

可见光波段内连续辐射发光色域的界定

王安全 程晓舫 符泰然 陆少松
(中国科学技术大学热科学和能源工程系, 合肥 230026)

摘要 对于测量波段内表现为单调性质发射率的物体, 除了继续引用黑体概念, 还定义了色核体 (color-kernel body) 概念. 由此揭示, 实际物体的发光颜色是黑体颜色和色核体颜色的加权效果, 指出某温度下的发光颜色在色度图上被限定为一条直线段. 在考虑所有可能的温度和发射率性态后, 界定连续辐射性质发光色域位于整个颜色区域的下部, 占其大约 17% 的面积.

关键词 辐射测温 色域 发射率 色核体

光谱功率分布为 $P(\lambda)$ 的颜色可由下述三系数方程给出定量描述^[1]:

$$\begin{cases} R = \int_{0.38\,\mu\text{m}}^{0.78\,\mu\text{m}} \bar{r}(\lambda) P(\lambda) d\lambda, \\ G = \int_{0.38\,\mu\text{m}}^{0.78\,\mu\text{m}} \bar{g}(\lambda) P(\lambda) d\lambda, \\ B = \int_{0.38\,\mu\text{m}}^{0.78\,\mu\text{m}} \bar{b}(\lambda) P(\lambda) d\lambda, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$ 和 $\bar{b}(\lambda)$ 是 CIE RGB 系统标准色度观察者光谱三刺激值.

在色度学中通常用三原色各自在 $(R+G+B)$ 总量中的相对比例来表示颜色, 即

$$\begin{aligned} r &= \frac{R}{R+G+B} = \frac{R}{\Sigma}, \quad g = \frac{G}{R+G+B} = \frac{G}{\Sigma}, \\ b &= \frac{B}{R+G+B} = \frac{B}{\Sigma}. \end{aligned} \quad (2)$$

称 r, g 和 b 为某一颜色的色品坐标, 简称色坐标.

由于 $r+g+b=1$, 所以只用其中任意两个参数 (通常选择 r 和 g) 对可表示一个颜色. 自然界中的全部颜色均落在图 1 所示的偏马蹄形曲线状光谱轨迹和连接 380 与 780 nm 两个谱色点的连线 (称为紫线) 所包围的面积之中^[2].

$P(\lambda)$ 中有两种辐射成分: (i) 物体对投射辐射的反射; (ii) 物体自身的发射辐射. 这两种辐射成分通常情况下相互耦合. 在可见光波段内考察黑暗中物体的发光, 则物体对投射辐射的反射可忽略, 这时观察到的颜色称为发光颜色. 本文讨论具有连续辐射性质的漫发射物体, 确定其发光颜色在色度图上所占据的区域. 到目前为止, 与物体自身辐射相关的发光颜色在色度图上予以表述的仅有普朗克轨迹 (见图 1).

由于黑体是理想物体, 因而这条轨迹事实上是不存在的.

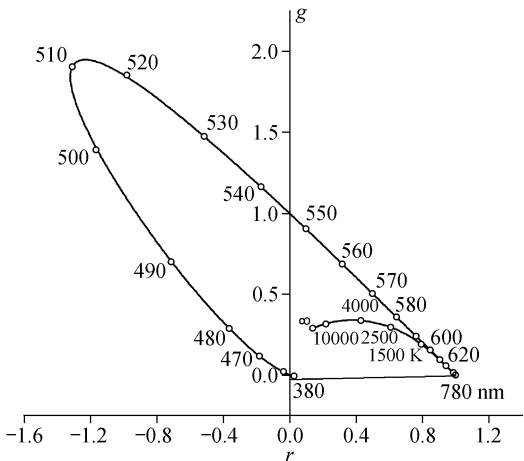


图 1 色度图和普朗克轨迹

1 可见光波段内连续辐射发光颜色的描述

1.1 可见光波段内物体发射辐射的数学描述

只有黑体 (或灰体) 才能形成图 1 中的普朗克轨迹. 实际物体均偏离黑体, 发射率被用来定义和描述实际物体对黑体的偏离程度. 连续辐射发光色域的界定, 实际上就是考察可见光波段内所有可能的发射率.

