

液体射流泵理论的研究*

陆宏圻 曾祥金

(武汉水利电力学院)

摘 要

本文运用流体力学及湍流射流理论,导出了液体射流泵基本方程、最优参数方程、汽蚀方程及装置性能方程。通过计算数学方法,利用电子计算机求出了上述方程的数值解,并经过国内外的试验资料验证。

液体射流泵是以液体射流作为工作介质,通过射流质点的紊动扩散作用,把能量传给被抽流体(液体、含固体颗粒液体)的一种机械及混合反应器。由于射流泵内没有运动部件,所以它具有结构简单、工作可靠、加工容易和便于综合利用等优点。因此,在很多技术领域中,采用它可以使整个工艺流程和设备大为简化和可靠。目前在国内外广泛应用于国民经济各部门,并已发展成为一门新的学科——射流泵技术。1959 年以来我们对液体射流泵进行了较系统的试验研究,从而建立了较完整的液体射流泵理论,现分述如下。

一、液体射流泵理论

1. 基本方程

射流泵基本方程 $h = f(m, q, \bar{\gamma}_s)$, 是以无因次参数,压力比 h 、流量比 q 、面积比 m 和容重比 $\bar{\gamma}_s$ 来表征射流泵内的能量变化,以及各主要部件(喷嘴、喉管、扩散管及喉管进口段)对性能的影响,是设计、制造、运用与改进射流泵的理论依据。国内外学者一般采用两种研究方法:一种是把泵内运动简化为一元流^[1,7],并假定工作流体与被吸流体在喉管进口 2-2 断面处(图 1)未产生混合,因而从 1-1 断面到 2-2 断面射流断面不变,并认为 1-1 与 2-2 断面重合,或 1-1 与 $x-x$ 断面重合,喉管出口 3-3 断面流速分布是均匀的。由于这些假定与实际情况不符,所以导出的方程有一定局限性;另一种是利用二元流的方法来研究泵内的运动,在这方面 Hill^[2] 的工作具有代表性,但由于没有导出射流泵基本方程的解析式,所以在实际运用上还存在一定问题。试验表明^[3]: 射流泵喉管及进口段内流态是属于有限空间随伴射流,在 $x, 1, 2,$

本文 1979 年 9 月 22 日收到,1980 年 5 月 23 日收到修改稿。

* 参加本文试验研究工作的有:程振英、梁中天等同志。

本文使用符号: P ——压力, Q ——体积流量, G ——重量流量, H ——水头, γ ——容重, C_v ——体积浓度, v ——流速, g ——重力加速度, β ——角度, d ——直径, f ——面积, L ——长度, m ——面积比, c ——吸入面积比, q ——流量比, h ——压力比, S ——阻力系数, φ ——流速系数, α ——喉管入口函数, N ——功率, η ——效率, μ ——速度滑移修正系数, k ——喉管入口动量修正系数, δ ——喉管出口动量修正系数, ρ ——密度。脚标: o ——工作液体, s ——被吸流体, c ——混合流体, 1, 2, 3——射流泵喷嘴出口、喉管进口及出口断面, k ——汽蚀状态, y ——最优值。

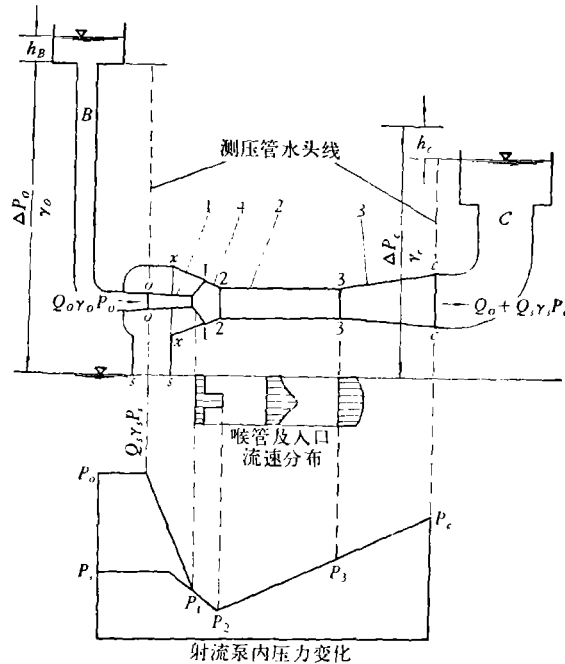


图1 液体射流泵工作原理图

(1. 喷嘴, 2. 喉管, 3. 扩散管, 4. 喉管入口)

3 这几个控制断面处, 压力、流速和浓度都发生急剧的变化, 流体中较大固体颗粒与液体相对滑移速度等对射流泵性能都有一定影响。我们如实地考虑了这些影响, 提出了喉管进口函数 α 的概念^[3], 并以函数 α 、流速分布不均匀动量修正系数 k_1, k_2, δ 和速度滑移修正系数 μ_1, μ_2, μ_3 来反映这些影响。运用流体力学的动量、能量和连续定理以及射流积分法, 导出了射流泵基本方程及动量修正系数方程组。它们具有较大的普遍性, 国外学者提出的 12 个不同形式的基本方程都是它的特例^[3, 4]。为了便于应用, 根据电子计算机计算成果整理出简化计算式, 它在工程应用中, 误差一般不超过 5%^[4]。

