

月球软着陆飞行动力学和制导控制建模与仿真

王鹏基^{①*}, 张焯^②, 曲广吉^②

① 北京控制工程研究所, 空间智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100190;

② 中国空间技术研究院总体部, 北京 100086

* E-mail: mailto:pjwang76@sohu.%20com

收稿日期: 2008-08-01; 接受日期: 2008-11-01

摘要 着重对月球软着陆制动段、接近段和着陆段的飞行动力学模型进行了研究, 同时基于动力学模型对各阶段制导律进行了优化设计. 制动段飞行时间和距离较长, 拟采用均匀球体模型, 该模型也是软着陆全过程下降轨迹分析和动力学仿真的基础; 制导律设计中考虑到该段燃料消耗很大, 主要以燃料最优为设计指标. 接近段距离月面较近, 且经姿态调整后接近垂直下降, 拟采用平面月球模型; 制导律设计采用基于重力转弯技术的最优开关制导律. 着陆段几乎垂直下降, 动力学模型可在平面月球模型的基础上简化为一维垂直下降模型, 制导律设计拟在垂直方向采用简单的程序制导方式. 最后, 在考虑测量、推力误差以及环境干扰等影响下对着陆精度进行了初步仿真分析, 结果表明, 给出的软着陆三阶段动力学模型和制导律是可行的.

关键词

月球软着陆
飞行动力学建模
制导律设计
着陆精度仿真

纵观人类探月历史, 对于月球的探测大致可分为以下几个阶段: 一是环月阶段, 发射环月轨道器对月面进行较近距离的成像等科学探测; 二是着陆阶段, 发射无人月球着陆器和月球车, 着陆月面并对月面进行巡视勘察; 三是返回阶段, 着陆月面后采集月球样本并返回地球; 四是载人登月, 由宇航员登陆月球采样并返回地球. 进入 21 世纪, 包括美国、俄罗斯、欧空局、日本、中国以及印度等又重新掀起了月球探测的高潮, 制定和正在实施的计划从环月、无人软着陆直至载人登月, 乃至建立永久性月球基地.

所谓月球软着陆, 是指月球着陆器经地月转移到达月球附近后, 在制动系统的作用下以很小的速度近乎垂直地降落到月面上, 以保证宇航员的安全和试验设备的完好. 自 20 世纪 60 年代开始, 人类先后实现了无人和载人月面软着陆, 无人软着陆如苏联的 Luna 计划和美国的 Surveyor 计划等, 载人软着

陆如美国的 Apollo 计划. 总起来说, 月球软着陆有 2 种形式: 一是自地月转移轨道直接实现软着陆, 二是自月球停泊轨道变轨至近月点然后实现软着陆. 早期的软着陆大都采用第 1 种直接软着陆的方式; 从 Apollo 计划开始, 后期的月球软着陆计划大都采用自月球停泊轨道下降的间接软着陆方式.

参考美国 Apollo^[1]、日本 SELENE^[2] 以及欧空局 EuroMoon2000^[3] 的软着陆下降方案, 自环月停泊轨道开始的软着陆可大致分为 2 部分: 一部分是轨道转移, 另一部分是软着陆下降. 轨道转移主要包括离轨段和霍曼转移段, 软着陆下降包括 3 个阶段: 制动段、接近段和着陆段, 如图 1 所示. 各个阶段的详细叙述参见文献[4].

