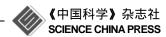
www.scichina.com

tech.scichina.com



含两个忆阻器混沌电路的动力学分析

包伯成^{®*}, 史国栋[®], 许建平[®], 刘中[®], 潘赛虎[®]

- ① 常州大学信息科学与工程学院, 常州 213164;
- ② 西南交通大学电气工程学院,成都 610031;
- ③ 南京理工大学电子工程系,南京 210094
- * E-mail: mervinbao@126.com

收稿日期: 2010-11-08; 接受日期: 2011-03-29

国家自然科学基金 (批准号: 60971090) 和江苏省自然科学基金 (批准号: BK2009105) 资助项目

摘要 基于蔡氏混沌振荡电路,设计了一个含有两个忆阻器的五阶混沌电路,建立了其无量 纲数学模型.利用常规的动力学分析方法,进行了该电路平衡点集的稳定性分析,得到了忆阻器初始状态所对应的稳定的和不稳定的区域分布,并研讨了该电路依赖于电路参数与忆阻器 初始状态的复杂动力学行为.理论分析和数值仿真结果表明,本文设计的忆阻混沌电路具有一个位于忆阻器内部状态变量所构成平面上的平衡点集,平衡点集的稳定性取决于电路参数与两个忆阻器的初始状态,由此产生了状态转移和瞬态超混沌等非线性动力学现象.

关忆混初平稳定证据 教条集

自忆阻器实现性报道后^[1, 2],人们在忆阻器的物理实现、基本电路特性分析和应用电路设计等方面开展研究工作。研究了基于半导体纳米技术实现具有不同特性的忆阻器^[2-4]、忆容器和忆感器等的方法^[5];研究了基于忆阻器的基本电路特性,包括忆阻器的电路建模^[6]、SPICE 宏建模^[7, 8]、伏安特性分析^[9-13]以及等效电路实现^[14, 15]等;研究了基于忆阻器的各种应用电路设计及其相应的系统特性的理论分析和数值仿真方法^[14-21].

忆阻器是一个非线性元件^[9],很容易实现混沌振荡的信号产生. 因此基于忆阻器构造实现的忆阻混沌电路得到了研究人员的密切关注^[14, 15, 17-21]. Itoh 和蔡少棠^[17]采用一个特性曲线为分段线性且单调上升的忆阻器替换各类蔡氏振荡器中的蔡氏二极管^[22],导出了两类基于忆阻元件的类正弦振荡或混沌振荡电路. 类似地, Muthuswamy 和 Kokate^[18]采用一个不连续分段线性忆导函数的含源忆阻电路替换蔡氏振

荡器或类蔡氏混沌电路中的蔡氏二极管,导出了一 些新的基于忆阻器的混沌电路. 这些忆阻混沌电路 在一定的电路参数条件下可生成不同形状的混沌吸 引子. 在文献[17,18]中, 所采用的忆阻器特性曲线均 是非光滑的分段线性函数,导致它的忆阻或忆导均 是不连续的非线性函数, 这类忆阻器在物理上的实 现或者采用已有元器件等效电路实现都是很困难的. Muthuswamy 在文献[15]中提出了一个具有三次非线 性特性曲线的磁控忆阻器, 并采用已有元器件构建 了它的等效电路. 然而文献[15]和[17, 18]没有对所提 出的基于忆阻器的混沌电路的动力学特性进行相应 的分析. 值得注意的是, 由于忆阻器在电路中的介入, 使得新构建的电路有着许多与众不同的非线性物理 现象. 与此同时, 我们在文献[19~21]中也提出了具 有三次[19,20]和二次[21]非线性特性曲线的光滑磁控忆 阻器, 发现了忆阻混沌电路的动力学特性依赖于忆 阻器的初始状态[21],并分析了忆阻混沌电路所特有

英文版发表信息: Bao B C, Shi G D, Xu J P, et al. Dynamics analysis of chaotic circuit with two memristors. Sci China Tech Sci, 2011, 54: 1-6, doi: 10.1007/s1.1431-011-4400-6

的复杂动力学现象[20].