(1) 主要无因次参数及系数定义

流量比 $q = \frac{Q_s}{Q_0} = \frac{\text{被吸流体体积流量}}{\text{工作流体体积流量}},$

压力比 $h = \frac{\Delta P_c}{\Delta P_0} = \frac{\left(P_c + \gamma_c Z_c + \gamma_c \frac{v_c^2}{2g}\right) - \left(P_s + \gamma_s Z_s + \gamma_s \frac{v_s^2}{2g}\right)}{\left(P_0 + \gamma_0 Z_0 + \gamma_0 \frac{v_0^2}{2g}\right) - \left(P_s + \gamma_s Z_s + \gamma_s \frac{v_s^2}{2g}\right)} = \frac{\text{射流泵压力}}{\text{工作压力}},$

面积比 $m = \frac{f_3}{f_1} = \frac{\text{喉管断面积}}{\text{喷嘴出口断面积}}, \quad n = \frac{f_3}{f_3 - f_1} = \frac{m}{m - 1},$

容重比 $\bar{\gamma}_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} = \frac{\text{被吸流体容重}}{\text{工作流体容重}},$

吸入面积比 $C = \frac{f_{s2}}{f_{s1}} = \frac{\text{被吸流体在 2-2 断面过流面积}}{\text{被吸流体在 1-1 断面过流面积}},$

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$ 和 φ_0 分别为喷嘴、喉管、扩散管、喉管入口及其入口段涡流影响等流速系

数。\$k_1, k_2, \delta\$ 分别为喉管进出口流速分布不均匀影响的动量修正系数, \$\mu_1, \mu_2, \mu_3\$ 分别为喉管进出口段固体颗粒与液体之间速度滑移修正系数。

(2) 基本方程表达式

$$h = \varphi_1^2 \alpha \left[\frac{2\varphi_2 k_1'}{m} + \left(2\varphi_2 k_2' - \frac{c^2 n \mu_1^2}{\varphi_1^2 \mu_2^2} \right) \frac{n}{m^2} q^2 \mu_2^2 \bar{\gamma}_s \right. \\ \left. - \left(2 - \varphi_3^2 - \frac{\delta}{\mu_3^2} \right) \frac{(1 + q \bar{\gamma}_s)(1 + q) \mu_3^2}{m^2} \right], \quad (1)$$

上式中喉管进口函数

$$\alpha = \frac{1}{1 - \frac{\varphi_1^2 c^2 q^2 \mu_1^2 \bar{\gamma}_s}{\varphi_1^2 (m-1)^2}},$$

$$k_1' = k_1 + \frac{\frac{\varphi_0}{2} + \varphi_5 - k_1}{\varphi_2 \left[1 + \frac{1}{n} (\cos \beta - c) \right]}, \quad k_2' = k_2 + \frac{\varphi_5 c \cos \beta - k_2}{\varphi_2 \left[1 + \frac{1}{n} (\cos \beta - c) \right]},$$

$$\mu_1 = (1 - C_v) + \frac{v_{s1}^0}{v_{s1}} C_v, \quad \mu_2 = (1 - C_v) + \frac{v_{s2}^0}{v_{s2}} C_v,$$

$$\mu_3 = \frac{1 + q \left(1 - C_v + \frac{v_3^0}{v_3} C_v \right)}{1 + q}.$$

\$v_{s1}^0, v_{s2}^0, v_3^0\$ 为固体颗粒在 1, 2, 3 断面平均流速, \$v_{s1}, v_{s2}, v_3\$ 为液体在 1, 2, 3 断面平均流速。

(3) 动量修正系数方程组

对于轴对称自由射流其动量、浓度扩散及连续方程一般表示为^[5]:

$$\bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \bar{\rho} \bar{\varepsilon} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right), \quad (2)$$

$$\bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{v} \frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \bar{\rho} \frac{\varepsilon}{S_{CT}} \frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial y} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} \bar{u} y) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\rho} \bar{v} y) = 0, \quad (4)$$

上式中 \$\bar{u}, \bar{v}, \bar{\rho}, \bar{\kappa}\$ 分别为平均纵向速度、平均横向速度、平均密度、平均质量浓度。\$\varepsilon, S_{CT}\$ 分别为湍流的运动粘性系数及 Schmidt 数。

根据 Prandtl 与 Taylor 理论求解上述方程组, 可以得到在自由射流剖面上, 速度及浓度的无因次分布规律^[5],

$$\text{起始段} \quad \frac{v_{01} - v}{v_{01} - v_s'} = (1 - \eta_0^{1.5})^2, \quad \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - \gamma_s} = \eta_0,$$

$$\text{基本段(发展段)} \quad \frac{v - v_s'}{v_m - v_s'} = (1 - \eta_0^{1.5})^2, \quad \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - \gamma_s} = 1 - \eta_0^{1.5}, \quad \eta_0 = \frac{R_2 - R}{b}.$$

上述式中 \$v_{01}\$ 为喷嘴出口流速, \$v_s'\$ 为随伴流速, \$v_m\$ 为射流轴心线流速, \$v\$ 为射流断面上任意点流速, \$R_0\$ 为射流核半径, \$R_2\$ 为射流边界层半径, \$R\$ 为射流任意点半径, \$b\$ 为射流边界层厚度。

