中国科学(A辑)
第24卷 第9期 SCIENCE IN CHINA (Series A) 1994年9月

相对论热力学向量理论*

刘泽文
(大连理工大学物理系,大连 116024)

摘 要

指出了 Planck-Einstein 相对论热力学(P-E 理论)中存在的缺点,提出了相对论热力学向量理论(向量理论).该理论在定义内能为四维向量和假定熵和粒子数为不变量的基础上得到了所有的热力学量的变换关系;并写出了体系的 Lagrange 量和热力学定律的四维形式.为了检验新理论的正确性,还给出了几个具有经典极限的精确解.该向量理论克服了 P-E 理论的缺点.

关键词 热力学、四维动量、压力

众所周知,长时期以来,学术界对 P-E 理论一直存在着争议,故至今尚未形成一个被公认的相对论热力学理论(RT 理论).近几年来,自李复龄和刘泽文提出在 RT 理论中压力不是标量的观点[1,2]之后,这种局面将可能发生变化.

在流体力学中,压力(正应力)为能-动张量 $T^{\mu\nu}$ 的空-空对角分量是没有争议的.但在 RT 理论中标压力的观念则根深蒂固.Sutcliffe 于 1965 年曾首先提出在热力学中可能存在非标压力的思想[3],但由于缺乏充分的论证,未引起学术界的重视.本文指出的 P-E 理论的五个缺点,实际上均与标压力有关,因此可看作是标压力不合理性的一个充分的证明.一旦冲破标压力观念的束缚,向量理论即应运而生.

向量理论认为,热力学量的变换关系至少应遵从两项原则:

1. 物理常数,如 Planck 常数 h, Boltzmann 常数 k, 气体常数 R 等,应当是标量;

2. 纯数,如粒子数 N, 微观状态数 W 等,也应当是标量.

这意味着,熵 S 是标量,因为 $S=k\ln W$; 内能 E, Helmholtz 函数 F, 焓 H, Gibbs 函数 Φ 以及均分能量 kT 等应当具有相同的变换关系,因为他们的量纲相同.特别是巨热力势 $\Omega=-PV$ 也具有能量的量纲,而体积 V 的变换关系为已知,故压力的变换关系不允许任意假定.

至于热力学定律(实质上是能量方程)的四维形式只可能基于两种表示:

$$T^{\mu\nu};\nu=g^{\mu}, \tag{1}$$

1992-06-17 收稿,1993-12-21 收修改稿.
* 国家自然科学基金资助项目.

$$\frac{\mathrm{D}E^{\mu}}{\mathrm{D}\tau}=G^{\mu}, \tag{2}$$

式中 G^{μ} 是四维力; g^{μ} 是四维力密度. 由此可见在 RT 理论中应当首先选定能量的变换关系. 有两种四维动量的定义可供这种选定:

$$E^{\mu}=\int \boldsymbol{T}^{\mu 0}\mathrm{d}^3x, \tag{3}$$

$$E^{\mu}=E_0U^{\mu}\equiv(E,\ \boldsymbol{G}), \tag{4}$$

式中 $U^{\mu}\equiv\frac{\mathrm{d}x^{\mu}}{\mathrm{d}\tau}$, $\boldsymbol{G}$ 是三维动量.

其次,描述简单系的独立参量有两个,因此,比如说,如果选定了 E^{μ} 和 S 的变换关系,那么,其他量的变换关系即随之确定下来.

本文中希腊字母 μ, ν, α, β 取 0, 1, 2, 3; 拉丁字母 i, j, k 取 1, 2, 3. 度规张量 $g^{\mu\nu}$ 的号差取 +2. 光速 $c=1$, 引力常数 $G=1$.

1 P-E 理论的缺点

对于简单系 P-E 理论选定的能量(动量)变换关系是[4]

$$\begin{cases} E=\nu(E_0+v^2P_0V_0), \\ G^i=\nu v^i(E_0+P_0V_0). \end{cases} \tag{5}$$

熵的变换关系是

$$S=S_0, \tag{6}$$

压力的变换关系是

$$P=P_0, \tag{7}$$

式中 $\nu=(1-v^2)^{-1/2}$.

