

# 关于脉图的分析

柳兆荣 李惜惜

(复旦大学数学系,上海)

## 摘 要

本文研究了在线性化条件下,计及血液粘度求得描述桡动脉处压力脉搏波波图的分析表达式.在此基础上,讨论了脉搏波波图随某些生理学参数(血管弹性、血液粘度、外周阻力、心脏功能等)的变化规律.文中通过在活狗身上静脉注射去甲肾上腺素使血管收缩、阻力增大与注射桑寄生使血管扩张、阻力减小,观察到其桡动脉的压力脉搏波波形的变化情况与理论分析的结果一致.最后,以中医脉象中的弦脉、平脉、滑脉所对应的脉图为例,讨论了脉图所对应的生理学含义,其结果与中医弦、滑脉的临床论述一致.

经长期实践,中医在脉诊方面积累了丰富的经验,用以表征生理、病理信息的脉象种类很多.但由于历史条件的限制,这种信息丰富、种类繁多的脉象,常是用各种自然景象来作比拟的.例如将浮脉比拟为“如水漂木”,将濡脉比拟为“如绵在水”,将滑脉比拟为“如盘走珠”,将弦脉比拟为“如张弓弦”等.显然,要想直接借助脉象的定性形象描述,来准确地分辨中医的各种脉是很不容易的.正如王叔和在《脉经》的序言中所指出的,“脉理精微,展转相类,在心易了,指下难明”.那末,为什么在中医脉象上会有这种“在心易了,指下难明”呢?其根本原因就是脉象的分辨标准是定性的,脉诊完全是凭经验的.因此,在中医的脉诊中,由于医生切脉时手法的不同,经验的差异,特别是对描述脉象的自然景象的体会与理解的不同,常常会导致在脉象的分辨与判断上的分歧.

多年来,人们渴望着对中医的脉象能有一个客观的分辨标准,以便揭开脉诊现代科学本质,挖掘与发扬光大祖国的医学遗产.近年来,人们研制了应变式、压电式等多种换能器,力图利用换能器来模仿医生的手指感觉,从而描记出大量桡动脉脉搏波的波图,并将这些脉图与有经验医生指面感觉的脉象作对照.目前已对几种常见的脉象分别总结出与其对应的脉搏波波图,这对于中医脉象的研究迈出了第一步.

那末,在桡动脉处所描记的脉搏波波图的力学与生理学含义是什么,人体生理参数的变化对脉图将产生怎样的影响,能否通过脉图对中医脉象作更深入的了解以及对某些生理学参数作些预测等是目前脉象研究中迫切需要解决的问题.

本文通过导出描述桡动脉压力脉搏波的分析表达式,详细讨论了脉搏波波图随某些生理学参数的变化规律.文章通过在活狗身上的试验,证实了理论分析的正确性.最后,以中医脉

象中的弦、平、滑脉所对应的脉图为例,讨论了脉图所对应的生理学含义,其结果与中医弦、滑脉的临床论述一致.

## 一、桡动脉处脉动压力的分析表达式

众所周知,心脏收缩时左心室压力上升使主动脉瓣打开,血液进入主动脉将使血管扩张;心脏舒张主动脉瓣关闭,射血停止,血管将收缩.心室的收缩、舒张所导致的主动脉的这种一张一缩将以脉搏波的形式自主动脉根部出发沿着动脉管传播.桡动脉处描记的脉图就是这种脉搏波在桡动脉处所呈现的形态(波的形状)、强度(波的振幅)、速率(波的速度)与节律(波的周期性)等方面的综合反映.因此通过研究脉搏波在动脉管系中的传播规律,特别是研究脉搏波在桡动脉处的变化规律,有可能为了解脉图的生理学含义提供有用的信息.

为此,我们假定从主动脉弓分叉出来到桡动脉为止的臂动脉是一根横断面积恒定与弹性模量均匀的薄壁弹性圆管(图 1b),取主动脉与臂动脉分叉处的实测压力波形作为臂动脉的输入波形,并将这个输入波形用 20 个左右的小阶梯波来近似代替(图 1c).这样,只要我们能够求出始端输入一个压力阶跃时,均匀动脉管段终端的瞬态压力分析表达式,则可进一步求得表征臂动脉输入波形的一系列阶梯所对应的瞬态压力表达式.