实验研究表明: 对于距离喷嘴出口较短的有限空间内, 射流特性符合自由射流规律^[6]。由

于射流泵喉管进口段一般都较短,所以其流态可以用自由射流的规律描述。

(a) 喉管进口动量修正系数 k_1, k_2 的计算式

根据图 2 将 2-2 断面分为两部分,一部分过流面积等于喷嘴出口面积 f_1 ,另一部分过流面积 $f_{s2} = f_3 - f_1$ (环形面积),其动量修正系数分别为:

$$k_1 = \frac{\pi R_1^2 v_{01}^2 \gamma_0 + \int_{R_1}^{R_0} v^2 \gamma df}{\pi R_0^2 v_{01}^2 \gamma_0}, \quad (5)$$

$$k_2 = \frac{\pi(R_3^2 - R_2^2) v_s'^2 \gamma_s + \int_{R_0}^{R_2} v^2 \gamma df}{\pi(R_3^2 - R_0^2) v_{s2}^2 \gamma \mu_2^2}. \quad (6)$$

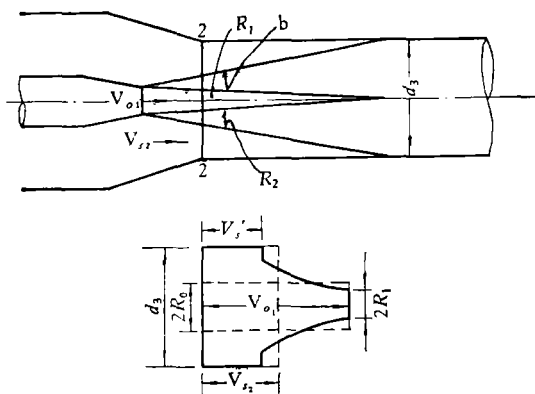


图 2 动量修正系数 k_1, k_2 计算图

根据射流起始段速度及浓度分布规律,运用射流积分法解上述方程得:

$$k_1 = \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2 + \frac{2b}{R_0} \left[\left(B_1 + \frac{B_2}{2} - \frac{B_3}{3} \right) - 2(1-M) \left(0.45 B_1 + \frac{9}{70} B_2 - \frac{1}{18} B_3 \right) + (1-M)^2 \left(\frac{243}{770} B_1 + \frac{60.75}{911} B_2 - \frac{1}{45} B_3 \right) - A \right], \quad (7)$$

$$k_2 = \frac{m-1}{\mu_2^2 q^2} \left[M^2 \left(m - \frac{R_2^2}{R_0^2} \right) + \frac{2b}{R_0 \gamma_s} A \right], \quad (8)$$

$$\begin{aligned} 4 = & \left(B_1 \eta_1 + \frac{B_2}{2} \eta_1^2 - \frac{B_3}{3} \eta_1^3 \right) - 2(1-M) \left[\left(B_1 \eta_1 + B_2 \frac{\eta_1^2}{2} - B_3 \frac{\eta_1^3}{3} \right) \right. \\ & \left. - 2 \left(\frac{B_1 \eta_1^{2.5}}{2.5} + \frac{B_2 \eta_1^{3.5}}{3.5} - \frac{B_3 \eta_1^{4.5}}{4.5} \right) + \left(\frac{B_1 \eta_1^4}{4} + \frac{B_2 \eta_1^5}{5} - \frac{B_3 \eta_1^6}{6} \right) \right] \\ & + (1-M) \left[\left(B_1 \eta_1 + \frac{B_2 \eta_1^2}{2} - \frac{B_3 \eta_1^3}{3} \right) - 4 \left(\frac{B_1 \eta_1^{2.5}}{2.5} + \frac{B_2 \eta_1^{3.5}}{3.5} - \frac{B_3 \eta_1^{4.5}}{4.5} \right) \right. \\ & \left. + 6 \left(\frac{B_1 \eta_1^4}{4} + \frac{B_2 \eta_1^5}{5} - \frac{B_3 \eta_1^6}{6} \right) - 4 \left(\frac{B_1 \eta_1^{5.5}}{5.5} - \frac{B_2 \eta_1^{6.5}}{6.5} + \frac{B_3 \eta_1^{7.5}}{7.5} \right) \right. \\ & \left. - \left(\frac{B_1 \eta_1^7}{7} + \frac{B_2 \eta_1^8}{8} - \frac{B_3 \eta_1^9}{9} \right) \right], \quad (9) \end{aligned}$$

$$M = \frac{1 + q\bar{\gamma}_s - \frac{2b}{R_0} \left(0.55B_1 + \frac{13}{35}B_2 - \frac{5}{18}B_3 \right) - \left(\frac{R_1}{R_0} \right)^2}{\bar{\gamma}_s \left(m - \frac{R_2^2}{R_0^2} \right) + \frac{2b}{R_0} \left(0.45B_1 + \frac{9}{70}B_2 - \frac{1}{18}B_3 \right)}, \quad (10)$$

