

类比模型和类似对应*

伊 波 徐家福

(南京大学计算机软件研究所, 南京 210008)

摘 要

本文分别从认识论和方法论两个角度提出了“类似”的两个形式定义: 基于公共模型的 \mathcal{C} -类似和基于类似对应的 \mathcal{A} -类似, 并讨论了两者之间的关系, 以 \mathcal{A} -类似定义为基础得到了类似对应的分析方法和相应算法。

关键词: 类比, 公共模型, 类似演算, 类比分析

类比(推理)能力是人类智能的核心。不同于封闭的演绎推理, 类比具有横向性和开放性, 同时又是归纳的基础。类比推理理论对机器学习、知识组织和自然语言理解等问题的研究影响深远; 它在程序综合、软件复用和定理证明等计算机学科中有着广阔的应用前景^[1-3]。

与演绎和归纳相比, 类比的研究相当薄弱, 其基础理论的研究尤显不足。有关类比推理理论和方法的详细综述可参见文献 [4, 5] 和伊博文^[2]。这里我们仅就类比形式理论方面的工作做一简单评述。迄今有代表性的理论有 Gentner^[6,7] 的结构映射理论, 她将类似限制在具有同名多元关系及高阶关系的(个体)对象间的对应。Haraguchi^[8,9] 用 Herbrand 域间的部分等价定义两个逻辑程序间的类比对应, 基本上仍是同名谓词和函数限制下的个体常量间的部分一一对应。Pötschke^[10] 定义了标号图之间的 F 同构 (F 为同构的边, 结点和标号个数之和), 以 F 最大同构作为类比对应, 但受到了标号图表达能力和图同构算法复杂性的双重限制。Thiele^[11] 用多类一阶语言代数结构的同构定义类比, 但未能给出相应的分析方法, 此外, 亦未讨论类与类之间的关系对类比定义的影响。

总的看来, 类似定义远未成熟。特别是在一般性和可操作性之间存在着很大距离。为缩小这个距离, 本文提出了两个类似定义, 讨论了它们之间的关系, 并由基于 LK 可证性的定义导出了类似对应的分析方法。

为节省篇幅, 在下面的讨论中, 具有标准(通常的)含义或定义的符号及术语均未加定义或说明, 可参见数理逻辑的有关书籍, 如文献 [12-14]。

一、类似定义

我们对类似的基本看法是: 若两个句子或知识片段具有共同的解释, 则它们是类似的。

本文 1990 年 2 月 26 日收到, 1991 年 7 月 26 日收到修改稿。

* 国家自然科学基金资助项目。

1) 伊波, 类比模型和类似对应——类比及类比推理的形式理论, 南京大学博士论文, 1989 年 12 月。

这个共同解释就是它们类似的着眼点^[4].

数学上可用模型来刻划这个共同解释,称为公共模型,其形式定义如下:

1. 基于模型的类似定义

定义 1.1 (并结构). 设 $\mathfrak{A}_1 = \langle A_1, \mathcal{I}_1 \rangle$, $\mathfrak{A}_2 = \langle A_2, \mathcal{I}_2 \rangle$ 分别是一阶语言 (FOL) \mathcal{L}_1 和 \mathcal{L}_2 的结构^[4]

$$\mathfrak{C} = \langle A_1 \cup A_2, \mathcal{I}_c \rangle$$

是 $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$ 的结构,这里

$$\mathcal{I}_c |_{\mathcal{L}_1} = \mathcal{I}_1, \mathcal{I}_c |_{\mathcal{L}_2} = \mathcal{I}_2$$

称 \mathfrak{C} 为 \mathfrak{A}_1 和 \mathfrak{A}_2 的并结构,记作

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{A}_1 \cup \mathfrak{A}_2,$$

又称 $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2$ 为 \mathfrak{C} 的分裂. 若 $A_1 \neq A_2$, 则称 $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2$ 为 \mathfrak{C} 的真分裂.