大多数金属在很宽的波段 (包含可见光波段) 内发射率随波长的减小而增大^[3]. 笔者研究了现有的大量光谱发射率数据, 发现在可见光波段, 绝大多数金属和非金属的光谱发射率随波长具有单调性质. 因此, 在可见光波段内, 发射率可用如下具有单调性质的函数形式予以表述,

$$\varepsilon(\lambda, T) = a - c \left(\frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \right)^n = a - c A^n = a(1 - m A^n), \quad (3)$$

其中 λ_1 和 λ_2 分别为可见光波长的下限 $0.38\text{ }\mu\text{m}$ 和上限 $0.78\text{ }\mu\text{m}$; a , c 和 m 均为温度 T 的函数, 且 $m = c/a$. 注意到 $0 < \varepsilon(\lambda, T) \leq 1$, (3) 式必须满足以下条件:

$$a > 0, n > 0, -\infty < m \leq 1. \tag{4}$$

定义 $\varepsilon(\lambda, T)/a$ 为名义发射率, 图 3 示出 m 和 n 取不同数值时名义发射率的曲线形状, 显然(4)式给出的发射率数学形式概括了在可见光波段内具有连续辐射性质的物体可能出现的所有发射率的情况.

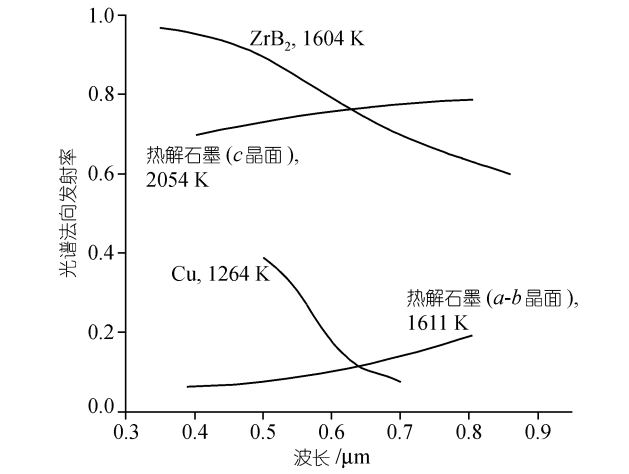


图 2 一些具有代表性的光谱发射率曲线^[4,5]

于是, 可见光波段内物体的光谱发射功率可以表述为

$$E(\lambda, T) = a[E_b(\lambda, T) - mE_n(\lambda, T, n)]. \tag{5}$$

其中 $E_b(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]}$, 并定义 $E_n(\lambda, T, n) = A^n E_b(\lambda, T)$ 为色核体(color-kernel body)的光谱发射功率.

1.2 发光颜色的表述

首先定义两个函数运算 $F_b[]$ 和 $F_n[]$ 分别为

$$F_b[f] = \int_{0.38\text{ }\mu\text{m}}^{0.78\text{ }\mu\text{m}} f E_b(\lambda, T) d\lambda,$$
$$F_n[f] = \int_{0.38\text{ }\mu\text{m}}^{0.78\text{ }\mu\text{m}} f E_n(\lambda, T, n) d\lambda,$$

令 $P(\lambda) = E(\lambda, T)$, 代入(1)式并给出其色坐标 (r, g) ,

$$\begin{cases} r = \frac{R}{\Sigma} = \frac{R_0 - mR_n}{\Sigma_0 - m\Sigma_n} = \frac{1}{1 - m\Delta_n}(r_0 - m\Delta_n r_n), \\ g = \frac{G}{\Sigma} = \frac{G_0 - mG_n}{\Sigma_0 - m\Sigma_n} = \frac{1}{1 - m\Delta_n}(g_0 - m\Delta_n g_n), \end{cases} \tag{6}$$