$$\frac{R_1}{R_0} = \sqrt{\left(\frac{b}{R_0} \right)^2 [L_1 - 2(L_1 - L_2)] + 1 + \frac{1}{1-M} \left(k_1 - \varphi_5 M + \frac{\bar{\gamma}_s \mu_2^2 q^2 k_2}{m-1} - \bar{\gamma}_s \mu_2^2 q M \varphi_5 \cos \beta \right) - \frac{b}{R_0} L_1}, \quad (11)$$

$$L_1 = \bar{\gamma}_s(0.416 + 0.134M) + (1 - \bar{\gamma}_s)(0.309 + 0.062M), \quad (12)$$

$$L_2 = \bar{\gamma}_s(0.309 + 0.062M) + (1 - \bar{\gamma}_s)(0.348 - 0.02M), \quad (13)$$

$$\frac{db}{dx} = c_1 \frac{(1 + \bar{\gamma}_s)(1 - M)}{2(1 + \bar{\gamma}_s M)}. \quad (14)$$

上述式中

$$B_1 = \frac{R_2}{R_0} \bar{\gamma}_s, \quad B_2 = \frac{R_2}{R_0} (1 - \bar{\gamma}_s) - \frac{b}{R_0} \bar{\gamma}_s, \quad B_3 = \frac{b}{R_0} (1 - \bar{\gamma}_s)$$

$$M = \frac{\nu'_s}{\nu_{01}}, \quad \eta_1 = \frac{R_2 - R_0}{b}, \quad R_1 = R_2 - b,$$

c_1 为紊动系数。

(b) 喉管出口动量修正系数 δ 的计算式

按照 3-3 断面流速分布情况(图 1), 其流速分布不均匀动量修正系数为:

$$\delta = \frac{\int_{f_3} (v_m - v_3)^2 df}{v_3^2 f_3}. \quad (15)$$

根据 Абрамович 提出的射流泵喉管内流态与自由射流相似理论^[6], 利用射流基本段流速分布规律解 (15) 式得:

$$\delta = \frac{1 - \frac{8}{3.5} \xi_k^{1.5} + \frac{12}{5} \xi_k^3 - \frac{8}{6.5} \xi_k^{4.5}}{(1 - 1.14 \xi_k^{1.5} + 0.4 \xi_k^3)^2} - 1, \quad (16)$$

$$\xi_k = \frac{\sqrt{m}}{c_1 \left[\frac{2(L_k + L_c)}{d_3} \sqrt{m} - \frac{1.5}{c_H \sqrt{0.214}} \right] + 2.73}. \quad (17)$$

式中紊动系数 $c_1 = 0.23 \sim 0.25$, $c_H = 0.27 \sim 0.25$, L_k 为喉管长度, L_c 为喉嘴距。

2. 最优参数方程

使射流泵装置效率为最高的压力比 h_y , 流量比 q , 和面积比 m , 称为最优参数。正确地确定最优参数, 据以设计和配套射流泵, 使装置在最高效率区工作, 是射流泵理论研究的一个重要问题。射流泵的装置效率与装置形式有关^[4], 常用的装置有 III 类六种(见图 3)。

(1) 射流泵效率顶点曲线方程

由于射流泵效率 $\eta' = \phi(h, q, \bar{\gamma}_s)$, 而 $h = f_1(m)$, $q = f_2(m)$, 则最优面积比

$$\frac{d\eta'}{dm} = \frac{\partial \phi}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dm} + \frac{\partial \phi}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dm} = 0. \quad (18)$$

