

# 高速铁路无砟轨道不平顺谱

康熊<sup>①</sup>, 刘秀波<sup>①\*</sup>, 李红艳<sup>①</sup>, 杨飞<sup>①</sup>, 高建敏<sup>②</sup>, 翟婉明<sup>②</sup>

① 中国铁道科学研究院, 北京 100081;

② 西南交通大学牵引动力国家重点实验室, 成都 610031

\* E-mail: liuxubo@iicgqb.com

收稿日期: 2014-03-25; 接受日期: 2014-05-07

国家重点基础研究发展计划(批准号: 2013CB036200, 2013CB036205)资助项目

**摘要** 研究提出了我国高速铁路无砟轨道不平顺谱的计算方法、轨道不平顺谱拟合公式及轨道不平顺谱图。为提高轨道不平顺谱的计算精度, 研究提出了基于线性插值和小波分析方法的轨道不平顺检测数据异常值和趋势向剔除算法。同时通过不同窗函数长度、不同窗函数和不同谱估计方法的轨道不平顺谱计算对比分析, 确定了轨道不平顺谱的计算方法。利用高速综合检测列车检测数据计算确定了高速铁路无砟轨道不平顺谱及其拟合公式, 并引入倍频能量表反映高速铁路无砟轨道周期结构的影响。由轨道不平顺谱拟合公式与倍频能量表共同构成的高速铁路无砟轨道不平顺谱, 为高速铁路设计、评估和养护维修等提供了依据。

**关键词**  
高速铁路  
轨道不平顺谱  
窗函数  
谱估计  
拟合公式  
倍频能量表

## 1 引言

轨道不平顺是引起机车、车辆和线桥隧等结构物产生振动或破坏的重要原因。轨道不平顺谱能同时反映轨道不平顺的幅频特性, 是设计和评估机车车辆、线桥隧等的重要参数和有效工具。

从 20 世纪 60 年代到 90 年代, 美、德、英、法、日等国以及 ISO 国际标准组织、欧洲标准组织和国际铁路联盟等均对轨道不平顺谱进行了研究, 提出了相应速度范围的轨道不平顺谱<sup>[1~10]</sup>。

国内, 20 世纪 70 年代长沙铁道学院给出了一级干线铁路的轨道不平顺谱表达式<sup>[11]</sup>; 1988 年中国铁道科学研究院(以下简称“铁科院”)提出了 50 kg/m 钢轨线路垂向短波不平顺谱表达式<sup>[12]</sup>, 1999 年铁科院

提出了主要干线不同轨道结构、质量状态以及曲线、桥梁、钢轨焊接接头等特殊地段的轨道不平顺谱<sup>[13]</sup>, 其中高低、水平和轨向不平顺谱采用了系数不同、形式统一的解析式; 2005~2008 年, 铁科院又对既有线轨道不平顺谱进行了深入研究, 提出了轨道不平顺谱计算公式。

随着 2008 年京津城际铁路建成并运营, 我国成为首个运营速度达到 350 km/h 高速铁路的国家。速度 350 km/h 高速铁路轨道结构主要采用无砟轨道, 与既有线有砟轨道结构明显不同, 国内外原有轨道不平顺谱难以表征高速铁路无砟轨道不平顺谱。本文在研究轨道不平顺谱计算方法关键环节的基础上, 确定了高速铁路轨道不平顺谱计算方法流程; 分析了实测轨道不平顺谱概率分布, 并据此确定了高速

**引用格式:** 康熊, 刘秀波, 李红艳, 等. 高速铁路无砟轨道不平顺谱. 中国科学: 技术科学, 2014, 44: 687~696  
Kang X, Liu X B, Li H Y, et al. PSD of ballastless track irregularities of high-speed railway (in Chinese). Sci Sin Tech, 2014, 44: 687~696, doi: 10.1360/N092014-00088

铁路轨道不平顺谱表示方式; 采用传统谱拟合公式反映高速铁路无砟轨道随机不平顺, 引入倍频能量表反映高速铁路无砟轨道周期结构的影响, 综合谱拟合公式与倍频能量表, 有效描述了高速铁路无砟轨道不平顺特征.

## 2 高速铁路轨道不平顺谱计算方法

谱分析方法主要分为经典和现代谱估计两大类<sup>[14]</sup>: 经典谱估计分间接法(如 BT 法)、直接法(如 Welch 法等); 现代谱估计分为参数模型法(如 Burg 法)和非参数模型法(如 MUSIC 法). 这些谱估计算法都比较成熟, 但计算效率和精度差异较大.

轨道不平顺不是严格的平稳随机过程, 计算轨道不平顺谱时需要大量检测数据进行统计分析. 出于稳定性、可实现性等的考虑本文采用经典谱估计方法, 此时窗函数及其划分长度需要根据实际情况优化确定. 与此同时, 作为一个工程问题, 轨道不平顺数据的预处理, 在高速铁路不平顺谱计算中也需要关注.

### 2.1 轨道不平顺数据预处理

实测轨道不平顺数据由于外界干扰、传感器和信号传输异常等原因往往会包含异常值, 同时由于标定误差和惯性器件温度漂移等原因水平和轨距检测数据存在趋势项. 为了提高轨道不平顺谱的估计精度, 就需要对实测数据进行预处理, 剔除其中的异常值和趋势项.

#### 2.1.1 异常值处理的工程快速算法

现有基于统计特征或平滑的常值处理很难有效地应用到轨道不平顺检测数据处理中. 根据高速铁路轨道结构的特殊性特点, 正常的轨道不平顺变化率较小, 可以通过轨道不平顺变化率来识别轨道不平顺中的异常值.

