



论 文

海杂波频谱的多重分形特性分析

刘宁波*, 关键*, 宋杰, 黄勇, 何友

海军航空工程学院电子信息工程系, 烟台 264001

* 通信作者. E-mail: lnb198300@163.com, guanjian96@tsinghua.org.cn

收稿日期: 2012-05-02; 接受日期: 2012-09-30

国家自然科学基金 (批准号: 61179017, 60802088) 和“泰山学者”建设工程专项经费和航空科学基金 (批准号: 20095184004) 资助项目

摘要 本文主要研究海杂波频谱的多重分形特性并分析其影响因素. 首先介绍了将多重分形理论引入到海杂波频谱分析中的理论基础, 然后, 采用 X 波段与 S 波段相参雷达实测数据验证海杂波频谱的多重分形特性, 并采用多重分形去趋势起伏分析 (MF-DFA) 法对海杂波频谱进行多重分形特性分析, 分析结果表明海杂波频谱是一种受长程相关性和概率分布共同影响的多重分形序列, 并且频域多重分形参数——广义 Hurst 指数对海杂波单元与目标单元具有一定的区分能力. 此外, 通过分析广义 Hurst 指数的影响因素还发现 FFT 时所采用的时间序列长度对广义 Hurst 指数影响相对较大, 而 FFT 点数对其影响相对较小.

关键词 海杂波 频谱 多重分形 自相似 去趋势起伏分析 广义 Hurst 指数

1 引言

作为非线性科学三大分支之一的分形理论近年来在雷达信号处理领域取得了长足发展, 其从研究对象结构的角度研究其不规则性^[1], 因此, 分形模型可对海杂波进行机理性解释, 并可以刻画海杂波内部所包含的非线性动态特性. 1993 年, Lo 等^[2]首先利用海杂波与目标回波的单一分形维数差异设计了目标检测方法, 拉开了分形理论在雷达目标检测领域应用的序幕. 然而, 海杂波的单一分形特征仅在无标度尺度区间内对海杂波表现出的自相似性进行描述, 无标度区间之外海杂波所包含的结构信息被舍弃了, 同时, 海杂波的单一分形特征在强海杂波背景下对目标的敏感程度较弱, 从而高海情下难以有效区分海杂波与目标. 因此, 研究人员对单一分形模型进行推广, 采用多重分形理论描述海杂波在不同尺度下表现出的自相似性, 建立了测度依概率随机串级乘性分配的海杂波多重分形模型^[3,4], 并采用 X 波段雷达实测数据进行验证, 发现在 0.01 秒到几秒的范围内多重分形模型与海杂波具有较好的吻合性, 同时发现多重分形模型的结构函数对海杂波与目标具有良好的区分能力, 可用于海杂波中的目标检测^[5]. 此外, 还有研究人员针对极化对海杂波多重分形谱的影响、多重分形测度的空间关联性、提高多重分形参数估计的实时性等问题做了相应的研究工作, 给出了相应的结论或提出了目标检测方法^[6~8], 将多重分形理论在时域海杂波中的应用研究不断推进.

利用多重分形特征的海杂波中目标检测方法可以在一定程度上摆脱信杂比 (SCR) 的束缚, 但是在 SCR 很低时其性能依然较差, 难以区分海杂波与目标. 这一问题也从侧面反映了在雷达目标检测

中, 特别是在雷达微弱目标检测中, SCR 发挥着至关重要的作用. 相参积累作为一种有效的提升 SCR 的手段, 在实际雷达系统中是一种非常常见的雷达信号处理手段. 然而, 在目前已有的海杂波多重分形特性研究中, 研究对象均为雷达时域直接回波, 并不涉及相参积累. 考虑到 Fourier 变换作为一种经典的相参积累方法, 发展较为成熟且具有快速计算方法, 因此, 本文将多重分形理论引入到对 Fourier 变换后海杂波的特性分析中, 即采用多重分形理论分析海杂波单元频谱的自相似结构信息, 有效利用 Fourier 所能带来的 SCR 优势, 以期在原有基础上提升多重分形特征对海杂波中微弱目标的敏感性. 为此, 下文将首先介绍在频域对海杂波进行多重分形特性分析的理论基础, 即海杂波在时域的多重自相似特性经 Fourier 变换后在频域可得以保持; 然后, 将简单介绍所采用的多重分形分析方法——多重分形去趋势起伏分析方法; 最后, 将利用 X 波段和 S 波段实测数据验证海杂波频谱的多重分形特性, 估计多重分形参数——广义 Hurst 指数, 并分析其影响因素, 给出相应的结论.

2 频域多重分形分析的理论基础

本节以经典的分形(自相似)过程——分数 Brownian 运动(FBM)为例说明 Fourier 变换保持原序列自相似性的特性. FBM 由 Brownian 运动推广而来, 其概率密度函数可表示为^[9,10]

$$P_{B_H(t)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t^{2H}}} \exp \left\{ -\frac{x^2}{2t^{2H}} \right\}, \quad (1)$$

其中, x 代表 FBM 序列的幅度, H 表示单一 Hurst 指数. 将 (1) 式作尺度变换 $t \rightarrow \kappa t$, $x \rightarrow \kappa^H x$ (κ 称为尺度因子), 则有如下幂规律

$$P_{B_H(\kappa t)}(\kappa^H x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\kappa t)^{2H}}} \exp \left\{ -\frac{(\kappa^H x)^2}{2(\kappa t)^{2H}} \right\} = \kappa^{-H} P_{B_H(t)}(x). \quad (2)$$

(2) 式在尺度变换前后, 总分布概率保持不变, 即

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_{B_H(\kappa t)}(\kappa^H x) d(\kappa^H x) = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa^{-H} P_{B_H(t)}(x) d(\kappa^H x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{B_H(t)}(x) dx = 1. \quad (3)$$

(3) 式表明, $B_H(t)$ 与 $\kappa^{-H} B_H(\kappa t)$ 具有相同的概率分布, 即在统计意义下 $B_H(t)$ 是自相似的, 可采用如下形式表达:

$$B_H(t) \stackrel{\text{s.t.a}}{=} \kappa^{-H} B_H(\kappa t), \quad (4)$$

其中, $\stackrel{\text{s.t.a}}{=}$ 表示在统计意义下相等.

为研究 Fourier 变换保持原序列自相似性的特性, 首先观察 FBM 序列的 Fourier 变换, 如下式所示:

$$F_B(f) = \int_0^T B_H(t) e^{-j2\pi f t} dt, \quad (5)$$

其中, $B_H(t)$ 定义在区间 $(0, T)$ 上. 在此基础上做尺度变换 $t' = \kappa t$, 则由 (4) 式可得 $B_H(t') \stackrel{\text{s.t.a}}{=} \kappa^H B_H(t)$, 代入 (5) 式中可得

$$F_B(f) \stackrel{\text{s.t.a}}{=} \int_0^T \frac{B_H(t')}{\kappa^H} e^{-j2\pi f t' / \kappa} d(t' / \kappa) = \frac{1}{\kappa^{H+1}} F_B\left(\frac{f}{\kappa}\right). \quad (6)$$

由 (6) 式可知, 频率变为原来的 $1/\kappa$ 后, 频谱幅度变为原来的 κ^{H+1} 倍. 这说明 FBM 的频谱幅度与频率尺度因子 κ 之间存在幂律关系, 即 FBM 的频谱具有自相似性. 可见, 具有自相似性的序列经过 Fourier 变换后自相似性得以保持, 因此, Fourier 变换是一种自相似变换.

多重分形的描述对象是分形体在不同层次的生长特征, 其在考虑分形体在每个小区域生长概率的情况下研究分形体在每个小区域内的测度自相似性, 并采用一个谱函数来描述具有相同自相似性的小区域簇. 当小区域的直径趋于零时, 多重分形谱函数则描述的是具有相同生长概率的点测度的自相似性, 即将测度依概率划分为不同的子集, 然后研究各个子集的自相似性. 结合 Fourier 变换保持原序列自相似性的特性, 各测度子集在时域的自相似性在频域可得以保持, 进而在频域形成新的具有多重标度结构的分形体, 这一特性为将多重分形理论引入到海杂波频谱分析中奠定了基础.

3 多重分形去趋势起伏分析方法

最简单的多重分形分析方法是一种基于标准配分函数的经典多重分形分析方法, 其可用于归一化平稳测度的多重分形描述^[5,6,11]. 然而, 这一标准分析方法对于未归一化或者受慢变趋势影响的非平稳序列却无法给出正确的结果, 因此, 本节引入一种推广的去趋势起伏分析 (DFA) 方法——多重分形去趋势起伏分析法 (MF-DFA)^[12,13]. 这种方法不需要计算模最大值, 从而在编程与计算量方面与传统的去趋势起伏分析法相当.