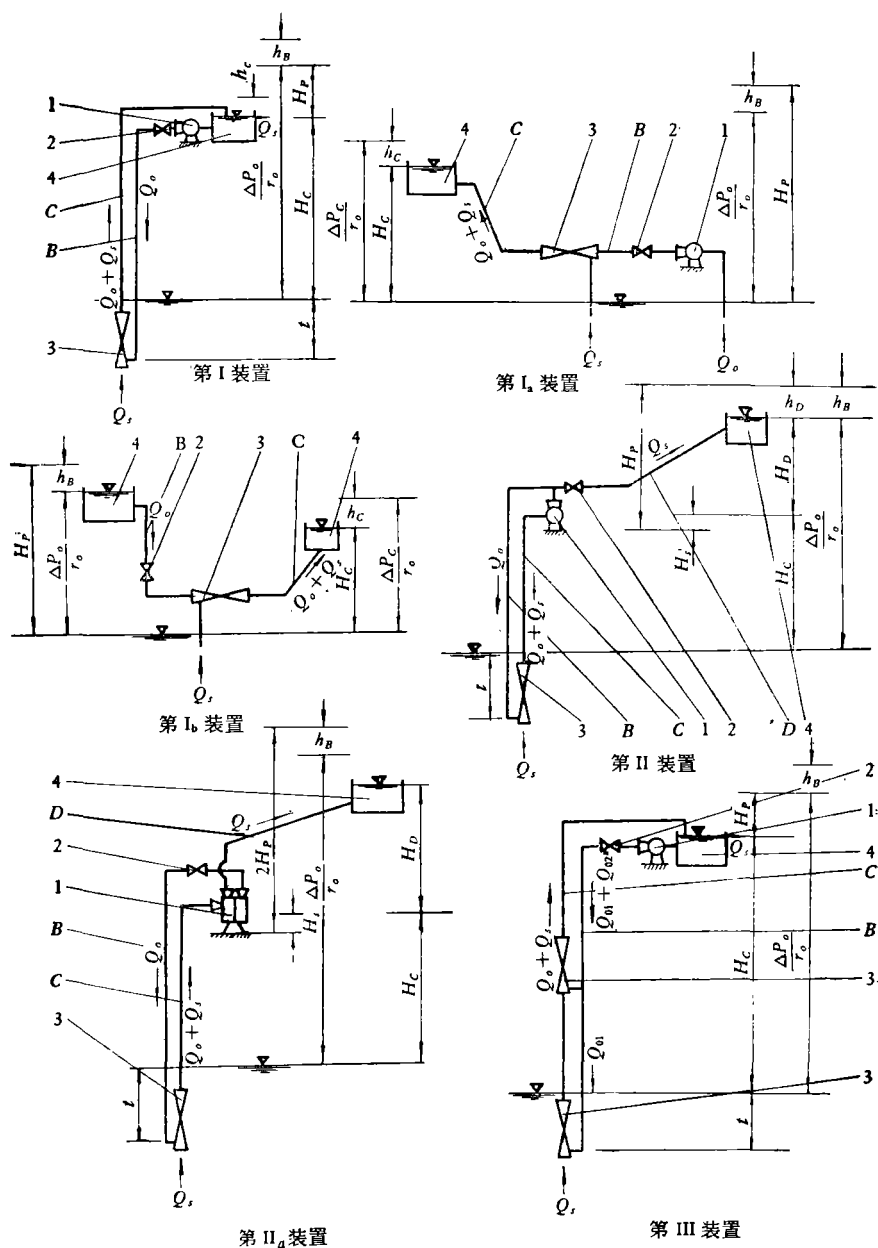


图 3 射流泵装置图

(1. 工作泵 2. 闸阀 3. 射流泵 4. 出水池; B. 工作管 C. 排出管 D. 压送管)

效率顶点曲线方程(最优流量比)

$$\frac{d\eta'}{dq} = \frac{\partial \phi}{\partial q} + \frac{\partial \phi}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dq} = 0. \quad (19)$$

由于

$$\frac{dh}{dq} = \frac{dh/dm}{dq/dm}; \quad \frac{dq}{dm} \neq 0. \quad (20)$$

(20) 式代入 (19) 式得

$$\frac{d\eta'}{dq} = \frac{\partial\phi}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dm} + \frac{\partial\phi}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dm} = 0, \quad (21)$$

显然, 有

$$\frac{d\eta'}{dq} = \frac{d\eta'}{dm}. \quad (22)$$

(22) 式说明最优流量比方程与最优面积比方程相等。亦即: 射流泵效率顶点曲线方程 $\frac{d\eta'}{dq}$ 上各点所对应的面积比是最优面积比 m_y 。

(2) 包络线方程

射流泵基本方程的一般形式可表示为曲线族

$$F(q, X, m) = 0. \quad (23)$$

式中 X 表示 h, k_1, k_2 等变量组成的向量。从微分几何可知: 上述曲线族的包络线必须满足

$$\frac{\partial F}{\partial m} = 0. \quad (24)$$

联解 (23), (24) 式便可得到包络线方程。在给定 q 或 h 的情况下, 可以证明

$$\frac{d\eta'}{dm} = \frac{\partial F}{\partial m} = 0. \quad (25)$$

亦即: 在 q 或 h 已给定的情况下, 包络线上各点对应的面积比是最优面积比 m_y 。

(3) 最优参数的确定

(a) 流量比 q 或压力比 h 为已知, 求最优面积比 m_y 。可以利用包络线方程确定, 联解 (23)、(24) 式便可得到 $m_y = f_1(q, \bar{\gamma}_s)$, $m_y = f_2(h, \bar{\gamma}_s)$, $h_y = f(q_y, \bar{\gamma}_s)$ 。

(b) 面积比 m 已知, 求最优流量比 q_y , 或最优压力比 h_y , 可以用装置效率顶点方程确定。上述两种方法的联系与区别, 可以用图 4 加以说明。以第 I 种装置为例, 不同 m 值的射流

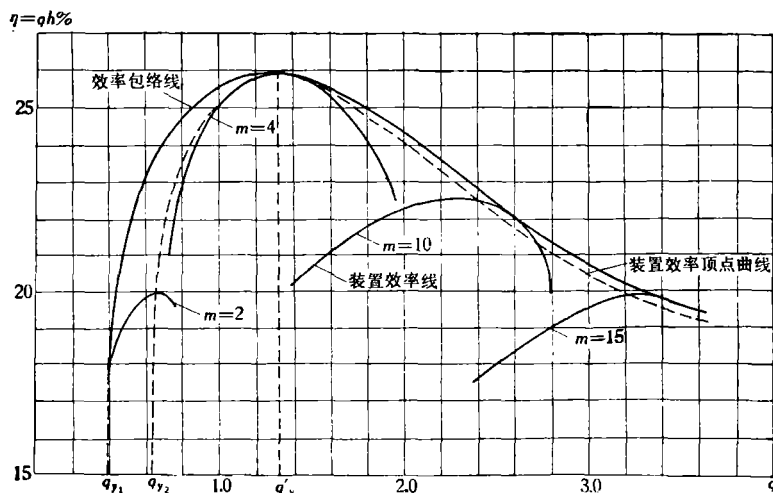


图 4 射流泵装置效率包络线及效率顶点曲线

泵有不同的效率曲线。用(a)法求出的是效率包络线各点对应的 q_{y1} , h_{y1} , 用(b)法求出的是效率顶点曲线对应的 q_{y2} , h_{y2} 。当面积比 m 较小时, 两者偏差较大。效率顶点曲线与效率包络线相切点处, 给出了这种装置的最高效率设计参数 q'_y , h'_y , m'_y 。因此在 m , q , h 都未定的情况下, 应尽可能使选定的设计参数接近最高效率参数。