高速铁路轨道不平顺变化率现场一般控制到 1‰, 实测数据统计表明正常的轨道不平顺变化率一般不会大于 3‰, 超过 3‰可以认为是异常值. 由此本文提出了两种轨道不平顺数据异常值判断和处理的工程快速算法: 算法 1, 如果相邻两点变化率大于 3‰, 按 1‰变换率处理; 算法 2, 如果任意两点中间位置的轨道不平顺幅值减去该两点不平顺幅值的平

均值除以该两点距离的一半大于 3‰, 则利用该两点幅值对两点之间的数据进行线性插值处理.

算法 1 简单、快速, 可实时处理数据, 但不利于处理连续出现异常值的数据; 算法 2 采取逐点扫描, 对异常值区间进行线性内插, 效率相对低, 但适应性强; 在高速铁路轨道不平顺谱计算中, 综合使用了这两种方法, 取得了较为满意的效果.

#### 2.1.2 轨道不平顺数据趋势项的剔除

常用的信号趋势项剔除方法包括均值、线性和多项式最小二乘法去趋几种方法. 这些方法对包含线性或多项式形式趋势项的轨道不平顺很有效. 但轨距和水平不平顺检测数据的趋势项往往不具备线性或多项式特征, 采用上述趋势项剔除方法处理轨距、水平不平顺效果不理想. 研究表明小波分析可以有效处理该类问题<sup>[15~18]</sup>, 但需结合实测数据, 选择合理小波基、确定分解、重构的方法与参数.

小波变换的信号分解与重构是通过滤波器组实现的. 由正交小波变换可以得到滤波器组  $h(j)$  和  $g(j)$ .  $h(j)$  对应低通滤波器,  $g(j)$  对应高通滤波器, 并且  $g(j) = (-1)^j h(1-k)$ . 令  $f(j)$  为要分析的信号, 并取  $a_0(j) = f(j)$ . 则信号分解与重构 Mallat 算法为

$$\begin{cases} a_{i+1}(j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_i(n)h(n-2j), \\ d_{i+1}(j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_i(n)g(n-2j), \end{cases} \quad (1)$$

$$a_i(j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{i+1}(n)h(j-2n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{i+1}(n)g(j-2n). \quad (2)$$

(1)式为分解算法, (2)式为重构算法,  $i$  为分解级数. 对于双正交小波变换可以得到滤波器组  $h(j)$ ,  $\tilde{h}(j)$  和  $g(j)$ ,  $\tilde{g}(j)$ , 其中  $h(j)$ ,  $\tilde{h}(j)$  对应低通滤波器,  $g(j)$ ,  $\tilde{g}(j)$  对应高通滤波器. 则对应信号分解与重构 Mallat 算法为

$$\begin{cases} a_{i+1}(j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_i(n)h(n-2j), \\ d_{i+1}(j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_i(n)\tilde{g}(n-2j), \end{cases} \quad (3)$$

$$a_i(j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{i+1}(n)\tilde{h}(j-2n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{i+1}(n)\tilde{g}(j-2n). \quad (4)$$

(3)式为分解算法, (4)式为重构算法,  $i$  为分解级数.

通过(1)或(3)式对信号逐级分解, 可以得到不同频带的带通信号  $d_i$  (细节)和一个低频信号  $a_i$  (近似)的小波系数. 为了剔除轨道不平顺中的低频趋势项, 只需把低频信号的小波系数赋零进行重构即可, 此时需要确定分解的级数.

对于轨道不平顺来说, 350 km/h 线路轨道不平顺管理波长为 120 m, 考虑到轨道不平顺采样间隔为 0.25 m, 空间频率为 4 (1/m), 要滤掉 120 m 以下低频趋势项, 信号分解级数至少为 8.

常用的小波有正交小波: Daubechies 小波(dbN), 接近对称的 Symlet 小波(symN)和 Coiflet 小波(coifN)及双正交小波 Biorthogonal(biorNr.Nd).  $N$  是小波阶数,  $N$  越大小波消失矩阶数越高, 滤波特性越好, 但支撑长度越大; 对于双正交小波,  $Nr$  表示重构阶数,  $Nd$  为分解阶数. 通过试算发现: 利用 coif4, coif5, bior4.4, bior5.5, sym6, sym8 和 sym10 小波按(1)或(3)式对轨距不平顺和超高信号进行 8 级分解, 令  $a_8(j)=0$ , 然后按(2)或(4)式重构, 就可以较好地剔除轨距不平顺中低频趋势项, 如图 1.

采用同样方法还可以从超高信号中提取水平不平顺, 如图 2 所示. 可以看出, 利用小波分析方法可以从超高信号中有效提取水平不平顺, 而且解决了轨检车处理直线和曲线地段水平衔接问题.

由于缓和曲线区段超高顺坡本身也是低频信号, 当曲线半径较小、缓和曲线长度小于 128 m 时, 用小波提取水平不平顺会包含设计超高顺坡量, 需要减少分解次数、减小水平不平顺分析波长范围来解决此问题.

