

岩石孔隙结构的统计模型

鞠杨^{①②*}, 杨永明^①, 宋振铎^{①③}, 徐文静^{①④}

① 中国矿业大学煤炭资源与安全开采国家重点实验室, 北京 100083;

② Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, The University of Calgary, 2500 University Drive NW Calgary, AB T2N 1N4;

③ 中国煤矿机械装备有限责任公司, 北京 100011;

④ Department of Materials and Metallurgy, The University of Utah, Salt Lake City, Utah 84112

* E-mail: juy@cumtb.edu.cn

收稿日期: 2007-05-31; 接受日期: 2007-07-03

国家重大基础研究规划项目(批准号: 2002CB412705)和教育部“新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-05-0215)资助

摘要 通过砂岩 CT 扫描实验研究了岩石孔隙的几何特征与分布规律, 给出了孔隙的形心坐标, 孔隙间距、孔隙数和孔径的统计特征与各自分布的概率密度函数. 利用 Monte Carlo 法和随机数算法生成了具有相同统计参数和概率密度函数的随机数序列来模拟孔隙位置、数量和孔径的随机分布. 借助 FLAC^{3D} 程序按照随机数序列分配的孔隙位置和统计特征构建了岩石三维孔隙结构模型. 在此基础上, 应用该模型研究了巴西圆盘劈裂破坏时的应力分布、单元破坏方式以及破裂单元的连通情况. 研究表明: 孔隙模型具有与真实岩石孔隙结构一致的孔隙统计特征和较好的几何相似性, 该模型可以直观地反映孔隙特征对应力分布、破坏方式以及破裂连通性的影响.

关键词

孔隙结构
统计模型
重构
岩石
应力分布

天然岩石含有大量不同尺寸的孔隙或孔洞, 这些孔隙直接影响着岩石的物理、力学和化学性质, 如强度、弹性模量、渗透性、连通性、电导率、波速、颗粒吸附力、岩石储层产能等. 认识和定量刻画孔隙结构对岩石性质的影响, 对于解决石油、地质、采矿、冶金、土木和水利工程中的实际问题具有十分重要的意义.

然而, 天然孔隙跨尺度无序分布, 数量多且形态复杂, 准确地描述孔隙结构特征, 并从理论上建立这种定量描述与岩石宏观性质之间的关系十分困难. 人们更多地利用实验手段来观察孔隙岩石的表观物理、力学和化学性质的变化, 从而间接地反映孔隙结构特征及其影响. 孔隙岩石就像一个“黑箱”, 人们更多关注的是各种表观物理、力学和化学过程“经过”这个“黑箱”后的变化. 但是, 这种表观描述无法定量地解析岩石孔隙连通性、毛细管压力、渗透系数变化、孔隙多相流与孔隙相互作用、浸透性质、孔壁应力分布等一系列对孔隙岩石表观性质起决定作

用的内部机制. 人们需要一个可靠的孔隙结构模型, 利用这个模型, 上述内部机制以及决定孔隙岩石表观性质的本构关系就可以定量地确定出来, 而这一点仅靠表观实验观测是得不到的.

就我们所知, 孔隙结构模型的研究已有多年的历史, 特别是在冶金、化工、生物、地质、石油以及地下工程领域, 相继提出过毛细管模型(capillary models)^[1-4], 基于过程模型(process-based models)^[5-7]、随机堆积模型(random packing models)^[8-11]、孔隙网络模型(pore-scale network models)^[12-16]以及统计模型(statistical models)^[17-23]来描述孔隙结构及其物理、力学和化学性质. 粗略地讲, 这些模型可分为重建模型(reconstruction models)和非重建模型(non-reconstruction models)两大类, 重建模型目的在于构建真实的三维孔隙结构, 如过程模型和统计模型; 而非重建模型的目的则是利用虚拟模型来阐述或解释实验所观察到的表观性质, 如毛细管模型和网络模型. 随着计算机的计算和存储能力的提高, 统计模型吸引了人们越来越多的注意力, 一些基于统计分析的三维孔隙模型相继出现, 与真实孔隙结构相比, 这些模型具有很好的几何相似性^[17-23]. 然而, 最近的研究发现, 尽管一些三维孔隙结构模型与真实孔隙结构相比具有很好的几何相似性, 但是, 基于模型所获得的相对渗透率、成形系数和传输性质等物理力学量与实验值相比有非常大的差别, 目前绝大多数孔隙结构模型尚不足以准确地分析和预测孔隙介质的物理力学性质^[24-26].

产生这些矛盾的原因, 作者认为可能有以下几个方面. (1) 真实孔隙结构十分复杂, 它们无序地分布在各个尺度范围内, 通过实验获得完备的孔隙结构信息, 并从理论上准确地刻画孔隙极为困难; 同时, 孔隙形状不规则, 边界粗糙, 数学和物理上很难处理. (2) 孔隙结构模型和原型之间的相关性并没有被完备地确定下来, 采用少数几个基于统计特性相似的控制方程来确定孔隙结构, 并不能确保模型与原型结构相吻合. (3) 目前大多数孔隙结构模型是在二维平面信息的基础上构建的, 然而, 很多情况下, 二维平面信息与实际三维结构信息具有完全不同的几何和物理含义^[23]. 在多大程度上我们可以依赖二维平面信息来构建真实的三维孔隙结构是一个尚待研究的问题^[17,18]. 因此, 建立一个可靠的岩石孔隙结构模型来满足工程应用的需要尚有相当长的距离, 无论是在模型理论方面还是在计算机实现方面, 均有许多关键问题有待解决.

针对上述问题, 本文通过 CT 扫描实验获得岩石孔隙的 CT 图像, 研究了岩石孔隙的几何特征及分布规律, 建立了孔隙的概率密度函数和累积分布函数. 在此基础上, 利用统计学方法和计算机随机生成技术, 构建了一个具有相同孔隙统计特征和概率分布函数的岩石三维孔隙结构模型. 同时, 为了校验模型的有效性, 我们利用模型分析了岩石的劈裂破坏和应力分布, 并与实验值和解析解进行了对比. 该研究为探索建立反映真实孔隙结构特征的孔隙岩石模型提供了一条途径.

需要说明的是, 本文目的是探索岩石三维孔隙结构的模拟与生成方法, 并非要解决上述分析谈到的所有问题, 更深入的分析会在后续文章中进行讨论.

1 孔隙的 CT 扫描实验

采集同样地质条件下的红砂岩制作 10 个圆柱体试件, 应用 113 型氦孔隙率仪测试了全部样品的孔隙率, 实测值为 22.9%~23.8%. 同批 4 个试件用于 CT 扫描, 以探明孔隙几何特征及其分布规律, 6 个试件用于测试单轴抗压强度和弹性模量等参数. CT 扫描所用的 4 个圆柱体试

件的直径为 24.54~24.77 mm, 平均值为 24.65 mm; 高度为 43.51~47.71 mm, 平均值为 45.96 mm; 孔隙率范围为 23.0~23.6%, 平均值为 23.3%。加载条件 4‰ mm/s 下平均单轴抗压强度为 37.2 MPa。每个试件扫描范围为试件中部 1/3 高度, 自上而下间隔 80 μm, 连续扫描 200 层。横截面 CT 图像为 512×512 像素的灰度图, 如图 1(a)所示。CT 图像中每个像素点的灰度在 0~255 内变化, 不同灰度值反映了图像各点不同的物理状态。

为了提取孔隙结构信息, 我们首先对 CT 图像进行二值化处理, 即对图像进行阈值分割。选取某个灰度值 T 为阈值, 灰度值大于或等于阈值 T 的像素点, 其灰度均被重新设置为 1, 小于阈值 T 的像素点, 其灰度均被重新设置为 0, 即

$$g(i, j) = \begin{cases} 1 & f(i, j) \geq T, \\ 0 & f(i, j) < T, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $f(i, j)$ 代表像素点 (i, j) 的初始灰度值, $g(i, j)$ 表示二值化后像素点 (i, j) 的灰度值。这样得到一个黑白图像, 黑色像素($g=0$)代表孔隙, 而白色像素($g=1$)代表固体介质。