3. 汽蚀方程

液体射流泵发生汽蚀后, 效率急剧下降, 并产生剥蚀破坏现象。由于发生汽蚀时流态比较复杂, 目前还没有精确的理论计算方法。实验表明: 射流泵在汽蚀状态下, 其最低压力区一般都发生在喉管内一定范围^[8]。因此我们假定: 低压区在射流边界与喉管壁面相交处(图5), 运用流体力学方法, 导出射流泵汽蚀方程

$$h_k = \alpha \varphi_1^2 \left[\frac{2\varphi_2 k'_1}{m} + \left(2\varphi_2 k'_2 - \frac{nc^2 \mu_1^2}{\varphi_1^2 \mu_2^2} \right) q_k^2 \frac{\mu_2 n \bar{\gamma}_s}{m^2} - \frac{2\bar{\gamma}_k \mu_k k_k (1 + q_k)^2}{m^2} \right]. \quad (26)$$

$$\text{上式中汽蚀压力比} \quad h_k = \frac{(P_k + \gamma_k Z_k) - \left(P_s + \gamma_s Z_s + \gamma_s \frac{v_s^2}{2g} \right)}{\left(P_0 + \gamma_0 Z_0 + \frac{v_0^2}{2g} \right) - \left(P_s + \gamma_s Z_s + \gamma_s \frac{v_s^2}{2g} \right)},$$

$$\text{汽蚀动量修正系数} \quad k_k = \frac{m k_0 + q_k^2 \bar{\gamma}_s m \left(\frac{1}{m - 1/k_0} \right)}{\mu_k^2 \bar{\gamma}_k v_{k3}^2}, \quad (27)$$

$$\text{汽蚀几何参数} \quad k_0 = \frac{1 - 0.25c \cos \beta}{0.75m - 0.25mc \cos \beta + 0.25}. \quad (28)$$

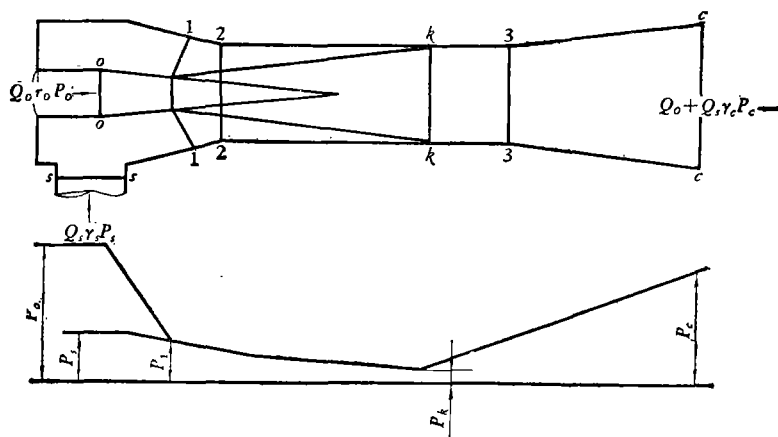


图5 射流泵汽蚀方程推导原理图

4. 装置性能方程

装置性能方程是反映射流泵、工作泵和管路系统的综合性能。在完成初步设计后, 必须对装置工作参数进行计算, 以便确定其使用范围和工作可靠程度。国外文献^[8]提出的计算方法, 不能全面计算各种不同装置。本文综合考虑了射流泵、工作泵、管路系统及水源水位变化, 提出了射流泵装置性能方程及其计算方法。它适用于各种不同的射流泵装置, 具有较大普遍性。

装置性能方程

$$H = SQ^2, \quad (29)$$

式中 H 为装置扬程, Q 为装置流量, S 为装置性能参数, 其表达式如下

$$\text{第 I 装置} \quad S_I = \frac{\left[\frac{(1 - h/\bar{r}_c)}{\alpha k^2} + (1 + q)^2 \left(S_c + \frac{1}{2gf_c^2} \right) + q^2 \frac{r_s}{r_c} \left(S_s + \frac{1}{2gf_s^2} \right) + S_B \right]}{\left(1 + \frac{Q_c}{Q_0} \right)^2}, \quad (30)$$

$$\text{第 II 装置} \quad S_{II} = \frac{S_I}{(1 + q)^2}, \quad (31)$$

$$\text{第 III 装置} \quad S_{III} = \frac{(1 + q)^2 \left(1 - \frac{h_2}{\bar{r}_c} \right)}{(q_1 + q_2 + 1)^2 \alpha_2 k_2^2} + \left(1 + \frac{q_2 q_1}{1 + q_2 q_1} \right)^2 S_{c_2} + S_B, \quad (32)$$