为说明 MF-DFA 方法, 首先给定序列 $\{x_n, n = 1, 2, \dots, N\}$, 则 MF-DFA 方法可分解为如下 5 个步骤:

1) 将原序列减去均值 $\bar{x}$ 后求部分和, 形成新的序列 $\{Y_k, k=1, 2, \dots, N\}$, 即

$$Y_k = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}). \quad (7)$$

2) 将序列 $\{Y_k, k = 1, 2, \dots, N\}$ 划分成互不重叠的序列段, 每段长度为 r (即尺度), 则序列片段数 $N_r \equiv \text{int}(N/r)$, 其中, $\text{int}(\cdot)$ 表示取整数. 由于序列总长度 N 可能不是 r 的整数倍, 划分完片段后序列 $\{Y_k\}$ 的末尾部分有一小段序列无法参与后续步骤的计算. 为充分利用整个序列的所有采样点, 可从序列 $\{Y_k\}$ 尾部开始重复上述分段过程. 这样, 在尺度 r 下便得到 $2N_r$ 个序列段.

3) 采用最小均方拟合方法计算每一段序列的局部趋势, 然后计算如下方差函数 $f(v, r)$: 对于前 N_r 段序列, 即当 $v = 1, 2, \dots, N_r$ 时,

$$f(v, r) = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \{Y[(v-1)r + i] - y_v(i)\}^2; \quad (8)$$

对于后 N_r 段序列, 即当 $v = N_r + 1, N_r + 2, \dots, 2N_r$ 时,

$$f(v, r) = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \{Y[N - (v - N_r)r + i] - y_v(i)\}^2, \quad (9)$$

其中, y_v 表示第 v 段序列的拟合多项式, 其阶数可取为任意正整数. 所谓“去趋势”即为从原始序列中减去拟合多项式 y_v , m 阶 MF-DFA 可以去除序列 $\{Y_k\}$ 的 m 阶趋势 (或等价于去除原序列 $\{x_n\}$ 的 $m-1$ 阶趋势), 不同阶数的 MF-DFA 在去除序列趋势方面的能力少有差异^[12].

4) 对所有序列段的方差函数采用如下公式计算 q 阶起伏函数 $\chi_q(r)$, 即

$$\chi_q(r) = \left\{ \frac{1}{2N_r} \sum_{v=1}^{2N_r} [f(v, r)]^{q/2} \right\}^{1/q}, \quad q \in \mathbb{R}, q \neq 0. \quad (10)$$

当 $q = 2$ 时, (10) 式即退化为标准的起伏分析. 起伏函数 $\chi_q(r)$ 不仅依赖于 q 和尺度 r , 还与 MF-DFA 阶数 m 有关, $\chi_q(r)$ 仅在 $r \geq m+2$ 时有定义. 当 $q = 0$ 时, 起伏函数 $\chi_0(r)$ 采用如下公式计算:

$$\chi_0(r) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_r} \sum_{v=1}^{2N_r} \ln[f(v, t)] \right\}. \quad (11)$$

5) 对于每个 q , 确定起伏函数与尺度的幂律关系, 即 $\chi_q(r) \sim r^{h(q)}$, 两边同时取对数可得 $\log \chi_q(r) = h(q) \cdot \log r + \text{const}$, 因此, 可在双对数坐标下对 $\log \chi_q(r) \sim \log r$ 进行直线拟合, 通过估计斜率即可得到广义 Hurst 指数 $h(q)$. 这里需说明的是, 当尺度 $r > N/4$ 时, N_r 变得很小使得 $\chi_q(r)$ 的统计误差较大, 从而可靠性较低, 因此, 在估计 $h(q)$ 过程中舍弃 $r > N/4$ 的尺度.

对于单一分形序列而言, 起伏函数 $\chi_q(r)$ 的尺度行为在各个 q 下均相同, 从而 $h(q)$ 与 q 无关; 对于多重分形序列而言, $h(q)$ 为 q 的函数, 且可以反映不同起伏特征的尺度特征: 当 $q > 0$ 时, 大的方差 $f(v, r)$ 将在起伏函数 $\chi_q(r)$ 中占主导地位, 此时, $h(q)$ 主要反映大的序列起伏的尺度特征; 当 $q < 0$ 时, 小的方差 $f(v, r)$ 将在起伏函数 $\chi_q(r)$ 中占主导地位, 此时, $h(q)$ 主要反映小的序列起伏的尺度特征.

4 实测海杂波频谱的多重分形特性与影响参数分析

4.1 实测海杂波数据

本小节将采用 X 波段与 S 波段实测海杂波数据进行频谱多重分形特性分析, 其中 X 波段雷达数据来自于“osborn head database”, 其由加拿大 McMaster 大学利用 X 波段 IPIX 雷达开展对海探测实验采集得到, 数据采集时雷达天线工作在驻留模式, 对某一方位海面长时间照射, 观察目标为一漂浮于海面上包裹着金属网的塑料球体, 更详细的情况请见文献 [14], 数据包含 HH, VV 同极化和 HV, VH 交叉极化 4 种情况, 由于交叉极化数据的杂噪比 (CNR) 较低, 因此本小节仅采用 CNR 相对较高的 HH, VV 同极化数据进行分析, 其信杂比 (SCR) 约为 0~6 dB, 距离向采样率为 10 MHz, 数据采集时雷达脉冲重频 (PRF) 为 1000 Hz. 另外一组海杂波数据是某 S 波段雷达对海照射采集得到的, 采集数据时天线工作在驻留模式, 极化方式为 VV 极化, 观察目标为一缓慢远离雷达运动的小渔船, 此组数据 SCR 约为 0~3 dB, 距离向采样率为 20 MHz, 数据采集时雷达 PRF 为 650 Hz. 图 1 给出了 3 组雷达数据的海杂波单元与目标单元的归一化时域波形图, 每个距离单元的回波序列时间均大约为 131 s. 由于雷达照射海域、海况、雷达自身参数等均不相同, 图 1 所示的两种波段海杂波数据在功率水平、起伏程度上均明显不同, 且海杂波单元与目标单元难以直接区分. 图 2 给出了 3 组雷达数据海杂波单元与目标单元的频谱图形, 可见, 海杂波和目标的 Doppler 谱主要集中在 ± 100 Hz 范围内, ± 100 Hz 范围之外主要是噪声的 Doppler 谱. 对于图 2(a) 和 (b) 所示的 X 波段雷达数据, 海浪 (Bragg 浪) 的 Doppler 中心频率在 0~100 Hz 范围内, 这说明 Bragg 浪整体上是向雷达运动的, 且海杂波单元与目标单元的 Doppler 谱呈现出明显差异. 由于 X 波段雷达观察的目标为一漂浮于海面上的目标, 其随海浪涌动会有轻微移动, 因此目标回波的 Doppler 频率应在零频附近, 但由于观察目标并非点目标不具有恒定的速度, 所以目标可能会对整个海杂波 Doppler 谱产生影响, 从而呈现出如图 2(a) 与 (b) 所示的目标单元频谱图形; 对 S 波段雷达数据而言, 海浪 (Bragg 浪) 的 Doppler 中心频率在 $-100 \sim 0$ Hz 范围内, 这说明 Bragg 浪整体上是远离雷达运动的, 此组数据中海杂波单元与目标单元 Doppler 谱的差异主要体现在

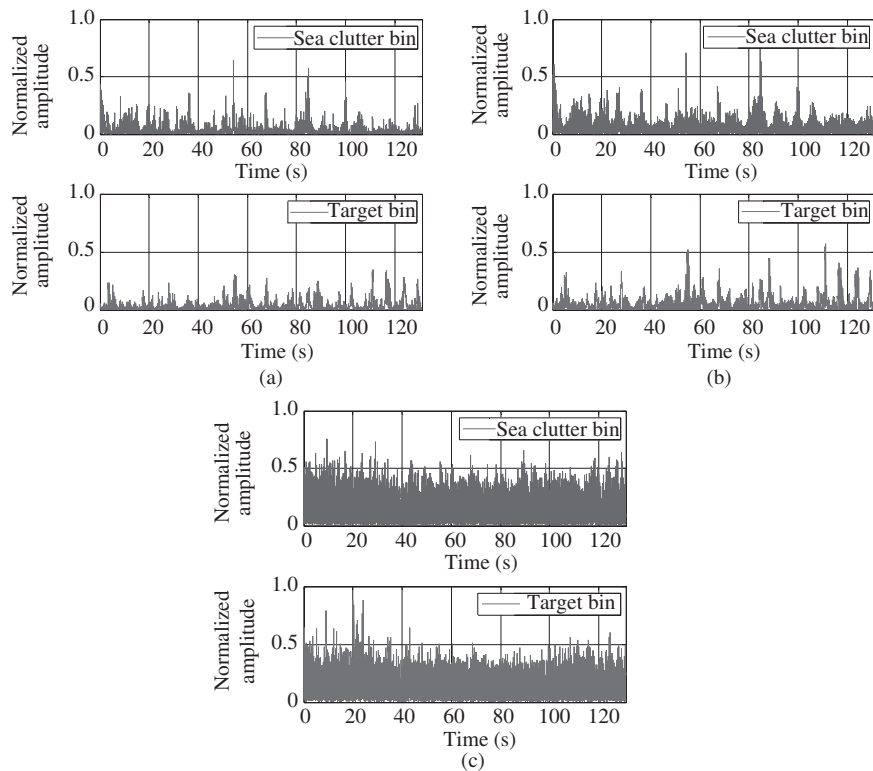


图 1 实测数据归一化时域波形图

Figure 1 Normalized waveforms of real data in time domain. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

$-50 \sim 0$ Hz 范围内, 如图 2(c) 所示, 这主要是因为 S 波段雷达观察的目标为一个慢速远离雷达的小渔船, 具有负的 Doppler 频率. 另外, 由于小渔船雷达回波较弱 (SCR 较低), 因此, 在 $-50 \sim 0$ Hz 范围内海杂波单元与目标单元 Doppler 谱的差异并不明显.