定义 1.2 (\mathfrak{C} -类似). 设 φ, ψ 是 FOL \mathcal{L} (不含 \sim) 中的句子,若存在 \mathcal{L} 的结构 $\mathfrak{C} = \langle C, \mathcal{I} \rangle$, 使得

i) $\mathfrak{C} \models \varphi, \mathfrak{C} \models \psi,$

ii) 不存在 \mathfrak{C} 的真分裂, $\mathfrak{C} = \mathfrak{A}_1 \cup \mathfrak{A}_2$, 使得 $\mathfrak{A}_1 \models \varphi, \mathfrak{A}_2 \models \psi,$

则称 φ 基于 \mathfrak{C} 类似于 ψ (ψ 基于 \mathfrak{C} 类似于 φ), 记作 $\varphi \stackrel{\mathfrak{C}}{\sim} \psi$. 这里 \mathfrak{C} 称为 φ, ψ 的公共模型, 当不关心具体的 \mathfrak{C} 时, 简记作 $\varphi \approx \psi$.

该定义中 \mathfrak{C} “不存在真分裂”的条件保证了 \mathfrak{C} 不含与 φ, ψ 类似无关的扩张, 特别是限制了将两个模型 $\mathfrak{A}_1 (\models \varphi), \mathfrak{A}_2 (\models \psi)$ 作简单的并的情形.

在该定义下, 永真语句间恒类似, 而不可满足语句间恒不类似. 也就是说, 定义所关心的主要是可满足语句类, 这类语句与功能规格说明语句类关系密切.

2. 类似公理及类似演算

定义 1.2 是基于认识论含义给出的, 它具有一般性而又十分简明. 下面我们将基于 LK 可证^[4,15] 给出另一个定义, 并证明它相对于定义 1.2 是合理的, 而且具有方法论的含义. 具体用它来判定两个句子类似与否的方法将在第二节中详细讨论.

定义 1.3 (类似公理). 由如下公理(模式)所定义的二元关系 \sim (用中缀式表示)称为类似关系:

i. 等词公理集 Γ_e 中的公理. ii. $\forall x \forall y (x = y \supset x \sim y)$, iii. $\forall X \forall Y (X \sim Y \supset f(X) \sim f(Y))$, iv. $\forall X \forall Y (X \sim Y \wedge R(X) \supset R(Y))$.

这里 X, Y 是约束变元的 n 维向量, $X \sim Y$ 指 $x_1 \sim y_1 \wedge x_2 \sim y_2 \wedge \dots \wedge x_n \sim y_n$. 上述公理的集合称为类似公理集, 记作 \mathcal{A}_{\sim} .

定义 1.4 (抽象的类似演算). 相继式谓词演算系统 $LK^{[4,15]}$ 加上 \mathcal{A}_{\sim} 中的公理作为附加的初始相继式所得演算系统为(抽象的)类似演算系统, 记作 LK_{\sim} .

下面的定理是显然的.

定理 1.1. LK_{\sim} 是一致的.

证明见伊波文¹⁾.

1) 见 87 页脚注 1).

定义 1.5 (类似对应). 下列句子称为 \mathcal{L}_1 到 \mathcal{L}_2 的类似对应句:

i. $c_1 \sim c_2$, ii. $\forall X \forall Y (X \sim Y \supset f_1(X) \sim f_2(Y))$, iii. $\forall X \forall Y (X \sim Y \wedge R_1(X) \supset R_2(Y))$.

这里 c_i, f_i, R_i 分别是 \mathcal{L}_i 中的个体、函数、谓词常量 ($i = 1, 2$).

类似对应句的集合称为 \mathcal{L}_1 到 \mathcal{L}_2 的类似对应, 记作 \mathcal{A}_c . 在不关心具体的 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ 时, 简称 \mathcal{A}_c 为类似对应.

定义 1.6 (具体的类似演算). 设 \mathcal{A}_c 为类似对应, \mathcal{A}_c 的(具体)谓词演算系统 (记作 $LK_{\mathcal{A}_c}$) 由 LK_c 加上 \mathcal{A}_c 中的句子作为附加的初始相继式而得.

定义 1.7 (\mathcal{A}_c 类似). 设 φ, ψ 分别为 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ 中的句子. 若存在 \mathcal{L}_1 到 \mathcal{L}_2 的类似对应 \mathcal{A}_c , 使得

i. φ, ψ 对 $\mathcal{A}_c \cup \mathcal{A}_c$ 相容. ii. $\varphi \equiv \psi$ $LK_{\mathcal{A}_c}$ 可证.