在 Σ_0 系和 Σ 系中,热力学第一定律的协变形式分别是 $\mathrm{d}E_0=T_0\mathrm{d}S_0-P_0\mathrm{d}V_0$,

$$\mathrm{d}E=T\mathrm{d}s-P\mathrm{d}V+\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{G}. \tag{8}$$

首先,容易看出,P-E 理论选定的能量变换关系是(3)式,且 $\boldsymbol{T}^{\mu\nu}$ 为理想流体能-动张量. 据此,压力的变换关系本应当是

$$\boldsymbol{T}^{xx}=\Lambda^1_{\alpha}\Lambda^1_{\beta}T_0^{\alpha\beta}=(\rho_0+P_0)\gamma^2v_x^2+p_0,$$
$$\boldsymbol{T}^{yy}=\Lambda^2_{\alpha}\Lambda^2_{\beta}T_0^{\alpha\beta}=(\rho_0+P_0)\gamma^2v_y^2+p_0,$$
$$\boldsymbol{T}^{zz}=\Lambda^3_{\alpha}\Lambda^3_{\beta}T_0^{\alpha\beta}=(\rho_0+P_0)\gamma^2v_z^2+p_0$$

或者统一地表为[5]

$$p=\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}T^{ii}=\frac{1}{3}(\rho_o+P_o)\gamma^2v^2+p_o. \tag{9}$$

然而在 P-E 理论中却人为地选择了 $P=P_0$. $\boldsymbol{T}^{00}$ 和 $\boldsymbol{T}^{ii}$ 属于同一张量 $\boldsymbol{T}^{\mu\nu}$ 的分量,前者按 2 秩张量法则变换,后者却另作假定,这是没有理论根据的.

第二，在 P-E 理论中，理想气体的状态方程是协变式，即 $PV=RT \rightarrow P_0V_0=RT_0$，但是，理想气体状态方程还可以表为 $\rho_0=\alpha p_0$. 式中 α 是一纯数. 对于极端相对论气体 $\alpha=3$. 如果 ρ 和 p 分别按(3)和(7)式变换，那么，$\rho=\alpha p$ 就不是协变式了.

第三，描述简单系的独立参量可以分为四组[6]：
(S, V), (S, P), (T, V) 和 (T, P). 当选择 (S, P) 为独立参量时，其他量可表为 $A=A[S(v), P(v)]$ 或 $\frac{\partial A}{\partial v}=\frac{\partial A}{\partial S}\cdot\frac{\partial S}{\partial v}+\frac{\partial A}{\partial P}\cdot\frac{\partial P}{\partial v}$[7]. 在P-E 理论中，$S$ 和 P 为标量，自然与 v 无关，即 $\frac{\partial S}{\partial v}=0$, $\frac{\partial P}{\partial v}=0$, 于是得 $\frac{\partial A}{\partial v}=0$, 这意味着一切热力学量必须都是标量.

第四，诚然，关于标压力问题，Einstein 是做过证明的[8]. 他依据的是三维力 $\boldsymbol{f}$ 和二维面元 ΔS_{jk} 的变换关系

$$P=\frac{f_i}{\Delta S_{jk}}=\frac{f_{0i}}{\Delta S_{0jk}}=P_0. \tag{10}$$

但是，力 $\boldsymbol{f}$ 是四维力 G^μ 的空间分量，而面元 ΔS_{jk} 是 2- 形式 $\Delta S^{\mu\nu}$ 的空 - 空分量，故一般说来

$$P=\frac{f_x}{\Delta S_{yz}}=\frac{\gamma^{-1}\Lambda^1_\mu G^\mu_0}{\Lambda^2_\alpha\Lambda^3_\beta\Delta S_0^{\alpha\beta}}\neq P_0.$$

至于在 RT 理论中，由于系统的静质量可以发生变化，$\boldsymbol{f}$ 的变换关系可以证明是[1)]

$$f_x=f_{0x}+v\frac{\mathrm{d}m_0}{\mathrm{d}\tau},\ f_y=\gamma^{-1}f_{0y}\ 及\ f_z=\gamma^{-1}f_{0z}.$$

此时，根本得不到(10)式.