本文主要对自环月停泊轨道开始的无人自主软着陆各阶段的动力学建模和制导律设计进行研究, 并最终对软着陆全过程的飞行轨迹和着陆精度进行仿

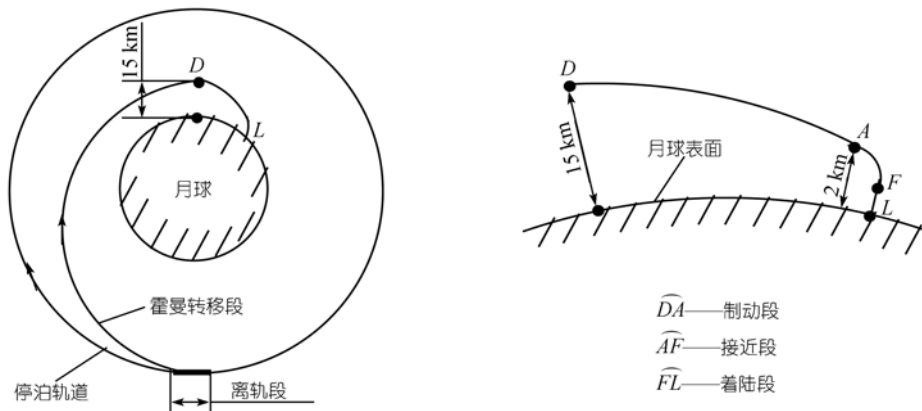


图1 月球下降轨道分段示意图

真分析. 软着陆3个阶段中, 制动段持续时间和经过的月面距离最长, 着陆过程绝大部分能耗都发生在该下降段. 因此, 该段的动力学建模和制导律设计最为重要. 本文在制动段动力学建模中除了给出用于制导律设计的动力学模型外, 也给出了用于软着陆全过程飞行轨迹和下降窗口分析设计的月心惯性系下的动力学模型. 该部分动力学模型也是全过程飞行轨迹参数计算和着陆精度仿真分析的基础.

1 一般情况下软着陆飞行动力学建模

文献[5]给出了低轨月球探测器10种摄动源的扰动量级和不同需求下的摄动模型选择, 其中对于一般的轨道分析, 只需考虑月球的非球形引力摄动以及地球和太阳的引力摄动即可. 于是, 一般情况下月球软着陆动力学模型的矢量式可写为

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F} - \frac{\mu_m}{r^3} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{F}_\varepsilon - \mu_e \cdot \left(\frac{1}{r_e^3} \cdot \mathbf{r}_e + \frac{1}{\Delta_e^3} \cdot \mathbf{A}_e \right) - \mu_s \cdot \left(\frac{1}{r_s^3} \cdot \mathbf{r}_s + \frac{1}{\Delta_s^3} \cdot \mathbf{A}_s \right), \quad (1)$$

(1)式中, 右边第1项 $\mathbf{F}$ 为推进系统的主动制动力, 第2项为月球的中心引力, 第3项为月球的非球形引力摄动, 第4项和第5项分别为地球和太阳的引力摄动. μ_m, μ_e, μ_s 分别为月心、地心和日心引力常数; $\mathbf{A}_e = \mathbf{r} - \mathbf{r}_e$, $\mathbf{A}_s = \mathbf{r} - \mathbf{r}_s$, 而 $\mathbf{r}_e$ 和 $\mathbf{r}_s$ 是月心到地心和月心到日心的矢径.

这里需要注意的是, 对于环月低轨探测器, 可利用目前最为精确的LP165引力模型来分析月球的非球形引力摄动对环月轨道的影响. 但是对于月球软着陆, 由于其距离月面很近且着陆区域范围较小, 因

此, 月球表面的质量集中问题就显得更为突出, 考察摄动影响时应重点考虑着陆区域附近的质量集中问题. 为方便软着陆过程各阶段的制导律设计以及下降轨迹各参数的分析, 需要根据每个阶段的不同情况将模型建立在合适的参考坐标系下.

2 制动段飞行动力学建模与制导律设计

该段中, 着陆器距离月面相对较高, 且着陆器走过的月面距离比较长, 将月球视为平面建立模型会带来较大的偏差. 因此, 制动段有必要将月球视为球体来建立均匀球体下的三维软着陆模型. 制动段推进系统采用常值推力方式, 通过姿态控制来完成制动力方向的改变.

2.1 均匀球体三维动力学模型

首先定义几个坐标系: 1)参考惯性坐标系 $Ox_r Y_r Z_r$. 原点 O 位于月球中心, Z_r 轴由月心指向初始软着陆点, X_r 轴位于环月轨道平面内且指向前进方向, Y_r 轴与 X_r, Z_r 构成直角坐标系. 该坐标系仅用于软着陆下降轨迹和制导律设计中; 2)下降轨道参考坐标系 $ox_o y_o z_o$. 原点 o 位于着陆器质心, z_o 轴由月心指向着陆器质心为正, x_o 轴位于当地水平面内且指向着陆器前进方向, y_o 轴与 x_o 和 z_o 轴构成直角坐标系; 3)着陆器体坐标系 $ox_b y_b z_b$. 原点 o 位于着陆器质心, x_b 轴在制动推力矢量延长线上, 沿推力方向为正, y_b, z_b 轴分别根据着陆器上仪器设备的安装而定, 并与 x_b 轴构成直角坐标系. 坐标系示意图及着陆器位置与推力矢量关系如图2所示.

