磁场理论被认为是一种宏观的理论体系, 不适用于微观世界. 所谓宏观和微观的分界, 或经典电动力学的适用界限, 其实并没有一个明确的值, 通常认为在原子尺度范围内^[24]. 但是笔者认为, 这个分界方法与其用尺度判断, 不如用处理对象有否自旋为标准判断更符合实际.

本文提出了麦克斯韦方程的另一种解法, 它的出发点是电磁场作旋转运动. 由此, 本文导出了自旋方程, 并得到了它在自由空间的自旋运动电磁场. 而传统的波动方程得到的解是直线运动的电磁波. 这是两种解的第一个不同之处, 即电磁场运动状态不同. 两种解的第二个不同之处是, 前者得到的是局域解, 而后者得到的是全域解. 对于全域解, 由于涉及

无穷空间,它在能量、动量及角动量等的电磁场量子化等都遇到困难,必须采用特殊的方法或假设.而对于局域解,这些量子化的值可以在全空间直接积分得到,而无需特别假设.第三个不同之处是源的处理方法,对于传统解法,得到的全域解往往导致体积无穷小、值无穷大的源^[24],需要引入 δ 函数来表示.这实际上是一种纯数学方法,在处理宏观问题时,它可以有效地分离源和场.而本文解法得到的局域解,源和场都是分布的,只是形式不同,无需引入非物理的形式.源和场并存并具有并协关系.

两种不同解法适合于两类不同运动状态的电磁场,即直线运动和自旋运动.它们在电磁场基本理论方面是完全一致的,麦克斯韦方程及由此导出的公式都完全正确并在本文中得到应用.

实际上,本文导出的自旋方程与量子力学中的薛定谔方程有十分密切的关系,其中用于描述标量位函数 ϕ 的方程(23),如改用量子力学的变量符号并适当整理后,就得到薛定谔方程.方程中与电位对应的变量,在量子力学中被赋予概率波函数的概念,其幅度的平方表示电荷出现的概率.由于有相同形式的方程,薛定谔方程所描述的场也应该是旋转和局域的,这符合微观物理世界的基本特征.标量的薛定

谔方程的解具有局域性,但无法直接得到自旋的结果.而本文提出的自旋场则是一个矢量场,当然,除电位外,它还需要矢量位函数及其方程.

偶极子广泛存在于自然界.偶极子的性能是通过它与电磁场的作用体现的,其中最主要的电学参数是偶极矩.例如,媒质的宏观电磁参数可用极化强度 P 和磁化强度 M 表示,它等于单位体积内偶极矩的和.在量子物理中,自旋电子、核子在电磁场作用下的进动,轨道与自旋的耦合都可以用偶极矩描述.由光电效应可得到自旋电子的角频率、能量和角动量等.但这些都是偶极子的表观参数,并不是内部电磁结构.图1给出的经典偶极子的电磁场图像只是一个示意图,它不能给出电磁场方向和幅度分布及电荷、电流分布等.本文通过自旋电磁场的求解,得到了具体的电磁结构.由这个电磁场结构出发,得到了偶极子的各种表观物理量.包括以传播常数、角频率及特征速度为标志的波动参量,以偶极矩为标志的电磁学参量,以能量和角动量为标志的力学参量及以特征半径为标志的空间局域特性.这些都符合已有的对偶极子测量或分析的结果,由此我们可以推断,自旋电磁场可以用于表示偶极子的电磁结构.这为我们进一步的分析研究工作创造了条件.