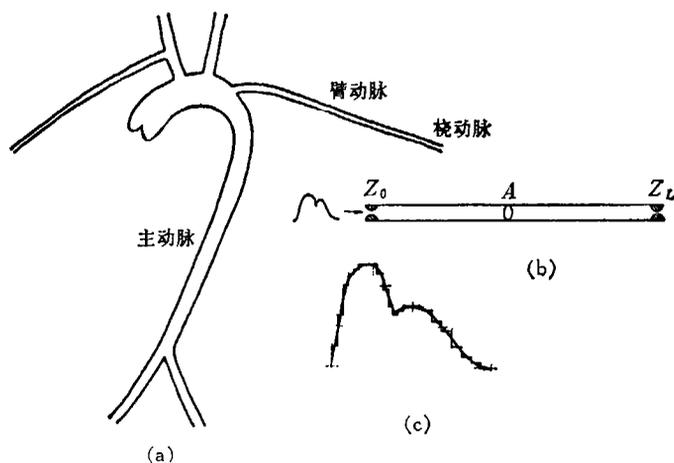


图 1 臂动脉归结的示意图

下面考虑一个横截面积为  $A$  的动脉管段,密度为  $\rho$  的血液在动脉管段中流动时认为是均匀的牛顿液体作层流流动,其流动摩擦阻力可用 Hagen-Poiseuille 关系式表出;动脉管是薄壁弹性圆管,脉搏波速度为  $a = \sqrt{\frac{Eh}{\rho D}}$ ,此地  $E$  为管壁的杨氏弹性模量, $h$  与  $D$  为管壁的厚度与直径;可略去迁移加速度项的影响,使方程线性化.这样可得基本方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{8\pi\mu}{A^2\rho} q, \\ \frac{\partial q}{\partial x} &= -\frac{A}{a^2} \frac{\partial p}{\partial t} - Gp, \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $p$  为管内的血液压力,  $q = \rho u A$  为血液的质量流量, $u$  为血液流动速度, $\mu$  为血液粘度, $G$  为血液沿动脉管壁的泄漏.

对方程(1)施行 Laplace 变换, 并记

$$P(x, s) = \int_0^{\infty} p(x, t) e^{-st} dt.$$

$$Q(x, s) = \int_0^{\infty} q(x, t) e^{-st} dt.$$

在零初始条件下, 方程(1)化为

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -(ls + R)Q, \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -(cs + G)P.$$

$$\text{式中 } l = \frac{1}{A}, \quad c = \frac{A}{a^2}, \quad R = \frac{8\pi\mu}{\rho A^2}.$$

若动脉管段始端 ( $x=0$ ) 与终端 ( $x=L$ ) 的阻抗分别为  $Z_0$  与  $Z_L$ , 则边界条件为:

$$P(0, s) = P_0(s) - Z_0(s) \cdot Q(0, s), \quad x=0.$$

$$P(L, s) = Z_L(s) \cdot Q(L, s), \quad x=L.$$

式中  $P_0(s)$  为从管段始端输入的压力  $p_0(t)$  的象函数. 因此得方程(2)的解为

$$P(x, s) = \frac{Z_L}{Z_0 + Z_L} \left\{ \frac{\text{ch}\gamma(L-x) + \frac{Z_c}{Z_L} \text{sh}\gamma(L-x)}{\text{ch}\gamma L + \left( \frac{Z_0 Z_L + Z_c^2}{Z_0 Z_c + Z_L Z_c} \right) \text{sh}\gamma L} \right\} P_0(s). \quad (3)$$

$$\text{式中 } \gamma = \sqrt{(ls + R)(cs + G)}, \quad Z_c = \sqrt{\frac{ls + R}{cs + G}}.$$

考虑到桡动脉后接有许多中、小动脉管, 因此作为臂动脉的终端(即桡动脉)的阻抗既要考虑到阻力的影响, 也要考虑流体惯性的影响. 此处假定这个终端阻抗  $Z_L$  与管段内单位管长的流体串联阻抗  $(ls + R)$  成比例, 即

$$Z_L = k(ls + R),$$

式中  $k$  为比例系数. 又若假定动脉管段始端阻抗  $Z_0 = 0$ , 则对关系式(3)施行 Laplace 反变换, 并经一系列的运算与整理后, 得管段内  $x$  点处的瞬态压力表达式为

$$p(x, t) = P_0 \left\{ \frac{U(0)}{W(0)} + 4e^{-\alpha t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{x}{L} x_n}{\sin 2x_n - 2x_n} \left[ \frac{e^{\beta_n t}}{N_{1n}} + \frac{e^{-\beta_n t}}{N_{2n}} \right] \right\}, \quad (4)$$