综合考虑轨距和水平不平顺的处理, 在高速铁

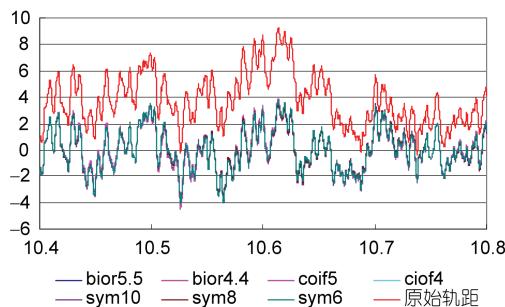


图 1 不同小波剔除轨距不平顺中低频趋势项对比

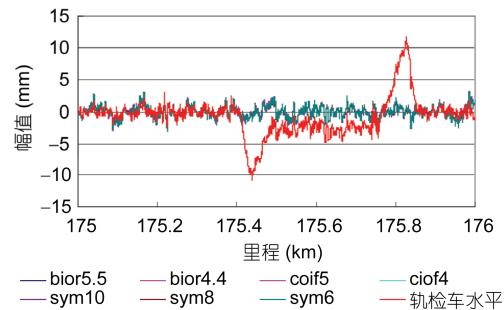


图 2 不同小波从超高信号提取水平对比

路不平顺谱分析中采用双正交小波 bior4.4 进行趋势项剔除.

## 2.2 轨道不平顺谱计算单元长度研究

窗函数长度主要影响谱的偏度误差, 为确定合理的窗函数长度, 将轨距、水平、轨向和高低不平顺检测数据(每米采样 4 个点)分别采用 512, 1024, 2048, 4096 和 8192 点矩形窗进行分段计算获得平均谱, 通过对相应的轨道不平顺谱, 研究窗函数长度对轨道不平顺谱估计曲线上谱峰高度和谱峰宽度的影响规律.

图 3 和 4 对比了轨检车检测的既有线铁路轨道不平顺采用不同窗函数长度得到的轨距、水平不平顺谱, 可以看出:

1) 随着窗函数长度增加, 空间频率为 0.04 倍数的谱峰宽度减小而谱峰高度增大, 说明轨道不平顺中存在 25 m 波长窄带周期不平顺. 512 点窗函数长度谱估计计算的空间频率 0.04 倍数的谱峰位置和谱峰大小, 与 1024 点以上窗函数长度谱估计计算的空间频率 0.04 倍数的谱峰位置和谱峰大小相差较大, 说明 512 点不满足偏度误差要求. 1024 点以上窗函数长度谱估计计算的空间频率 0.04 倍数的谱峰位置随窗函数长度增加基本不变, 但谱峰的峰值宽度随窗函数长度的增加而减小, 谱峰的峰值高度随窗函数长度的增加而增大.

2) 波长 2~50 m 范围内, 512 点以上窗函数长度计算的轨道不平顺谱非谱峰区段的谱估计值基本相同. 波长 50 m 以上时, 512 点窗函数长度计算的轨道不平顺谱非谱峰区段的谱估计值误差较大. 波长 3 m 左右的钢轨波浪型弯曲不平顺不是窄带周期轨道不平顺, 512 点以上窗函数计算的轨道不平顺谱估计均能很好反映该轨道不平顺.

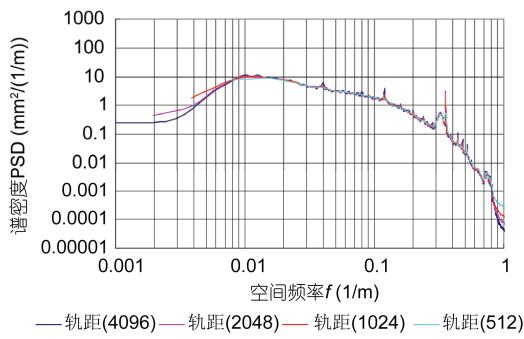


图3 不同窗函数长度轨距不平顺谱比较

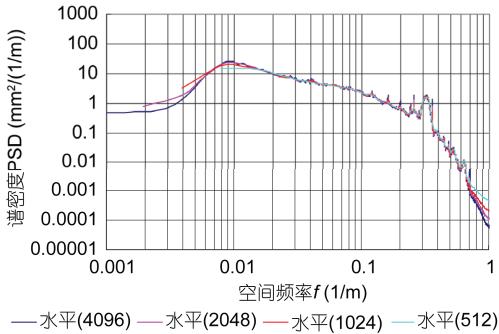


图4 不同窗函数长度水平不平顺谱比较

3) 波长 2 m 以下波段受窗函数长度影响较大, 窗函数长度越长, 数据两端长波长不平顺非整周期突然截断对短波长轨道不平顺谱估计影响就越小就越接近真实值.

因此, 为了保证轨道不平顺谱计算精度, 减小轨道不平顺谱偏度误差, 轨道不平顺谱计算单元长度应大于轨道不平顺包含的最大波长的 5 倍. 对于高速铁路轨道不平顺, 计算长度采用 4096 点、长度 1024 m.

### 2.3 窗函数

在计算轨道不平顺谱时, 要对检测数据进行分段计算, 为了避免轨道不平顺谱失真, 需要对检测数据进行加窗处理, 窗函数选择是计算轨道不平顺谱的一个关键.

表1 常用窗函数比较

窗函数	最大旁瓣与主瓣峰值比(dB)	泄漏因子(%)	主瓣宽度(°)	3 dB 主瓣宽度	$2\pi/N$
Rectangular	-13.3	9.14	$4\pi/N$	0.879	
Tukey	-13.5	6.98	$40\pi/9N$	0.977	
Bartlett	-26.5	0.28	$8\pi/N$	1.270	
Hanning	-31.5	0.05	$8\pi/N$	1.367	
Hamming	-42.5	0.03	$8\pi/N$	1.270	
Blackman	-58.1	0.00	$12\pi/N$	1.562	

### 2.3.1 常用的窗函数

常用的窗函数<sup>[19]</sup>有矩形(Rectangular)窗、三角(Bartlett)窗、汉宁(Hanning)窗、海明(Hamming)窗、布莱克曼(Blackman)窗、余弦矩形(Tukey)窗等, 其性能对比, 见表 1.