参考文献

- 1 Hecht E. Physics: Calculus. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing Company, 2004. 624–633
- 2 Purcell E M. Electricity and Magnetism. New York: McGraw-Hill, 1965. 369–371
- 3 Stratton J A. Electromagnetic Theory. New York: McGraw-Hill, 1941. 185–186
- 4 Ulaby F T. Fundamental of Applied Electromagnetic. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall, 2004. 199–200
- 5 Stratton J A. Electromagnetic Theory. New York: McGraw-HILL, 1941. 256–257
- 6 Kong J A. Electromagnetic Wave Theory. Cambridge, Massachusetts: EMW Publishing, 2005. 513–518
- 7 Stutzman W L, Thiele G A. Antenna Theory and Design. New York: Wiley Publishing Inc, 1998. 19–24
- 8 Kong J A. Electromagnetic Wave Theory. Cambridge, Massachusetts: EMW Publishing, 2005. 80–88
- 9 Jackson J D. Classical Electrodynamics. New York: John Wiley & Sons Inc, 1999. 181–184
- 10 Wolf S A, Awschalom D D, Buhrman R A, et al. Spintronics: A spin-based electronics vision for the future. Science, 2001, 294: 1488–1495
- 11 Awschalom D D, Flatté M E. Challenges for semiconductor spintronics. Nat Phys, 2007, 3: 153–159
- 12 Wang F, Jia H H, Zhang H L, et al. Thermal entanglement in a mixed-spin Heisenberg XXZ model under a nonuniform external magnetic field. Sci China Ser G-Phys Mech Astron, 2009, 52: 1919–1924
- 13 Yang Z L, Li Q H, Ruan F X, et al. FDTD for plasmonics: Applications in enhanced Raman spectroscopy. Chinese Sci Bull, 2010, 55: 2635–2642
- 14 王克锋, 刘俊明, 王雨. 单相多铁性材料——极化和磁性序参量的耦合与调控. 科学通报, 2008, 53: 1098–1135
- 15 Zutic I, Fabian J, Das Sarma S. Spintronics: Fundamentals and applications. Rev Mod Phys, 2004, 76: 323–410
- 16 Wei H R, Di Y M, Wang Y. Synthesis of some three-qubit gates and their implementation in a three spins system coupled with Ising interaction. Sci China-Phys Mech Astron, 2010, 53: 664–671
- 17 李峰, 辛林远, 马於光, 等. 有机自旋电子学的应用研究进展. 科学通报, 2008, 53: 2865–2871
- 18 Yan G P, Peng L, Jian S Q, et al. Spin probes for electron paramagnetic resonance imaging. Chinese Sci Bull, 2008, 53: 3777–3789
- 19 陈秉乾, 舒幼生, 胡望雨. 电磁学专题研究. 高等教育出版社, 2001. 71–73, 119–123

- 20 张克潜, 李得杰. 微波与光电子学中的电磁理论(第二版). 北京: 电子工业出版社, 2001. 280
- 21 Stinson D C. Intermediate Mathematics of Electromagnetics. New Jersey: Prentice-Hall Inc, 1976. 159–164
- 22 周邦融. 量子场论. 北京: 高等教育出版社, 2007. 50–54
- 23 倪光炯, 陈苏卿. 高等量子力学. 上海: 复旦大学出版社, 2004. 158–180
- 24 陈秉乾, 舒幼生, 胡望雨. 电磁学专题研究. 北京: 高等教育出版社, 2001. 395–397

· 动 态 ·

有机蓝光材料、蓝光主体材料的研究进展

有机电致发光二极管, 简称 OLED, 在全彩色平板显示和固态白光照明等领域展示出诱人的前景, 引起了人们极大的关注. 目前, 蓝光材料的关键性能还需要进一步地改善与提高. 原理上有两条途径可以选择: 一种是开发高效率的蓝色荧光材料; 另一种是开发新型蓝色磷光材料.

在高效率蓝色荧光材料开发方面, 中国科学院化学研究所有机固体重点实验室刘云圻课题组研发了系列高性能蒽类衍生物发光材料. 该类材料以芳香烃苯环联二苄为分子骨架、高发光效率的蒽为活性单元, 具有很强的发光效率和良好的热稳定性. 基于这类蓝光材料的器件最高效率达到 5.1 cd/A, 为该类材料的国际最好结果之一. 该课题组利用部分能量下转换和自身构型诱导低能发射, 制备了高效率、稳定的白光发射器件, 其最大效率高达 14.8 cd/A, 最高亮度达 50248 cd/m², 为白色荧光体系最好的结果之一^[1]. 与绝大多数文献报道的方法相比, 该研究利用主体的低能发射与客体的高能发射互补成白光, 这种方法尚属首例.