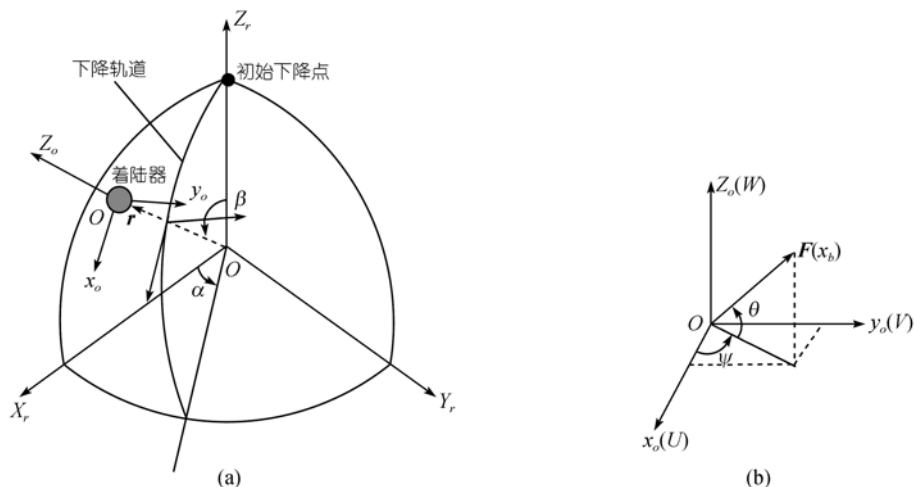


图 2 软着陆坐标系定义与推力矢量空间关系

图 2(a)给出了上面各坐标系的示意和着陆器在坐标系中的位置, 图 2(b)给出了 F 在下降轨道参考坐标系中的位置. 其中, α 为在 $X_r Y_r$ 平面内的横向月心角; β 为下降轨道平面内的纵向月心角; 推力 F 与坐标系 $ox_o y_o z_o$ 之间的 2 个推力方向角分别为推力方位角 ψ 和推力仰角 θ , 他们定义为: 推力方位角绕正 z_o 轴旋转为正, 推力仰角绕负 y_o 轴旋转为正.

分别用 U, V, W 表示着陆器下降速度在坐标系 $ox_o y_o z_o$ 三轴上的分量, 于是有

$$W = \dot{r}, \quad U = r\dot{\beta}, \quad V = r\dot{\alpha}\sin\beta.$$

若不考虑摄动影响且忽略月球自转, 同时引入质量方程, 可利用球坐标系与直角坐标系的关系最终得到下降轨道参考坐标系下的软着陆动力学模型

$$\begin{cases} \dot{r} = W, \quad \dot{\alpha} = V/r\sin\beta, \quad \dot{\beta} = U/r, \\ \dot{U} = \frac{F\cos\theta\cos\psi}{m} - \frac{UW}{r} + \frac{V^2}{r\tan\beta}, \\ \dot{V} = \frac{F\cos\theta\sin\psi}{m} - \frac{VW}{r} - \frac{UV}{r\tan\beta}, \\ \dot{W} = \frac{F\sin\theta}{m} - \frac{\mu_m}{r^2} + \frac{U^2+V^2}{r}, \\ \dot{m} = -F/(I_{sp}g_e). \end{cases} \quad (2)$$

(2) 式表示的制动段动力学模型也是软着陆全过程的动力学仿真模型.

2.2 月心惯性系下软着陆动力学模型

为了同环月运动的参考系一致, 同时便于对软

着陆下降窗口进行分析, 需要将着陆器的运动表示在月心赤道惯性坐标系下.

首先给出月心赤道惯性系 $OXYZ$ 的定义: 原点 O 位于月球中心, XY 平面在月球赤道平面内, 其中, X 轴指向 J2000 平春分点在月球赤道上的投影, Z 轴指向月球北极, Y 轴与 X 和 Z 轴构成直角坐标系.

要考察着陆器在月心赤道惯性坐标系下的运动规律, 需要得到月心赤道惯性系与月心惯性参考系之间的变换关系. 以降轨着陆为例, 两坐标系的关系如图 3 所示.