不同于一般的混沌系统[22-24], 具有忆阻器的电 路系统的平衡点为分布于忆阻器内部状态变量所对 应坐标轴上的点集,不同位置的平衡点具有不同的 稳定特性, 因此从不同的初始状态出发的系统轨线 将趋于一个稳定的汇或者极限环或者混沌轨或者无 穷发散[19~21]. 在文献[19~21]中, 研讨了含有一个忆 阻器的混沌电路, 它有着一些特殊的复杂动力学现 象, 如瞬态混沌、阵发混沌、系统轨线状态转移、瞬 态混沌过程但全局稳态周期振荡等非线性物理现象. 但对于含两个忆阻器的混沌电路,它的平衡点集将 位于两个忆阻器内部状态变量所构成的一个平面上, 这使得关于平衡点集稳定性的定性分析变得更为复 杂. 本文将提出一个含两个忆阻器的混沌电路, 通过 数学建模, 重点研究它的平衡点集在一个平面上的 稳定性区域分布, 并揭示和分析该混沌电路在电路 参数与两个忆阻器初始状态变化时所产生的复杂非 线性动力学现象.

1 含两个忆阻器的混沌电路

1.1 电路和数学模型

包含两个无源二端口光滑磁控忆阻器的混沌电路如图 1 所示. 该电路是从蔡氏混沌振荡电路演变而来的:用一个忆阻和一个负电导构成的有源忆阻电路来代替原电路中的蔡氏二极管^[5],再在 LC 谐振部分与 RC 非线性滤波部分之间的耦合电路上插入一个忆阻器.新电路由五个动态元件组成,分别是两个忆阻、两个电容和一个电感,它们所对应的五个状态变量分别是 ϕ_1 , ϕ_2 , ν_3 , ν_4 ,和 i_5 ,这里 ϕ_1 和 ϕ_2 是两个忆阻器的内部状态变量.

由基尔霍夫电流、电压定律和各元件的伏安特性,

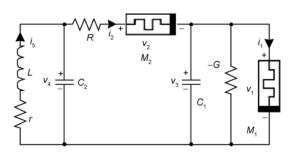


图 1 两个忆阻器的混沌电路

可得图1电路的状态方程为5个联立的一阶微分方程组

$$\frac{d\phi_{1}}{dt} = v_{3},$$

$$\frac{d\phi_{2}}{dt} = \frac{v_{4} - v_{3}}{RW_{2} + 1},$$

$$\frac{dv_{3}}{dt} = \frac{1}{C_{1}} \left[(G - W_{1})v_{3} - \frac{W_{2}}{RW_{2} + 1} (v_{3} - v_{4}) \right],$$

$$\frac{dv_{4}}{dt} = \frac{1}{C_{2}} \left[\frac{W_{2}}{RW_{2} + 1} (v_{3} - v_{4}) + i_{5} \right],$$

$$\frac{di_{5}}{dt} = -\frac{1}{L}v_{4} - \frac{r}{L}i_{5}.$$
(1)

设 $x=\phi_1$, $y=\phi_2$, $z=v_3$, $u=v_4$, $v=i_5$, $a=1/C_1$, b=1/L, c=r/L, d=G, e=R, $C_2=1$, 以及分别定义非线性函数 q(w)和 $W(w)^{[15,20]}$

$$q(\xi) = \xi + \xi^3,$$

 $W(\xi) = dq(\xi)/d\xi = 1 + 3\xi^2,$ (2)

(1)式的状态方程可以重写为

$$\begin{split} \dot{x} &= z, \\ \dot{y} &= (u-z)/(1+eW_2), \\ \dot{z} &= az(d-W_1) - a(z-u)W_2/(1+eW_2), \\ \dot{u} &= (z-u)W_2/(1+eW_2) + v, \\ \dot{v} &= -bu - cv, \end{split} \tag{3}$$

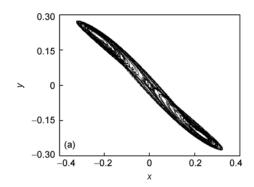
式中, $W_1 = 1 + 3x^2$, $W_2 = 1 + 3y^2$. 因此,新提出的含两个忆阻器的混沌电路是一个5维系统,它的动力学特性由(3)式描述,基于该式的代数方程可以进行相应的理论分析和数值仿真.

1.2 典型混沌吸引子

选择电路参数使得 a=8, b=10, c=0, d=2 和 e=0.1, 对于初始条件(0, 0, 0, 1×10⁻⁴, 0),系统(3)生成了一个双涡卷混沌吸引子,其运行轨线在相平面上的投影如图 2 所示. 利用 Jacobi 方法计算 Lyapunov 指数得 L_1 =0.4086, L_2 =0, L_3 =-0.1358, L_4 =-0.1844, L_5 =-2.0506, Lyapunov 维数为 d_L =2.1723. 因此从 5 阶忆阻电路的相轨图、Lyapunov 指数和维数,可知该电路是混沌振荡的.