最后，(8)式还可以表为

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=T\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}-P\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{v}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{G}}{\mathrm{d}t}.$$

在 Σ_0 系中，通常作用在系统上的合外力为零，即 $\boldsymbol{f}_0=0$, 因而系统无加速度，仅仅借助于坐标变换即生成 $\boldsymbol{f}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{G}}{\mathrm{d}t}$，这种力显然是没有物理意义的[9].

2　相对论热力学量

设 Σ_0 系中的热力学体系，占有体积 Y_0, 含有 N_0 个"宏观粒子"(即子系统，以下简称粒子). 粒子的数密度为 $n_0=N_0/Y_0$ 或粒子占有的体积为 $V_0=Y_0/N_0=1/n_0$[10]. 假定粒子的总能量是[11]

$$E_0=\Sigma m_0+u_0=e_0+u_0, \tag{11}$$

1) 刘泽文，Minkowski 时空中的四维力，大连理工大学学报，1994, **34**(3): 370.

式中 m_0分子的静质量；u_0 是内能．E_0 称为相对论内能．由 Helmholtz 函数 $f_0=u_0-ST_0$，可定义相对论 Helmholtz 函数

$$F_0=e_0+f_0=E_0-ST_0. \tag{12}$$

以此类推，定义相对论焓

$$H_0=e_0+h_0=E_0+P_0V_0, \tag{13}$$

相对论 Gibbs 函数

$$\Phi_0=e_0+\varphi_0=H_0-ST_0, \tag{14}$$

相对论巨热力势

$$\Omega_0=f_0-\varphi_0=F_0-\Phi_0=-\frac{P_0}{n_0}. \tag{15}$$

我们选定(4)式作为能量的变换式，即

$$E^\mu=E_0U^\mu=(e_0+u_0)U^\mu=e^\mu+u^\mu. \tag{16}$$

有了(16)式，由(11)—(15)式可知，F, H, Φ 和 Ω 等必然是四维向量．特别是，由于 s 是标量，故温度构成四维向量 $T^\mu+T_0U^\mu$, F 即可表为 $F^\mu=E^\mu-ST^\mu$.

此外，粒子数 N 和电荷 Q (如果粒子带电的话)也是标量，于是有[12]

$$S=\int\sigma^\mu\mathrm{d}\Sigma_\mu,\ N=\int n^\mu\mathrm{d}\Sigma_\mu \text{ 和 } Q=\int j^\mu\mathrm{d}\Sigma_\mu,$$

式中 $\mathrm{d}\Sigma^\mu$ 是超曲面元；σ^μ, n^μ 和 j^μ 是相应各量的密度流．最后我们得到了一组四维向量：

$$E^\mu=E_0U^\mu,\ F^\mu=F_0U^\mu,\ H^\mu=H_0U^\mu,\ \Phi^\mu=\Phi_0U^\mu,$$
$$\Omega^\mu=\Omega_0U^\mu,\ T^\mu=T_0U^\mu \text{ 或 } kT^\mu=(kT_0)U^\mu,$$
$$\sigma^\mu=\sigma_0U^\mu,\ n^\mu=n_0U^\mu,\ j^\mu=\rho_{00}U^\mu$$

以及关系式：

$$\sigma^\mu=Sn^\mu,\ j^\mu=Qn^\mu,\ \Phi^\mu=NK^\mu, \tag{17}$$

$$F^\mu=E^\mu-ST^\mu,\ H^\mu=E^\mu-\Omega^\mu,\ \Phi^\mu=F^\mu-\Omega^\mu, \tag{18}$$