则称 φ 基于 \mathcal{A}_c 类似于 ψ , 记作 $\varphi \overset{\mathcal{A}_c}{\longleftrightarrow} \psi$. 当不关心具体的 \mathcal{A}_c 时, 简记作 $\varphi \longleftrightarrow \psi$.

定理 1.2. 设 φ, ψ 是句子. 若 $\varphi \longleftrightarrow \psi$, 则 $\varphi \approx \psi$.

证(纲要). 设类似对应 \mathcal{A}_c , 使得 $\varphi \longleftrightarrow \psi$, 即 $\varphi \equiv \psi$ $LK_{\mathcal{A}_c}$ 可证.

i. 从演绎定理及 LK 的完备性可知: 对任一 $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$ 的结构 \mathfrak{A} , 若 $\mathfrak{A} \models \mathcal{A}_c \cup \mathcal{A}_c$. 则 $\mathfrak{A} \models \varphi \equiv \psi$.

ii. 可令 $\varphi \equiv \varphi_1 \supset \varphi_2, \psi \equiv \psi_1 \supset \psi_2$, 这里 φ_1, ψ_1 是 LK_c 可证的, 而 φ_2, ψ_2 中不含 \mathcal{A}_c 中未出现的常量符号. 故必有 $\varphi_2 \equiv \psi_2$ 是 $LK_{\mathcal{A}_c}$ 可证的.

iii. 因 φ 对 $\mathcal{A}_c \cup \mathcal{A}_c$ 相容, 故有模型 \mathfrak{B} , 使得:

- 1) $\mathfrak{B} \models \mathcal{A}_c \cup \mathcal{A}_c$,
- 2) $\mathfrak{B} \models \varphi$.

由 i) 知 $\mathfrak{B} \models \varphi \equiv \psi$, 从而 $\mathfrak{B} \models \psi$.

iv. 构作 \mathfrak{B} 的归约模型 \mathfrak{B}' , \mathfrak{B}' 略去了 \mathfrak{B} 中对未出现在 \mathcal{A}_c 中的(个体、函数、谓词)常量的解释, 则显然 \mathfrak{B}' 不存在真分裂.

v. 膨胀 \mathfrak{B}' 成为 \mathfrak{C} , 设 $\mathfrak{B}' = \langle B', \mathcal{I}' \rangle$, 则可令 $\mathfrak{C} = \langle B', \mathcal{I}_c \rangle$, 其中, \mathcal{I}_c 对 \mathcal{A}_c 中的常量符号的解释同 \mathcal{I}' , 对任一不出现在 \mathcal{A}_c 中而出现在 φ_1 或 ψ_1 中的个体常量符号 k , 函数常量符号 $f(n$ 元), 及谓词常量符号 $R(m$ 元, $R \neq =$), 分别定义 \mathcal{I}_c :

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_c k &= \kappa, \\ \mathcal{I}_c f: B'^n &= \{\kappa\}, \\ \mathcal{I}_c R &= B'^m, \\ \mathcal{I}_c = &= \{(\alpha, \alpha) \mid \alpha \in B'\}, \text{ 如果 } = \text{ 未在 } \mathcal{A}_c \text{ 中出现.} \end{aligned}$$

这里 κ 是 B' 中任一元素. 由 LK_c 的完备性易证: $\mathfrak{C} \models \varphi_2, \mathfrak{C} \models \psi_2$. 故 $\varphi \approx \psi$. 证毕.

定理 1.2 指出定义 1.7 相对于定义 1.2 是合理的.

上面的讨论都是对句子(不含自由变元的公式)而进行的. 对于一般的公式我们可以先将部分自由变元用新的个体常量代替(常化), 再将其余自由变元用约束变元代替作成全称封闭式而将其转换成句子, 再对这样的句子考虑类比问题. 由于篇幅所限, 这里不拟细述.

下面我们以定义 1.7 的基础, 讨论 \mathcal{A}_c 的导出方法.