2 平衡点集与稳定性分析

令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \dot{u} = \dot{v} = 0$,可得(3)式的平衡点为集合 $E = \{(x, y, z, u, v) | z = u = v = 0, x = c_1, y = c_2\}$, (4)



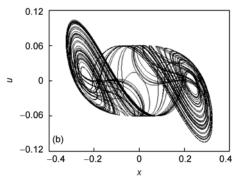


图 2 两个忆阻器混沌电路的吸引子 (a) x-y; (b) x-u

即位于 x-y 平面上的每一个点均是平衡点,这里 c_1 和 c_2 是实常数. 选择电路参数使得 a=8, b=10, c=0, d=2, 选择 e, c_1 和 c_2 为可变参数,(3)式在平衡点处的 Jacobi 矩阵 J_E 为

$$J_{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 8(1-\rho-3c_{1}^{2}-3\rho c_{2}^{2}) & 8\rho(1+3c_{2}^{2}) & 0 \\ 0 & 0 & \rho+3\rho c_{2}^{2} & -\rho-3\rho c_{2}^{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}, (5)$$

其中 $\rho = 1/(1+e+3ec_2^2)$.

平衡点集 E 的特征根方程为

$$\lambda^{2}(\lambda^{3} + a_{1}\lambda^{2} + a_{2}\lambda + a_{3}) = 0, \tag{6}$$

这里,

$$a_1 = 24c_1^2 + 27\rho c_2^2 + 9\rho - 8,$$

$$a_2 = 8\rho(3c_2^2 + 1)(3c_1^2 - 1) + 10,$$

$$a_3 = 80(3c_1^2 + 3\rho c_2^2 + \rho - 1).$$

(6)式表明系统(3)有 2 个零特征根和 3 个非零特征根. (6)式括号中的三次多项式方程的系数均为非零实常数,根据 Routh-Hurwitz 稳定条件,该三次多项式方程的所有根具有负实部的充要条件是

$$H_{k} = \begin{vmatrix} a_{1} & a_{3} & 0 \\ 1 & a_{2} & 0 \\ 0 & a_{1} & a_{3} \end{vmatrix} > 0, \tag{7}$$

式中 k=1, 2, 3, 即有

$$H_1 = a_1 > 0,$$

 $H_2 = a_1 a_2 - a_3 > 0,$ (8)
 $H_3 = a_3 (a_1 a_2 - a_3) > 0.$

若选择 e=0.1,即除两个忆阻器的初始状态外电路参数均固定不变,而选择 c_1 =-0.8~0.8, c_2 =-0.4~0.4,则满足(8)式的参数分布在图 3 中的白色部分,即由两个稳定区域组成。图 3 中白色部分是稳定区域,灰色部分是不稳定区域。若两个忆阻器的初始值满足(8)式,其他初始值为零,则系统(3)从这两个稳定区域出发的解是渐近稳定的,这时平衡点集 E除两个零特征根之外的三个非零特征根的实部均为负。反之,图 3 中灰色部分为不满足(8)式的参数范围,即由两个不稳定区域组成,在此范围内,平衡点集 E是不稳定的。若不考虑两个零特征根对系统稳定性的影响,一般由两个不稳定区域出发的系统(3)的解是不稳定的,其解的运行轨线趋于极限环或者混沌轨或者无穷发散。

令
$$c_2$$
=0,在 c_1 坐标轴上所对应的不稳定范围为
$$|c_1| < 0.1741, 0.234 < |c_1| < 0.5206.$$
 (9)

令
$$c_1$$
=0,在 c_2 坐标轴上所对应的不稳定范围为 $|c_2| < 0.1925, |c_2| > 0.2202.$ (10)

需要说明的是,含有两个忆阻器的混沌电路的

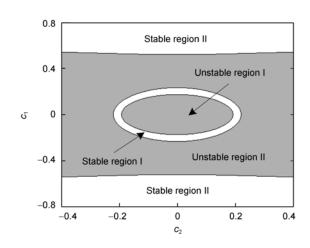


图 3 平衡点集 E 三个非零特征根的稳定性分布

稳定性不能简单地由平衡点集 E的3个非零特征根来确定,下面的数值仿真结果说明了2个零特征根在一定的电路参数下对含有两个忆阻器的混沌电路的动力学特性也有很大的影响.