式中 $K^\mu=K_0U^\mu$ 是化学势四维向量．由此可以得到所有热力学量的变换关系：

$$E=\gamma E_0,\ F=\gamma(E_0-ST_0),\ H=\gamma(E_0+P_0V_0),$$
$$\Phi=\gamma(H_0-ST_0),\ K=\gamma K_0,\ kT=\gamma kT_0.$$

$\sigma=\gamma\sigma_0$ 或 $S=S_0$, $n=\gamma n_0$或 $N=N_0$, $\rho_e=\gamma\rho_{0e}$ 或 $Q=Q_0$, 特别是，由 $\Omega=\gamma\Omega_0$, 得 $p=\gamma^2p_0$. 若粒子处于静态引力场中，由 $-\mathrm{d}\tau^2=g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu\mathrm{d}x^\nu$ 和 $\mathrm{d}x^i=0$, 可得 $U^t=(-g_{tt})^{-1/2}$, 所以有 $E=(-g_{tt})^{-1/2}E_0$, $F=(-g_{tt})^{-1/2}F_0$, $T=(-g_{tt})^{-1/2}T_0$ 等等，特别是由 $\Omega=(-g_{tt})^{-1/2}\Omega_0$ 得 $P=(-g_{tt})^{-1}P_0$.

3 相对论热力学定律

在向量理论中 E^μ 区分为 e^μ 和 u^μ, 当不考虑热现象时即不必区分他们，此时热力学问题自然归结为力学问题．依据这一特征，我们令 x^μ 和 U^μ 为独立变数，粒子的 Lagrange量统一地取为

$$\mathscr{L}=(-g_{\mu\nu}E^\mu E^\nu)^{1/2}+\psi,$$

作用量为

$$I=\int\mathscr{L}\mathrm{d}\tau,$$

式中 ψ 是某外场(引力场除外)的标势且 ψ 仅是 x^μ 的函数. 粒子的运动方程由 Euler-Lagrange 方程给出，即

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x^\mu}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\left(\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial U^\mu}\right)=0.$$

考虑到 $-1=g_{\mu\nu}U^\mu U^\nu$, $-g_{\mu\nu}E^\mu E^\nu=E_0^2$ 以及

$$\frac{\partial E^\mu}{\partial U^\nu}=E_0\delta^\mu_\nu,\quad \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}=\begin{Bmatrix}\alpha\\ \mu\sigma\end{Bmatrix}g_{\alpha\nu}+\begin{Bmatrix}\alpha\\ \gamma\sigma\end{Bmatrix}g_{\alpha\mu},$$

得

$$\frac{\mathrm{d}E_\sigma}{\mathrm{d}\tau}-\begin{Bmatrix}\nu\\ \sigma\mu\end{Bmatrix}E_\nu U^\mu+\frac{\partial\psi}{\partial x^\sigma}=0. \tag{19}$$

令 $-\dfrac{\partial\psi}{\partial x^\sigma}=G_\sigma$, 那么，(19)式正是(2)式.

对于相对论力学，有 $G_\mu U^\mu=0$, 对于相对论热力学，有 $G_\mu U^\mu\neq 0$, 故用 n^μ 缩并(2)式即得相对论热力学方程:

$$n^\mu\frac{\mathrm{D}E_\mu}{\mathrm{D}\tau}=n^\mu G_\mu=n^\mu T_\mu\frac{\mathrm{D}S}{\mathrm{D}\tau}-\Omega^\mu\frac{\mathrm{D}n_\mu}{\mathrm{D}\tau}+n^\mu K_\mu\frac{\mathrm{D}N}{\mathrm{D}\tau}, \tag{20}$$