式中

$$N_{1n} = 1 - \frac{(\alpha - \beta_n)^2 - \frac{RG}{lc}}{\alpha^2 - \beta_n^2 - \frac{RG}{lc}},$$

$$N_{2n} = 1 - \frac{(\alpha + \beta_n)^2 - \frac{RG}{lc}}{\alpha^2 - \beta_n^2 - \frac{RG}{lc}}. \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{G}{c} + \frac{R}{l} \right),$$

$$\beta_n = \sqrt{\alpha^2 - \frac{RG}{lc} - \frac{x_n^2}{L^2 lc}}, \quad (n = 1, 2, \dots).$$

$$\frac{U(0)}{W(0)} = \frac{\sqrt{RGL} \cdot \text{ch} \sqrt{RG} (L-x) + \xi \text{sh} \sqrt{RG} (L-x)}{\sqrt{RGL} \cdot \text{ch} \sqrt{RGL} + \xi \text{sh} \sqrt{RG} \cdot L}$$

$x_n$  是三角方程

$$\text{tg } x_n = -\frac{x_n}{\xi} \quad (6)$$

的解, 此地  $\xi = \frac{L}{k}$ . 此外,  $P_0$  是输入压力阶梯波的幅值.

在关系式(4)中若令  $x = L$ , 即可得长度为  $L$  的动脉管段终端的瞬态压力表达式. 若进一步将这样求得的终端压力表达式应用于表征臂动脉输入波形的一系列阶梯波, 并将所得结果作相应的延迟后线性叠加, 则可最后求得桡动脉处的瞬态压力表达式. 由于作为方程(6)解的  $\{x_n\}$  是一个单调递增序列, 因此可能存在一个正整数  $n_0$ , 使得当  $n > n_0$  时,  $\beta_n$  为纯虚数; 而当  $n \leq n_0$  时  $\beta_n$  为实数. 这样, 我们可将所得结果分如下三种情况表出:

**情况 I.** 当  $\beta_n$  为不等零的实数时, 有

$$p(L, t) = \sum_{i=1}^N P_{0i} \left\{ \frac{U_i(0)}{W_i(0)} + 4e^{-\alpha(t-\tau_i)} \sum_{n=1}^{n_0-1} \frac{\sin x_n}{\sin 2x_n - 2x_n} \cdot \left[ \frac{e^{\beta_n(t-\tau_i)}}{N_{1n}} + \frac{e^{-\beta_n(t-\tau_i)}}{N_{2n}} \right] \right\} U(t - \tau_i). \quad (7)$$

这相当于过阻尼时的情况.

**情况 II.** 当  $\beta_n = 0$  时, 有

$$p(L, t) = \sum_{i=1}^N P_{0i} \left\{ \frac{U_i(0)}{W_i(0)} + 4e^{-\alpha(t-\tau_i)} \cdot \left( \frac{\sin x_n}{\sin 2x_n - 2x_n} \right)_{n=n_0} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\alpha^2} \frac{RG}{lc} \right) [1 + \alpha(t - \tau_i)] \right\} U(t - \tau_i). \quad (8)$$

这相当于临界阻尼时的情况.

**情况 III.** 当  $\beta_n$  为纯虚数时, 令  $\beta_n = j b_n$ , 则有

$$p(L, t) = \sum_{i=1}^N P_{0i} \left\{ \frac{U_i(0)}{W_i(0)} + 4e^{-\alpha(t-\tau_i)} \sum_{n=n_0+1}^{\infty} \frac{\sin x_n}{\sin 2x_n - 2x_n} \cdot \left[ M_{1n} \cos b_n(t - \tau_i) + \frac{\alpha}{b_n} M_{1n} \sin b_n(t - \tau_i) \right] \right\} U(t - \tau_i). \quad (9)$$

这相当于欠阻尼时的情况. 式中

$$U(t - \tau) = \begin{cases} 1, & \text{当 } t \geq \tau, \\ 0, & \text{当 } t < \tau, \end{cases}$$

$$M_{1n} = \frac{\alpha^2 + b_n^2 - \frac{RG}{lc}}{\alpha^2 + b_n^2}, \quad (10)$$

$$\frac{U_1(0)}{W_1(0)} = \frac{\sqrt{RGL}}{\sqrt{RGL} \operatorname{ch} \sqrt{RGL} + \xi \operatorname{sh} \sqrt{RGL}},$$

$$j = \sqrt{-1}.$$

$P_{0i}$  表示第  $i$  个阶梯波的高度,  $\tau_i$  表示第  $i-1$  个阶梯波的宽度,  $N$  表示表征输入波的总的阶梯波数目.