一个关键的问题是如何确定合适的阈值 T 使得二值化的 CT 图像能够合理地反映孔隙群体构成, 确保我们能够获得建模所需要的孔隙结构参数。为解决这个问题, 本文采取以下方法。1) 从 200 张横截面 CT 图像中, 按照一定的间距选取扫描图像, 使得任意相邻的两个图像所截取的孔隙相互独立, 即没有被两个相邻横截面同时截取的孔隙。2) 设置多个阈值, 应用 Particle 图像程序^[27]对所选取的 CT 图像进行多次阈值分割, 分别计算给定阈值下图像的“计算孔隙率”, 即黑色像素面积与试件横截面积之比。假设孔隙数量和平均粒径沿样品高度方向 (Z 方向) 均匀分布, 则易知“计算孔隙率”等于样本孔隙率。3) 对比“计算孔隙率”与样本实测孔隙率, 取与实测孔隙率最接近的“计算孔隙率”所对应的阈值作为 T , 由此得到的黑白图像可认为是孔隙图像。孔隙初始 CT 图像与二值化图像如图 1 所示。

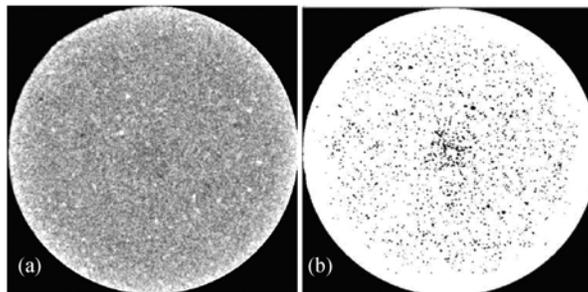


图 1 岩石 CT 图像与二值化

(a) 原始 CT 扫描图像, 实测孔隙率 23.2%; (b) 二值化图像, 计算孔隙率 23.0%

2 孔隙参数及概率分布

2.1 孔隙统计参数

二值化孔隙 CT 图像给出了孔隙平面内的分布状态, 如图 1(b)。从 CT 图像中提取孔隙结构参数, 如孔隙位置、间距、数量、粒径以及它们的统计性质, 对于利用计算机生成相似的孔

隙结构至关重要. 为此, 本文应用上述方法, 对间隔 15 个扫描层、两两相互独立的CT图像逐一进行二值化处理, 得到各层孔隙分布的黑白图像. 通过Particle程序^[27]和MatLab编程^[28]分别计算得出各扫描层内孔隙的位置坐标, 包括单个孔隙的形心坐标和孔隙群的形心坐标 (\bar{i}, \bar{j}) 、孔心距 R (即单个孔隙形心坐标到孔隙群形心坐标的距离)、孔隙圆心角 θ (即单个孔隙形心与孔隙群形心的连线与参考坐标轴的夹角)以及孔隙间距 L (即两两孔隙形心之间的距离), 这些参数完整地描述了孔隙的相互位置关系. 图 2 给出了孔心距 R 、孔隙圆心角 θ 以及初始参考坐标轴的几何定义.

孔隙群的形心坐标 (\bar{i}, \bar{j}) 可表示为

$$\bar{i} = \frac{\sum A_{i,j} \cdot i}{\sum A_{i,j}}, \quad \bar{j} = \frac{\sum A_{i,j} \cdot j}{\sum A_{i,j}}, \quad (2)$$

其中 $A_{i,j}$ 表示像素点 (i, j) 的面积. 实际上每个像素点放大后是具有一定宽度和高度的微正方形, 如图 3 所示, 每个像素点代表约 0.00238 mm^2 的实际面积. 每个孔隙包含一定数目的像素点, 孔隙面积等于所包含的所有像素点的面积之和. 由于 i, j 分别表示像素点的横纵坐标, 因此孔隙群的形心坐标 (\bar{i}, \bar{j}) 是以像素点位置来表示的.

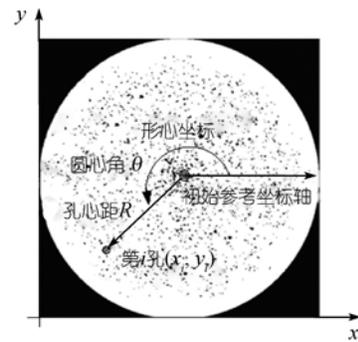


图 2 孔隙群的形心坐标、圆心角、参考坐标轴的定义

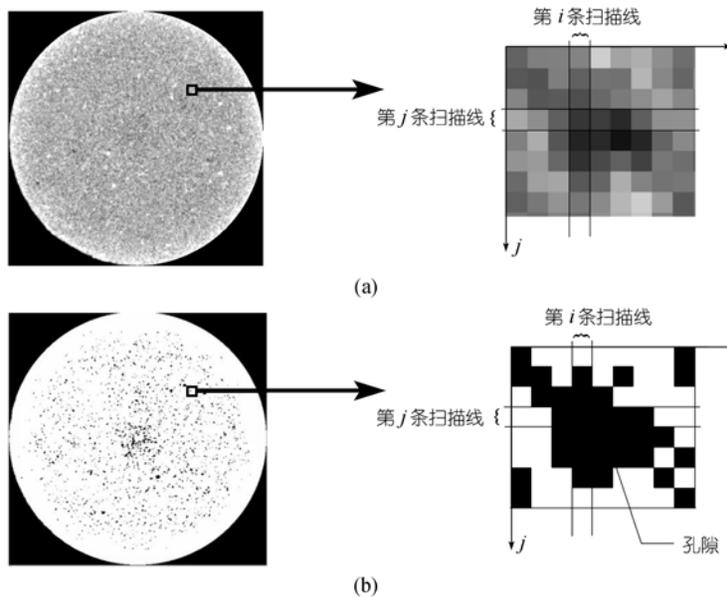


图 3 孔隙图像结构与像素点
(a) 灰度图像; (b) 二值化图像

单个孔隙形心到孔隙群形心的距离即孔心距为 R , 可表示为

$$R = \sqrt{(i - \bar{i})^2 + (j - \bar{j})^2}. \quad (3)$$

面内孔隙孔心距的平均值和均方差写成

$$\mu_R = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sqrt{(i_k - \bar{i})^2 + (j_k - \bar{j})^2}, \quad (4)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \left(\sqrt{(i_k - \bar{i})^2 + (j_k - \bar{j})^2} - \mu_R \right)^2}{N}}. \quad (5)$$

这里孔心距也是采用像素点的数目来表示的.

类似地, 孔隙圆心角的均值 μ_θ 和均方差 σ_θ 可表示为

$$\mu_\theta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta_i, \quad (6)$$

$$\sigma_\theta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\theta_i - \mu_\theta)^2}{n}}, \quad (7)$$

与孔心距不同, 这里孔隙圆心角的单位为度.

表 1 列出了 #1~#4 号试件各层孔隙群的形心坐标 (\bar{i}, \bar{j}) 、孔心距 R 和孔隙圆心角 θ 均值和均方差的计算结果, 该数据给出了各扫描层内孔隙相对于整个圆形截面的位置关系.

为获得孔隙数的分布规律, 本文将 360° 圆周角划分为 20 个等间隔区间, 利用自编程序计算出每个角度区间内孔隙的数量, 以及占整个圆形截面孔隙总数的比例, 即圆周孔隙密度, 得到孔隙数沿周向的概率密度分布. 图 4~7 绘出了 #1~#4 号试件各层孔隙数沿周向的概率密度分布.

对于孔隙间距的分布情况, 考虑到孔隙间距的范围为 $0 < L \leq 25$ mm, 我们将孔隙间距也划分为 20 个相等的区间, 运用上述自编程序计算出落入每个区间内的孔隙间距的个数, 得到各层孔隙间距的累计分布. 图 8~11 绘出了 #1~#4 号试件各层孔隙间距的分布.

为获得孔隙孔径的分布规律, 我们再利用二值化 CT 图像, 如图 3(b), 根据每个孔隙包含的像素点的数目确定出各个孔隙的面积, 假设单个孔隙为圆形, 则可以得到孔隙的“等效半径” r , 由此确定最大的“等效半径”为 0.9 mm. 将孔隙“等效半径” r 按照 0.05 mm 间隔分成 18 个相等的区间, 计算出不同孔径区间内孔隙的个数及其占整个图像孔隙总数的比例, 即孔径密度. 图 12~15 绘出 #1~#4 号试件各扫描层孔径 r 的概率密度分布情况.