二、类似对应的导出

不失一般性,在下面的讨论中可以仅考虑不含函数常量的公式及句子,因为若

$$R(f(t_1, \dots, t_n))$$

是含有函数常量 f 的公式,则将其转化成:

$$\exists x(f_p(t_1, \dots, t_n, x) \wedge R(x) \wedge \forall y(f_p(t_1, \dots, t_n, y) \supset x = y)),$$

这里 x 是新的约束变元, f_p 是新的 $n+1$ 元谓词符号。如此递归,可得^[14]不含函数常量(保留个体常量)的公式。

1. 归约树

根据 Gentzen 证明 LK 完备性的方法^[12,14]我们定义:

定义 2.1 (归约树). 设 S 为任一相继式,假定 S 中无函数常量,定义 S 的归约树如下:

步 0: 将 S 作为树的根(写在最下面)。

步 k : 分两种情形:

情形 1: 任一顶端相继式(当前的叶)中有一个公式,同时出现在前件和后件序列中,则归约终止。

情形 2: 非情形 1,按不同的 k ,定义如下:

$$k = 0, 1, 2, \dots, 11, 12 \pmod{13}.$$

$k \equiv 0$ 和 $k \equiv 1$ 处理 \neg ; $k \equiv 2$ 和 $k \equiv 3$ 处理 \wedge ;

$k \equiv 4$ 和 $k \equiv 5$ 处理 \vee ; $k \equiv 6$ 和 $k \equiv 7$ 处理 \supset ;

$k \equiv 8$ 和 $k \equiv 9$ 处理 \forall ; $k \equiv 10$ 和 $k \equiv 11$ 处理 \exists ;

0) $k \equiv 0$. 令 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 是任一 ($k-1$ 级定义的树的)顶端相继式. 令 $\neg A_1, \dots, \neg A_n$ 是所有 Π 中最外符号是 \neg 的公式,并且未在 $< k$ 级中归纳过. 则将 $\Pi \rightarrow \Lambda, A_1, \dots, A_n$ 写在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面. 此时称“ \neg : 左”归约已作用于 $\neg A_1, \dots, \neg A_n$.

1) $k \equiv 1$. 令 $\neg A_1, \dots, \neg A_n$ 是所有 Λ 中最外符号是 \neg 的公式,且未归约过,则将 $A_1, \dots, A_n, \Pi \rightarrow \Lambda$ 写在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面. 此时称“ \neg : 右”归约已作用于 $\neg A_1, \dots, \neg A_n$.

2) $k \equiv 2$. 令 $A_1 \wedge B_1, \dots, A_n \wedge B_n$ 是所有 Π 中最外逻辑符为 \wedge 的公式,且未归约过,则将 $A_1, B_1, \dots, A_n, B_n, \Pi \rightarrow \Lambda$ 写在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面. 称“ \wedge : 左”归约已作用于

$$A_1 \wedge B_1, \dots, A_n \wedge B_n.$$

3) $k \equiv 3$. 令 $A_1 \wedge B_1, \dots, A_n \wedge B_n$ 是所有 Λ 中最外逻辑符号为 \wedge 的公式,且未归约过,则将所有形如 $\Pi \rightarrow \Lambda, C_1, \dots, C_n$ 的相继式写在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面(共有 2^n 个),这里 C_i 是 A_i 或 B_i ; 称“ \wedge : 右”归约已作用于 $A_1 \wedge B_1, \dots, A_n \wedge B_n$.

4) $k \equiv 4$. \vee : 左归约,与 3) 的方式对称.

5) $k \equiv 5$. \vee : 右归约,与 2) 的方式对称.

6) $k \equiv 6$. 令 $A_1 \supset B_1, \dots, A_n \supset B_n$ 是所有 Π 中最外逻辑符号为 \supset 的公式,且未归约过,则将所有形如 $B_{i_1}, \dots, B_{i_k}, \Pi \rightarrow \Lambda, A_{j_1}, \dots, A_{j_{n-k}}$ 的相继式写在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面,这里 $i_1 < i_2 < \dots < i_k, j_1 < j_2 < \dots < j_{n-k}$, 且 $(i_1, i_2, \dots, i_k, j_1, j_2, \dots, j_{n-k})$ 是 $(1, 2, \dots, n)$ 的一个置换,因此共有 2^n 个相继式在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面. 称“ \supset : 左”归约已作用于