下文对海杂波单元的频谱序列进行简单的统计特性分析. 图 3 和 4 分别给出了三组雷达数据海杂波单元频谱幅度和幅度增量的统计直方图和分布拟合结果. 由图 3 和 4 直观观察可发现, 无论是海杂波单元的频谱幅度还是频谱幅度增量, 其直方图均具有较长拖尾, 分布类型明显偏离高斯分布, 比较每个图中给出的 4 种统计分布拟合效果可发现, 对数正态分布和 K 分布的整体拟合效果相对较好, 但其对实测数据直方图拖尾部分的贴合度依然不能令人满意.

图 5 和 6 分别给出了海杂波单元的频谱幅度和频谱幅度增量的均值和自相关函数随频谱序列段数的变化情况. 在计算过程中, 海杂波单元频谱序列被分成互不交叠的 25 段, 每段 5000 个采样点, 分别计算每段频谱序列的幅度和幅度增量的均值与自相关函数, 其中, 图 6 所示的自相关函数的结果是从每段数据的自相关函数计算结果中取第 5000 个值得到的 (实际上, 取其他值时可以得到类似的结果). 由图 5 可知, 三组海杂波数据频谱幅度的均值都随数据段数起伏不定, 而频谱幅度增量的均值十分接近于 0, 且不随数据段数发生变化; 对于自相关函数有同样的结论, 即在给定条件下海杂波单元频谱幅度的自相关函数随数据段数发生变化, 而海杂波单元频谱幅度增量的自相关函数随数据段数变化相对较小, 这说明海杂波单元频谱幅度间有一定的相关性, 而频谱幅度增量间基本不相关. 因此, 可以得到如下结论, 海杂波单元频谱幅度序列是非平稳的, 而其增量序列则可近似认为是平稳的. 另外, 由

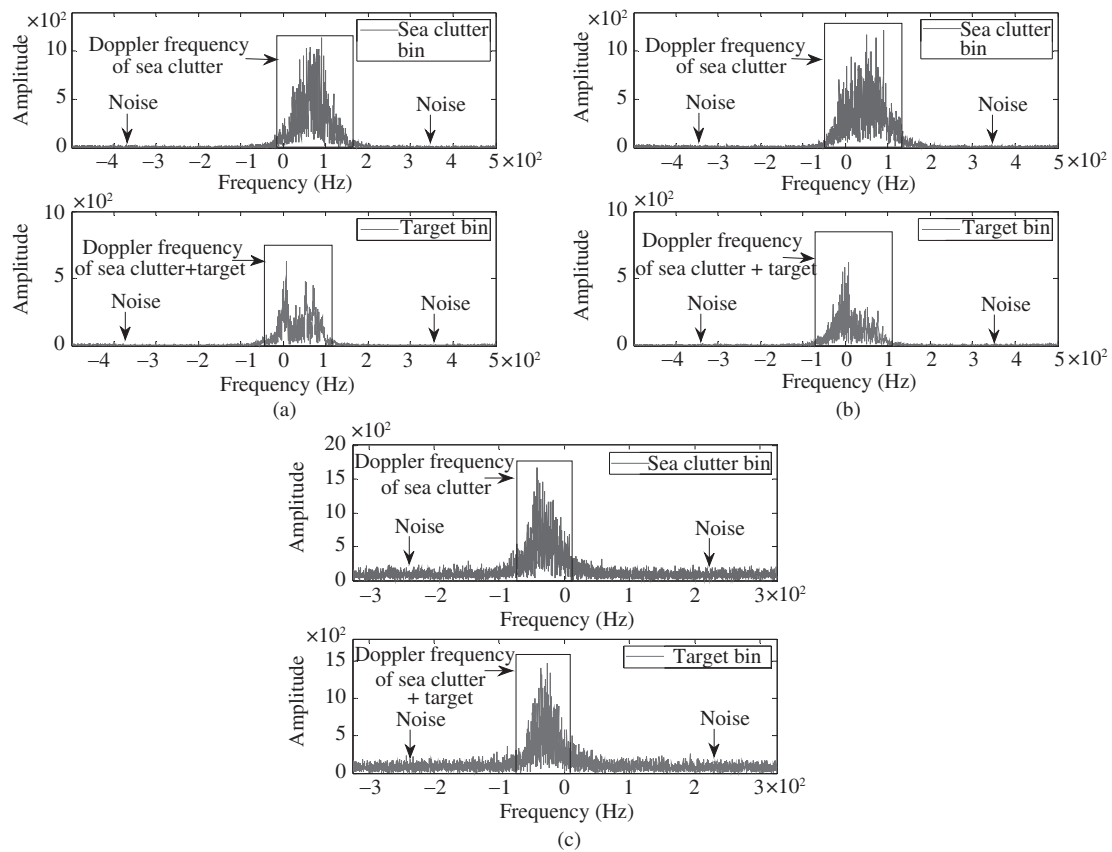


图 2 海杂波与目标单元的频谱图形

Figure 2 The frequency spectra of sea clutter and target bins. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

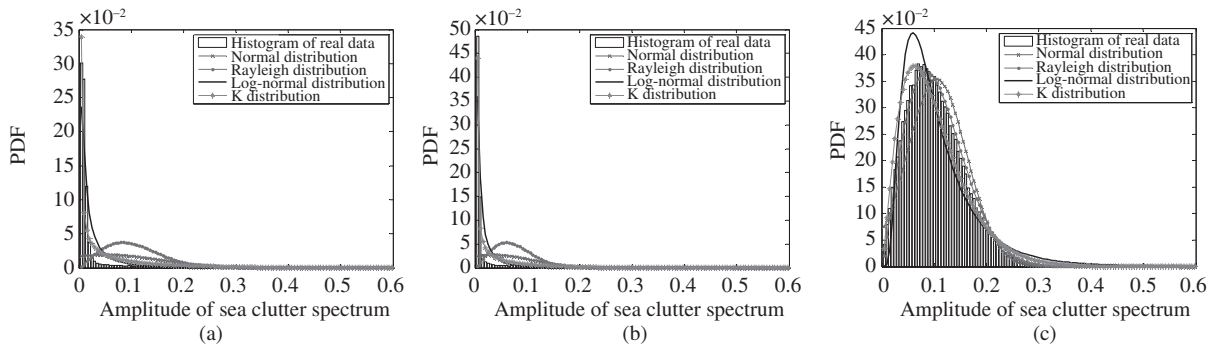


图 3 海杂波单元频谱幅度的直方图统计与分布拟合

Figure 3 Histogram and distribution fitting of amplitude of sea clutter frequency spectrum. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

图 6 所示海杂波单元频谱幅度的自相关函数可知, 与海杂波 Doppler 谱相对应序列段的自相关性较强, 而与噪声 Doppler 谱相对应序列段的自相关性较弱。

由于多重分形特性分析涉及序列的长程相关性, 因此, 下文采用对数方差 — 尺度法^[15]对海杂波单元频谱幅度序列和幅度增量序列是否具有长程相关性进行检验。根据对数方差 — 尺度法, 当序列