2.2 概率分布函数

CT 实验结果与统计分析的结构如下.

1) 各层孔隙群的形心基本位于像素点 $(\bar{i}, \bar{j}) = (256 \pm 2, 256 \pm 2)$ 范围内, 十分接近圆形截面的中心. 孔心距 R 和孔隙圆心角 θ 的均值以及较大的均方差表明, 各层孔隙均匀地散布在一个较宽的范围内, 基本覆盖圆形截面.

表 1 孔隙群的形心坐标 (\bar{i}, \bar{j}) 、孔心距 R 和孔隙圆心角 θ 的均值和均方差

| 扫描层编号 | 孔隙群的形心坐标 | | 孔心距 R | | 孔隙圆心角 θ | | |
|--------|-----------|-----------|---------|------------|----------------|-----------------|--------|
| | \bar{i} | \bar{j} | μ_R | σ_R | μ_θ | σ_θ | |
| #1 号试件 | 1015 | 256.0 | 256.3 | 158.98 | 70.07 | 178.41 | 104.67 |
| | 1030 | 254.3 | 254.6 | 159.90 | 62.81 | 183.94 | 103.81 |
| | 1045 | 253.8 | 254.1 | 158.64 | 62.81 | 178.32 | 104.03 |
| | 1060 | 261.5 | 261.8 | 158.42 | 61.62 | 179.67 | 104.89 |
| | 1075 | 255.8 | 256.0 | 156.86 | 60.06 | 176.26 | 103.83 |
| | 1090 | 254.8 | 255.0 | 159.39 | 59.00 | 178.28 | 103.92 |
| | 1105 | 257.0 | 257.2 | 157.75 | 57.16 | 180.25 | 104.34 |
| | 1120 | 252.0 | 252.2 | 154.18 | 58.29 | 178.17 | 103.02 |
| | 1135 | 253.6 | 253.8 | 154.09 | 58.66 | 172.43 | 102.48 |
| | 1150 | 253.3 | 253.6 | 153.88 | 58.27 | 176.94 | 103.30 |
| | 平均值 | 255.2 | 255.5 | 156.91 | 60.88 | 178.27 | 103.83 |
| | 2015 | 257.4 | 257.6 | 156.51 | 65.34 | 178.61 | 104.84 |
| #2 号试件 | 2030 | 254.7 | 254.9 | 157.19 | 67.03 | 177.85 | 103.99 |
| | 2045 | 257.0 | 257.2 | 157.44 | 65.91 | 180.33 | 104.72 |
| | 2060 | 255.8 | 256.0 | 157.79 | 66.05 | 182.26 | 104.54 |
| | 2075 | 257.4 | 257.6 | 156.99 | 68.43 | 183.83 | 104.59 |
| | 2090 | 254.3 | 254.5 | 160.00 | 67.20 | 177.29 | 104.47 |
| | 2105 | 263.9 | 264.0 | 161.74 | 65.66 | 182.77 | 105.59 |
| | 2120 | 259.4 | 259.6 | 160.01 | 67.02 | 183.66 | 104.93 |
| | 2135 | 253.1 | 253.3 | 160.92 | 69.18 | 174.76 | 103.46 |
| | 2150 | 253.7 | 253.9 | 158.30 | 68.50 | 174.50 | 103.63 |
| | 平均值 | 256.7 | 256.9 | 158.69 | 67.03 | 179.59 | 104.48 |
| | 3015 | 252.0 | 252.1 | 161.34 | 72.51 | 180.75 | 102.72 |
| | 3030 | 256.8 | 257.0 | 160.85 | 69.35 | 176.81 | 103.89 |
| #3 号试件 | 3045 | 254.7 | 254.9 | 160.36 | 66.16 | 179.85 | 104.18 |
| | 3060 | 256.5 | 256.7 | 158.31 | 63.94 | 183.25 | 104.93 |
| | 3075 | 253.2 | 253.3 | 161.99 | 62.01 | 177.26 | 105.01 |
| | 3090 | 258.8 | 257.9 | 157.34 | 61.09 | 178.95 | 105.07 |
| | 3105 | 254.7 | 254.8 | 157.26 | 62.01 | 174.97 | 104.62 |
| | 3120 | 256.1 | 256.3 | 158.53 | 62.07 | 177.44 | 105.57 |
| | 3135 | 257.3 | 257.5 | 155.84 | 60.99 | 181.01 | 105.14 |
| | 3150 | 256.3 | 256.5 | 158.59 | 61.02 | 180.83 | 104.56 |
| | 平均值 | 255.6 | 255.7 | 159.04 | 64.12 | 179.11 | 104.57 |
| | 4015 | 253.6 | 253.8 | 159.81 | 70.07 | 174.77 | 104.08 |
| | 4030 | 255.0 | 255.2 | 159.05 | 67.64 | 173.76 | 103.81 |
| | 4045 | 255.9 | 256.1 | 157.15 | 70.22 | 177.83 | 104.48 |
| #4 号试件 | 4060 | 256.3 | 256.5 | 156.74 | 67.38 | 176.76 | 104.73 |
| | 4075 | 257.7 | 257.8 | 156.64 | 64.21 | 179.05 | 105.25 |
| | 4090 | 252.9 | 253.1 | 155.76 | 62.89 | 173.47 | 102.85 |
| | 4105 | 252.6 | 252.8 | 156.01 | 61.51 | 175.99 | 103.38 |
| | 4120 | 251.8 | 251.9 | 155.63 | 63.04 | 177.45 | 103.11 |
| | 4135 | 252.4 | 252.5 | 156.42 | 63.53 | 174.50 | 103.80 |
| | 4150 | 254.7 | 254.9 | 156.53 | 64.75 | 178.51 | 104.08 |
| | 平均值 | 254.3 | 254.5 | 156.97 | 65.52 | 176.21 | 103.96 |