$$A_1 \supset B_1, \dots, A_n \supset B_n.$$

7) $k \equiv 7$. 令 $A_1 \supset B_1, \dots, A_n \supset B_n$ 是所有 Λ 中最外逻辑符号为 \supset 的公式, 且未归约过. 将 $A_1, \dots, A_n, \Pi \rightarrow \Lambda, B_1, \dots, B_n$ 写在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面. 称“ \supset : 左”归约已作用于

$$A_1 \supset B_1, \dots, A_n \supset B_n.$$

8) $k \equiv 8$. 令 $\forall x_1 A_1(x_1), \dots, \forall x_n A_n(x_n)$ 是 Π 中所有最外逻辑符号为 \forall 的公式 (并不要求未归约过). 令 a_i 为当前可用的第一个未作用于 $\forall x_i A_i(x_i)$ 的个体常量或自由变元, $i = 1, \dots, n$, 则将 $A_1(a_1), \dots, A_n(a_n), \Pi \rightarrow \Lambda$ 写在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面. 称“ \forall : 左”归约已作用于 $\forall x_1 A_1(x_1), \dots, \forall x_n A_n(x_n)$.

9) $k \equiv 9$. 令 $\forall x_1 A_1(x_1), \dots, \forall x_n A_n(x_n)$ 是 Λ 中所有最外逻辑符号为 \forall , 并未归约过的公式, 令 a_1, \dots, a_n 是当前尚未可用的 (不出现在当前的归约树中, 从变量表中取) 首部 n 个自由变元, 则将: $\Pi \rightarrow \Lambda, A_1(a_1), \dots, A_n(a_n)$ 写在 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 上面, 称“ \forall : 右”归约已作用于 $\forall x_i A_i(x_i)$. 注意, 现在 a_1, \dots, a_n 是新的可用的自由变元.

10) $k \equiv 10$. “ \exists : 左”归约与 9) 的方式对称.

11) $k \equiv 11$. “ \exists : 右”归约与 8) 的方式对称.

12) $k \equiv 12$. 如果 Π 和 Λ 中有相同公式, 则称该相继式为终止式, 不再需做什么. 如果没有相同公式并且没有 0)~11) 中的归约可作用, 则称 $\Pi \rightarrow \Lambda$ 为等待式, 亦不再做什么.

按此得到的树 $T(S)$ 称为 S 的归约树. 显然 $T(S)$ 顶部有三类相继式.

a. 终止式, b. 等待式, c. 一直是可归约的活动式.

由于 c 类式的存在, $T(S)$ 可能是无限的. 归约树具有如下性质:

2. 归约树的性质

定理 2.1 (Gentzen 35). 若 $T(S)$ 顶部均为终止式, 则 S 是 LK 可证的. 否则, S 是 LK 不可证的.

在 LK 中, 有一特殊的推理规则称为剪裁 (cut).

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow \Lambda_1, C \quad C, \Pi_2 \rightarrow \Lambda_2}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \Lambda_1, \Lambda_2}.$$

Gentzen 证明了^[5]若相继式 S 在 LK 中可证, 则存在 S 的一个无剪裁的证明. 上面构造的归约树, 若顶端均为终止式, 则可经适当变换, 得到一个无剪裁的证明. 据此易得如下推论:

推论 1. 若 $T(S)$ 中含有等待式, 且 S 从公理系统 \mathcal{A}_c (在 LK 中) 可证, 则等待式的证明必须用剪裁 (cut) 推理.

这个推论给我们的启示是: 可假设一条类似对应句 A 将它加入到 \mathcal{A}_c 中, 使等待式成为 $LK_{\mathcal{A}_c}$ 可证的, 亦即:

$$\frac{\rightarrow A \quad A, \Pi \rightarrow \Delta}{\Pi \rightarrow \Delta} (\text{cut}).$$

当然, 我们需要验证 \mathcal{A}_c 对 φ, ψ 的相容性.

定义 2.2. 若相继式 S 通过 $\mathcal{A}_c \cup \mathcal{A}_c$ 中的公理和结构推理 (包括剪裁) 可证, 则称 S 是 $LK_{\mathcal{A}_c}$ 简单可证的.