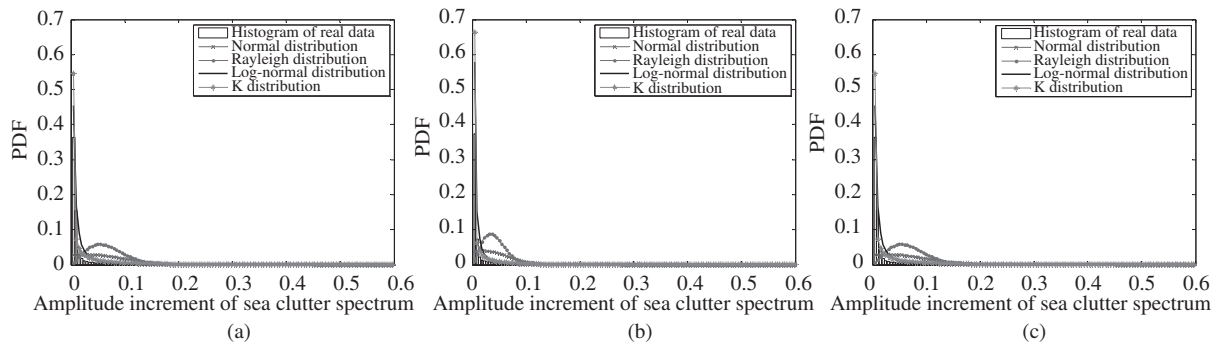


图 4 海杂波单元频谱幅度增量的直方图统计与分布拟合

Figure 4 Histogram and distribution fitting of amplitude increment of sea clutter frequency spectrum. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

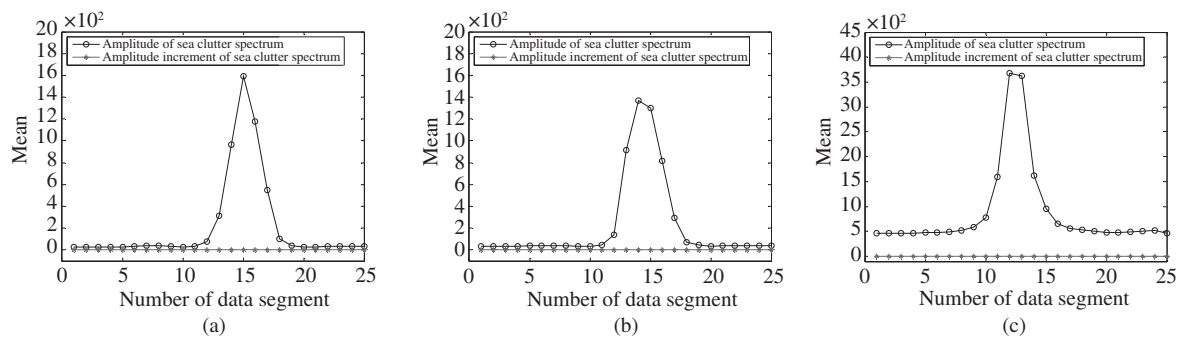


图 5 海杂波单元频谱幅度及幅度增量的均值

Figure 5 Mean of amplitude and amplitude increment of sea clutter frequency spectrum. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

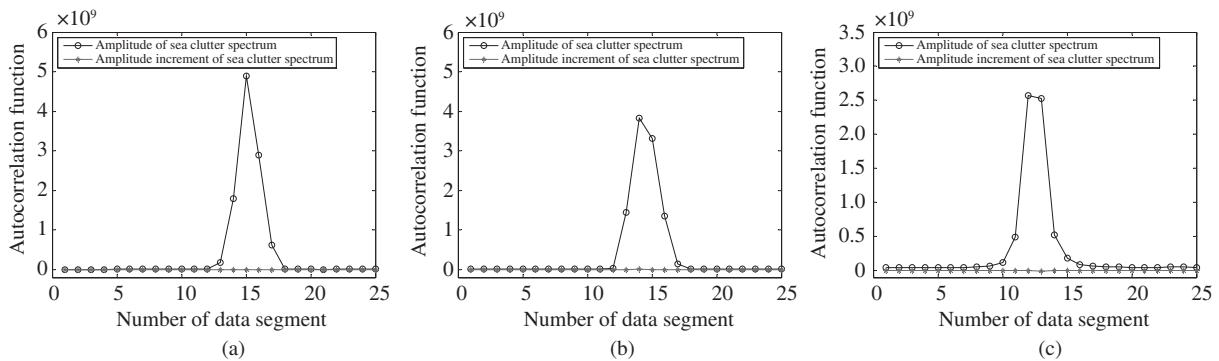


图 6 海杂波单元频谱幅度及幅度增量的自相关函数

Figure 6 Autocorrelation function of amplitude and amplitude increment of sea clutter frequency spectrum. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

对数方差 — 尺度曲线的斜率大于 -1 时, 则认为被检验序列具有长程相关性. 图 7 给出了海杂波单元频谱幅度和幅度增量的对数方差 — 尺度图, 由图可知, 无论是海杂波单元频谱幅度还是频谱幅度增量, 其对数方差 — 尺度曲线的斜率均明显大于 -1 , 因此, 海杂波单元频谱幅度和幅度增量均具有长程相关性.

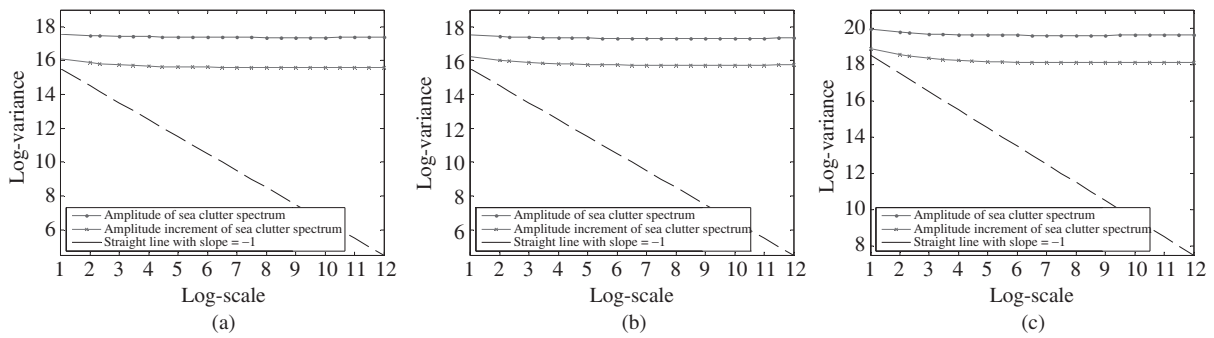


图 7 海杂波单元频谱幅度及幅度增量的对数方差曲线

Figure 7 Log-variance curve of amplitude and amplitude increment of sea clutter frequency spectrum. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

4.2 海杂波频谱的多重分形特性与参数估计

由上一小节中的统计特性分析可知, 海杂波单元频谱序列具有非平稳性, 此时采用基于标准配分函数的经典多重分形分析方法可能会产生错误的结果; 而海杂波频谱幅度增量序列是近似的平稳的, 对其采用基于标准配分函数的多重分形分析方法是可行的. MF-DFA 方法是针对非平稳序列提出的, 且其在归一化平稳序列条件下与基于标准配分函数的多重分形分析方法是等价的^[12], 因此, 本小节将采用 MF-DFA 方法对海杂波单元频谱幅度和幅度增量序列进行多重分形特性分析并估计相应的多重分形参数. 图 8 给出了 3 组海杂波数据频谱幅度和频谱幅度增量的 q 阶起伏函数随尺度变化情况, 观察可知双对数坐标下起伏函数的直线拟合效果均较好. 为进一步说明直线拟合效果, 本小节采用 t 检验法进行一元线性回归显著性检验, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 条件下均可得到回归效果显著的检验结果. 这里需说明的是, 在计算频谱幅度序列起伏函数的过程中, 去趋势阶数 m 设定为 1; 计算频谱幅度增量起伏函数的过程中则没有去趋势步骤, 此条件下的起伏函数相当于经典多重分形分析方法中的配分函数. 观察图 8(a)~(c) 还可发现, q 为负值时的直线拟合效果要优于 q 为正值时的直线拟合效果, 这与频谱幅度序列中存在大、小两种起伏特征以及两种起伏的平稳性或非平稳性有关: q 为负值时起伏函数主要反映的小起伏 (主要对应频谱幅度序列中的噪声 Doppler 频率部分) 的尺度特征, 而 q 为正值时起伏函数主要反映的大起伏 (主要对应频谱幅度序列中的海杂波 Doppler 频率部分) 的尺度特征, 由图 2 可知噪声 Doppler 谱的频率范围大于海杂波 Doppler 谱的频率范围, 从而 q 为负值时有相对多的小起伏区间参与 (10) 式所示起伏函数的运算, 从而在每个尺度下得到的起伏函数值更稳定, 此外, 由图 2、图 5 和图 6 对比可知, 频谱中的噪声 Doppler 频率部分可近似认为是平稳的, 而频谱中的海杂波 Doppler 频率部分则具有较强的非平稳性, 所以, q 为负值时的直线拟合效果相对较好. 上述原因也可由图 8(d)~(f) 所示结果得到间接证明, 海杂波单元频谱增量序列的起伏特性相对于频谱序列而言减弱, 且由前文中的频谱统计特性分析可知频谱增量序列是近似的平稳的, 因此, 无论 q 取正值还是负值, 起伏函数的直线拟合效果均较好.