式中

$$k = \varphi_1 f_1 \sqrt{2g}, \quad \bar{r}_c = \frac{(1 + \bar{r}_s q)}{1 + q}, \quad \bar{r}_{c1} = \frac{1 + q_1 \bar{r}_s}{1 + q_1},$$

$$q_2 = \sqrt{\frac{1}{\alpha_2 k_2^2} \left[\frac{(1 + q_1)^2}{\frac{1 - h_1/\bar{r}_{c1}}{\alpha_1 k_1^2} + (1 + q_1)^2 S_{c1} + S_{B1}} \right]}.$$

 S_B, S_c, S_s 分别为工作管、排出管、吸入管阻力系数, Q_c 为分流流量。

装置性能计算: 由装置性能方程 $H = SQ^2$, 工作泵性能方程 $H = h_n - S_n Q^2$, 射流泵基本方程 $h = f(q, \bar{r}_s, m)$, 水源水位方程 $H_f = f(Q_s)$ 联解。计算方法可用图解分析法^[4]。

二、液体射流泵理论的数值计算及验证

基本方程属于非线性泛函方程, (23) 式可改写成

$$X = \phi(X, m, q) \quad m, q \in D, \phi, X \in R^n. \quad (33)$$

设 $D_0: \{X | 0 < x \leq x_0\} \subset R^n$. Jacobi 矩阵 ϕ_x 满足 $\|\phi_x\|_\rho < 1, \forall x \in D_0$, 可以证明(33)式在域 D_0 内存在唯一不动点 $X^*(m, q)$. 因此, 对于任给的初始向量 $X^{(0)} \in D_0$, 由 $X^{(k+1)} = \phi(X^{(k)}, m, q), m, q \in D, \phi, X^{(k)} \in R^n (k = 0, 1, \dots)$, 所得的序列 $\{X^{(k)}\}$ 总是收敛的, 可用迭代法求解。对包络线方程 $\frac{\partial F}{\partial m} = 0, F(X, m, q) = 0, m, q \in D, X, F \in R^n$, 同样保留如(33)式那样的压缩映射性态, 迭代式为 $y^{(k+1)} = \phi(y^{(k)}, m), m \in [0, m_0], \forall y^{(0)} \in R^{2n}$. 上式出现的 $\frac{\partial f_i}{\partial m}$ 近似采用

$$\frac{\partial f_i}{\partial m} = \frac{f_i(x_1 \cdots x_n, m + \Delta m, q) - f_i(x_1 \cdots x_n, m, q)}{\Delta m},$$

取 $\Delta m = \nu m, \nu = 10^{-5} \sim 10^{-6}$. 包络线方程用迭代法求解。

装置效率方程的计算可归纳为最优化问题, 即求目标函数 $-\eta = -\eta(x, m, q)$ 在约束条件 $F(x, m, q) = 0$ 下的最小值问题。引入 Lagrange 乘子 $\mu_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 即得

$$\mathcal{N}(X, m, q, \mu_i) = -\eta(X, m, q) + \sum_{i=1}^n \mu_i f_i(X, m, q). \quad (34)$$