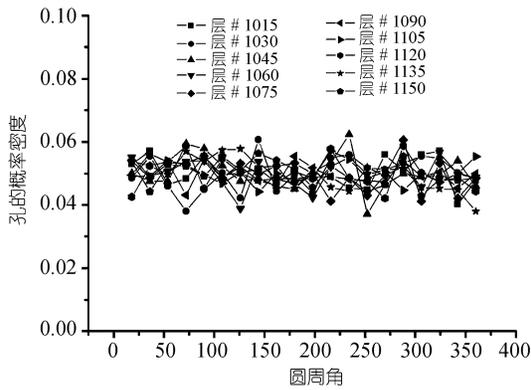


图4 #1试件各层孔隙数沿周向的概率密度分布

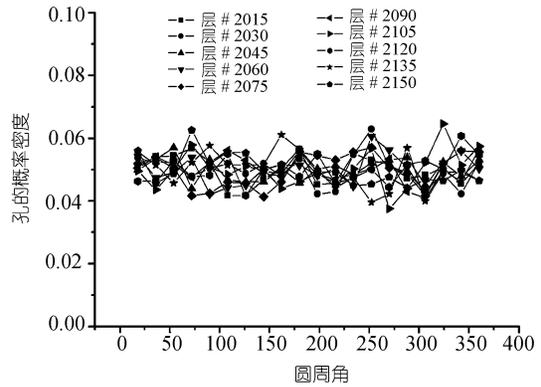


图5 #2试件各层孔隙数沿周向的概率密度分布

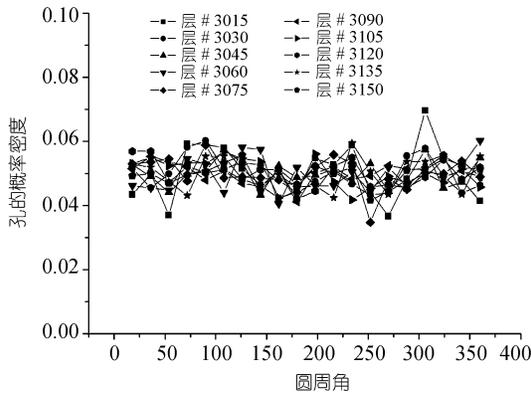


图6 #3试件各层孔隙数沿周向的概率密度分布

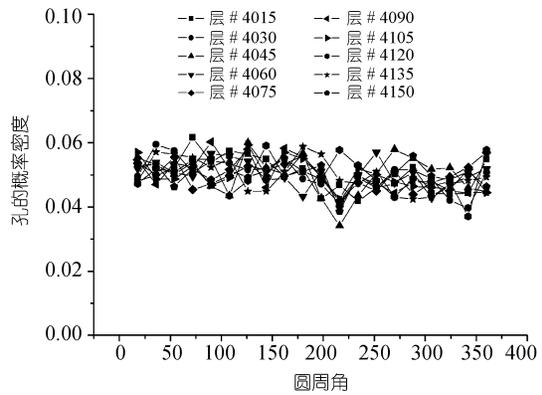


图7 #4试件各层孔隙数沿周向的概率密度分布

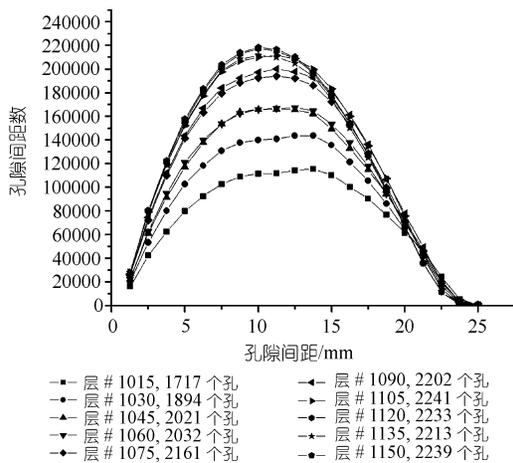


图8 #1试件扫描层内孔隙间距的累计分布

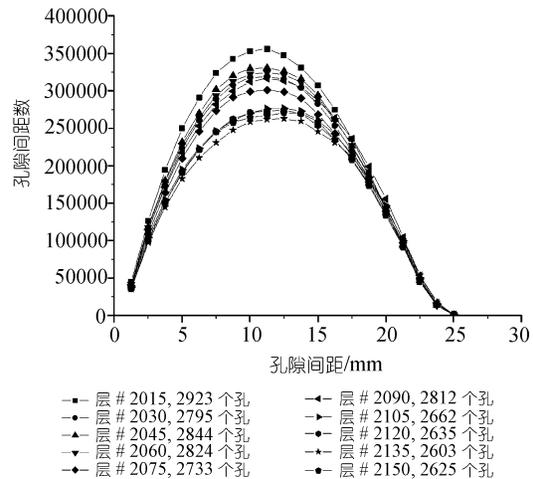


图9 #2试件扫描层内孔隙间距的累计分布

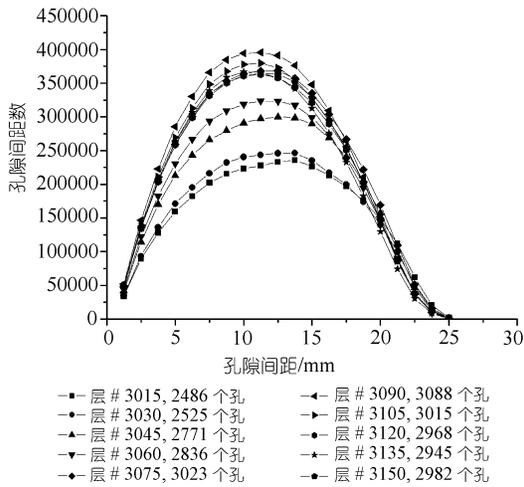


图 10 #3 试件扫描层内孔间距的累计分布

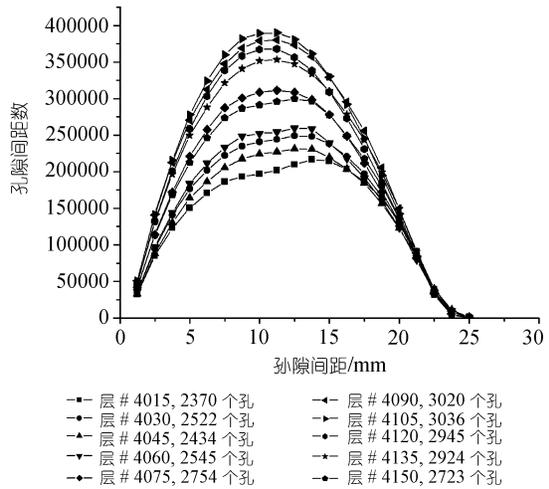


图 11 #4 试件扫描层内孔间距的累计分布

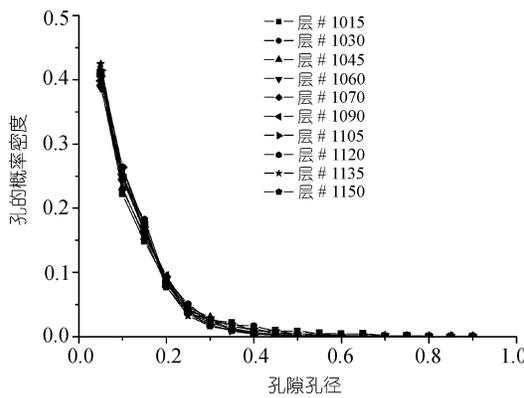


图 12 #1 试件各层孔隙孔径的概率密度分布

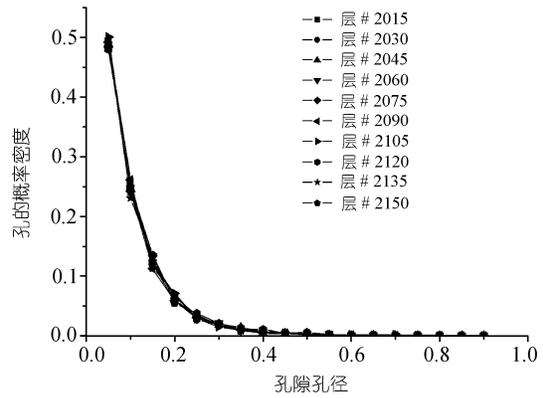


图 13 #2 试件各层孔隙孔径的概率密度分布

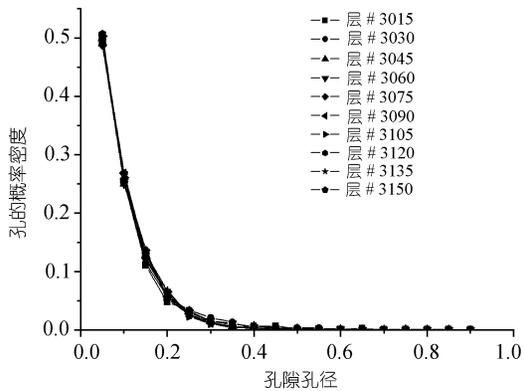


图 14 #3 试件各层孔隙孔径的概率密度分布

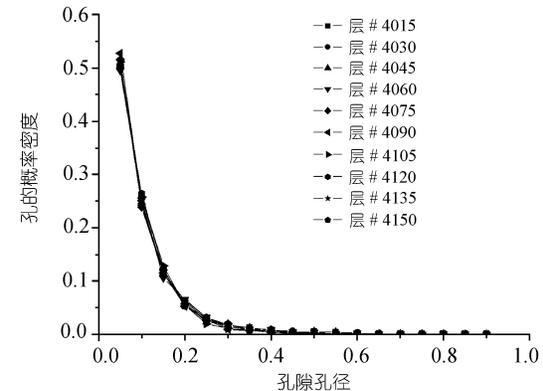


图 15 #4 试件各层孔隙孔径的概率密度分布

2) 各层孔隙数沿周向的概率密度分布集中在一个很窄的范围内(见图4~7), 近似为一个常量, 表明孔隙数沿圆周近似于均匀分布.