可以看出, 由月心赤道惯性系 $OXYZ$ 变换到月心惯性参考系 $OX_r Y_r Z_r$ 需经过 4 次旋转: $Z(\Omega+180^\circ) \rightarrow X(-i_0) \rightarrow Z(\rho) \rightarrow X(90^\circ)$. 由此可以得出他们之间的坐标变换矩阵 C_I^r 为

$$C_I^r = C_X(90^\circ)C_Z(\rho)C_X(-i_0)C_Z(\Omega+180^\circ), \quad (3)$$

其中, i_0 为环月停泊轨道的轨道倾角, 软着陆下降轨道位于环月轨道平面内; Ω 为环月停泊轨道的升交点赤经; 旋转角 ρ 可利用图 3(b) 中的球面三角形 LMN' 求得, 其中 L 为着陆点位置, N' 为环月轨道降交点.

$$\rho = 90^\circ - \beta - \tau = 90^\circ - \beta - \sin^{-1}(\sin\delta\sin i_0), \quad (4)$$

(4) 式中, δ 为着陆点赤经, 事先给定; β 为着陆器经过的月心角, 可通过仿真得出.

于是, 月心赤道惯性系下的位置可表示为

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T = (C_I^r)^T \begin{bmatrix} X_r & Y_r & Z_r \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

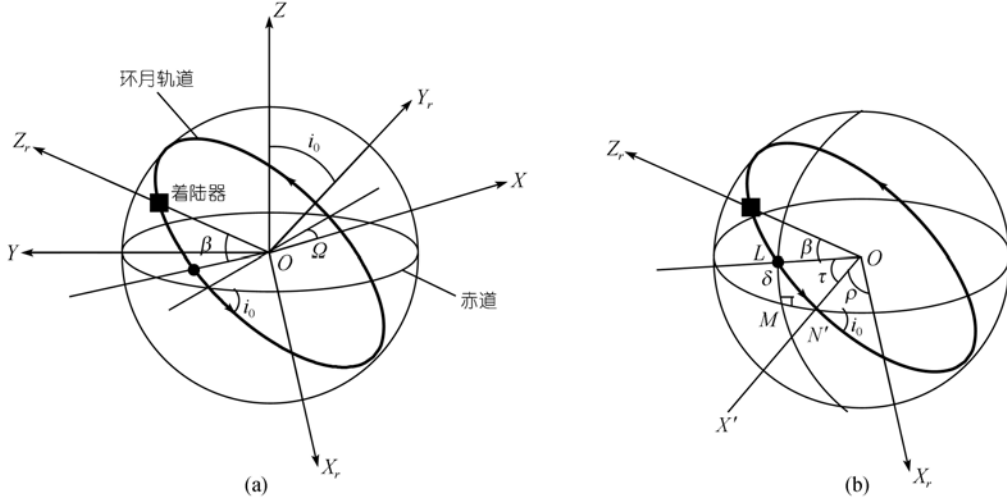


图3 月心赤道惯性系与月心惯性参考系之关系(降轨着陆)

其中, 月心惯性参考系下的位置表示由图2和(2)式给出, 如下

$$X_r = r \sin \beta \cos \alpha, \quad Y_r = r \sin \beta \sin \alpha, \quad Z_r = r \cos \beta.$$

2.3 初始下降位置确定

首先需要获得软着陆过程赤经赤纬的变化. 这里需要利用软着陆下降轨迹设计的一个结论: 软着陆下降轨迹平面在环月停泊轨道平面内.

月心赤道惯性系下的着陆器位置可表示如下

$$X = r \sin \beta_L \cos \alpha_L, \quad Y = r \sin \beta_L \sin \alpha_L, \quad Z = r \cos \beta_L, \quad (6)$$

其中, r 为着陆器矢径; α_L 为着陆器的赤经; 着陆器的赤纬等于 $90^\circ - \beta_L$.

于是, 容易得出 α_L, β_L 的表达式

$$\alpha_L = \begin{cases} \tan^{-1}(Y/X), & X > 0, Y > 0, \\ \tan^{-1}(Y/X) + \pi, & X < 0, \\ \tan^{-1}(Y/X) + 2\pi, & X > 0, Y < 0, \end{cases}$$

$$\beta_L = \cos^{-1}(Z/r). \quad (7)$$

由(7)式即可求得赤经和赤纬的变化量: $\Delta\alpha_L = \alpha_{L_f} - \alpha_{L_0}$, $\Delta\beta_L = \beta_{L_f} - \beta_{L_0}$. 于是, 由下式即得软着陆初始下降点的经纬度 λ_{L_0} 和 φ_{L_0} , 如下

$$\begin{cases} \lambda_{L_0} = \lambda_{L_f} - \Delta\alpha_L + \omega_m \Delta t, \\ \varphi_{L_0} = \varphi_{L_f} + \Delta\beta_L, \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\Delta\alpha_L$ 和 $\Delta\beta_L$ 由(8)式给出; Δt 为软着陆过程所需

时间.