从表 1 可以看出减小“泄漏”和增加谱的分辨率是矛盾的. Blackman 窗的最大旁瓣最小、“泄漏”最小, 但分辨率最低. Rectangular 窗的最大旁瓣最大、“泄漏”最大, 但分辨率最高. Hanning、Hamming 和 Blackman 窗都属于余弦型窗. 余弦型窗和 Bartlett 窗都属于锥化(形)窗, 其特点是窗中间数据权重远大于两端数据权重. 锥化窗适用于平稳随机信号, 对于循环平稳信号、非平稳信号、间断平稳信号等并不适用. Tukey 窗由于对两端数据进行平滑锥化, 比矩形窗“泄漏”小, 但改善不多, 而且分辨率也有所降低, 也不适合.

### 2.3.2 新矩形窗函数

由于锥化窗只适用于平稳随机信号, 不适于非平稳随机信号; 而矩形窗由于在数据两端突然截断数据引起两端数据急剧升降, 会对轨道不平顺谱估计产生不利影响. 本文提出了一种新的矩形窗解决了该问题.

定义: 设零均值化随机数据为  $x(n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ),  $m_z(j)$  ( $j = 0, 1, 2, \dots, M_z-1$ ) 是随机数据的零交叉点序号, 满足:

$$\begin{cases} x(m_z(j)) * x(m_z(j)+1) \leq 0, & j = 0, 1, 2, \dots, M_z-1, \\ m_z(j) < m_z(j+1), & j = 0, 1, 2, \dots, M_z-2. \end{cases} \quad (5)$$

则新矩形窗函数定义为

$$w_n(n) = \begin{cases} 1, & m_z(0) < n \leq m_z(M_z-1), \\ 0, & n \notin (m_z(0), m_z(M_z-1)]. \end{cases} \quad (6)$$

新矩形窗函数谱估计修正系数为

$$U = \frac{m_z(M_z - 1) - m_z(0)}{N}. \quad (7)$$

新矩形窗除了令最外两侧零点以外数据为零外，并没有改变原始数据，但消除了由于矩形窗数据突然截断引起的两端数据突然上升和急剧下降问题。

### 2.3.3 窗函数选择

由于轨道不平顺是一个包括窄带周期信号的宽带随机过程，在确定轨道不平顺谱计算单元长度和窗函数后，窗函数对轨道不平顺影响效果仍需进一步研究确认。

图 5 和 6 对比了 4096 点、不同窗函数下水平和平均轨向不平顺谱，其中水平和轨向分别经过 125 和 70 m 高通滤波处理，可以看出：

1) 2~125 m 波长范围内，矩形窗与新矩形窗基本相等，余弦矩形窗、Hanning 窗与矩形窗、新矩形窗相近，但余弦矩形窗稍微偏大，Hanning 窗稍微偏小。

2) 2 m 以下波长，余弦矩形窗与矩形窗相近，新矩形窗与 Hanning 窗相近；新矩形窗和 Hanning 窗谱估计曲线比余弦矩形窗和矩形窗谱估计曲线低。说

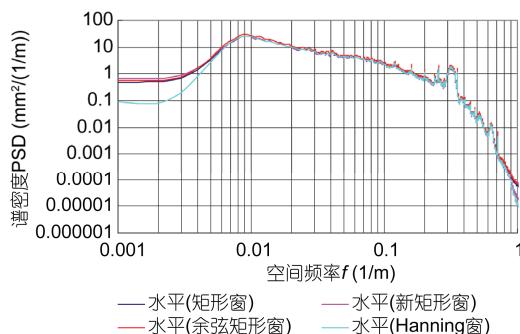


图 5 不同窗函数水平不平顺谱比较

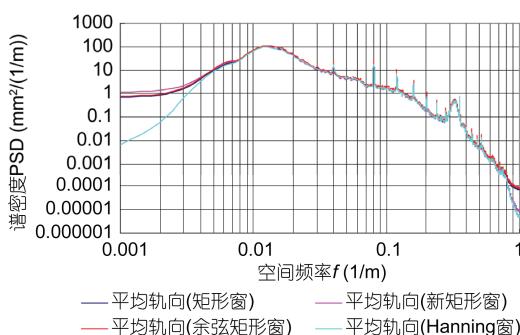


图 6 不同窗函数平均轨向不平顺谱比较

明余弦矩形窗不能改善数据两端长波长轨道不平顺非整周期突然截断对短波长轨道不平顺谱估计的影响。而本文提出的新矩形窗对数据两端长波轨道不平顺非整周期部分置零，可以有效减小或消除上述影响。

因此，在高速铁路轨道不平顺计算中采用了新矩形窗函数，兼顾了 2~125 m 波长以及 2 m 以下轨道不平顺谱的估计。

### 2.4 轨道不平顺谱计算方法对比

为确定高速铁路无砟轨道不平顺谱的计算方法，利用实测轨道不平顺数据进行不同谱估计方法对比。具体方法是：把整条线按 4096 个点划分成小段，然后利用不同谱估计方法对每段进行轨道不平顺谱估计，然后计算轨道不平顺谱平均值，进行谱估计方法对比。图 7 和 8 对比了 4 种谱估计方法，其中周期图法 1 是采用普通矩形窗周期图法谱估计，周期图法 2 是采用新矩形窗周期图法谱估计，Burg 法模型阶数取 2048。从图中可以看出：