3) 孔隙间距的分布曲线以均值为中心, 左右对称; 间距分布的峰值由中央向两侧逐渐均匀递减, 间距在 10~13 mm 的孔隙数量居多. 随着各层孔隙数目的增多, 孔隙间距分布曲线的峰值增大. 表明: 孔隙间距的分布符合高斯正态分布.

4) 孔隙孔径由小到大其密度呈递减趋势, 其概率密度为指数分布规律.

针对这些特征, 本文以下给出孔隙数沿周向均匀分布的概率密度函数, 孔隙间距的高斯分布函数以及孔隙孔径的指数概率密度函数.

孔隙数沿周向分布的概率密度函数可表示为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & (a \leq x \leq b), \\ 0, & (\text{其他}). \end{cases} \quad (8)$$

由于随机孔隙数目沿圆周方向均分为 20 个等长区间, 若孔隙数均匀分布, 则应满足

$$f(x) = \frac{1}{20-0} = 0.05, \quad (0 \leq x \leq 20). \quad (9)$$

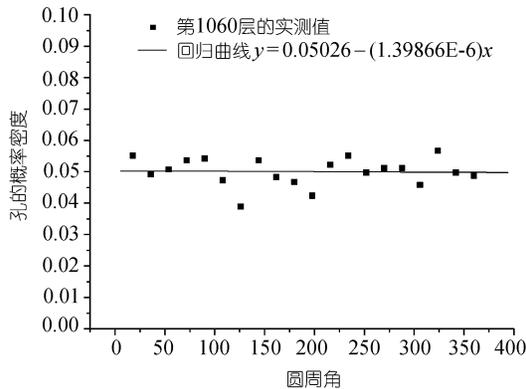


图 16 #1 试件#1060 层孔隙沿周向分布的拟合

我们对各层孔隙数进行拟合, 得到随机孔隙数沿周向均匀分布的概率密度函数近似为

$$f(x) = 0.0515 - 0.0000189x, \quad (10)$$

其中 $f(x)$ 表示周向分布的孔隙数的概率密度; x 为随机变量(孔隙数). 公式右边第二项系数很小, 可以忽略不计. 对比(9)和(10)式表明, 孔隙数沿周向的均匀分布条件得到满足. 作为例子, 图 16 给出了#1 试件#1060 层孔隙数周向分布的拟合结果.

对于孔隙间距 L 分布, 采用如下高斯分布函数对图 8~11 所测得的孔隙间距进行拟合.

$$y = y_0 + \left(\frac{A}{B\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \right) e^{-2\left(\frac{L-L_0}{B}\right)^2}, \quad (11)$$

其中 y_0 、 L_0 、 A 和 B 均为统计参数. 研究发现, 对于本文实验而言, 公式中的统计参数随砂岩各层孔隙数量呈线性变化, 可以统一地采用孔隙数 N 来表示, 即

$$L_0 = 15.4 - 0.002N, \quad (12)$$

$$y_0 = -525763.4 + 213.2N, \quad (13)$$

$$A = 1.984E7 - 6791N, \quad (14)$$

$$B = 54.74 + 0.0183N. \tag{15}$$

代入(11)式即可得到孔隙间距的分布函数 y . 作为例子, 图 17 给出了#1 试件#1120 层孔隙间距的拟合结果, 表明高斯函数(11)~(15)式较好地反映了孔隙间距的分布状况.

考虑到孔隙孔径 r 的指数分布规律, 经对各层孔隙孔径数据的拟合, 采用如下的概率密度函数 $g(r)$ 来反映孔隙孔径的分布.

$$g(r) = C \times \exp\left(-\frac{r}{D}\right) + E, \tag{16}$$

其中 C, D 和 E 为统计参数, 本文条件下各层孔隙的统计参数的平均值为 $C=0.6832, D=0.0988, E=-0.0025$. 作为例子, 图 18 给出了#3 试件#3135 层孔隙孔径的概率密度分布的拟合情况, 概率密度函数 $g(r)$ 与实测数据相吻合.

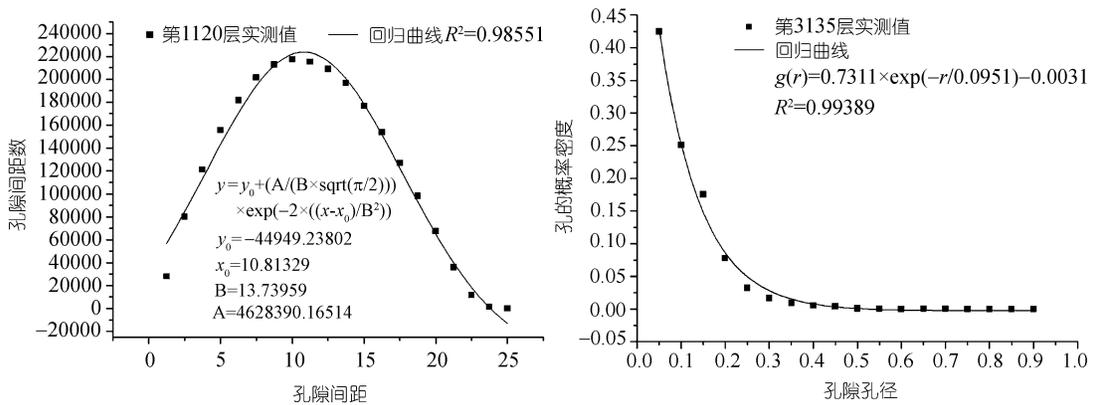


图 17 #1 试件#1120 层孔隙间距分布的拟合 图 18 #3 试件#3135 层孔隙孔径的概率密度分布的拟合

3 统计模型与计算机生成

为了模拟岩石三维孔隙结构, 根据所得到的各层孔隙的位置、间距、孔隙数和孔径的统计参数及概率分布函数, 应用 Monte Carlo 方法、随机数生成算法和自编程序, 首先生成两个与实测统计参数和分布函数相一致的随机数序列. 一个是 N 行 3 列的随机数序列, 反映孔隙的空间位置和间距分布, 统计参数和概率密度函数符合表 1 特征、均匀分布((10)式)和高斯分布((11)~(15)式), 该随机数序列控制着孔隙的三维空间分布. 另一个是 1 行 M 列的随机数序列, 反映孔隙孔径的随机分布, 统计参数和概率密度满足指数规律((16)式). 同时, 孔隙个数按照实测孔隙率和孔径分布确定, 孔隙数分布满足周向均匀分布规律.

由于孔隙的空间位置、尺寸和数量随机变化, 有限元程序在网格划分、单元尺寸和单元数量的控制方面存在很大困难, 三维孔隙结构的力学计算难以进行. 为解决此问题, 我们利用自编程序将生成的随机数序列导入 FLAC^{3D} 中, 利用 NULL 模型命令, 在随机数序列“分配”的单元位置处, “挖空”单元形成孔隙; 再利用 FLAC^{3D} 内嵌的 FISH 语言, 按照指定的位置和间距, 不断地循环执行“挖空”命令, 形成包含 N 个孔的孔隙网格模型, 这样生成的孔隙结构与真实孔隙结构具有相同的孔隙统计分布特征和规律.

图 19 为应用该方法生成的孔隙率分别为 3%, 7%, 15% 和 23% 的岩石三维圆盘模型及其横截面图. 考虑到 FLAC 程序对单元最小尺寸的限制, 我们将 CT 实验实测的孔隙半径按等比例放大, 保持孔隙率和孔隙统计分布特征不变, 取圆盘模型直径为 200 mm, 高 100 mm, 最大孔隙半径 5.5 mm. 对比发现: 孔隙岩石模型与实际孔隙岩石具有较好的几何相似性.