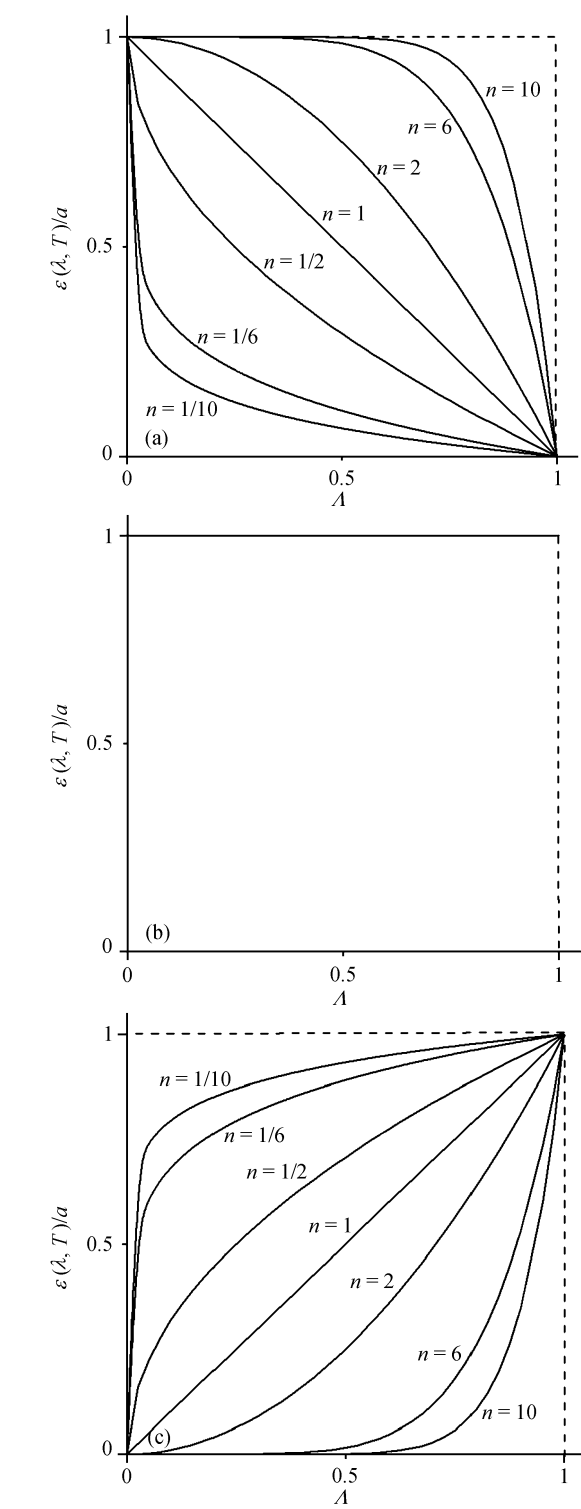


图 3 名义发射率的曲线形状
(a) $m = 1$, (b) $m = 0$, (c) $m \rightarrow -\infty$

其中,

$$\begin{aligned}r_0 &= \frac{R_0}{\Sigma_0} = \frac{F_b[\bar{r}(\lambda)]}{F_b[\bar{r}(\lambda) + \bar{g}(\lambda) + \bar{b}(\lambda)]}, \\g_0 &= \frac{G_0}{\Sigma_0} = \frac{F_b[\bar{g}(\lambda)]}{F_b[\bar{r}(\lambda) + \bar{g}(\lambda) + \bar{b}(\lambda)]}, \\r_n &= \frac{R_n}{\Sigma_n} = \frac{F_n[\bar{r}(\lambda)]}{F_n[\bar{r}(\lambda) + \bar{g}(\lambda) + \bar{b}(\lambda)]}, \\g_n &= \frac{G_n}{\Sigma_n} = \frac{F_n[\bar{g}(\lambda)]}{F_n[\bar{r}(\lambda) + \bar{g}(\lambda) + \bar{b}(\lambda)]}, \\0 < \Delta_n &= \frac{\Sigma_n}{\Sigma_0} \leq 1.\end{aligned}$$

在色度图上, (r_0, g_0) 构成普朗克轨迹, (r_n, g_n) 构成色核体轨迹.

(6)式揭示, 实际物体的发光颜色 (r, g) 是黑体颜色 (r_0, g_0) 和色核体颜色 (r_n, g_n) 的加权效果, 加权值与 (m, n, T) 有关.

1.3 色核体的物理意义

在(6)式中, 令 $m \rightarrow -\infty$, 则物体的发光颜色 (r, g) 为

$$\begin{cases} \lim_{m \rightarrow -\infty} r = \lim_{m \rightarrow -\infty} \frac{r_0 - m\Delta_n r_n}{1 - m\Delta_n} = r_n, \\ \lim_{m \rightarrow -\infty} g = \lim_{m \rightarrow -\infty} \frac{g_0 - m\Delta_n g_n}{1 - m\Delta_n} = g_n. \end{cases} \tag{7}$$

可见, 色核体是实际物体在 $m \rightarrow -\infty$ 时的极限. 和黑体类似, 色核体也是一类理想物体: 黑体与具体物体无关, 它被视为标准体, 其颜色仅由 T 决定, 色核体也与具体物体无关, 但却与具有相同 n 的一类物体有关, 其颜色仅由 (n, T) 决定.

1.4 m 值的物理意义

考察(4)式, 我们注意到由 m 值的符号就能方便地判断物体发射率随波长变化的状况, 即

- $m > 0$, 发射率随波长增加而降低;
- $m = 0$, 发射率不随波长发生改变;
- $m < 0$, 发射率随波长增加而增加.

2 发光颜色的确定

2.1 一定温度下的发光颜色

给定 (n, T) , (6)式实际上就是参数为 m 的等温线参数方程, 消去 m 得到

$F_T(r, g, T) = (g_0 - g_n)r - (r_0 - r_n)g + (r_0g_n - r_ng_0) = 0,$ (8) 即

可见, 在色度坐标系中等温线方程是直线方程. 变换(6)式,

$$m = \frac{1}{\Delta_n} \frac{r - r_0}{r - r_n} = \frac{1}{\Delta_n} \frac{g - g_0}{g - g_n}. \tag{9}$$

对(9)式分别求 r 和 g 的偏导:

$$\frac{\partial m}{\partial r} = \frac{1}{\Delta_n} \frac{r_0 - r_n}{(r - r_n)^2}, \quad \frac{\partial m}{\partial g} = \frac{1}{\Delta_n} \frac{g_0 - g_n}{(g - g_n)^2}. \tag{10}$$

(10)式表明在等温线上, m 值随 r 或 g 呈单调变化, 反之亦然.