式中 $n^\mu T_\mu\mathrm{D}S$, $\Omega^\mu\mathrm{D}n_\mu$ 和 $n^\mu K_\mu\mathrm{D}N$分别表示“热密度”、“功密度”和“广义功密度”. 由(1.7)，(18)和(20)式，最后得

$$n^\mu E_{\mu;\nu}=n^\mu(T_\mu S_{,\nu}+K_\mu N_{,\nu})-\Omega^\mu n_{\mu;\nu}, \tag{21}$$

$$n^\mu F_{\mu;\nu}=n^\mu(K_\mu N_{,\nu}-ST_{\mu;\nu})-\Omega^\mu n_{\mu;\nu}, \tag{22}$$

$$n^\mu H_{\mu,\nu}=n^\mu(T_\mu S_{,\nu}+K_\mu N_{,\nu})-\Omega^\mu n_{\mu,\nu}-n^\mu\Omega_{\mu,\nu}, \tag{23}$$

$$n^\mu\Phi_{\mu,\nu}=n^\mu(K_\mu N_{,\nu}-ST_{\mu,\nu})-\Omega^\mu n_{\mu;\nu}-n^\mu\Omega_{\mu,\nu}. \tag{24}$$

此外，热力学第二定律和第三定律可表为

$$\sigma^\mu_{,\mu}\geqslant 0\quad 及\quad -g_{\mu\nu}T^\mu T^\nu>0. \tag{25}$$

容易验证，(21)—(25) 式在局部惯性系中即化为

$$\mathrm{d}E_0=T_0\mathrm{d}S-P_0\mathrm{d}V_0+K_0\mathrm{d}N,$$
$$\mathrm{d}F_0=-S\mathrm{d}T_0-P_0\mathrm{d}V_0+K_0\mathrm{d}N,$$
$$\mathrm{d}H_0=T_0\mathrm{d}S+V_0\mathrm{d}P_0+K_0\mathrm{d}N,$$
$$\mathrm{d}\varphi_0=-S\mathrm{d}T_0+V_0\mathrm{d}P_0+K_0\mathrm{d}N.$$

$\sigma^\mu_{,\mu}\geqslant 0$ 及 $T_0^2>0$, 等等.

4 向量理论的应用

4.1 大气数密度的分布

设理想气体在 Schwarzschild 场中处于平衡态，故 $\mathrm{d}N=0$ 及各四维向量仅有时间分量，于是(21)式简化为

$$n^tE_{t,r}-n^tT_tS_{,r}+\Omega^tn_{t,r}=\begin{Bmatrix}t\\ tr\end{Bmatrix}(n^tE_t+\Omega^tn_t).$$

如果熵和温度不随 r 变化，即 $E_{t,r}=0$, $S_{,r}=0$,

上式即化为
$$\Omega^t n_{t,r}=\begin{Bmatrix} t \\ tr \end{Bmatrix}(n^t E_t+\Omega^t n_t).$$

利用 $\begin{Bmatrix} t \\ tr \end{Bmatrix}=\frac{1}{2B}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}r}$，其中 $B=1-2m/r$,

得
$$-\frac{\mathrm{d}n}{n}=\frac{a}{2}\frac{\mathrm{d}B}{B}, \tag{26}$$

式中
$$a=\rho/P-1;\ \rho=nE.$$

(26) 式的解是 $n=A(1-2m/r)^{-a/2}$. 令 $r=R$ 时 $n=n_f$, 可得一精确解:
$$n=n_f\left(\frac{1-2m/R}{1-2m/r}\right)^{1/2(\rho/p-1)}. \tag{27}$$

当大气的温度不太高时，有 $a\cong\frac{m}{kT}\gg 1$, 即得 (27) 式的 Newton 极限表式 $n=n_f\mathrm{e}^{-(mg/kT)z}$.