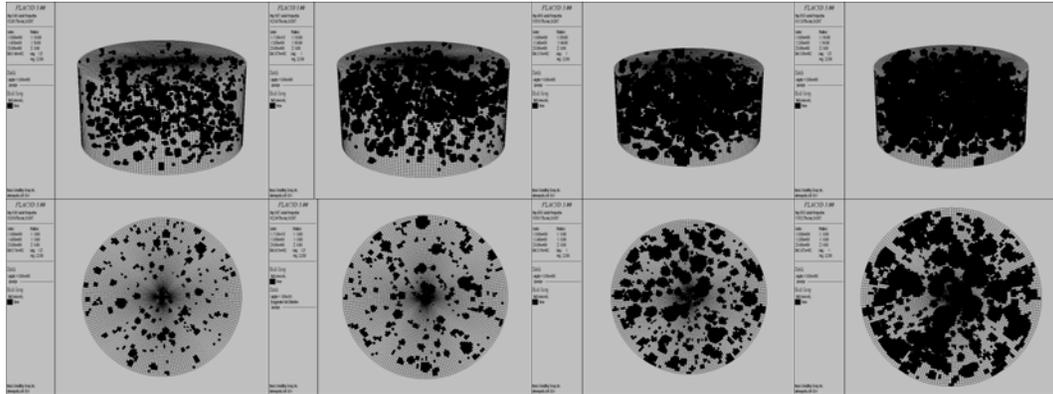


图 19 三维孔隙岩石的计算机重建模型

上排为孔隙结构的三维全貌图, 下排为对应位置处的横截面图; 孔隙率从左至右分别为 3%, 7%, 15% 和 23%

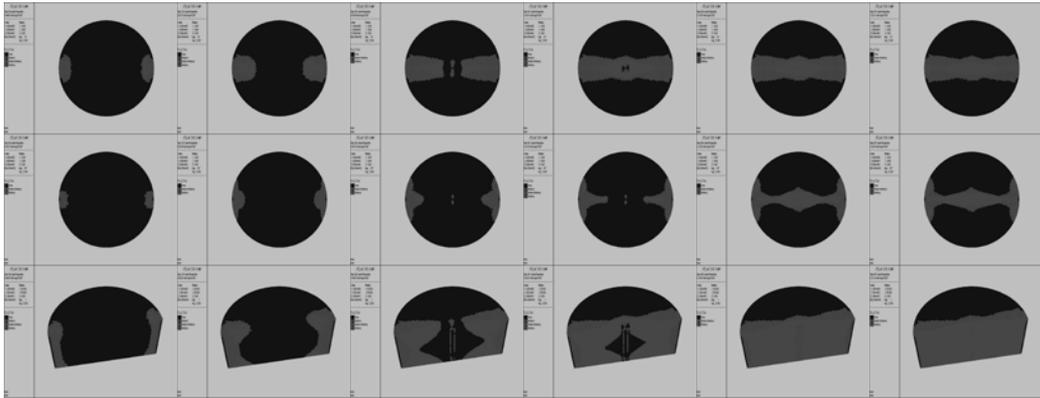
需要注意的是, 圆盘模型中的孔隙位置、间距和孔径大小均由计算机程序按照给定的随机分布函数随机生成, 当孔隙率较大时(>20%), 由于单元最小尺寸和网格划分的原因, 部分孔径较大的孔隙单元在随机“挖空”时出现了相互接触或交叉现象, 导致视觉上部分孔隙单元的尺寸大于试验的砂岩孔隙的尺寸. 此外, 横切面的厚度也会影响孔隙的显示效果和视觉尺寸.

4 孔隙圆盘的劈裂过程模拟

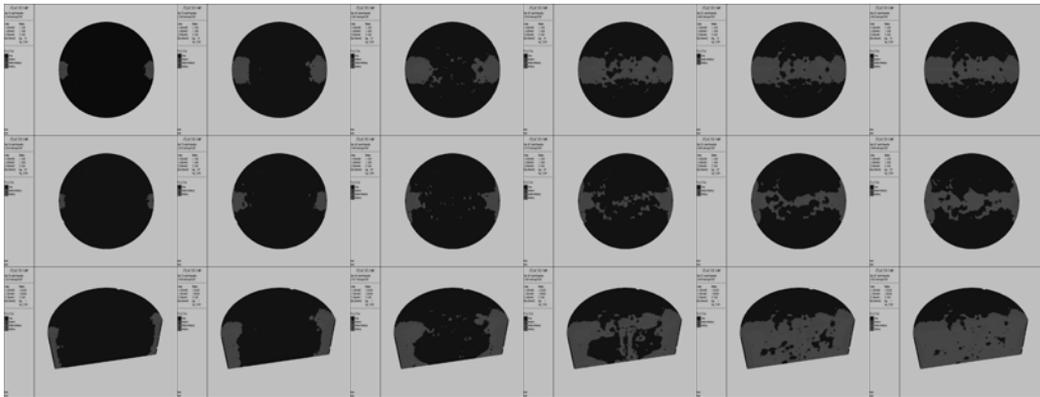
为校验模型的有效性, 我们利用 FLAC^{3D} 模拟和分析了巴西圆盘的劈裂破坏过程. 圆盘模型中的孔隙单元被赋予 Null 材料, 固体介质被赋予 Mohr-Coulomb 材料, 剪切模量为 7 Gpa, 体积模量 26.9 Gpa, 单轴抗拉强度 1.2 MPa. 模型左右两端沿 X 轴方向施加线荷载, 边界为无约束边界. 为探讨孔隙对岩石劈拉性能的影响, 本文分别计算了 3%, 7%, 15% 和 23% 四种孔隙率下圆盘模型的劈拉应力及其分布, 并与无孔巴西圆盘的理论和数值解进行了对比. 图 20 分别给出了不同加载时刻下无孔和四种不同孔隙率下圆盘的应力分布、单元破裂状态以及破裂单元的连通情况. 这里所说的加载时刻由荷载比来定义, 所谓荷载比是指某种孔隙率下模型各个阶段实际施加的劈裂荷载与模型发生劈裂破坏时的最大荷载之比. 图 20 显示了荷载比 5%、20%、50%、70% 和 100% 时模型的破坏情况.

计算模拟表明, 高拉应力和材料单元破坏总是首先出现在邻近加载端的表面上, 随后拉应力和单元破坏开始在试件内部扩展. 孔隙显著影响试件劈裂破坏时的应力分布、单元破坏方式以及破裂连通区的分布.

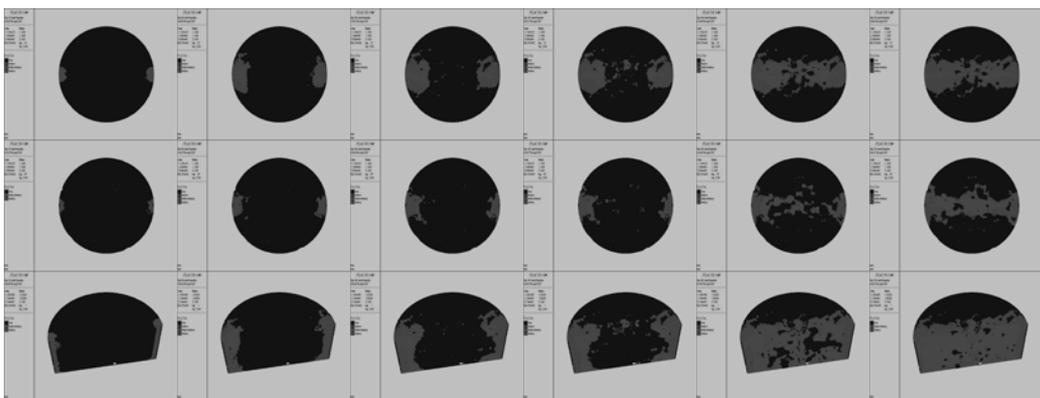
对于无孔圆盘而言, 试件的应力和单元破坏对称分布. 拉应力区和破坏单元首先出现在加载端附近, 随后开始在试件内部由两端沿圆盘 X 轴方向对称地向中心扩展. 劈裂过程中出