引理 1. $\Gamma \rightarrow \Lambda$ $LK_{\mathcal{A}_c}$ 简单可证的必要条件是:

- i. $\Gamma \rightarrow \Lambda$ 是中止式, 或者
- ii. 存在原子公式 $A(a_1, \dots, a_n) \in \Gamma, B(b_1, \dots, b_n) \in \Lambda$, 满足 $a_i = b_i$ (字面等价), 或 $a_i,$

b_i 均为个体常量.

证. 由 \mathcal{A}_c 定义的限制. 元数不同的原子公式不能构成对应. 因而若 $\iota = \iota' LK_{\mathcal{A}_c}$ 简单可证, 则根据文献[14]必呈 $\iota = \iota'$ 形, 这就是限制了自由变元必须字面等价. 证毕.

引理 1 的条件仅是必要条件. 因为将 $A \sim B, a_i \sim b_i$ 加入到 \mathcal{A}_c 中时, 必须检查扩充后的 \mathcal{A}_c 对 φ, ψ 的相容性.

由引理 1, 我们可得

推论 2. 若 $\varphi \equiv \psi$ 的归约树中存在等待式不满足引理 1 的条件, 则 $\varphi \not\leftrightarrow \psi$.

推论 2 给出了下面算法失败结束的充分条件.

3. 类似对应的导出算法

下面的算法从 $\{\}$ 开始, 构造一个序列:

$$\mathcal{A}_0 = \{\}, \mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_n$$

使得 $\varphi \equiv \psi$ 是 $LK_{\mathcal{A}_n}$ 可证, 从而 $\mathcal{A}_c = \mathcal{A}_n$.

该算法是与 $\varphi \equiv \psi$ 的归约树构造结合在一起的. 我们给出的算法是宽度优先策略. 事实上, 还可用其它策略, 如最短相继式优先等. 这里我们的目的是将算法思想表达清楚, 而未细究效率问题.

算法 1.

输入: φ, ψ 为一阶语言的句子.

输出: 一个类似对应 \mathcal{A}_c 或者失败 $\mathcal{A}_c = \{\}$.

步骤:

0. $0 \rightarrow K, \{\} \rightarrow \mathcal{A}_c, \rightarrow \varphi \equiv \psi$ 为 $T(\varphi \equiv \psi)$ 的根.

1. $K \equiv 12 \pmod{13}$: 对当前的 $T(\varphi \equiv \psi)$ 做 k 归约, $k+1 \rightarrow k$, goto 1.

2. $k \equiv 12$:

i. $T(\varphi \equiv \psi)$ 的叶均为终止式: 输出 \mathcal{A}_c , 结束.

ii. 对任一非终止式 S 做

{If S 满足必要条件 Then

{调算法 2: 扩张 $\mathcal{A}_c \rightarrow \mathcal{A}'_c$,

成功: S 标为终止式; $\mathcal{A}'_c \rightarrow \mathcal{A}_c$.

失败: 若 S 为等待式则回溯}

Else (* S 不满足必要条件 *)

If S 为等待式 Then 输出“不类似”结束}.

3. $k+1 \rightarrow k$, goto 1.

算法 2. (\mathcal{A}_c 扩张).

1. $\{\forall X, Y(X \sim Y \wedge A(X) \supset B(Y)), a_{i1} \sim a_{i2}\} \cup \mathcal{A}_c \rightarrow \mathcal{A}'_c$.

2. 相容性检查.

若相容, 输出 \mathcal{A}'_c , 结束. 若不相容, 失败, 结束.

相容性检查: 若 $\varphi, \mathcal{A}_c, \mathcal{A}'_c \rightarrow LK$ 不可证, 则 φ 对 $\mathcal{A}_c \cup \mathcal{A}'_c$ 相容.

由于 LK 不可证有无限归约树的情形. 故算法 1 不一定能终止. 根据引理 1 及推论 2. 易证:

定理 2.2. 算法 1 是部分正确的.