为进一步说明海杂波单元频谱幅度及幅度增量序列的多重分形特性, 下面将估计各个序列的广义 Hurst 指数. 若序列是多重分形的, 则其广义 Hurst 指数 $h(q)$ 为 q 的函数, 反之, 若序列是单一分形的, 则广义 Hurst 指数 $h(q)$ 不随 q 发生变化. 图 9 给出了海杂波与目标单元频谱幅度及幅度增量序列的广义 Hurst 指数, 由图可见, 无论是海杂波单元频谱幅度还是幅度增量, 其广义 Hurst 指数 $h(q)$ 均为

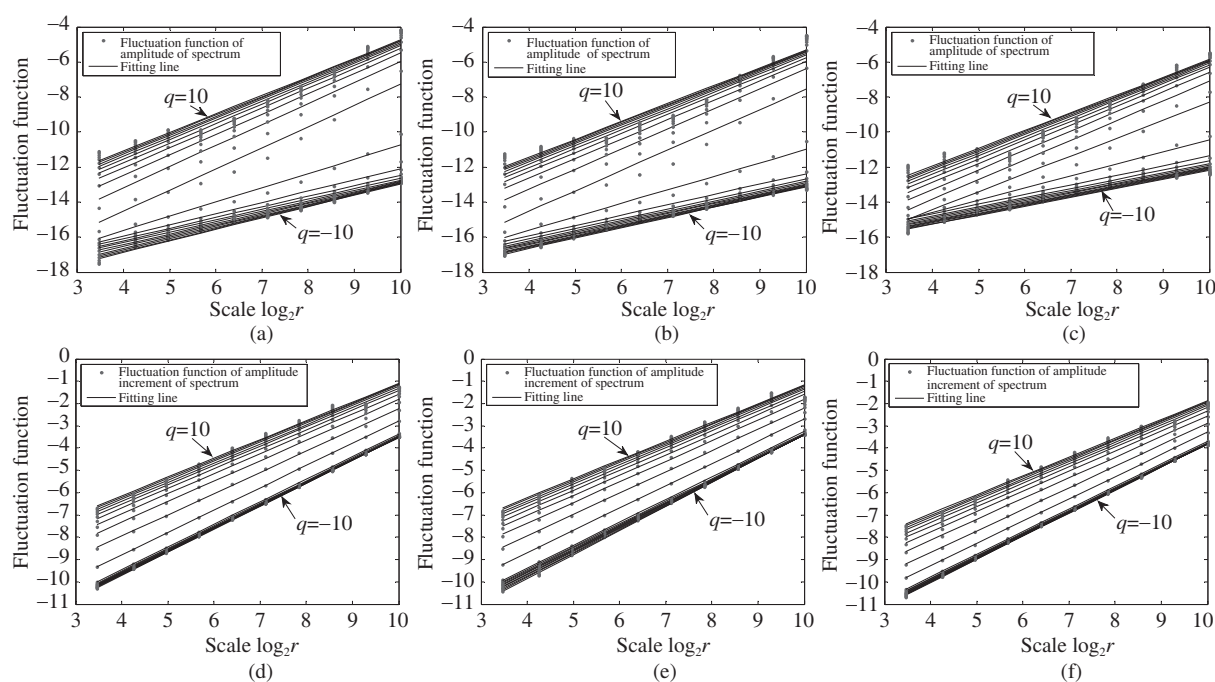


图 8 海杂波单元频谱幅度和幅度增量序列的起伏函数及直线拟合结果

Figure 8 Fluctuation function and line-fitting of amplitude and amplitude increment of sea clutter frequency spectrum. (a) X-band HH polarization (spectrum amplitude); (b) X-band VV polarization (spectrum amplitude); (c) S-band VV polarization (spectrum amplitude); (d) X-band HH polarization (amplitude increment); (e) X-band VV polarization (amplitude increment); (f) S-band VV polarization (amplitude increment)

q 的函数, 这说明海杂波单元频谱幅度序列和海杂波单元频谱幅度增量序列都是多重分形的, 但二者的多重分形特性明显不同. 由图 9 还可发现, 目标的存在对海杂波频域广义 Hurst 指数 $h(q)$ 的影响主要体现在 $q > 0$ 时, 即目标的存在主要影响海杂波单元频谱幅度序列的大起伏特征, 使得 $q > 0$ 时广义 Hurst 指数 $h(q)$ 值明显减小. 一般对于测度相对差异不大的多重分形序列而言, 大起伏特征比小起伏特征通常对应更小的 $h(q)$ 值, 也即 $q < 0$ 时的 $h(q)$ 值通常大于 $q > 0$ 时的 $h(q)$ 值. 观察图 9 所示结果可发现, 海杂波单元频谱幅度增量序列的广义 Hurst 指数曲线与此结论相符, 而海杂波单元频谱幅度序列的广义 Hurst 指数曲线则与此结论正好相反, 观察目标单元频谱幅度及幅度增量序列的广义 Hurst 指数曲线可以发现相同的现象, 其主要是由频谱中海杂波 (或海杂波 + 目标) Doppler 频率部分和噪声 Doppler 频率部分各自内部相关性的巨大差异 (见图 6) 引起的, 并与采用一次多项式拟合去趋势有关. 由于受到长程相关性以及去趋势等因素综合影响, 且考虑到广义 Hurst 指数计算涉及多个中间步骤, 难以直接得到长程相关性与不同 q 下 $h(q)$ 的对应关系, 为此, 下文采用同样的一阶 MF-DFA 方法分析乱序后频谱序列的多重分形特性并计算其广义 Hurst 指数, 然后与图 9 所示结果进行对比以说明长程相关性的影响. 多重分形序列可分为两种, 一种是源于概率分布的多重分形序列, 另一种是源于大、小起伏不同相关性的多重分形序列^[12]. 对于前一种多重分形序列, 对其进行乱序处理, 由于统计分布类型不会改变, 因此其广义 Hurst 指数也不会改变, 即 $h^{\text{shuf}}(q) = h(q)$; 而对于后一种多重分形序列, 乱序后原序列的相关性被破坏, 表现出一种简单的随机行为, 其 $h^{\text{shuf}}(q) = 0.5$. 对于实际序列而言, 多重分形特性一般同时受概率分布和相关性影响, 乱序处理后序列的多重分形特性会减弱, 并主要受概率分布影响. 图 10 给出了乱序后海杂波单元与目标单元频谱幅度以及幅度增量序列的广义

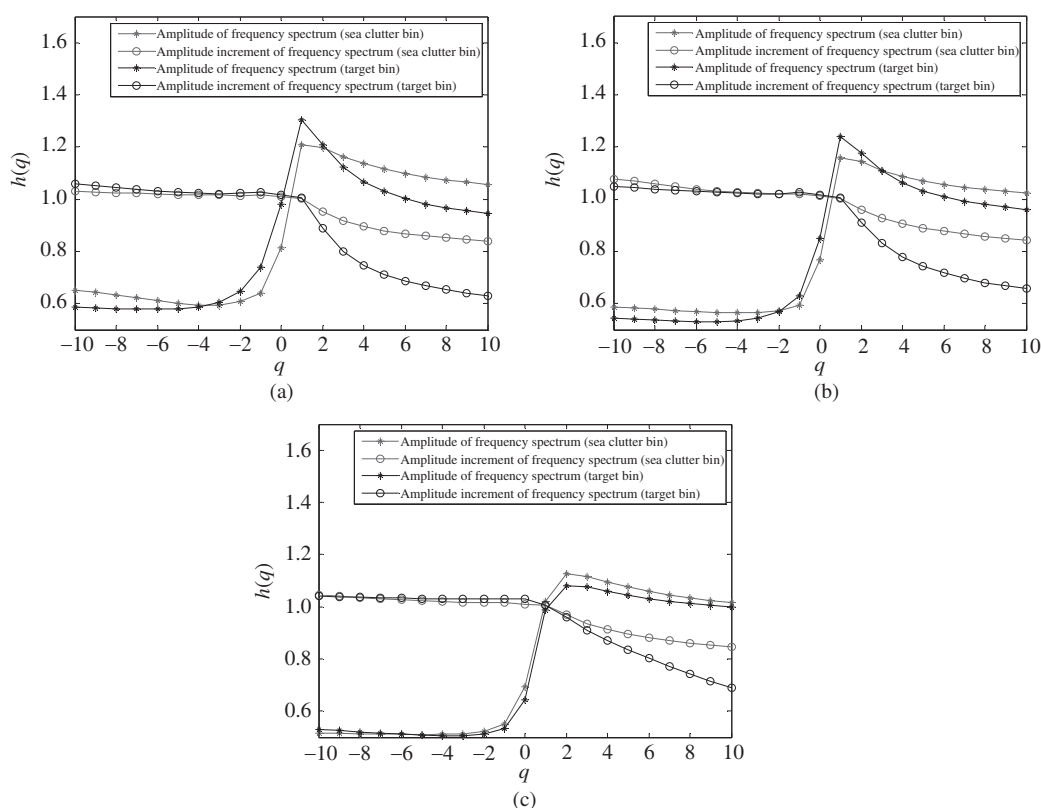


图 9 海杂波单元频谱幅度和幅度增量序列的广义 Hurst 指数

Figure 9 Generalized Hurst exponent of amplitude and amplitude increment of sea clutter frequency spectrum. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