在上面的书写中,为确定起见假定存在正整数  $n_0$ , 使得第  $n_0$  个根  $x_{n_0}$  恰使  $\beta_{n_0} = 0$ , 这样当  $n \geq n_0 + 1$  时,所对应的根  $\{x_n\}$  将使  $\{\beta_n\}$  为虚数. 当然,若不存在一个正整数  $n_0$  使得  $\beta_{n_0} = 0$ , 即必可找到另一个正整数  $n_0$ , 使得  $n < n_0$  时,所对应的  $\{\beta_n\}$  均为实数,而当  $n \geq n_0 + 1$  时,所对应的  $\{\beta_n\}$  为虚数. 前者为过阻尼情况,可用关系式(7)计算,而后者即为欠阻尼情况,可用关系式(9)进行计算.

## 二、脉图波形随生理参数的变化

为了考察脉图随生理参数的变化情况,我们取血管与血液的参数范围为:

血管长度  $L = 0.4-0.8$  米;

血管直径  $D = 0.2-0.5$  厘米;

血液粘度  $\mu = 3-6$  厘泊;

血管中波的传播速度  $a = 8-18$  米/秒;

终端阻抗的比例因子  $k = 3-8$ .

将这些参数代入上节的基本关系式,即可得到相应的桡动脉脉搏波的波图.

为了对所得的脉图进行分析与比较,引进两个无量纲量是方便的:

其一是

$$\eta_1 = \frac{\alpha}{\omega_0} \quad (11)$$

式中  $\alpha = \frac{1}{2} \frac{R}{l} = \frac{4\pi\mu}{\rho A}$  是阻尼因子(当假定流漏  $G = 0$  时),  $\omega_0$  为不计粘度的血液 ( $\mu = 0$ )

在臂动脉管段中的第一个固有圆频率,显然有

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{lc}} \left( \frac{x_1}{L} \right) \quad (12)$$

此地  $x_1$  为方程(6)的第一个根. 其二是无量纲量

$$\eta_2 = \frac{t_0}{T}, \quad (13)$$

式中  $t_0$  为主动脉瓣开启的持续时间,  $T$  为对应于关系式(9)所表示的欠阻尼情况下的第一个振荡周期,即

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}. \quad (14)$$

现将对应于不同生理参数计算所得的对应脉图按这两个无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  进行整理,可得脉图形状随参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  的变化情况如图 2 所示. 从图中我们可清楚地看到,随着无量纲量  $\eta_1$  的增大,脉图主波(即第一个波峰)后缘的阶梯变得越来越高,因而使主波显得越来越宽,同

时还可看到此时波的切迹从很明显变得越来越不明显,最后消失. 例如观察  $\eta_2$  在(1.2, 1.4)区间内的脉图,当  $0 < \eta_1 < 0.2$  时,波形的“过冲”很大,主波后缘的阶梯很低,几乎与切迹重合,因而切迹十分明显,而且主波狭而长. 随着  $\eta_1$  的增大,主波后缘的阶梯逐步升高,使得主波越来越宽,正如  $0.6 < \eta_1 < 0.8$  时的波形所示,此时后缘阶梯已升到与主波的高度相当,而且切迹也变得高又不明显. 另一方面,从图 2 中还可看到,随着  $\eta_2$  的增大,脉图主波后缘从光滑后缘变为逐步形成阶梯,而且阶梯逐步加宽,到最后在切迹之前几乎形成双峰波. 例如,当  $\eta_1$  在(0.4, 0.6)区间内时,若  $0 < \eta_2 < 1$ , 主波后缘十分光滑,没有阶梯. 随着  $\eta_2$  的增大,主波后缘逐步形成阶梯,而且往后阶梯增宽,到  $1.8 < \eta_2 < 2.0$  时,主波已形成明显的双峰,这样也使主波明显变宽.