对于上述确定的参数值,选择初始状态(x(0),y(0), 0, 1×10⁻⁴, 0)中的 x(0)和 y(0)为可变参数.当y(0)=0 时,系统(3)随初始状态 x(0)= c_1 变化的Lyapunov指数谱如图 4(a)所示;当x(0)=0时,系统(3)随初始状态 y(0)= c_2 变化的Lyapunov指数谱如图 4(b)所示.为了图示清晰,图 4 中第 5 根 Lyapunov指数曲线只给出了部分.

图 4 数值仿真结果与上述理论分析结果在 0.12< c_1 <0.23 区间和-0.19< c_2 <-0.16 区间存在差异,在此区间内系统(3)是一个稳定的汇。该差异主要是系统(3)的平衡点集 E除了 3 个非零特征根外还有 2 个零特征根所导致的[21].

3 依赖于电路参数的动力学分析

与一般混沌电路的动力学分析一样,先借助分 岔图和 Lyapunov 指数谱等常规的动力学分析工具, 对图 1 所示的具有两个忆阻器的混沌电路在电路参 数发生改变时进行其动力学行为研究.

选择上述电路参数且 c_1 和 c_2 均为零,并选择电路参数 e 为可变参数,即电阻 R 的阻值可调.参数 e 增加时, Lyapunov 指数谱和状态变量 x 的分岔图分别如图 5(a)和(b)所示. 需说明的是, 画分岔图所选择的庞加莱截面 z=0 是一个在 5 维相空间中垂直于 z 轴的过原点的平面. 可见图 5 中 Lyapunov 指数谱与分岔图所表现的运行轨线稳定与不稳定区域是一致的,但与一般混沌系统所不同的是,含两个忆阻器的混沌电路在周期区域内其最大 Lyapunov 指数为正值.从图 5(b)可观察到忆阻混沌系统(3)通向混沌的道路,它是从一个有界点转变为不稳定的周期轨道,历经倍周期分岔后进入了混沌轨道,然后又经反向倍周期分岔后逐步过渡为周期轨道,最后突变为一个有界点. 显然,在混沌带中系统存在几个周期窗口. 相应的电路参数 e 所对应的动力学区域列于表 1 中.

系统(3)所产生的典型的周期轨道、混沌轨道和稳定汇在 y-z 平面上的投影如图 6 所示,其中各子图所对应的运行轨道和电路参数分别为:图 6(a)周期 1 (e=0.032)、图 6(b)周期 2 (e=0.038)、图 6(c)周期 5

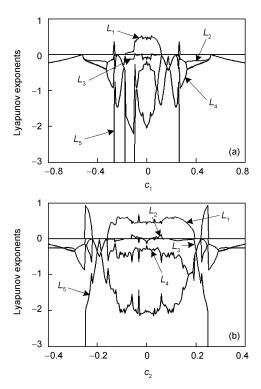


图 4 忆阻器初始状态变化时 Lyapunov 指数谱 (a) c_1 变化; (b) c_2 变化

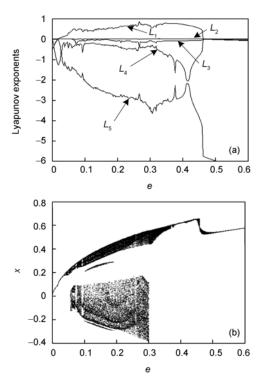


图 5 电路参数 e 变化时 Lyapunov 指数谱和分岔图 (a) Lyapunov 指数谱; (b) 分岔图

表 1 参数 e 区间所对应的动力学行为

For $0 \le e \le 0.019$, stable sink For 0.019 < e < 0.043, limit cycle e = 0.035, 0.04, period-2, -4 bifurcation For $0.043 \le e < 0.358$, chaotic attractor $0.047 < e \le 0.051$, period-3 windows Near e = 0.06, period-5 windows $0.072 \le e < 0.076$, period-3 windows 0.091 < e < 0.096, period-5 windows Near e = 0.26, period-5 windows For $0.358 \le e \le 0.46$, limit cycle e = 0.361, 0.387, period-4, -2 bifurcation For $0.46 < e \le 0.6$, stable sink

(e=0.26)、图 6(d)双涡卷混沌吸引子(e=0.28)、图 6(e) 单涡卷混沌吸引子(e=0.32)、图 6(f)稳定汇(e=0.47). 图 6(a)和 6(b)描述了周期 1 和周期 2 极限环,它们印证了系统(3)呈现出的倍周期分岔行为;图 6(c)示出了一个周期窗内的周期 5 轨道;图 6(d)和 6(e)反映了混沌区域内双涡卷和单涡卷混沌轨道;图 6(f)表明了系统轨道渐趋于一个稳定的有界点.