4.2 旋转柱形容器内的气体密度

设柱形容器的半径为 R, 高为 h, 以角速度 ω 旋转. 在地面参照系中，其间隔是
$$-\mathrm{d}\tau^2=-\mathrm{d}t^2+\mathrm{d}r^2+r^2\mathrm{d}\varphi^2+\mathrm{d}z^2.$$

假定 $E_{\mu,r}=0$ 和 $S_{,r}=0$, (21) 式化简为
$$\Omega^t n_{t,r}+\Omega^\varphi n_{\varphi,r}=\begin{Bmatrix} \lambda \\ \mu r \end{Bmatrix}(n^\mu E_\lambda+\Omega^\mu n_\lambda).$$

经计算可得
$$\frac{p_0}{n_0}\cdot\frac{\mathrm{d}n_0}{\mathrm{d}r}=\gamma^2(r\omega^2)(n_0E_0-p_0),$$

式中 $\gamma=(1-r^2\omega^2)^{-1/2}$; p_0, n_0 等为旋转系上的热力学量之值. 利用 $N=\int_0^R(\gamma n_0)2\pi hr\mathrm{d}r$ 条件可得另一精确解
$$n_0=\frac{N\omega^2(a-1)}{2\pi h}\cdot\frac{\gamma^a}{\gamma_R^{a-1}-1}, \tag{28}$$

式中 $\gamma_R=(1-R^2\omega^2)^{-1/2}$. 当气体的温度不太高时，有 $m\gg kT$, 即得 (28) 式的 Newton 极限表式
$$n_0=\frac{N\omega^2m}{2k\pi hT}\cdot\frac{\exp(m\omega^2r^2/2KT)}{\exp(m\omega^2R^2/2KT)-1}.$$

4.3 一类新的星体结构方程

在球形引力场中度规张量还可以表为 $g_{tt}=-e^{\tilde{\nu}}$, $g_{rr}=e^{\tilde{\nu}}$ 等[13]. 在星体内部，由 Einstein 场方程 $R_\nu^\mu-\frac{1}{2}\delta_\nu^\mu R=-8\pi T_\mu^\nu$ 和 $T_\nu^\mu=(\rho_0+p_0)U_\mu U_\nu+\delta_\nu^\mu p_0$, 可得
$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\nu}}{\mathrm{d}r}=\frac{8\pi r^3p+2m}{r(r-2m)}. \tag{29}$$

当星体处于平衡态时，有以下各式成立：

$$S_{,\nu}=0,\ H_{\mu,\nu}=0 \quad 以及 \quad N_{,\nu}=0,$$

(23)式化简为

$$\Omega^t n_{t,r}+n^t\Omega_{t,r}=\begin{Bmatrix} t \\ tr \end{Bmatrix}(n^t H_t+\Omega^t n_t+n^t\Omega_t)$$

或

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}=\begin{Bmatrix} t \\ tr \end{Bmatrix}(\rho-p)=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\tilde{v}}{\mathrm{d}r}(\rho-p).$$

由(29)式，得新星体结构方程

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}=\frac{(\rho-p)(4\pi r^3 p+m)}{r(r-2m)}. \tag{30}$$

大家熟知的 TOV 方程是

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}=\frac{(\rho+p)(4\pi r^3 p+m)}{r(r-2m)}. \tag{31}$$

比较(30)和(31)式，不难看出，当$\rho \gg p$ 和$r \gg 2m$时，两者具有共同的 Newton 极限方程 $-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}=\frac{\rho m}{r^2}$. 利用(30)式讨论 $\rho=$ 常数的星体，可得到很有意义的结果[1].

5 讨　论

(1)在向量理论中，表达式 $T=\gamma T_0$或 $kT=\gamma(kT_0)$ 具有明确的物理意义. 即，如果质-能关系式也适用于热能，那么，在运动系中质量 kT_0 变大就是温度变高的一个直接证明.

(2)巨热力势 Ω 在向量理论中起着举足轻重的作用. 特别是由 Ω 的变换关系得到的 $P=(-g_{tt})^{-1}P_0$ 即引力场愈强压力亦愈大，与实验观测事实相符合.

(3) 在新理论中 $PV=RT$ 和 $\rho=\alpha p$ 都是协变式.