算法 1 给出了(半)自动判定 $\varphi \leftrightarrow \psi$ 的形式方法,其基础是证明系统。我们可实现一个交互式的辅助证明系统,如文献 [16]。有关证明系统的实现将是我们进一步研究的课题之一。

三、结 束 语

在第一节中,我们对类似下了两个形式定义。 \mathcal{C} 类似概念明晰,直接反映了人对类似的直觉理解和认识。同时公共模型 \mathcal{C} 也是对 φ, ψ 共性的抽象,从 \mathcal{C} 我们得到一个概括,一个真值范畴^[17]。从而使 \mathcal{C} 成为一种概念归纳^[4]。 \mathcal{A}_c -类似基于一个形式系统 $LK_{\mathcal{A}_c}$ 中等价性证明,具有方法论的可操作性。据此我们在第二节中得到了判定 $\varphi \leftrightarrow \psi$ 并导出相应 \mathcal{A}_c 的部分正确的算法。在增加了启发式规则和适度的人工干预后,可望得到一个实用的算法。定理 1.2 建立了这两个定义的联系,缩小了一般性和可操作性之间的距离。

我们已完成的工作还包括: 定义了一种具有概念和推理两层含义的推导过程表示方法,并以此给出了推导类比^[2,18]方法和推论的验证方法。从而构成了包括类似分析、类比推理和结论验证理论的形式理论系统。由于篇幅所限,这部分工作不在本文中介绍,可参见伊波文¹⁾。

目前我们正在研究的工作包括: 进一步的理论研究,特别是直觉主义系统 LJ 对类似分析和类比推理过程的影响;类似演算的判定性问题、实现方法和理论的研究,如算法策略的研究、复杂性研究以及必要的启发式规则和人工干预方式等;并准备具体实现一个这样的类比推理系统,以进一步证实和完善理论,并在软件自动化方面取得初步应用。

参 考 文 献

- [1] Ulrich, J. W. & Moll, R., in *Proc. of the ACM Symposium on Artificial Intelligence and Programming Languages*, Rochester, New York, 1977, 22—28.
- [2] Dietzen, S. R. & Scherlis, W. L., in *The Role of Language in Problem Solving 2* (Eds. Boudreaux, J. C. et al.), North-Holland, 1987, 95—115.
- [3] Dershowitz, N., in *Machine Learning II: An Artificial Intelligence Approach* (Eds. Michalski, R. S. et al.), Morgan Kaufmann, Los Altos, CA, 1986, 395—423.
- [4] 伊 波、徐家福, *计算机科学*, 1989, 4: 1—8.
- [5] Hall, R. P., *Artificial Intelligence*, 39(1989), 39—120.
- [6] Gentner, D., *Cognitive Science*, 1(1983), 155—170.
- [7] Falkenhainer, B. et al., *Artificial Intelligence*, 41(1989/90), 1—63.
- [8] Haraguchi, M. & Arikawa, S., *A Foundation of Reasoning by Analogy: Analogical Union of Logic Programming Conference'86*, 103—110.
- [9] ———, in *LNCS 265*, Springer-Verlag, 1987, 61—87.
- [10] Potschke, D., *ibid.*, 1987, 135—144.
- [11] Thiele, H., *ibid.*, 1987, 196—208.
- [12] Kleene, S. C., *Introduction to Metamathematics* (Ed. Von Nostrand), 1952.
- [13] Chang, C. C. & Keisly, H. J., *Model Theory*, Amsterdam: North-Holland, 1973.
- [14] Takeuti, G., *Proof Theory*, North-Holland, 2nd. edition, 1987.
- [15] Gentzen, G., *Math. Z.*, 39(1935), 391—395.
- [16] Constable, R. L. et al., *Implementing Mathematics with ^{*}Nuprl Proof Developpe System*, Prentice-Hall, Inc. 1986.
- [17] Gaines, B. R., *Progress in Cybernetics and System Research* (Eds. Trappl, R. et al.), Hemisphere Pub Co., New York, 1982, 379—386.
- [18] Carbonell, J. G., *Machine Learning II: An Artificial Intelligence Approach* (Eds. Michalski, R. S. et al.), Morgan Kaufmann, Los Altos, CA, 1986, 371—392.

1) 见 87 页脚注 1)。