由此可见,无量纲参量  $\eta_1$  的增大使脉图主波后缘的阶梯逐步升高,无量纲参量  $\eta_2$  的增大使脉图主波后缘的阶梯逐步增宽. 二者作用的结果都将使主波明显增宽. 由定义知,随着血液粘度  $\mu$  的增大,或是由于血管痉挛使截面积  $A$  变小都将使阻尼因子  $\alpha$  增大,从而使无量纲参量  $\eta_1$  增大,因此血液在动脉中流动的阻力增大将导致脉图主波后缘阶梯的升高. 另一方面,无量纲参量  $\eta_2 = \frac{t_0 \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}{2\pi}$  表示在主动脉瓣开启的持续时间  $t_0$  之内,以周期为  $\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}$  的波振荡的次数. 当  $\eta_2 \approx 1$  时,主波相当于是一次振荡形成的,即主波后缘很光滑,没有阶梯

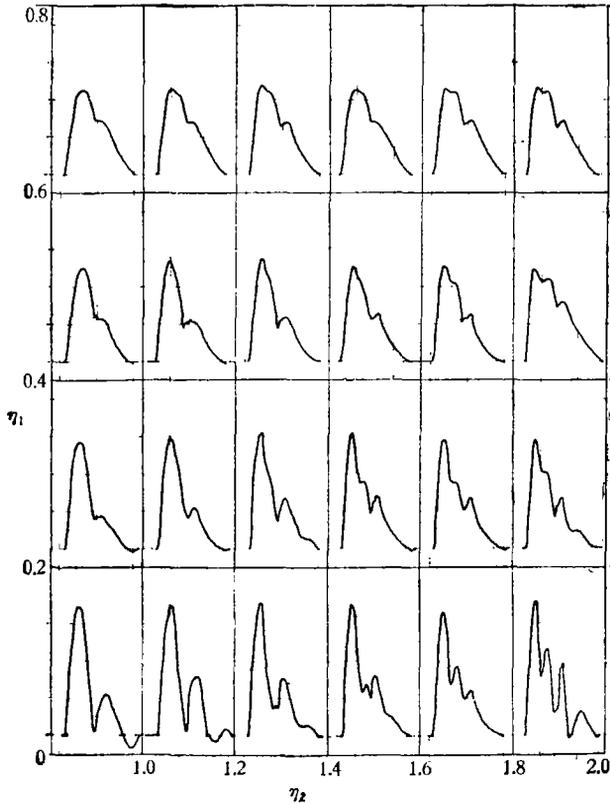


图 2 脉图波形随无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  的变化

存在。而当  $\eta_2$  接近于 2 时，在  $t_0$  时间内差不多振荡了两次，即主波几乎形成双峰。显然， $\eta_2$  的增大除了由于  $t_0$  的稍有增大外，主要是由于  $\omega_0$  的显著增大，即由于血管硬度的显著增大所引起的。因此，动脉管弹性变差将导致脉图主波后缘阶梯的加宽。

当然，若无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  同时增大，即血管变硬、流动阻力也增大，所对应的脉图其主波后缘阶梯将同时升高与加宽。

### 三、与实验结果比较

上述关于脉图波形随生理参数的变化规律可以在活狗身上得到证实。

实验采用健康的杂种狗，用丹麦戊巴比妥钠按每公斤体重 30 毫克的剂量进行静脉麻醉。狗处仰卧位，手术剥离左侧桡动脉，并接上压力传感器，将所传感到的桡动脉处的脉动压力波形在多道生理记录仪上描记下来。

图 3 表示在狗身上静脉注射去甲肾上腺素使血压上升所对应脉图形状的变化情况。从图中可清楚地看到，随着去甲肾上腺素作用的增强，狗的血压逐步上升，所对应脉图主波后缘的阶梯将逐步升高而且有所增宽，同时脉图切迹也越来越高。由于此时狗血压的上升是由于注射去甲肾上腺素使狗的动脉管痉挛收缩，阻力增大，同时也使血管弹性变差<sup>[1]</sup> 所导致的，因此这种情况下狗血压的上升是与无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  的增大相对应的。由此可见，图 3 所示的随血压上升，也即随无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  增大，脉图主波后缘阶梯波不断上升与增宽的变化规律是与图 2 所示的理论结果相符的。

与此相反，图 4 表示在狗身上静脉注射桑寄生使狗血压下降，在狗桡动脉处所描记的脉图波形的变化情况。图中左边第一张图表示注射前狗的正常脉图。从图中可看到，随着桑寄生作用的增强，狗的血压逐步下降，所对应脉图主波后缘的阶梯逐步降低，而且宽度也有所减小。