在蓝色磷光材料开发方面, 该课题组开发了系列蓝色磷光主体材料. 研究表明, 主体材料的结构、物化性能对磷光客体分子的发射有很大的影响. 该课题组对分子结构与性能之间的关系进行了深入研究, 设计了一种以苄基为构建单元的拓扑型主体材料, 并成功用于蓝色磷光器件^[2].

目前, 高效率的蓝光器件制备还只局限于小分子蒸镀法, 这种制备方法需要在高真空中进行, 不利于节能和降低成本. 该课题组开发了小分子溶液法制备器件, 其制备的蓝色磷光器件, 最高效率达 24.3 cd/A, 最高亮度 47902 cd/m², 与小分子蒸镀法制备的器件性能相当^[3].

在众多的蓝色磷光材料里, FIrpic 凭其超高的效率和

亮度脱颖而出, 成为当前发光领域的明星分子. 但其发射峰位于 474 nm 处左右, 是一天蓝色发射材料, 发射光谱很宽, 引起发射色不纯, 因而限制了其用途. 深入的研究表明, FIrpic 在稀溶液、低极性或非极性溶剂中会发出更蓝的光. 基于此发现, 刘云圻课题组提出了“固态溶液”的概念, 并设计了能与 FIrpic 分子形成固体溶液的主体材料——一种以苯基联二苄为构建核的咪唑类衍生物. 该化合物具有很高的热稳定性和三线态能级, 能与 FIrpic 形成分子程度的分散, 从而抑制了发射团之间的相互作用引起的发射色不纯和效率降低, 实现了其本征的发射, 最大发射峰位于 467.9 nm (图 1)^[4]. 这一研究将为蓝色磷光主体材料的设计提供新的指导思想.

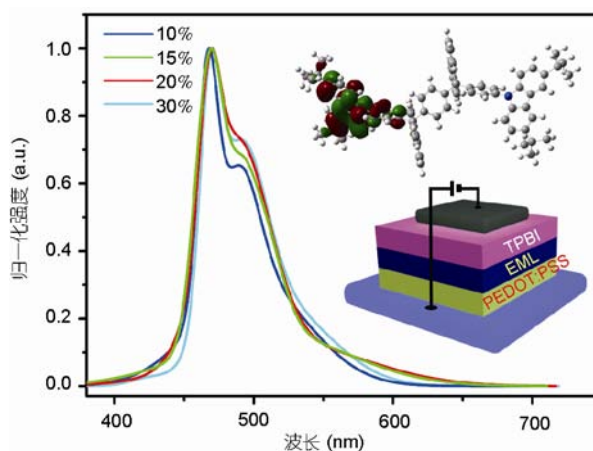


图 1 不同掺杂浓度薄膜器件的电致发光图谱、主体材料及器件结构图

- 1 Ye S H, Chen J M, Di C A, et al. Phenyl-substituted fluorene-dimer cored anthracene derivatives: Highly fluorescent and stable materials for high performance organic blue- and white-light-emitting diodes. J Mater Chem, 2010, 20: 3186–3194
- 2 Ye S H, Liu Y Q, Di C A, et al. Wide-energy-gap host materials for blue phosphorescent organic light-emitting diodes. Chem Mater, 2009, 21: 1333–1342
- 3 Ye S H, Liu Y Q, Lu K, et al. An alternative approach to constructing solution processable multifunctional materials: Their structure, properties, and application in high-performance organic light-emitting diodes. Adv Funct Mater, 2010, 20: 3125–3135
- 4 Ye S H, Liu Y Q, Chen J M, et al. Solution-processed solid solution of a novel carbazole derivative for high-performance blue phosphorescent organic light-emitting diodes. Adv Mater, 2010, 22: 4167–4171