Hurst 指数 $h^{\text{shuf}}(q)$. 由图 10 可以明显看出, 乱序后海杂波单元频谱幅度序列和幅度增量序列的广义 Hurst 指数非常接近, 这正与图 3 和 4 所示的二者统计分布类型十分接近的结论相一致, 观察图 10 中目标单元也可发现与杂波单元类似的现象, 并且还可发现当 $q > 0$ 时, 目标单元的 $h(q)$ 值均小于海杂波单元的 $h(q)$ 值, 但二者之间的差异程度要小于图 9 中所示的情况. 这说明目标的存在会同时对海杂波单元频谱的统计分布类型和长程相关性产生影响, 且对统计分布类型的影响受 SCR 制约较大, 当 SCR 较低时, 目标对海杂波单元频谱的统计分布类型影响变得较弱, 因此, 图 10(c) 所示的目标单元与海杂波单元的 $h(q)$ 曲线混叠在一起, 难以区分. 另外, 比较图 9 和 10 可以发现, 乱序后海杂波与目标单元频谱幅度序列和幅度增量序列的广义 Hurst 指数随 q 值变化程度均降低, 多重分形特性减弱. 比较而言, 海杂波与目标单元频谱幅度序列的 $h(q)$ 值减弱程度较明显, 而二者幅度增量序列的 $h(q)$ 值变化较微弱, 这是由于海杂波 (或海杂波 + 目标) 频谱幅度序列受长程相关性影响较大, 而对于频谱幅度增量序列, 长程相关性虽仍存在但程度已减弱, 从而乱序对幅度增量序列的 $h(q)$ 值影响较小, 这与图 6 和 7 所示的相关性分析结果相一致. 此外, 比较图 9(a) 与 (b) 以及图 10(a) 与 (b) 所示的同一波段不同极化下的频域广义 Hurst 指数曲线可知, 极化方式对频域广义 Hurst 指数影响很小, 换言之, 频域广义 Hurst 指数对极化方式不敏感.

4.3 海杂波频谱广义 Hurst 指数的影响因素

由于在采用 MF-DFA 方法计算频域广义 Hurst 指数 $h(q)$ 过程中需首先利用快速 Fourier 变换

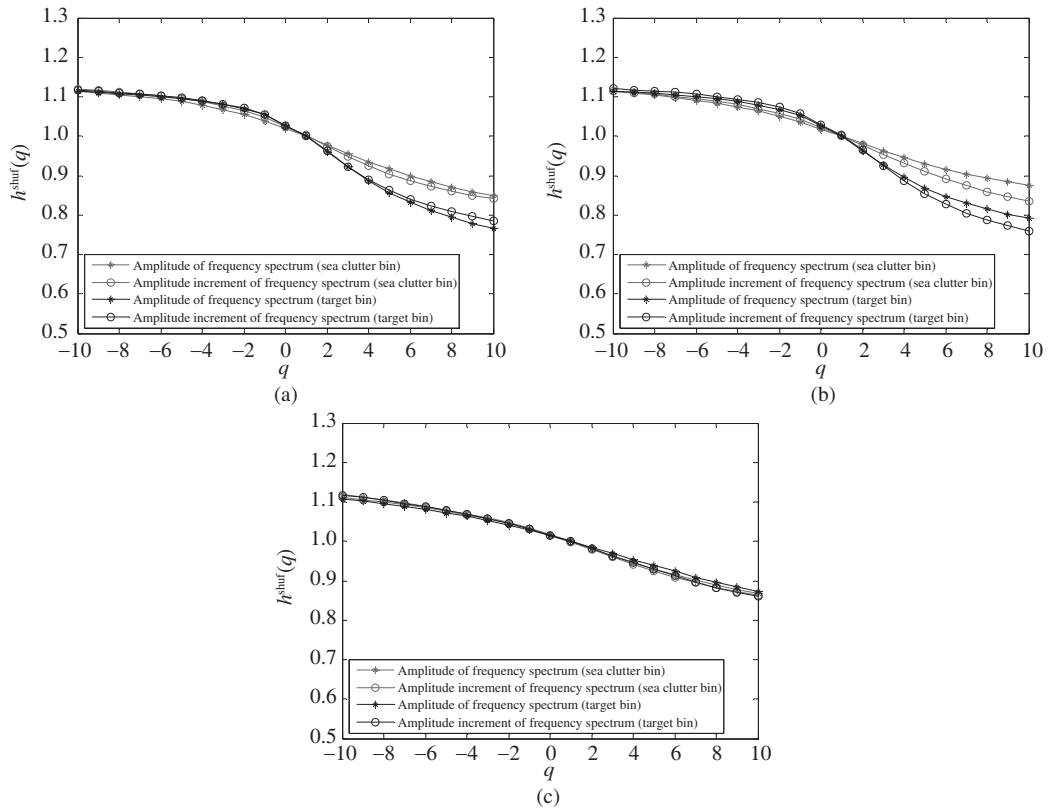


图 10 乱序后海杂波单元频谱幅度和幅度增量序列的广义 Hurst 指数

Figure 10 Generalized Hurst exponent of shuffled amplitude and shuffled amplitude increment of sea clutter frequency spectrum. (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

(FFT) 将时域序列变换到频域, 因此, 所采用的时间序列长度 L_t 以及 FFT 点数 L_f 可能会对 $h(q)$ 产生影响, 本小节将在实测数据基础上对此进行分析。

图 11 和 12 分别给出了不同时间序列长度 L_t 下海杂波单元频谱幅度和频谱幅度增量的 $h(q)$ 曲线, 其中 FFT 点数 L_f 为 2^{13} 保持不变。海杂波单元的频谱主要包括两部分, 即海杂波 Doppler 谱和噪声 Doppler 谱, 由于海杂波时间序列具有长时相关性, 因此, FFT 对海杂波的积累效果要优于对噪声的积累效果, 从而海杂波 Doppler 谱幅度远远高于噪声 Doppler 谱幅度, 且二者之间幅度差异随 L_t 增加而增大, 而 $q > 0$ 时 $h(q)$ 主要反映的大起伏 (即海杂波 Doppler 谱的起伏) 的尺度特征, $q < 0$ 时 $h(q)$ 主要反映的小起伏 (即噪声 Doppler 谱的起伏) 的尺度特征。由图 11 可以发现, 在 $q < 0$ 时, 随 L_t 增大海杂波单元频谱幅度的 $h(q)$ 值逐步减小, 而 $q > 0$ 时 $h(q)$ 值则基本不变。这是因为, 当 L_t 较小时, 海杂波 Doppler 谱与噪声 Doppler 谱的幅度差异相对较小, 而当 L_t 较大时, 海杂波 Doppler 谱与噪声 Doppler 谱的幅度差异相对较大, 且这一较大差异主要是由海杂波 Doppler 谱幅度增加引起的, 从而在 $q < 0$ 时, 较大 L_t 下海杂波 Doppler 谱对起伏函数 $\chi_q(r)$ 的影响要小于较小 L_t 下海杂波 Doppler 谱对 $\chi_q(r)$ 的影响, 同时随 L_t 增加起伏函数的计算结果也更稳定, 这使得 $q < 0$ 时的 $h(q)$ 值逐步降低且趋于稳定; 反之, 在 $q > 0$ 时, 各 L_t 下海杂波 Doppler 谱内部的起伏程度变化不大, 同时噪声 Doppler 谱在各 L_t 下差异也不大, 从而 $q > 0$ 时的 $h(q)$ 值变化相对较小。对于图 12 所示的海杂波单元频谱幅度增量的 $h(q)$ 曲线, 其 $h(q)$ 值的变化趋势与图 12 所示结果类似, 即 $q < 0$ 时 $h(q)$ 值变