1) 波长 2~125 m 范围内，周期图法 1，周期图法

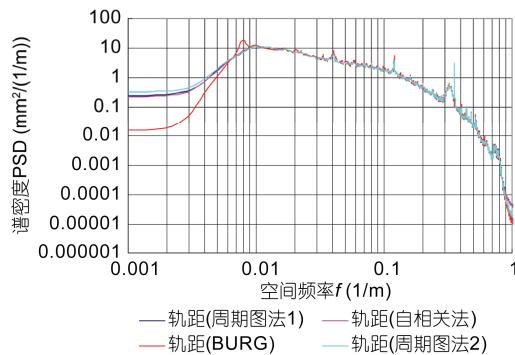


图 7 不同谱估计方法轨距不平顺谱对比

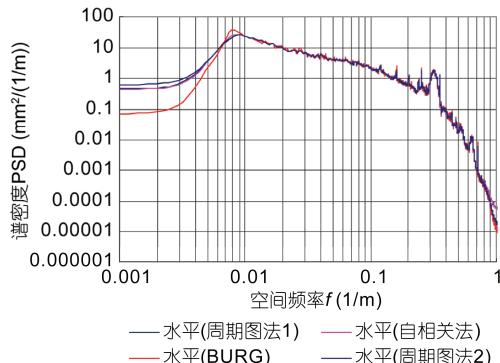


图 8 不同谱估计方法水平不平顺谱对比图

2, 自相关法和 Burg 法计算结果基本一致, 只是现在谱估计 Burg 法计算的谱峰高度比其他方法稍大. 四种方法计算的 3 m 左右钢轨波浪型弯曲不平顺谱基本一致.

2) 波长 2 m 以下轨道不平顺谱, 周期图法 1 与自相关法相近, 周期图法 2 与 Burg 法相近; 周期图法 2, Burg 法谱估计曲线比周期图法 1, 自相关法谱估计曲线低. 自相关法不能改善数据两端长波长轨道不平顺非整周期突然截断对短波长轨道不平顺谱估计的影响. 而本文提出的新矩形窗对数据两端长波长轨道不平顺非整周期部分置零和 Burg 法可以有效减小或消除上述影响.

因此为了提高轨道不平顺谱估计计算效率, 如果仅考虑波长 2 m 以上轨道不平顺谱估计选择 4096 点矩形窗周期图法进行谱估计即可; 若要考虑波长 2 m 以下轨道不平顺时, 应采用 4096 点新矩形周期图法进行谱估计.

通过上述分析可以确定高速铁路轨道不平顺谱计算方法如下: 轨道不平顺按 4096 点(1024 m)划分单元; 利用异常值快速工程算法和小波分析方法对轨道不平顺数据进行预处理, 剔除数据中包含的异常值和趋势项; 根据检测速度和轨道不平顺标准差进行计算单元的有效性判断; 对有效单元的轨道不平顺进行新矩形窗处理, 计算并记录单元的轨道不平顺谱; 对计算的全部轨道不平顺谱进行统计分析和消峰处理, 确定轨道不平顺谱.

### 3 高速铁路无砟轨道不平顺谱

根据上述轨道不平顺谱计算方法, 统计分析了京沪、京广、郑西、沪杭、沪宁、合蚌、广深港和京津城际等高速铁路无砟轨道不平顺谱, 得到了我国高速铁路无砟轨道不平顺谱. 轨道不平顺采用 CRH2-150C 高速综合检测列车的检测数据, 高低和轨向最大检测波长为 120 m.

平稳随机过程功率谱可以按周期图法计算, 此时每一个频率点功率谱值服从自由度为 2 的  $\chi^2$  分布<sup>[20]</sup>. 由于轨道不平顺不是平稳随机过程, 轨道不平顺谱是否可以通过计算平均谱表示需要进一步确认. 因此, 需要研究轨道不平顺谱概率分布, 然后根据轨道不平顺谱的概率分布确定轨道不平顺谱表示方式, 最后提出高速铁路轨道不平顺谱.

### 3.1 高速铁路无砟轨道不平顺谱概率分布

轨道不平顺谱概率分布规律检验方法如下:

1) 计算频率点  $k$  的轨道不平顺谱平均值,  $\bar{S}_k$ .

2) 对频率点  $k$  的每段轨道不平顺谱值  $S_{k,j}$  进行变换, 令

$$\tilde{S}_{k,j} = 2 \frac{S_{k,j}}{\bar{S}_k}, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

3) 用 Kolmogorov-Smirnov 检验方法对  $\tilde{S}_{k,j}$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) 进行自由度为 2 的  $\chi^2$  分布检验.

其中,  $N$  为统计段数. Kolmogorov-Smirnov 检验方法为拟合优度型检验, 可以检验样本数据是否服从指定的理论分布<sup>[21]</sup>. 假设  $F_{\chi^2}(x, 2)$  是自由度为 2 的  $\chi^2$  分布函数,  $\hat{F}_{k,N}(x)$  是利用  $N$  段轨道不平顺谱值  $\tilde{S}_{k,j}$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) 计算的频率点  $k$  处轨道不平顺谱的分布函数的一个估计. 取检验统计量  $D$  为

$$D_N = \max \left| \hat{F}_{k,N}(x) - F_{\chi^2}(x, 2) \right|. \quad (9)$$

如果轨道不平顺谱是服从自由度为 2 的  $\chi^2$  分布函数, 则观测值  $D_N < D_{N,1-\alpha}$ . 如果观测值  $D_N \geq D_{N,1-\alpha}$ , 那么轨道不平顺谱就不服从自由度为 2 的  $\chi^2$  分布函数.  $\alpha$  为显著水平, 当显著水平  $\alpha = 0.05$ ,  $N > 100$  时,  $D_{N,0.95}$  为<sup>[5]</sup>

$$D_{N,0.95} \approx 1.36 / \sqrt{n}. \quad (10)$$

由于计算轨道不平顺谱的段数  $N$  远大于 100, 因此可以按(10)式确定的  $D_{N,0.95}$  在显著水平  $\alpha = 0.05$  下对轨道不平顺谱进行自由度为 2 的  $\chi^2$  分布检验. 检验结果表明绝大部分频率点满足自由度为 2 的  $\chi^2$  分布.