4 依赖于忆阻初始状态的动力学分析

具有两个忆阻器的混沌电路的平衡点为位于整个 x-y 平面上的点,且存在不同的稳定性,电路从不同区域出发的运行轨线将有着不同的动力学行为.在下面数值仿真分析中,选择电路参数使得 a=8, b=10, c=0, d=2, e=0.1,并选择 c_1 和 c_2 为可变参数.

4.1 状态转移现象

当 c_1 =0.264且 c_2 =0时,从图 4(a)可观察到忆阻混沌电路具有一个正的 Lyapunov 指数(L_1 >0),这意味着电路应处于混沌状态,但数值仿真结果表明电路只存在瞬态和稳态周期 1 极限环. 忆阻混沌电路随时间演化的 Lyapunov 指数谱和相应的运行轨线如图 7 所示. 图 7(a)结果说明电路在长时间演化后将存在一个正的 Lyapunov 指数,而图 7(b)结果则说明在时间序列演变过程中,忆阻混沌电路的运行轨线发生了复杂的状态转移现象.

从图 7(b)可清晰地观察到,电路的运行轨线从最初的一个有界点,在 t=60 s 附近逐步演变成一个周期 1 极限环. 随着时间的进一步演化,极限环在 z 轴方向上的动态幅度范围从[-0.22, 0.25]到[-0.31, 0.36]慢慢地扩展,在 t=640 s 附近发生突变,极限环在 z 轴方向上的动态幅度范围最终变成了[-4.92, 4.65].

4.2 瞬态超混沌现象

从图 4(b)可观察到,在 $|c_2| \in (0.02,0.06]$ 区域内,第 2 根 Lyapunov 指数 $L_2 > 0$,表明系统(3)存在超混沌现象.

当 c_2 =0.06 且 c_1 =0 时,忆阻混沌电路随时间演化的 Lyapunov 指数谱和相应的运行轨线如图 8 所示. 从图 8(a)中可知,随着时间的不断演化,Lyapunov 指数谱趋于稳态值: L_1 =0.417, L_2 =0.1204, L_3 =0, L_4 =-0.6639, L_5 =-1.5419,因此系统(3)从此初始状态出发的运行轨线将在两个方向上分离,其动力学特

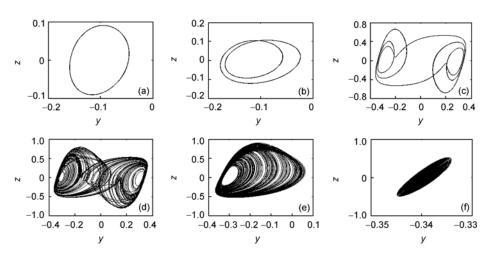


图 6 系统(3)在不同电路参数时的相轨图

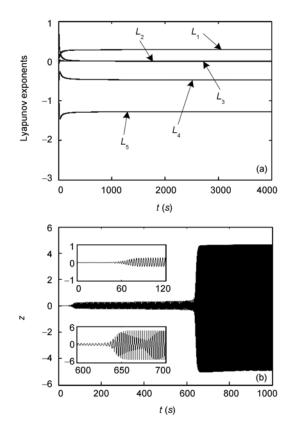


图 7 状态转移现象. (a) 随时间演化的 Lyapunov 指数谱; (b) 随时间演化的运行轨线

性变得更为复杂. 图 8(b)给出了系统(3)中状态变量 z的时间序列,图中结果说明了忆阻混沌电路在时间区间 $t \in [0 \text{ s}, 6750 \text{ s}]$ 内呈现为一个长时间的、有着不同动力学行为的瞬态过渡状态,而在 t > 6750 s 后则表现为稳态的周期 1 极限环. 在有限时间尺度内出现的混沌称之为瞬态混沌[19, 22]. 由于这时电路存在两个正的 Lyapunov 指数,因此在图 8(b)中出现的复杂瞬态过渡状态称之为瞬态超混沌现象.