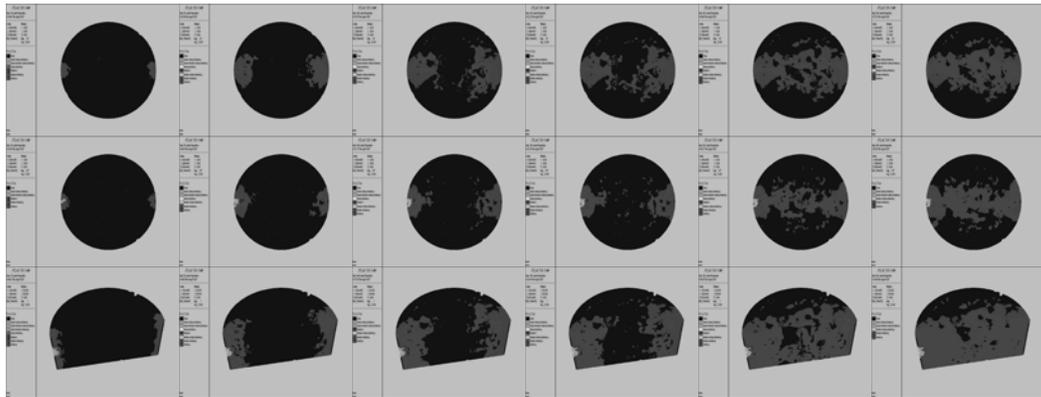
(a)



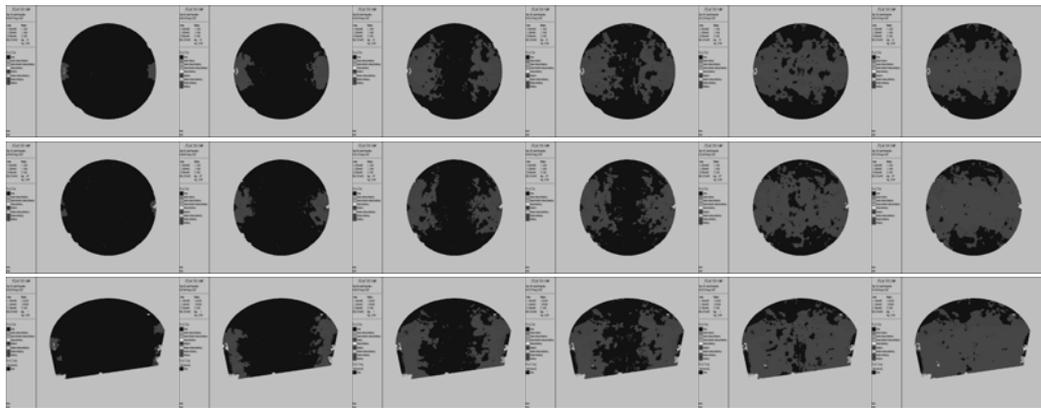
(b)



(c)



(d)



(e)

图 20 不同孔隙率岩石圆盘的劈拉应力分布、单元破坏状态与破裂单元的连通情况

(a) 孔隙率 0% 的无孔圆盘; (b) 孔隙率 3% 的圆盘; (c) 孔隙率 7% 的圆盘; (d) 孔隙率 15% 的圆盘; (e) 孔隙率 23% 的圆盘. 第一种孔隙率情况下, 上、中、下排分别显示了试件表面、中间横截面以及中部纵向剖面的应力分布、单元破坏状态以及破裂单元的连通情况, 从左至右各个级段的荷载比依次为 5%, 20%, 40%, 50%, 70% 和 100%

现了两种类型的单元破坏方式, 即拉应力引起的破裂, 图中深红色区域所示, 以及拉应力引起的屈服, 图中的粉红色区域所示. 随荷载增大, 拉应力引起的单元破裂区按“沙漏”形状不断地扩展连通, 即表面破裂单元的连通速度高于内部单元, 这种扩展连通一直延续到试件中部的纵向剖面完全破坏, 试件劈裂成两部分. 图 20(a)深红色和粉红色区域直观地显示了破裂单元和屈服单元的连通情况. 试件最终破坏时在表面形成一个较窄的对称于 X 轴的破裂带. 观察表明: 无孔圆盘的单元破坏只有拉应力引起的破裂和屈服两种类型.

孔隙率 3% 时, 在峰值劈裂荷载的 30% 以前, 高应力和破坏单元的出现与无孔圆盘的相类似. 但随荷载增加, 应力分布和单元破坏的对称性消失, 开始显现孔隙的影响. 材料单元的破坏方式仍然是拉应力引起的破裂和屈服两种. 拉应力引起的破裂单元分布逐渐远离圆盘中部的纵向剖面, 如图 20(b)深红色区域, 破裂单元区逐个相互连通, 并非如无孔圆盘所观察到的

由两侧逐步向中间扩展, 不再出现“沙漏”状的破裂连通区. 最终破坏时圆盘表面的破裂带不对称、粗糙且偏离表面中心轴. 图 20(b)由拉应力引起的破裂区显示了这种破坏方式与无孔时的差别. 同样地, 伴随破裂区的发展, 试件中部的纵向剖面附近出现了不规则的由拉应力引起的塑性屈服破坏区.

孔隙率 7%时, 由于孔隙的影响, 当荷载增加至峰值劈裂荷载的 20%时, 试件加载端附近就开始出现不对称的应力和单元破坏现象. 破坏单元连通和扩展的模式与孔隙率 3%时的情形十分类似. 试件表面以及中间横截面上的粗糙破裂带的范围与孔隙率 3%的相接近. 与孔隙率 3%的情形相比, 一个显著的差别是由拉应力引起的粉红色的塑性屈服区的扩展范围明显增大, 如图 20(c). 材料单元的破坏模式仍然是由拉应力引起的破裂和屈服两种类型.

孔隙率达到 15%时, 当施加的荷载小于峰值劈裂荷载的 10%时, 试件加载端邻域开始出现了不对称应力和单元破坏现象. 与低孔隙率情况相比, 试件较大范围内出现了不对称应力和由拉应力引起的破裂连通区. 劈裂破坏发生时, 试件表面和中间横截面上破裂带的范围分布更宽、形状更粗糙. 这些特征体现了孔隙对应力分布和破坏规律的影响. 大孔隙率对材料性能的另一个显著影响是劈裂过程中部分单元出现了剪切失效, 如图 20(d)中的绿色区域所示, 表明孔隙数量较多时部分孔隙周边出现了较大的剪应力, 这部分单元破坏可能是拉应力或剪应力作用的结果.

孔隙率增至 23%时, 同样, 试件荷载小于峰值劈裂荷载的 10%时, 试件加载端邻域出现了不对称应力和单元破坏现象. 当荷载进一步增至峰值劈裂荷载的 40%时, 与低孔隙率情况相比, 无论在试件表面还是在中间横截面上, 由拉应力引起的单元破坏, 包括破裂和屈服两种模式, 均占据了较大的面积. 当所施加的荷载接近峰值时, 破裂单元在中部纵向剖面内完全连通, 试件劈裂成两部分. 与此同时, 试件外表面和内部中间横截面出现了大面积的由拉应力引起的屈服区, 如图 20(e). 这些特征均体现了孔隙对岩石劈裂力学性质的影响. 此外, 由于高孔隙率的影响, 该阶段更多的单元出现了剪切失效的现象. 单元破坏形式表现为拉伸与剪切共同作用的方式.

除了影响材料内部的应力分布、单元破坏与失效机制外, 数值模拟还表明: 孔隙也直接影响岩石的强度. 孔隙率 3%时模型劈裂破坏时的最大拉应力 1.04 MPa; 孔隙率 7%时该值降为 0.97 MPa; 孔隙率 15%时最大拉应力计算值 0.82 MPa; 孔隙率 23%时最大拉应力计算值 0.76 MPa. 与无孔岩石介质劈裂破坏时的最大拉应力相比分别下降了 11%, 17%, 30%和 35%, 表明孔隙率的增加降低了岩石的劈裂抗拉强度.

上述观测和分析表明: 孔隙显著影响孔隙岩石的应力分布、单元破坏方式、破裂单元的连通性质以及劈裂抗拉强度. 孔隙岩石劈裂过程中材料单元的破坏方式主要表现为拉应力引起的破裂和屈服, 当孔隙率达到 15%时, 少量单元出现了剪切失效模式. 也就是说, 当孔隙率达到 15%时, 材料单元破坏表现为拉伸与剪切共同作用, 而不仅仅是由拉应力引起的破坏. 显然, 这些性质不同于弹性理论假设岩石为无孔连续介质的计算结果, 这可以解释岩石劈裂抗拉强度实验值总是小于弹性理论值的原因. 此外, 所得到的破裂单元的连通情况及分布区域有助于分析孔隙岩石的连通性、浸透性以及多相流与孔隙相互作用的机制.