图 9 和 10 对比了武广高速铁路无砟轨道轨向和高低实测 25% 与 75% 分位谱与利用中位数谱按自由度为 2 的  $\chi^2$  分布估计得到的相应百分位谱, 可以看出: 在这两个概率点上, 实测轨道不平顺谱与自由度为 2 的  $\chi^2$  分布基本吻合, 但水平和高低不平顺在 100 m 以上长波部分由于超高和变坡点结构等影响符合程度较差.

出于工程运用的考虑, 高速铁路轨道不平顺谱可以近似认为服从自由度为 2 的  $\chi^2$  分布, 这样就可

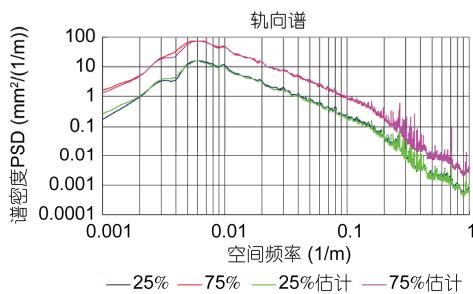


图 9 轨向实测百分位谱与估计百分位谱对比

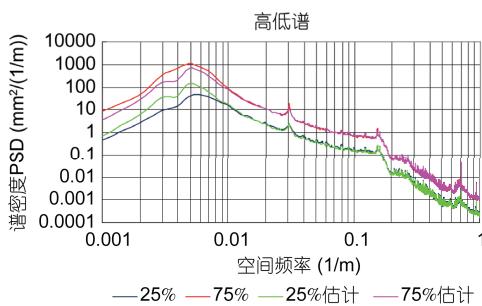


图 10 高低实测百分位谱与估计百分位谱对比

以根据轨道不平顺的中位数谱或平均谱方便地得到轨道不平顺的其他百分位谱, 相应的转换关系如表 2。由于中位数谱统计特性稳定, 在本研究中首先计算高速铁路轨道不平顺中位数谱, 进而得到其他百分位谱和平均谱。

表 2 满足自由度为 2 的 $\chi^2$ 分布时, 轨道不平顺百分位谱的估计系数

百分位数系数	10.0	20.0	25.0	30.0	50.0	60.0	63.2	70.0	75.0	80.0	90.0
$K_{\text{中位数}}$	0.152	0.322	0.415	0.515	1.000	1.322	1.443	1.737	2.000	2.322	3.322
$K_{\text{平均值}}$	0.105	0.223	0.288	0.357	0.693	0.916	1.000	1.204	1.386	1.609	2.303

表 3 高速铁路无砟轨道不平顺平均谱拟合公式系数

项目	第 1 段		第 2 段		第 3 段		第 4 段	
	A	k	A	k	A	k	A	k
轨距不平顺	$5.4978 \times 10^{-2}$	0.8282	$5.0701 \times 10^{-3}$	1.9037	$1.8778 \times 10^{-4}$	4.5948	-	-
水平不平顺	$3.6148 \times 10^{-3}$	1.7278	$4.3685 \times 10^{-2}$	1.0461	$4.5867 \times 10^{-3}$	2.0939	-	-
轨向不平顺	$3.9513 \times 10^{-3}$	1.8670	$1.1047 \times 10^{-2}$	1.5354	$7.5633 \times 10^{-4}$	2.8171	-	-
高低不平顺	$1.0544 \times 10^{-5}$	3.3891	$3.5588 \times 10^{-3}$	1.9271	$1.9784 \times 10^{-2}$	1.3643	$3.9488 \times 10^{-4}$	3.4516

表 4 高速铁路无砟轨道不平顺谱分段点空间频率(1/m)及对应波长(m)

项目	第 1, 2 段		第 2, 3 段		第 3, 4 段	
	空间频率	空间波长	空间频率	空间波长	空间频率	空间波长
轨距不平顺	0.1090	9.2	0.2938	3.4	-	-
水平不平顺	0.0258	38.8	0.1163	8.6	-	-
轨向不平顺	0.0450	22.2	0.1234	8.1	-	-
高低不平顺	0.0187	53.5	0.0474	21.1	0.1533	6.5

### 3.2 高速铁路无砟轨道不平顺谱拟合公式

从图 9 和 10 中的实测轨道不平顺谱, 还可以看到: 实测高速铁路无砟轨道不平顺谱, 在双对数坐标系下呈现出明显的分段线性特征, 也就是说高速铁路不平顺谱可采用公式(11)所示的幂函数进行分段拟合。

$$S(f) = Af^{-k}, \quad (11)$$

式中,  $f$  为空间频率,  $A, k$  为系数。

基于约束非线性最小优化方法, 有效实现了指定段数、指定误差限度、指定分界点范围等约束下的最优拟合。最终得到的高速铁路无砟轨道不平顺平均谱的各拟合系数如表 3, 各拟合段间转换点如表 4; 可以看到轨距、水平及轨向不平顺可以用三段幂函数表示, 高低不平顺需要用四段幂函数进行表示。