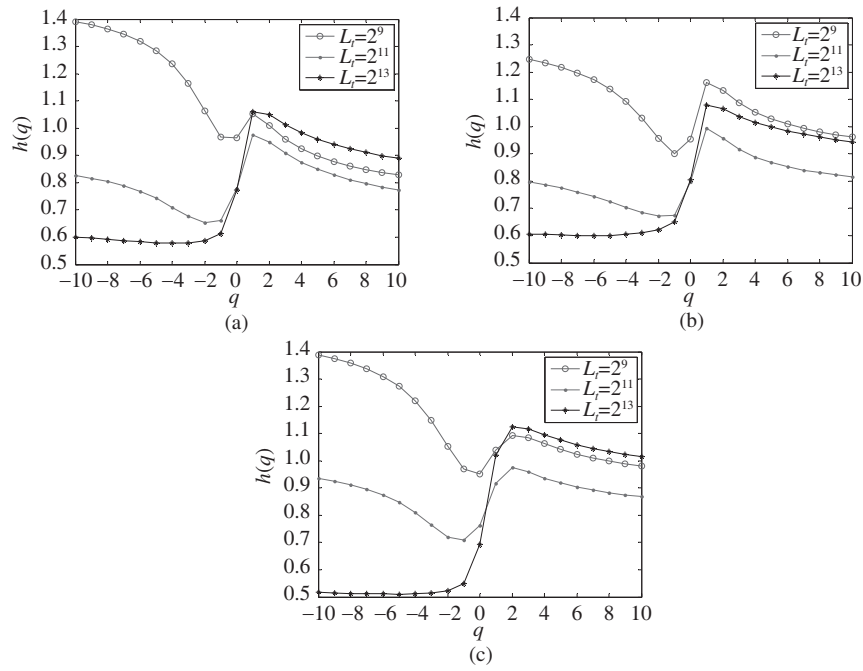


图 11 不同 L_t 下海杂波单元频谱幅度序列的广义 Hurst 指数 ($L_f=2^{13}$)

Figure 11 Generalized Hurst exponent of amplitude of sea clutter frequency spectrum in different L_t ($L_f=2^{13}$).
(a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

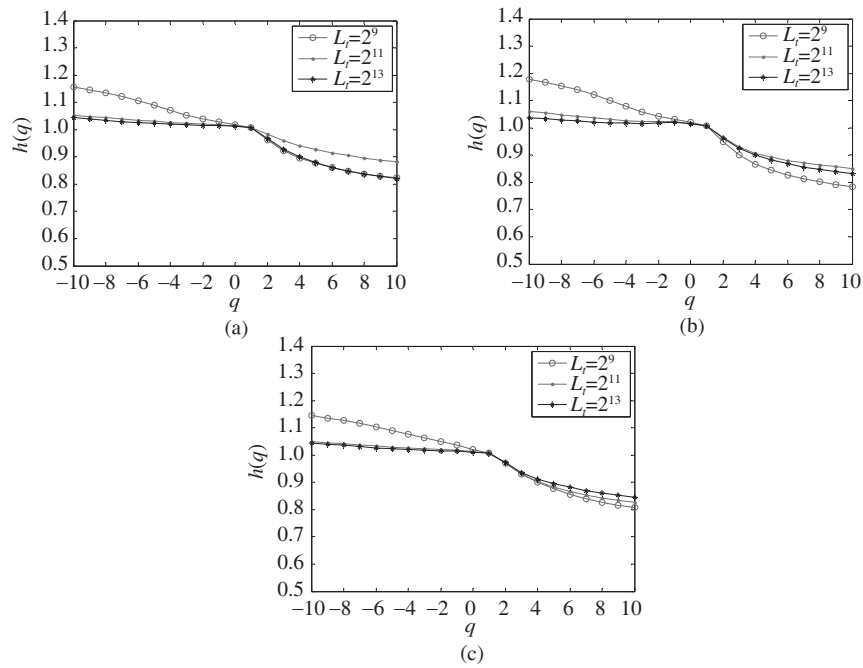


图 12 不同 L_t 下海杂波单元频谱幅度增量序列的广义 Hurst 指数 ($L_f=2^{13}$)

Figure 12 Generalized Hurst exponent of amplitude increment of sea clutter frequency spectrum in different L_t ($L_f=2^{13}$).
(a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

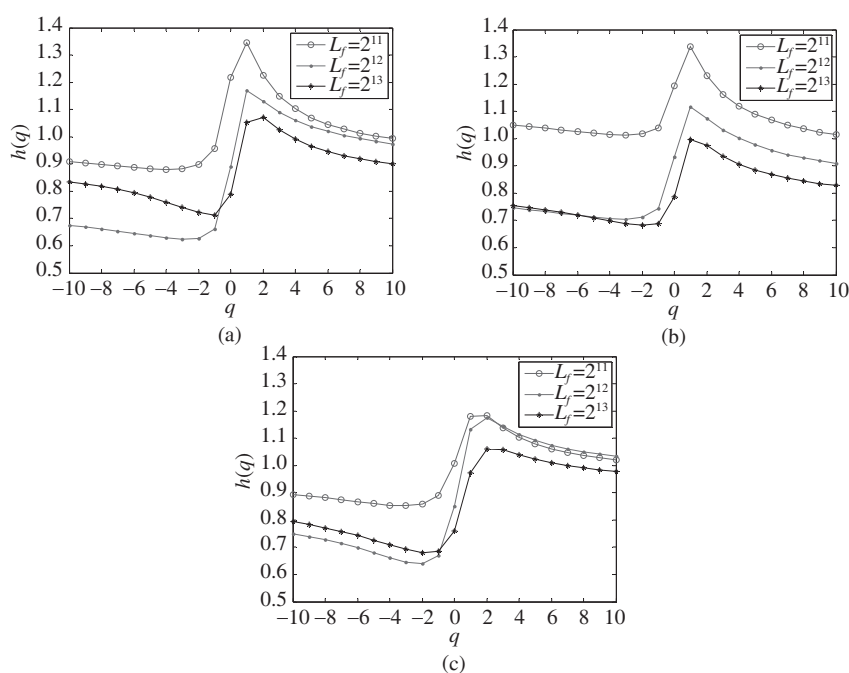


图 13 不同 L_f 下海杂波单元频谱幅度序列的广义 Hurst 指数 ($L_t=2^{11}$)

Figure 13 Generalized Hurst exponent of amplitude of sea clutter frequency spectrum in different L_f ($L_t=2^{11}$). (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

化相对较大, 而 $q > 0$ 时 $h(q)$ 值变化相对较小, 原因也与前述类似, 只是由于增量序列是在幅度序列基础上做差得到的, 从而无论是相关性还是起伏程度均有所降低, 因此, 其差异不如图 11 所示结果明显.

图 13 和 14 分别给出了不同 FFT 点数 L_f 下海杂波单元频谱幅度和频谱幅度增量的 $h(q)$ 曲线, 其中时间序列长度 L_t 为 2^{11} 保持不变. 由图 13 可发现, 随 L_f 增加, $q < 0$ 时的 $h(q)$ 值和 $q > 0$ 时的 $h(q)$ 值之间的差异有增大的趋势, 但不如图 11 所示由 L_t 变化引起的差异明显. 这是由于当 $L_f > L_t$ 时, FFT 通过补零使 L_t 达到与 L_f 相同, 此时得到的频谱幅度值整体会有所增大, 但其对增加海杂波与噪声 Doppler 谱幅度间的相对差异贡献较少, 从而在图 13 中 $h(q)$ 随 L_f 变化程度不大. 而对于图 14 所示的海杂波单元频谱幅度增量的 $h(q)$ 曲线, 观察可发现 L_f 引起的变化主要发生在 $q > 0$ 时, 且 L_f 越大 $h(q)$ 越大, 而在 $q < 0$ 时不同 L_f 下的 $h(q)$ 值重叠在一起, 变化较小. 这是由于 $q > 0$ 时 $h(q)$ 值主要反映的是频谱增量序列中噪声 Doppler 部分的起伏情况, 在计算起伏函数过程中 L_f 增加使频谱增量序列的噪声 Doppler 部分的幅度增加较明显, 而相对而言海杂波 Doppler 部分变化相对较小, 从而 $q > 0$ 时起伏函数 $\chi_q(r)$ 值增加较明显, 因此, 在 $q > 0$ 时 $h(q)$ 值随 L_f 增加而逐步变大, 且比在 $q < 0$ 时变化明显.

综上所述, 进行 FFT 时所采用的时间序列长度 L_t 主要影响频谱幅度序列和幅度增量序列的小起伏特征的尺度特征, 且 L_t 越大所求得的 $h(q)$ 值相对越稳定; FFT 点数 L_f 对频谱幅度序列 $h(q)$ 值影响不太大, 随 L_f 增加, $q < 0$ 时的 $h(q)$ 值和 $q > 0$ 时的 $h(q)$ 值之间的差异有增大的趋势, 而 L_f 对频谱幅度增量序列 $h(q)$ 值的影响则在 $q > 0$ 时较明显, 且 L_f 越大, $q < 0$ 时的 $h(q)$ 值和 $q > 0$ 时的 $h(q)$ 值之间的差异越小. 兼顾运算量和估计参数的稳定性, 建议时间序列长度 L_t 的取值范围为 $[2^{10}, 2^{12}]$, 在进行 FFT 运算时可采用与 L_t 等长的 L_f 进行 Fourier 变换.