2.4 制动段次优解析制导律设计

对于(2)式表示的非线性动力学模型, 通常是给定初值进行迭代, 从而求得协状态变量或中间变量, 最终获得最优控制 $\tilde{\mathbf{u}}^*$. 该方法不利于在探测器上实现自主控制. 文献[6]利用当前状态进行推力角控制量的单步优化, 即在剩余时间间隔 $[0, t_s]$ 内进行局部优化. 这样一来, 控制量 $\tilde{\mathbf{u}}^* = [\theta^* \quad \psi^*]^T$ 即可通过每一步的优化计算不断更新. 本文亦采用这样的方法, 具体计算参考文献[6,7], 这里直接给出2个推力方向角的制导指令

$$\begin{cases} \psi^* = \tan^{-1}((V_{\beta} - V)/(U_{\beta} - U)), \\ \theta^* = \sin^{-1}[a_r + \mu_m/r^2 - (U^2 + V^2)/r/a_F], \end{cases} \quad (9)$$

(9)式中, 下标 f 表示终端条件, 下标 b 表示制动段; r, U, V 表示当前时刻的下降参数; a_r 表示当前时刻的径向加速度; a_F 为当前时刻的水平推力加速度.

该制导方法得到的解析形式的推力角制导指令可通过简单计算实时得到, 且对初始位置和速度偏差的影响不敏感. 因此, 该方法也无法对初始偏差造成的着陆误差进行修正. 文献[7]在该制导方法的基础上增加了前馈项以用于消除初始位置和速度偏差, 因篇幅关系不再赘述.

3 接近段飞行动力学建模与制导律设计

3.1 平面月球二维动力学模型

该段中, 着陆器距离月面较近, 下降时间很短, 且由于着陆器接近垂直下降, 因而经过的月面距离很短. 此段可将月球视为平面来建立月球平面直角坐标系. 如图 4 所示.

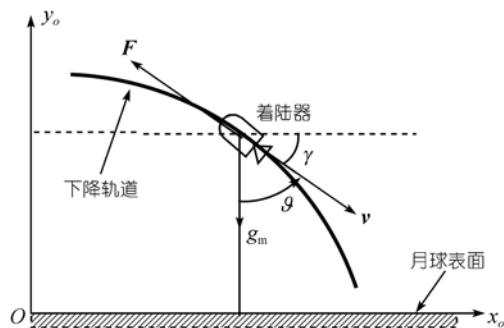


图 4 月球平面直角坐标系

图 4 所示的月球平面直角坐标系, 原点 O 为下降轨道上制动发动机点火点在月球表面的投影, $x_o y_o$ 为下降轨道参考系纵向平面, 着陆器的下降轨迹位于此平面内. 图 4 表示的是符合重力转弯软着陆^[8]的情况, 即反推力 F 的方向与下降速度方向相反. 对于这样的情况, 沿两坐标轴方向有如下的动力学方程

$$\begin{cases} \ddot{x}_o = \dot{U} = -(F \cos \gamma)/m = -(FU)/(mv), \\ \ddot{y}_o = \dot{W} = -(F \sin \gamma)/m - g_m = -(FW)/(mv) - g_m, \end{cases} \quad (10)$$

上式中, m 为飞行器质量, 在短时间内可视为常值; g_m 为月球表面的重力加速度, 始终垂直于月球表面且为常值; γ 为飞行路径角, 即为下降速度矢量 v 与 x_o 轴的夹角, 从 x_o 轴开始逆时针量起为正, v 为下降速度的模, $v = \sqrt{U^2 + W^2}$.

在下降速度 v 和垂直于下降速度 v 两个方向还可建立如下的动力学方程

$$\begin{cases} \dot{h} = -v \cos \vartheta, \\ \dot{v} = -(F/m) \cdot u + g_m \cos \vartheta, \\ \dot{\gamma} = -(g_m \sin \vartheta)/v, \\ \dot{m} = -c \cdot u, \end{cases} \quad (11)$$

其中, 补充了高度方向的微分方程和质量变化方程; ϑ 为垂直方向与速度方向的夹角, 由垂直方向逆时针

旋转为正; 常数 c 为燃料秒消耗量; u 为制动力的开关量, 以图 4 中 F 所示的方向为正.