实测轨道不平顺谱和轨道不平顺拟合谱对比, 见图 11~14, 可以看出: 一方面, 采用分段幂函数形式的轨道不平顺拟合谱很好地反映了实测轨道不平顺谱的趋势; 另一方面, 实测轨道不平顺谱中有很多周期成分, 仍需要表征。

### 3.3 高速铁路无砟轨道不平顺周期成分

根据高速铁路无砟轨道结构类型和线桥设备台账, 如表 5, 分析轨道不平顺谱特征发现: 在连续多

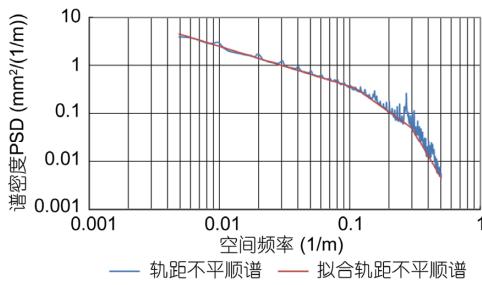


图 11 高速铁路无砟轨道轨距不平顺谱

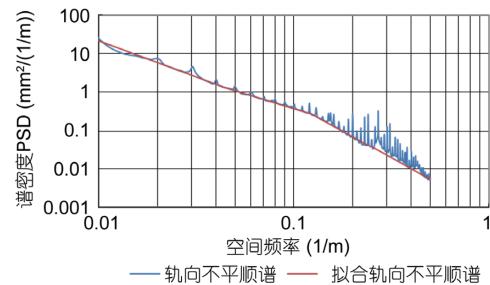


图 13 高速铁路无砟轨道轨向不平顺谱

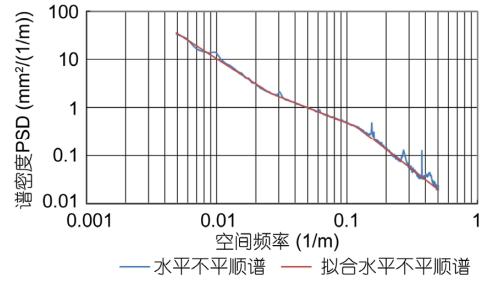


图 12 高速铁路无砟轨道水平不平顺谱

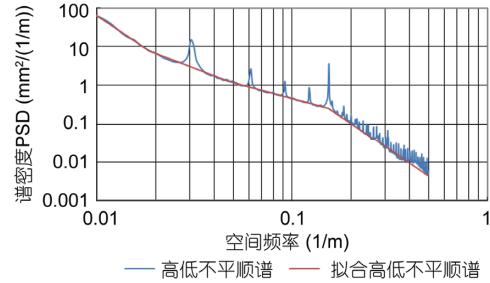


图 14 高速铁路无砟轨道高低不平顺谱

等跨简支梁上的高低不平顺存在周期等于简支梁长度的周期性不平顺; CRTS II 板式无砟轨道高低不平顺存在周期等于轨道板长的周期性不平顺; CRTS I 型板式无砟轨道高低不平顺存在周期等于底座板长的周期性不平顺; 轨距和轨向不平顺存在周期等于钢轨定尺长的周期性不平顺; 轨道周期性不平顺在

轨道不平顺谱上存在相应倍频谱峰.

周期性轨道不平顺不宜用谱密度表征, 研究发现采用倍频能量表示周期不平顺比较合理.

在我国高速铁路中, 连续多等跨 32 m 简支梁和 CRTS II 板式无砟轨道轨道板变形引起的高低周期性不平顺谱峰较大, 相应的谱峰倍频能量参见表 6.

表 5 高速铁路线路里程与无砟轨道结构类型

序号	线路名称	里程(km)	主要无砟轨道类型	开通时间	设计速度(km/h)
1	京津城际铁路	120	CRTS II 型板式	2008.08.01	350
2	京广高速铁路(武汉-广州北)	1022	双块式	2009.12.26	350
3	京广高速铁路(广州北-广州南)	47	CRTS I 型板式	2009.12.26	350
4	郑西高速铁路	505	双块式	2010.02.06	350
5	沪杭高速铁路	159	CRTS II 型板式	2010.10.26	350
6	沪宁高速铁路	301	CRTS I 型板式	2010.07.01	350
7	京沪高速铁路	1318	CRTS II 型板式	2011.06.30	350
8	广深港铁路	142	CRTS I 型板式	2011.12.26	350
9	京广高速铁路 (北京-武汉)	1122	CRTS II 型板式	2012.12.26	350
10	合蚌高铁	131	CRTS II 型板式	2012.10.16	350

表 6 周期性高低不平顺倍频能量

倍频数	32 m 简支梁				CRTS II 板式无砟轨道轨道板	
	1	2	3	4	1	2
频率(1/m)	0.0306	0.0615	0.0918	0.1221	0.1543	0.3086
能量( $\text{mm}^2$ )	$8.3812 \times 10^{-2}$	$8.1582 \times 10^{-3}$	$2.9141 \times 10^{-3}$	$2.1222 \times 10^{-3}$	$1.9501 \times 10^{-2}$	$4.2867 \times 10^{-4}$