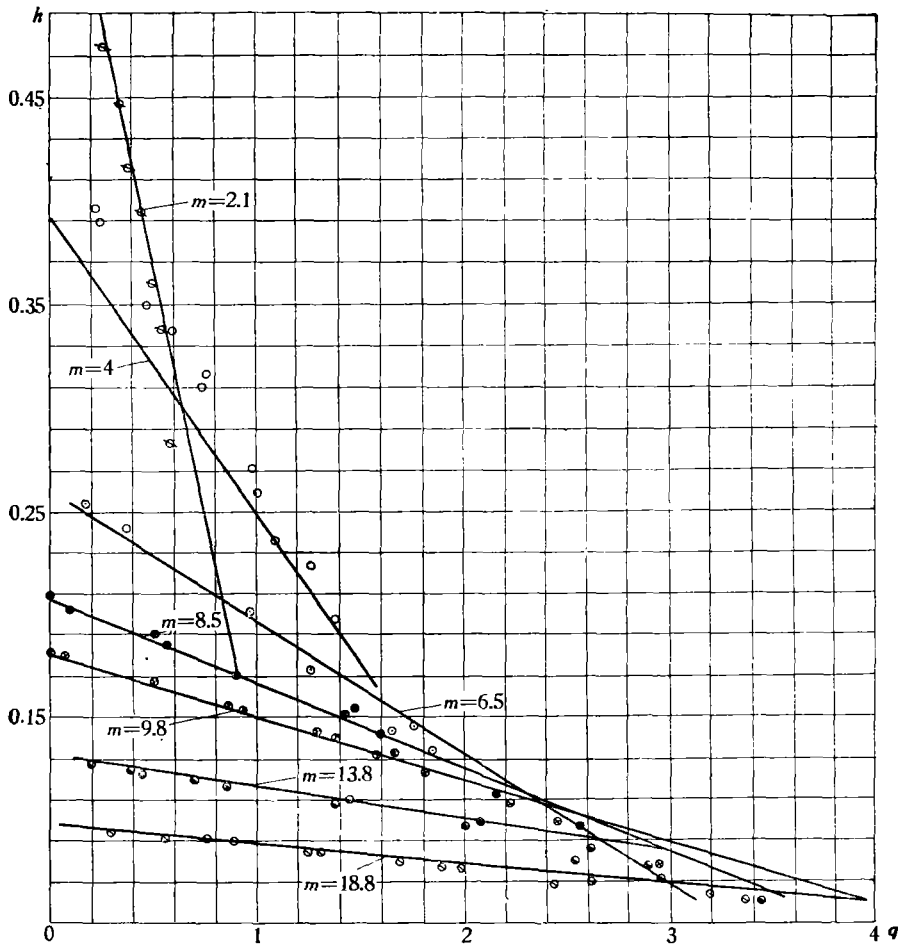


图 6 射流泵基本方程的验证

表 1 汽蚀方程验证

m	2.1	2.34	2.5	3.14	4	6.2	9
β	30°	30°	30°	30°	37°	30°	30°
$H_s(M)$	-2.6	-3	-9.6	-3	-3	1.76	3.43
$\frac{\Delta p_0}{\gamma}(M)$	28.9	90.2	31	00	102	70.8	74.68
q_k (实验)	0.596	0.455	0.705	0.77	0.91	1.55	1.74
q_k (计算)	0.53	0.46	0.63	0.72	0.94	1.40	1.75

假定 m 给定,问题可以化为求 (34) 式的无条件极值,若 (X^*, q^*, μ^*) 使 (34) 式取得最小值,则有

$$\mathcal{N}(X^*, m, q^*, \mu_i^*) < \mathcal{N}(X, m, q, \mu_i),$$

基本方程、汽蚀方程及装置性能方程的计算结果,与国内外试验资料对比^[3,4,7,8],如图 6, 7 及表 1 所示,两者基本符合。

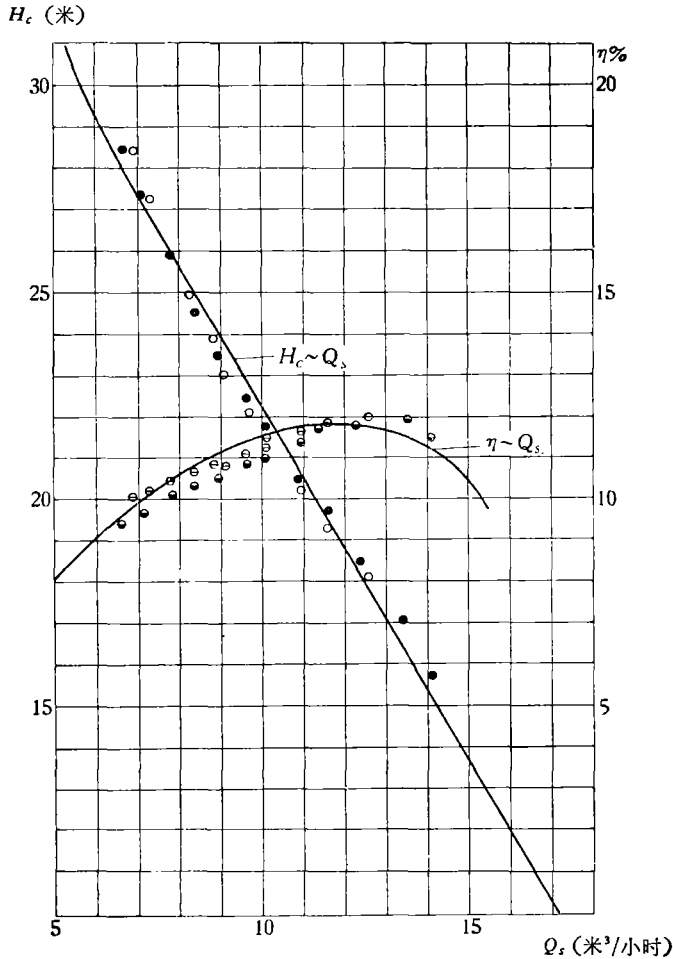


图 7 第 1 装置性能曲线的验证

三、结 语

本文提出的液体射流泵理论,较全面地反映了液体射流泵的性能,并经过国内外试验资料验证。近年来我们运用这一理论,设计了各种类型的液体射流泵装置,分别用于水利、电力、交通和环境保护等部门,运行效果良好。

本文研究工作早期得到已故导师童泳春副教授的指导 and 帮助,特此表示深切怀念与感谢。

参 考 文 献

- [1] Cunhingham, R. G., *Proc. and Symp. Jet pump & Ejectors and Gas Lift Techniques BHRA Fluid Eng*, 1975.

-
- [2] Hill, B. J., *J hydraulics division ASCE*, **99** (1973).
- [3] 童詠春、陆宏圻, 农机学报, **3** (1965).
- [4] 陆宏圻, 水泵技术, **3** (1979), 1—24.
- [5] 谢景春, 湍流射流理论与计算, 科学出版社, 1975.
- [6] Абромович, Т. Н., Теория турбулентных струй, Физматги, 1960.
- [7] Соколов, С. Я., Струйные аппараты, Госэнергоиздат, 1970.
- [8] Фридан, Б. Э., Гидроэлеваторы, Машгиз., 1960.