显然,图 8(b)中的时间序列与其他混沌系统^[23-26] 所产生的时间序列完全不同,其运行轨线从最初的一个周期 4 极限环经过一段时间的演化后转移到一个双涡卷的超混沌吸引子,然后再演变成一个单涡卷混沌吸引子并转变成一个周期 2 极限环、一个单涡卷混沌吸引子,最后稳定在一个周期 1 极限环上. 忆阻混沌电路的运行轨线随时间演化的整个过渡过程是连续的,在一些典型的时间区间内在 y-z 平面上的投影如图 9 所示,其中各子图的时间区间分别为:图 9(a) [200 s, 600 s](周期 4)、图 9(b)[1000 s, 1400 s](超混沌)、

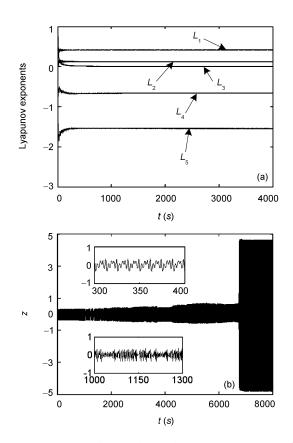


图 8 瞬态超混沌现象. (a) 随时间演化的 Lyapunov 指数谱; (b) 随时间演化的运行轨线

图 9(c)[3000 s, 3400 s](混沌)、图 9(d)[3900 s, 4200 s](周期 2)、图 9(e)[6000 s, 6400 s](混沌)、图 9(f)[7600 s, 8000s](周期 1). 图 9(a)至 9(e)示出了复杂的瞬态周期 4、周期 2、超混沌和混沌的轨道,由此反映了忆阻混沌电路在一个有限时间尺度内有着复杂的动力学行为;而图 9(f)则显示了在一个较长的瞬态过程结束后最终所形成的周期轨.

4.3 复杂现象分析

发生上述复杂的非线性现象,究其原因,是由于忆阻混沌电路存在一个或两个正的 Lyapunov 指数以及在 x-y 平面上有着稳定的和不稳定的区域等因素相互影响而导致的.

一方面,从上述两个初始状态出发的运行轨线, 正的 Lyapunov 指数将致使其在一个或两个方向上不 断地扩张,但所有 Lyapunov 指数之和为负值又将致 使其在这些方向上不断收缩或折叠,从而形成混沌 或超混沌吸引子.另一方面,由于忆阻混沌电路在

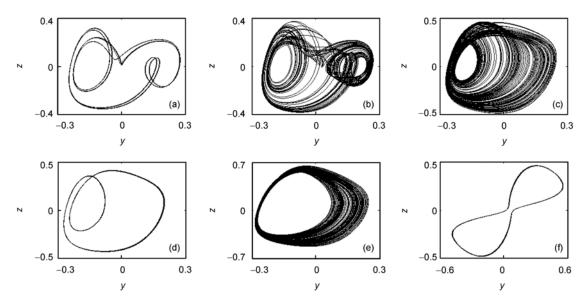


图 9 系统(3)在不同时间区间内的相轨图

x-y 平面上存在两个稳定区域和两个不稳定区域,两个不稳定区域之间有着一定宽度的稳定区域,从不稳定区域出发的运行轨线在五维相空间中从一开始表现为不断扩张或收缩,但在穿越稳定区域时在其运行方向上受到一定程度的干扰,改变了忆阻混沌电路最初的动力学特性,导致其动力学行为不可预测.一个正的 Lyapunov 指数的轨线流只在单个运行方向上受到干扰,而两个正的 Lyapunov 指数的轨线流在两个运行方向上都会受到干扰,因此,随着时间的不断演化,瞬态超混沌现象中的动力学行为要比状态转移现象中的更为复杂.

5 结论

含有两个忆阻器的混沌电路具有一个位于忆阻器内部状态变量所构成平面上的平衡点集,并且平衡点集的3个非零特征根在两个忆阻器初始状态的平

面上有着稳定的和不稳定的区域分布.因此,含有两个忆阻器的混沌电路区别于一般的混沌系统,其动力学特性除了随电路参数变化外,还极端依赖于电路中两个忆阻器的初始状态,有着一些与众不同的非线性动力学行为,例如状态转移和瞬态超混沌等复杂的动力学现象.