(4)向量理论消除了 P-E 理论中的非物理力. 当 $\mathrm{d}N=0$ 时，在 Minkowski 时空中，(21)式化为

$$n^\mu \mathrm{d}E_\mu=n^\mu T_\mu \mathrm{d}S-\Omega^\mu \mathrm{d}n_\mu,$$

式中

$$n^\mu \equiv (n,\ n\boldsymbol{v}),\quad E_\mu \equiv (-E,\ \boldsymbol{G}),$$

$$T_\mu \equiv (-T,\ T\boldsymbol{v}),\quad \Omega^\mu \equiv (-PV,\ -PV\boldsymbol{v}).$$

由于　$\mathrm{d}\boldsymbol{v}=0$　和　$\mathrm{d}\boldsymbol{G}=\boldsymbol{v}\mathrm{d}E$，得

$$\mathrm{d}E-\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{G}=(1-v^2)(T\mathrm{d}S-P\mathrm{d}V) \text{ 或 } \mathrm{d}E=T\mathrm{d}S-P\mathrm{d}V.$$

于是，在 Einstein 相对论中，对于相对论力学和热力学有方程

$$\begin{cases} \mathrm{d}E^\mu=G^\mu \mathrm{d}\tau, \\ n^\mu \mathrm{d}E_\mu=n^\mu(T_\mu \mathrm{d}S+K_\mu \mathrm{d}N)-\Omega^\mu \mathrm{d}n_\mu, \\ \sigma^\mu_{\cdot\mu} \geqslant 0, \\ -T^\mu T_\mu>0. \end{cases}$$

对于电磁理论有 Maxwell 方程

1) 刘泽文，一类新的星体结构方程(待发表).

$$\begin{cases} F^{\mu\nu}_{;\nu} = 4\pi j^{\mu}, \\ F^{\mu\nu,k} + F^{\nu k,\mu} + F^{k\mu,\nu} = 0, \\ \mathrm{d}E^{\mu} = QF^{\mu}{}_{\nu}U^{\nu}\mathrm{d}\tau. \end{cases}$$

对于量子力学有 Klen-Gordon 方程和 Dirac 方程

$$\begin{cases} \Box\ \psi = (m^2/h^2)\psi \text{ 或 } \hat{E}^{\mu}\hat{E}_{\mu}\psi = -(m^2/h^2)\psi, \\ \alpha^{\mu}\hat{E}_{\mu}\psi = -\beta m\psi, \end{cases}$$

式中 $\alpha^{\mu} \equiv (1, \alpha)$，等等[14].

上述三组物理定律的四维表述，连同一整套物理量的变换关系，以及物理定律和物理量变换关系的广义协变形式，最终构成了严谨的 Einstein 相对论理论体系.

参 考 文 献

[1] 李复龄，物理学进展，1989, **9**(3):362.

[2] 刘泽文，大连理工大学学报，1990, **30**(4):379.

[3] Sutcliffe, W. G., *Nuovo Cimento.*, 1965, **39**: 683.

[4] Planck, M., *Zur Dynamik Bewegter Systeme*, s. d. kgl Preuss. Akad. d. wiss, 1907, 542., *Ann. Physik*, 1908, **26**: 1.

[5] Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology*, John Wiley, 1972, Chaps, 2, 4, 8.

[6] Adikins, C. J., *Equilibrum Thermodynamics*, Camvridge Univ. Press 1983, 101.

[7] van Kampen, N. G., *Phys. Rev.*, 1968. **173**: 295.

[8] Einstein, A., *Johrbuch der Radioaktivitat und Elektronik*, 1907, **4**: 411.

[9] Ott, Z. H., *Physik.*, 1963, **70**: 175.

[10] Misner, Thorne, wheeler, *Gravitation.*, W. H. Freeman and Company, 1973, 557.

[11] Synge, J. L., *The Relativistic Gas*, North-Holland, Amsterdam, 1957, 64.

[12] Soper, V. E., *Classical Field Theory*, Wiley-Interscience, 1976, 31.

[13] 俞允强，相对论引论，北京大学出版社，北京，1985.

[14] Schiff, L. I., *Quantum Mechanics.*, McGraw, Hill B. C., 1968, Chap. 13.