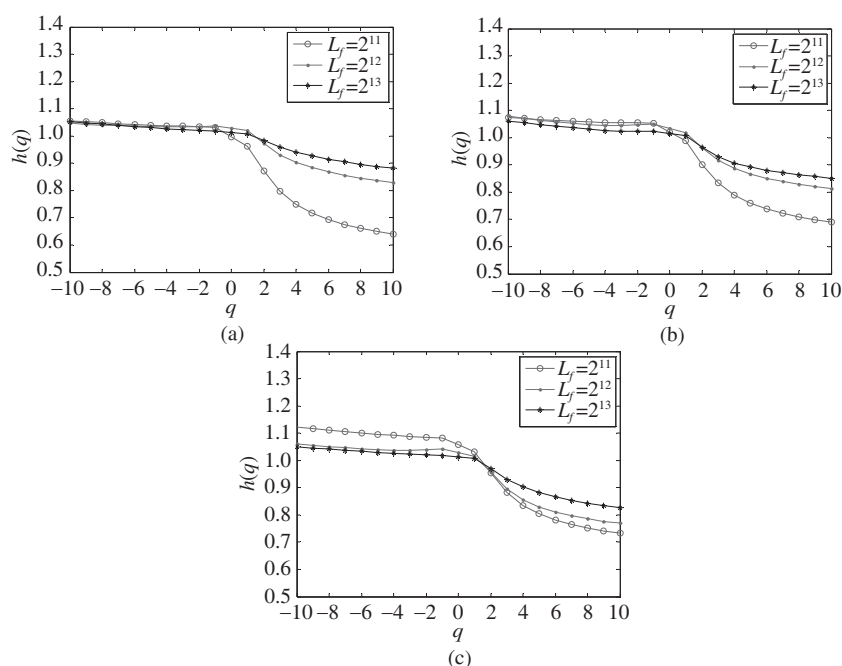


图 14 不同 L_f 下海杂波单元频谱幅度增量序列的广义 Hurst 指数 ($L_t=2^{11}$)

Figure 14 Generalized Hurst exponent of amplitude increment of sea clutter frequency spectrum in different L_f ($L_t=2^{11}$). (a) X-band HH polarization; (b) X-band VV polarization; (c) S-band VV polarization

5 总结

本文主要研究海杂波频谱的多重分形特性及其影响因素. 首先, 本文阐述了将多重分形引入到海杂波频谱分析中的理论基础, 并对 MF-DFA 方法进行了简单介绍; 然后, 在 X 和 S 波段雷达实测数据基础上分别对海杂波频谱幅度和幅度增量序列的多重分形特性进行了验证, 同时估计了频域广义 Hurst 指数. 对比海杂波与目标单元的频域广义 Hurst 指数可发现, 频域广义 Hurst 指数对海杂波和目标具有一定的区分能力; 最后, 分析了海杂波频域广义 Hurst 指数的影响因素, 得到了有意义的结论.

参考文献

- 1 Guan J, Liu N B, Huang Y. Fractal Theory and Its Application in Radar Target Detection. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011. 1-11 [关键, 刘宁波, 黄勇. 雷达目标检测的分形理论及应用. 北京: 电子工业出版社, 2011. 1-11]
- 2 Lo T, Leung H, Haykin S. Fractal characterisation of sea-scattered signals and detection of sea-surface targets. IEE Proc -F, 1993, 140: 243-250
- 3 Gao J B, Yao K. Multifractal features of sea clutter. In: IEEE International Radar Conference, Long Beach: IEEE, 2002. 500-505
- 4 Zheng Y, Gao J B, Yao K. Multiplicative multifractal modeling of sea clutter. In: IEEE International Radar Conference, Arlington: IEEE, 2005. 962-966

- 5 Hu J, Tung W W, Gao J B. Detection of low observable targets within sea clutter by structure function based multifractal analysis. *IEEE Trans Anten Propag*, 2006, 54: 136–143
- 6 Shi Z G, Zhou J X, Zhao H Z. Multifractal analysis of radar sea clutter. *J Data Acquis Proc*, 2006, 21: 168–173 [石志广, 周剑雄, 赵宏钟. 海杂波的多重分形特性分析. *数据采集与处理*, 2006, 21: 168–173]
- 7 Guan J, Liu N B, Zhang J, et al. Multifractal correlation characteristic for radar detecting low-observable target in sea clutter. *Sig Proc (Elsev)*, 2010, 90: 523–535
- 8 Liu N B, Guan J, Song J. Local multifractal characteristic of sea clutter in radar scanning mode for target detection. *Radar Sci Tech*, 2009, 7: 277–283 [刘宁波, 关键, 宋杰. 扫描模式海杂波中目标的多重分形检测. *雷达科学与技术*, 2009, 7: 277–283]
- 9 Mandelbrot B B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: WH Freeman, 1982. 1–63
- 10 Decreusefond L, Üstünel A S. Stochastic analysis of the fractional Brownian motion. American Mathematical Society 1991 subject classifications, Primary 60H07. Secondary 60G18, 2007
- 11 张济忠. 分形 (第 2 版). 北京: 清华大学出版社, 2011. 256–263
- 12 Kantelhardt J W, Zschiegner S A, Koscielny-Bunde E, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Phys A*, 2002, 316: 87–114
- 13 Kantelhardt J W, Koscielny-Bunde E, Rego H H A, et al. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Phys A*, 2001, 295: 441–454
- 14 Drosopoulos A. Description of the OHGR database. Ottawa Defence Research Establishment Technical Note No. 94-14, 1994
- 15 Leland W E, Taqqu M S, Willinger W, et al. On the self-similar nature of Ethernet traffic (extended version). *IEEE/ACM Trans Netw*, 1994, 2: 1–15

Multifractal property of sea clutter frequency spectrum

LIU NingBo*, GUAN Jian*, SONG Jie, HUANG Yong & HE You

Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China

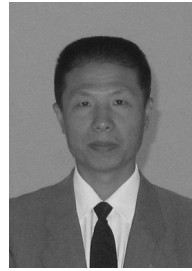
*E-mail: lnb198300@yahoo.com.cn, guanjian96@tsinghua.org.cn

Abstract This paper focuses on the multifractal property of the sea clutter frequency spectrum and analyzes the influencing factors of the multifractal property. First, the theoretical foundation introducing multifractal theory for analyzing the sea clutter frequency spectrum is laid. The datasets from the X-band and S-band coherent radars are then used to verify the multifractal property of the sea clutter frequency spectrum, and multifractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA) is subsequently adopted for carrying out the multifractal analysis of the sea clutter frequency spectrum. The analytical results of the multifractal analysis show that the sea clutter frequency spectrum sequence is a multifractal sequence because of the long-range correlations and broad probability distributions. The multifractal parameter in the frequency domain, i.e. the generalized Hurst exponent in the frequency domain, has, to some extent, the ability to distinguish sea clutter range bins from target range bins. In addition, by analyzing the influencing factors of the generalized Hurst exponent in the frequency domain, it is found that the length of the time sequence used for the FFT has more affect on the generalized Hurst exponent in the frequency domain, while the length of the FFT has less affect.

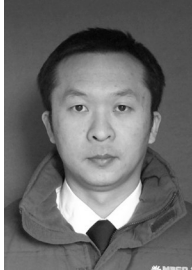
Keywords sea clutter, frequency spectrum, multifractal, self-similar, detrended fluctuation analysis, generalized Hurst exponent



LIU NingBo was born in 1983. He received his Ph. D. degree in information and communication engineering from the Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, China in 2012, where he is currently a lecturer. His research interests include radar signal processing and target detection in sea clutter.



GUAN Jian was born in 1968. He received his Ph. D. degree in communication and electronic systems from Tsinghua University, Beijing, China in 2002. Currently, he is a professor at the Naval Aeronautical and Astronautical University. His research interests include radar target detection and tracking, reconnaissance image processing and information fusion. Prof. GUAN Jian is a member of the IEEE and CIE.



SONG Jie was born in 1981. He received his Ph. D. degree in information and communication engineering from the Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, China in 2009, where he is currently a lecturer. His research interests include radar signal processing and passive coherent detection.



HUANG Yong was born in 1979. He received his Ph. D. degree in information and communication engineering from the Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, China in 2010, where he is currently a lecturer. His research interests include radar signal processing and sea clutter modeling.