本文通过把两个具有光滑特性曲线的磁控忆阻器引入到蔡氏混沌振荡电路中,得到了一个新的具有两个忆阻器的混沌电路.利用常规的动力学分析方法,定性分析了忆阻混沌电路的平衡点集在一个平面上的稳定性区域分布,并借助于数值仿真手段研究了在不同电路参数和忆阻器初始状态下忆阻混沌电路所产生的复杂动力学现象.本文所提出的平衡点集稳定性的定性分析方法可适合于一类含有忆阻器的特殊电路或具有平衡点集的复杂系统的稳定性分析,所揭示的复杂物理现象可丰富混沌动力学理论中的相关内容,有着重要的理论物理意义和工程应用价值.

参考文献。

- 1 Tour J M, He T. The fourth element. Nature, 2008, 453: 42-43
- 2 Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, et al. The missing memristor found. Nature, 2008, 453: 80-83
- 3 Wang X, Chen Y, Xi H, et al. Spintronic memristor through spin torque induced magnetization motion. IEEE Electron Device Lett, 2009, 30(3): 294–297
- 4 Pershin Y V, Di Ventra M. Spin memristive systems: Spin memory effects in semiconductor spintronics. Phys Rev B, 2008, 78(11): 113309
- 5 Ventra M D, Pershin Y V, Chua L O. Circuit elements with memory: memristors, memcapacitors, and meminductors. Proc IEEE, 2009,

97(10): 1717-1724

- 6 Martinelli G. Circuit modeling of nano-devices. Electronics Lett, 2008, 44(22): 1294-1295
- 7 Benderli S, Wey T A. On SPICE macromodelling of TiO₂ memristors. Electronics Lett, 2009, 45(7): 377–379
- 8 Biolek Z, Biolek D, Biolková V. SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift. Radioengineering, 2009, 18(2): 210–214
- 9 Chua L O. Memrister—the missing circuit element. IEEE Trans Circuit Theory, 1971, 18(5): 507–519
- 10 Chua L O, Kang S M. Memristive devices and systems. Proc IEEE, 1976, 64(2): 209-223
- 11 Joglekar Y N, Wolf S J. The elusive memristor: properties of basic electrical circuits. European J Phys, 2009, 30(4): 661-675
- 12 Pershin Y V, Di Ventra M. Memristive circuits simulate memcapacitors and meminductors. Electronics Lett, 2010, 46(7): 517-518
- 13 Riaza R. Nondegeneracy conditions for active memristive circuits. IEEE Trans Circuits Systems II, 2010, 57(3): 223-227
- 14 Muthuswamy B, Chua L O. Simplest chaotic circuit. Int J Bifurcat Chaos, 2010, 20(5): 1567-1580
- 15 Muthuswamy B. Implementing memristor based chaotic circuits. Int J Bifurcat Chaos, 2010, 20(5): 1335–1350
- 16 Witrisal K. Memristor-based stored-reference receiver-the UWB solution? Electronics Lett, 2009, 45(14): 713-714
- 17 Itoh M, Chua L O. Memristor oscillators. Int J Bifurcat Chaos, 2008, 18(11): 3183–3206
- 18 Muthuswamy B, Kokate P P. Memristor based chaotic circuits. IETE Technical Rev, 2009, 26(6): 415-426
- 19 Bao B C, Liu Z, Xu J P. Steady periodic memristor oscillator with transient chaotic behaviors. Electronics Lett, 2010, 46(3): 228-230
- 20 包伯成, 刘中, 许建平. 忆阻混沌振荡器的动力学分析. 物理学报, 2010, 59(6): 3785-3793
- 21 Bao B C, Xu J P, Liu Z. Initial state dependent dynamical behaviors in memristor based chaotic circuit. Chin Phys Lett, 2010, 27(7): 070504
- 22 Dhamala M, Lai Y C, Kostelich E J. Analyses of transient chaotic time series. Phys Rev E, 2001, 64(5): 056207
- 23 Kilic R. A Practical Guide for Studying Chua's Circuits. World Scientific, 2010
- 24 Xu W, Yue X L. Global analyses of crisis and stochastic bifurcation in the hardening Helmholtz-Duffing oscillator. Sci China Tech Sci, 2010, 53(3): 664–673
- 25 Zheng Y G, Wang Z H. Delayed Hopf bifurcation in time-delayed slow-fast systems. Sci China Tech Sci, 2010, 53(3): 656-663
- 26 Barboza R, Chua L O. The four-element Chua's circuit. Int J Bifurcat Chaos, 2008, 18(4): 943-955