3.2 接近段最优开关制导律设计

根据(11)式所示的接近段动力学模型, 考虑采用开关切换并引入质量不变假设, 参考文献^[7,8], 最终得到关于切换时间 $\bar{t}$ 的二次方程

$$\bar{t}^2 + \frac{2v_{0a}}{g_m} \bar{t} - \frac{2(a_{Fa} - g_m)(h_{0a} - h_{fa}) - (v_{0a} - v_{fa})^2}{a_{Fa} - g_m} = 0, \quad (12)$$

其中, h_{0a} , v_{0a} 和 h_{fa} , v_{fa} 分别表示接近段下降初始和终端时刻的高度和速度.

4 着陆段飞行动力学建模与制导律设计

4.1 着陆段垂直动力学模型

该段中, 着陆器距离月面很近, 且着陆器几乎沿竖直方向下降. 因此, 该段仍可采用平面月球动力学模型, 如图 4 所示. 理想情况下, 着陆器在着陆段沿竖直方向下降, 则可在平面月球二维模型基础上简化为一维垂直动力学模型, 即要求其中的飞行路径角 $\gamma = 90^\circ$. 因此, (10)式可简化为

$$\ddot{y}_o = \dot{W} = F \cdot u/m - g_m, \quad (13)$$

(13)式中, u 为制动推力 F 的开关控制量.

着陆段一维垂直下降过程如图 5 所示.

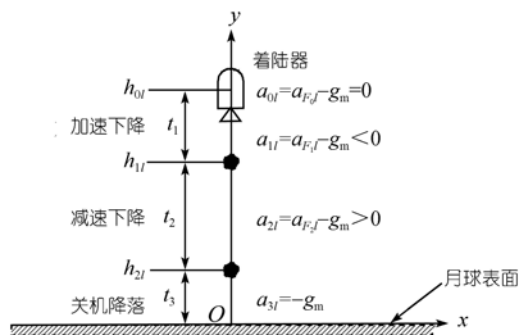


图 5 着陆段下降过程示意

4.2 着陆段程序制导律设计

对于推力 F 大小固定的情况, 先关后开是最简单的着陆方式. 于是, 着陆器依次经过悬停、匀加速、匀减速和关机降落几个过程. 几个过程均符合牛顿定律, 易得开关切换高度

$$h_{1l} = \frac{v_{0l}^2 - v_{2l}^2 + 2(a_{2l}h_{2l} - a_{1l}h_{0l})}{2(a_{2l} - a_{1l})}, \quad (14)$$

其中, 合加速度 $a_{1l} = a_{F1l} - g_m$, $a_{2l} = a_{F2l} - g_m$.

考虑到着陆的安全性, 在着陆段初始要进行短时间的悬停以对着陆区域进行成像勘察, 且由于着陆段时间很短, 因此应保证着陆器平缓下降, 尽量避免受制动发动机的开关冲击. 于是, 可考虑采用 $F = F(t)$ 的等效变推力制动方式^[7].

5 仿真分析

5.1 软着陆飞行轨迹参数计算

首先给出计算的初始条件. 着陆器初始质量 2000 kg, 采用 1000~5000 N 的变推力系统, 推力比冲为 300 s. 着陆器从 200 km×15 km 高度的椭圆转移轨道近月点开始软着陆, 制动段终端高度为 2 km, 三轴终端速度分量皆为 0; 接近段终端高度为 100 m, 终端速度为 0; 要求着陆段关机高度不小于 4 m, 垂直着陆速度不大于 4 m/s.

软着陆全过程下降轨迹各参数变化曲线如图6所示.

图6以图2所示的三维均匀球体模型为软着陆全过程动力学模型, 给出软着陆飞行轨迹各参数变化曲线, 其中给定制动段终端姿态机动时间为 30 s, 着

陆段初始悬停时间为 60 s. 可以看出, 软着陆飞行轨迹和制导律的设计是有效的.

5.2 着陆精度仿真分析

该部分仿真涉及的软着陆误差源主要包括导航设备测量误差和执行机构误差2部分. 此外, 还包括月球非球形引力摄动和日、地引力摄动等环境干扰引起的误差. 其中, 测量误差包括地面测轨误差、惯性装置(IMU)测量误差、雷达高度计以及多普勒测速雷达误差; 执行机构误差主要包括推力误差.