## 4 结论

为实现高速铁路无砟轨道不平顺谱的计算, 提出了两种基于不平顺变化率的异常值快速剔除工程算法; 采用双正交小波有效剔除了非多项式类趋势项的影响; 提出了一种新矩形窗函数, 消除了矩形窗数据端部截断带来的影响; 通过对比分析, 确定了计算高速铁路无砟轨道不平顺谱的流程及关键参数。

利用高速综合检测列车检测数据计算了我国高速铁路无砟轨道不平顺谱, 分析表明: 高速铁路无砟轨道不平顺谱在工程上可认为服从自由度为 2 的  $\chi^2$

分布, 可通过轨道不平顺中位数谱或平均谱简单表示; 高速铁路无砟轨道不平顺谱中的随机成分-趋势项可采用分段幂函数  $S(f) = Af^{-k}$  表示, 基于约束非线性最小优化方法的结果表明, 轨距、水平、轨向不平顺采用三段拟合、高低不平顺采用四段拟合即可取得满意的效果; 高速铁路无砟轨道周期性结构导致了轨道不平顺中存在周期成分, 轨道周期性不平顺在轨道不平顺谱上都存在相应倍频谱峰, 可以采用倍频能量表的方式反映; 由拟合谱和倍频能量表共同构成的高速铁路无砟轨道不平顺谱, 可以为高速铁路养护维修及优化设计等提供依据。

## 参考文献

- 1 Hamid A, Yang T L. Analytical descriptions of track geometry variations. *Transportation Research Record*. 1981
- 2 Schiehlen W O. *Dynamics of High Speed Vehicles: Design and Evaluation of Trucks for High Speed Wheel/Rail Application*. New York: Spring Verlag Wien, 1982
- 3 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学. 第 2 版. 北京: 中国铁道出版社, 2002
- 4 王福天, 周劲松, 任利惠. 用于高速车辆动态仿真的轨道谱分析. *铁道学报*, 2002, 24: 21–27
- 5 王福天. 车辆系统动力学. 北京: 中国铁道出版社, 1989
- 6 张定贤. 机车车辆轨道系统动力学. 北京: 中国铁道出版社, 1996
- 7 Gilchrist A O. A report on some power spectral measurements of vertical rail irregularities. *British Railway Research Department*. 1965
- 8 池守昌幸. 轨道狂いのパワースペクトラム. *铁道线路*, 1981, 29: 35–38
- 9 Shouichi, Hashimoto, Yoshihiko, et al. Power spectrum analysis of track irregularities on narrow gauge lines. *Q Rep RTRI*, 1985, 26: 122–125
- 10 佐藤吉彦, 著. 徐涌, 译. 新轨道力学. 北京: 中国铁道出版社, 2001
- 11 长沙铁道学院随机振动研究室. 关于机车车辆/轨道系统随机激励函数的研究. *长沙铁道学院学报*, 1985, 2: 1–36
- 12 王澜. 轨道结构随机振动理论及其在轨道结构减振中的应用. 博士学位论文. 北京: 铁道部科学研究院, 1988
- 13 铁道部科学研究院. 我国干线轨道不平顺功率谱的研究. 北京: 铁道部科学研究院, 1999
- 14 胡广书. 数字信号处理理论、算法与实现. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2003
- 15 刘秀波, 吴卫新. 钢轨焊接接头短波不平顺功率谱分析. *中国铁道科学*, 2000, 21: 26–33
- 16 吴纪才, 许玉德. 轨道不平顺噪音去除及其评价方法. *华东交通大学学报*, 2004, 21: 95–99
- 17 张洁, 陈春俊, 林建辉. 基于小波变换的轨道不平顺信号分析. *西南交通大学学报*, 2004, 39: 469–471
- 18 蒋淑霞, 傅勤毅, 文振华. 小波变换在轨道静态功率谱密度获取中的应用. *交通运输工程学报*, 2004, 4: 33–35, 39
- 19 中国铁道科学研究院. 高速线路轨道不平顺功率谱研究. 北京: 中国铁道科学研究院, 2013
- 20 Bendat S J, Piersol G A. *Random Data Analysis and Measurement Procedures*. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1986
- 21 庄楚强, 吴压森. 应用数理基础. 第 2 版. 广州: 华南理工大学出版社, 2005

## PSD of ballastless track irregularities of high-speed railway

KANG Xiong<sup>1</sup>, LIU XiuBo<sup>1</sup>, LI HongYan<sup>1</sup>, YANG Fei<sup>1</sup>, GAO JianMin<sup>2</sup> & ZHAI WanMing<sup>2</sup>

<sup>1</sup> China Academy of Railway Sciences, Beijing 100081, China;

<sup>2</sup> Traction Power State Key Laboratory, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

The calculation method, fitting function and fitting spectrum of power spectral density (PSD) of track irregularity were proposed in the paper. To improve the calculation accuracy of PSD of track irregularity, a linear interpolation method and a wavelet analysis method are given and used to eliminate the outliers and trends in the track irregularities. The paper describes the window function, window length and PSD estimation method to calculate track irregularity PSD. For comparison the track irregularity power spectral densities (PSDs) calculated with different window functions, window lengths and PSD estimation methods. Combing the above mentioned results and the data from the high speed comprehensive inspection train, the paper determines the track irregularity PSD fitting equation and introduces the frequency multiplication energy table to reflect the impact of track periodical structure of High Speed Railway. PSD of ballastless track irregularities of high-speed railway includes fitting spectrum and frequency multiplication energy table, which provides basis for maintenance and optimization design for High Speed Railway.

**high-speed railway, track irregularity power spectral density (PSD), window function, PSD estimation method, fitting spectrum, frequency multiplication energy table**

doi: 10.1360/N092014-00088