5 结论

通过砂岩CT扫描实验获取岩石孔隙的几何信息和统计分布特征后, 尝试利用Monte Carlo方法和随机数生成算法, 通过自编程序和FLAC^{3D}重建了一个具有相同孔隙统计特征和概率密度函数的岩石三维孔隙结构模型. 研究得到以下结论.

1) 各层孔隙的形心十分接近于圆形截面中心, 孔隙数沿圆周近似于均匀分布; 孔隙间距符合高斯正态分布; 孔隙孔径由小到大其密度呈指数递减规律. 本文给出了各自分布的统计参数和概率密度函数.

2) 应用Monte Carlo法和随机数算法生成的随机数序列可以模拟出孔隙的位置、间距和孔径的随机分布. 借助FLAC^{3D}程序的单元“挖空”功能, 在随机数序列指定的单元位置处, 按照孔径和孔隙数的统计分布规律, “挖空”单元形成所需要的孔隙网络. 这样生成的孔隙结构与真实岩石的孔隙结构具有一致的统计分布特征和较好的几何相似性, 且便于进行力学性能的模拟和分析.

3) 巴西圆盘劈裂模拟表明: 孔隙结构模型可以直观地显示荷载作用下孔隙周围区域应力场的分布和变化、材料单元的破坏方式以及破裂单元的连通情况, 它直观地反映了孔隙对岩石劈裂破坏性质的影响. 拉应力引起的单元破裂和屈服是导致材料单元失效的两种主要机制. 孔隙率越大, 不对称应力和不规则的拉伸破坏区出现得越早; 表面和中间横截面上由拉应力引起的破裂带和塑性屈服区的范围也就越大. 当孔隙率超过15%时局部单元出现较大的剪应力, 单元发生剪切失效. 表明当孔隙率足够大时, 单元可能出现由于拉应力或剪切应力引发的破坏. 孔隙数量显著地影响岩石劈裂破坏时的应力分布、单元破坏方式、破裂连通区状况以及劈裂抗拉强度. 孔隙模型为定量地揭示孔隙结构及其对应力传递和介质传输性质的影响提供了一个手段.

需要指出的是, 尽管本文方法可供模拟和重构其他类岩石的孔隙结构时参考, 但一个颇具挑战性的问题是, 如何通过实验来验证孔隙模型的模拟结果. 目前由于实验条件和测试手段的限制, 通过实验直接地观测孔隙周边的应力分布、单元破坏方式以及破裂连通状况有相当大的困难. 加载条件下的CT实时扫描和应力冻结技术为解决此困难提供了一个途径. 限于篇幅, 作者将另文介绍最新的实验研究进展.

参考文献

- 1 Schweizer B. Laws for the capillary pressure in a deterministic model for fronts in porous media. *SIAM J Math Anal*, 2005, 36(5): 1489—1521 [\[DOI\]](#)
- 2 Cheng P, Wang C Y. Multiphase mixture model for multiphase, multicomponent transport in capillary porous media-II. Numerical simulation of the transport of organic compounds in the subsurface. *Int J Heat Mass Tran*, 1996, 39(17): 3619—3632 [\[DOI\]](#)
- 3 Nicholson D, Petropoulos J H. Capillary models for porous media. V. Flow properties of random networks with various radius distributions. *J Phys D Appl Phys*, 1975, 8(12): 1430—1440 [\[DOI\]](#)
- 4 Nicholson D. Capillary models for porous media. *Trans Faraday Society*, 1968, 64(552): 3416—3424 [\[DOI\]](#)
- 5 Øren P E, Bakke S. Process based reconstruction of sandstones and prediction of transport properties. *Transport Porous Med*. 2002, 46(2-3): 311—343 [\[DOI\]](#)

- 6 Bakke S, Øren P E. 3D pore-scale modeling of sand-stones and flow simulations on the pore networks. *SPE J*, 1997, 2(2), 136—149
- 7 Bryant S L, Cade C A, Mellor D W. Permeability prediction from geological models. *AAPG Bull*, 1993, 77(8): 1338—1350
- 8 Mayer R P, Stowe R A. Packed uniform sphere model for solids: Interstitial access opening sizes and pressure deficiencies for wetting liquids with comparison to reported experimental results. *J Colloid Interf Sci*, 2006, 294(1): 139—150 [DOI](#)
- 9 Kohout M, Grof Z, Stepanek F. Pore-scale modeling and tomographic visualization of drying in granular media. *J Colloid Interf Sci*, 2006, 299(1): 342—351 [DOI](#)
- 10 Gladkikh M, Bryant S. Prediction of imbibition in unconsolidated granular materials. *J Colloid Interf Sci*, 2005, 288(2): 526—539 [DOI](#)
- 11 Bryant S, Johnson A. Wetting phase connectivity and irreducible saturation in simple granular media. *J Colloid Interf Sci*, 2003, 263(2): 572—579 [DOI](#)
- 12 Yiotis A G, Stubos A K, Boudouvis A G, et al. Pore-net work modeling of isothermal drying in porous media. *Transport Porous Med*, 2005, 58(1-2): 63—86 [DOI](#)
- 13 Blunt M J, Jackson M D, Piri M, et al. Detailed physics, predictive capabilities and macroscopic consequences for pore-network models of multiphase flow. *Adv Water Resou*, 2002, 25(8-12): 1069—1089 [DOI](#)
- 14 Pereira G G, Pinczewski W V, Chan D Y C, et al. Pore scale network model for drainage-dominated three-phase flow in porous media. *Transport Porous Med*, 1996, 24(2), 157—166
- 15 Celia M A, Reeves P C, Ferrand L A. Recent advances in pore scale models for multi phase flow in porous media. *Rev Geophys*, 1995, 33(2): 1049—1058 [DOI](#)
- 16 Bryant S, Blunt M. Prediction of relative permeability in simple porous media. *Phys Rev A*, 1992, 46(4): 2004—2011 [DOI](#)
- 17 Yeong C L Y, Torquato S. Reconstructing random media. II. Three-dimensional media from two-dimensional cuts. *Phys Rev E*, 1998, 58(1), 224—233 [DOI](#)
- 18 Yeong C L Y, Torquato S. Reconstructing random media. *Phys Rev E*, 1998, 57(1): 495—506 [DOI](#)
- 19 Roberts A P. Statistical reconstruction of three-dimensional porous media from two-dimensional image. *Phys Rev E*, 1997, 56(3), 3203—3212 [DOI](#)
- 20 Rintoul M D, Torquato S. Reconstruction of the structure of dispersions. *Int J Colloid Interface Sci*, 1997, 186(2): 467—476 [DOI](#)
- 21 Adler P M, Jacquin C G, Thovert J F. The formation factor of reconstructed porous media. *Water Resour Res*, 1992, 28(6), 1571—1576 [DOI](#)
- 22 Adler P M, Jacquin C C, Quiblier J A. Flow in simulated porous media. *Int J Multiphas Flow*, 1990, 16(4): 691—712 [DOI](#)
- 23 Quiblier J A. A new three-dimensional modeling technique for studying porous media. *J Colloid Interf Sci*, 1984, 98(1): 84—102
- 24 Piri M, Blunt M. Three-dimensional mix-wet random pore-scale network modeling of two- and three-phase flow in porous media. I. Model description. *Phys Rev E*, 2005, 71(2): 026301/1—27
- 25 Manwart C, Hilfer R. Numerical simulation of creeping fluid flow in reconstruction models of porous media. *Physica A*, 2002, 314(1-4): 706—713 [DOI](#)
- 26 Hilfer R, Manwart C. Permeability and conductivity for reconstruction models of porous media. *Phys Rev E*, 2001, 64(2): 021304/1—4
- 27 徐文静. 岩石孔隙分布的 CT 试验研究. 硕士学位论文. 北京: 中国矿业大学, 2006. 22—44
- 28 宋振铎. 岩石孔隙结构模型及破坏规律的实验与数值模拟研究. 硕士学位论文. 北京: 中国矿业大学, 2007. 20—43