下面给出测量和推力综合误差情况下采用变推力方案的着陆参数和着陆误差分布情况. 以下关于误差的分析均采用蒙特卡罗打靶, 打靶次数为 500 次, 假设各误差均符合正态分布.

图7给出了着陆器在月面2个方向上500次打靶计算的着陆点散布情况. 可以看出, 在本文给出的测量和推力偏差条件下, 着陆误差散布在 1 km 范围内.

图8给出了500次打靶计算中关机高度和着陆速度的散布情况. 容易看出, 关机高度皆大于 4 m, 而着陆速度也基本满足不大于 4 m/s 的要求.

图9给出的是着陆时在月面两个方向的速度误差的散布情况. 表明在绝大多数情况下着陆的水平速度不大于 1 m/s, 符合要求.

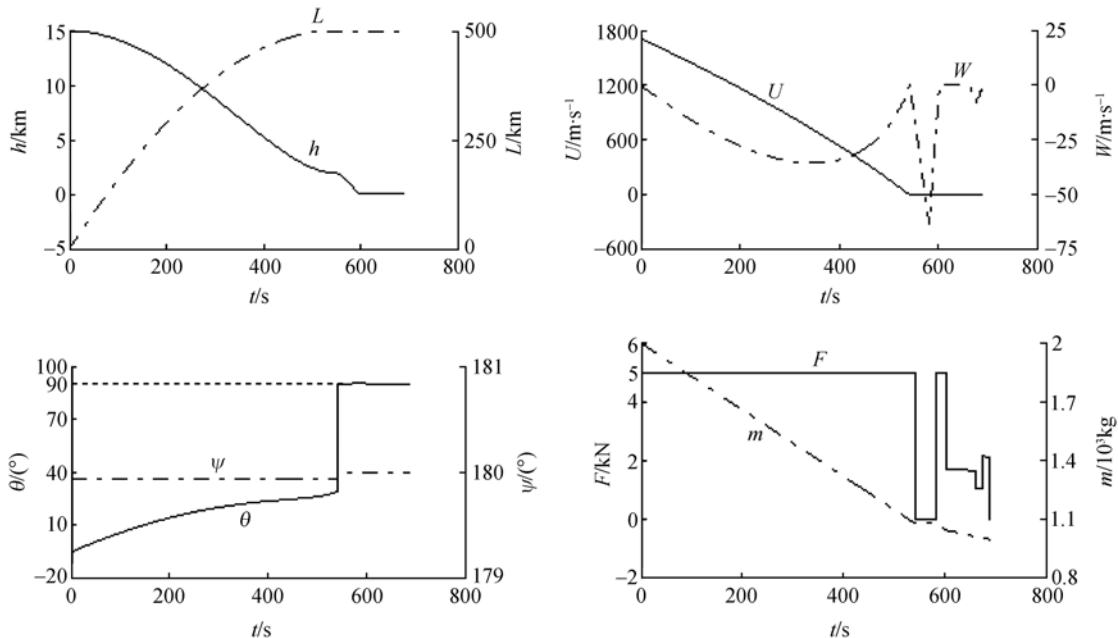


图6 软着陆全过程下降参数

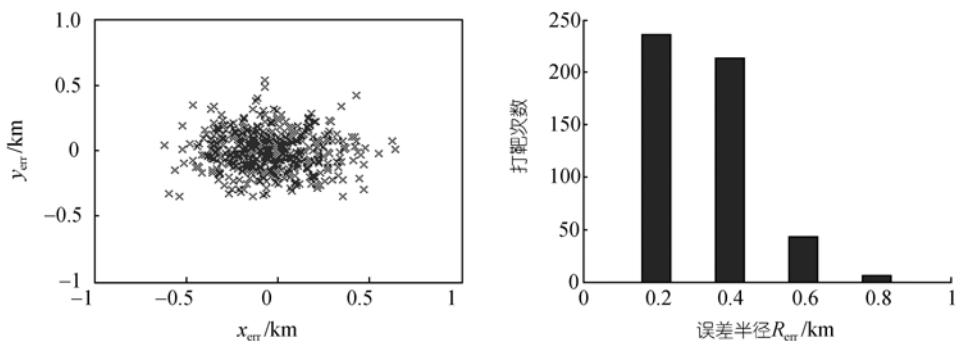


图 7 变推力下, 着陆位置误差分布

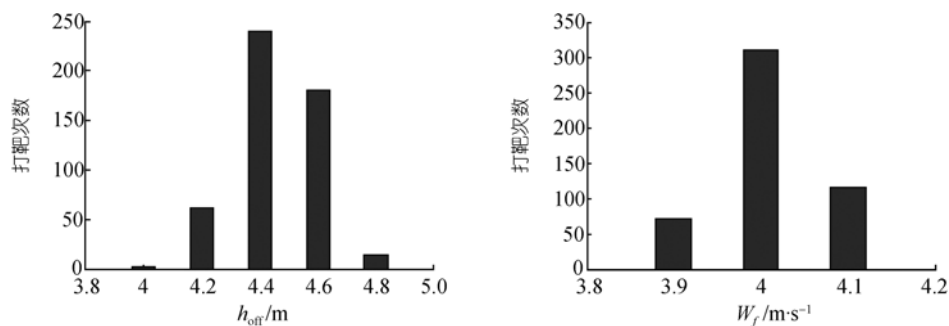


图 8 变推力下, 软着陆全过程关机高度和径向着陆速度分布柱形图

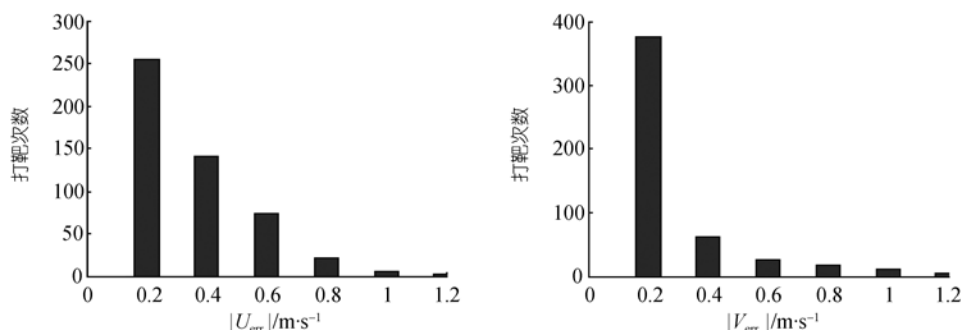


图 9 变推力下, 软着陆全过程纵向和横向着陆速度误差分布柱形图

6 结束语

本文从工程实际出发, 根据不同的导航手段和制导方式, 对月球软着陆3个阶段的动力学模型和各段制导律设计分别进行了研究, 尤其是针对制动段动力学模型, 分别给出了下降轨道参考系和月心赤道惯性系下的两种均匀球体模型, 便于制导律优化设计以及飞行轨迹的计

算分析. 各段制导律也充分考虑到软着陆过程自主性和实时性的要求, 针对不同下降段设定了不同的性能指标. 最后对测量和推力误差影响下的着陆精度进行了仿真分析, 给出了初步分析结果. 仿真和计算结果表明, 本文给出的各阶段动力学模型和制导律, 对于月球软着陆全过程制导方案的优化设计具有一定的借鉴意义.

参考文献