图 3 注射去甲肾上腺素时，狗脉图随血压的变化  
(每张图下面标的数字表示血压值毫米汞柱)

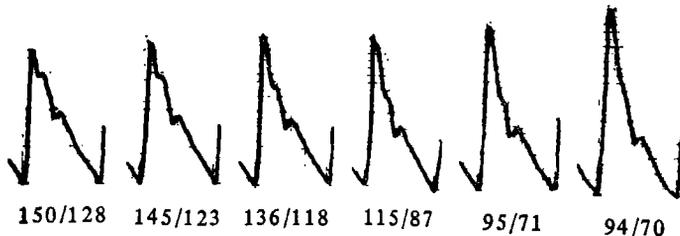


图 4 注射桑寄生时，狗脉图随血压的变化  
(每张图下面标的数字表示血压值毫米汞柱)

因为此时狗血压的降低是由于注射桑寄生使狗的血管舒张、阻力减小所导致的,因此这种情况下狗血压的下降是与无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  的减小相对应的。由此可见,图 4 所示的随血压下降,也即随无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  减小,脉图主波后缘阶梯下降与变窄的规律与图 2 所示的理论结果也完全一致。

最后要指出,在临床中很容易找到上述所对应的脉图。

首先,很容易在妊娠妇女中描记到如图 5a 所示的脉图。这种脉图的主波后缘光滑没有阶梯,或是阶梯高度很低,十分接近切迹。这样就使主波显得窄而高,而且切迹与重搏波都较低。这就是妊娠滑脉所对应的脉图。由于这种脉图主波很高而窄,因此有经验中医在切这种脉时其指面就有“如珠之应指”或“如盘走珠”的感觉。但是从图 2 可知,脉图主波后缘光滑或阶梯很低将意味着所对应的无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  较小,也就是说所对应的流动阻力较小而且血管弹性较好。这一点与妊娠妇女的血管松软、血液粘度下降、流动阻力减小以及血管弹性较好的特殊生理情况相当一致。

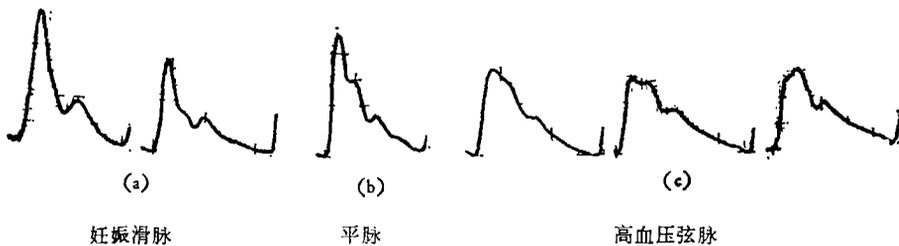


图 5 中医滑脉、平脉、弦脉所对应的脉图

其次,很容易在高血压患者中描记到如图 5c 所示的脉图。这种脉图主波后缘阶梯波宽而且高,通常阶梯的高度接近甚至高于主波,这样就使主波显得格外宽。这就是高血压弦脉所对应的脉图。由于这种脉图主波十分宽,因此在切脉时,指面就有“端直以长”的感觉。正如图 2 所示,对于这种高血压弦脉的脉图,主波后缘具有高而宽的阶梯将意味着所对应的无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  都较大,也就是说,所对应的流动阻力较大以及血管壁弹性很差。这一点与高血压患者(特别是老年患者)的血液粘度增大、流动阻力较大以及血管弹性很差的生理特征一致,而且也与医生切脉时手指感觉患者血管很硬,因而指面上有“如张弓弦”的感觉相一致。

当然,介于滑脉与弦脉之间的是正常年青人的平脉,其对应脉图如图 5b 所示。此时主波后缘有阶梯波存在,但其高度与宽度都适中。正如图 2 所示,这种情况的脉图所对应的无量纲参量  $\eta_1$  与  $\eta_2$  的数值是界于上述滑脉与弦脉之间,因而对应的血管弹性与流动阻力都属正常。

本文的动物实验与临床检验得到上海市高血压研究所、上海市第一人民医院与海军医学研究所等单位的帮助,特此致谢。

### 参 考 文 献

- [1] McDonald, D. A., *Blood Flow in Arteries*, Edward Arnold, 1974.