- 1 Bennett F V. Apollo experience report-mission planning for lunar module descent and ascent. In: NASA Technical Note. NASA TN D-6846, 1972
- 2 Takano Y, Takizawa Y, Sasaki S. The SELENE project and Japanese future lunar exploration. Acta Astronautica, 2005, 57(28): 112—115 [\[DOI\]](#)
- 3 Ockels W J. EuroMoon 2000—a plan for a european lunar south pole expedition. Acta Astronautica, 1997, 41(4-10): 579—583 [\[DOI\]](#)
- 4 褚桂柏, 张焄. 月球探测器技术. 北京: 中国科学技术出版社, 2007. 152—154
- 5 刘林, 王歆. 月球卫星轨道力学综述. 天文学进展, 2003, 21(4): 281—288
- 6 Ueno S, Yamaguchi Y. 3-dimensional near-minimum fuel guidance law of a lunar landing module, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Portland, OR, 1999: AIAA-99-3983
- 7 王鹏基, 张焄, 曲广吉. 月球软着陆飞行轨迹与制导律优化设计研究. 宇航学报, 2007, 28(5): 1175—1179
- 8 McInnes C R. Path shaping guidance for terminal lunar descent. Acta Astronautica, 1995, 36(7): 367—377 [\[DOI\]](#)