根据(4)式给出 m 值的上下限, 可以进而确定某温度 T 下的发光颜色 (r, g) 被限定在(8)式给出的直线上的某个线段内, 线段两端点分别为 $\left(\frac{r_0 - \Delta_n r_n}{1 - \Delta_n}, \frac{g_0 - \Delta_n g_n}{1 - \Delta_n}\right)$ 和 (r_n, g_n) .

2.2 温度段的发光颜色

若考察的温度区间为 $[T_l, T_h]$, 则 n 值一定时, 发光颜色在色度图上表现为(8)式所描述的等温线簇, 该等温线簇的参数 T 在区间 $[T_l, T_h]$ 内取值, 如图 4 所示. 于是 $[T_l, T_h]$ 温度段所表现的色域的边界由 $T = T_l$ 和 $T = T_h$ 两条等温线、 $m = 1$ 和 $m = -\infty$ 这两条由等温线端点形成的曲线(图 4 中的曲线 1 和 2)、等温线簇的包络线(图 4 中的曲线 3)构成.

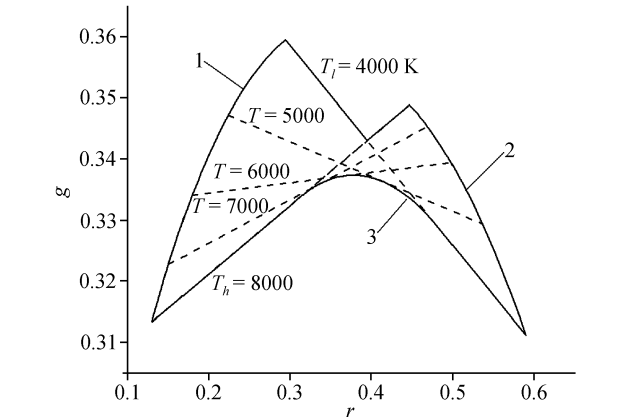


图 4 $n = 1$ 时的等温线簇

等温线簇包络线 3 的参数为 T 的参数方程为^[6]

$$\begin{cases} F_T(r, g, T) = 0, \\ \partial F_T(r, g, T) / \partial T = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (g_0 - g_n)r - (r_0 - r_n)g + (r_0g_n - r_ng_0) = 0, \\ (g'_0 - g'_n)r - (r'_0 - r'_n)g + (r_0g'_n + r'_0g_n - r_ng'_0 - r'_ng_0) = 0, \end{cases} \quad (11)$$

其中 r'_0, g'_0, r'_n 和 g'_n 分别为 r_0, g_0, r_n 和 g_n 对参数 T 的偏导.

需要指出的是等温线簇的包络线未必存在. 由 (8) 式的奇点方程

$$\begin{cases} \partial F_T(r, g, T) / \partial r = 0, \\ \partial F_T(r, g, T) / \partial g = 0 \end{cases}$$

可得

$$\begin{cases} r_0 - r_n = 0, \\ g_0 - g_n = 0, \end{cases}$$

因此当 n 趋于零时无包络线, 例如图 5(d).

2.3 发光颜色区域

温度低于 800 K 时, 物体的可见光辐射完全可以

忽略, 所以只要作出 $0 < n < \infty, 800 \text{ K} \leq T < \infty$ 全部条件下的等温线段, 就可以确定具有连续辐射性质的物体之发光颜色在色度图上的全部区域.

图 5 给出不同 n 值在 $800 \text{ K} \leq T < \infty$ 温度范围内的发光颜色区域. 表 1 是对图 5 中各曲线的说明. 图 5(b) 与 (a) 的区别在于 (b) 中的 C 点超出了轨迹线 AD 所能包围的区域; 当 $n < 1.517$ 时, 区域形状和图 5(a) 类似. 但当 $n \rightarrow 0$ 时, 形状和图 5(d) 类似, 且下边界充分接近紫线; 当 $n > 1.517$ 时, 区域形状和图 5(b) 类似, 当 n 充分大 (例如大于 10.0) 时, 区域所趋向的极限为图 5(c) 所示区域.

表 1 图 5 中各曲线的说明

曲线	说明
直线段 ABC	等温线 $T = \infty$
直线段 DF	等温线 $T = 800 \text{ K}$
曲线段 AD	$m = 1.0$ 的色度轨迹,
曲线段 CF	色核体轨迹, 即 $m = -\infty$
曲线段 BE	等温线簇的包络线

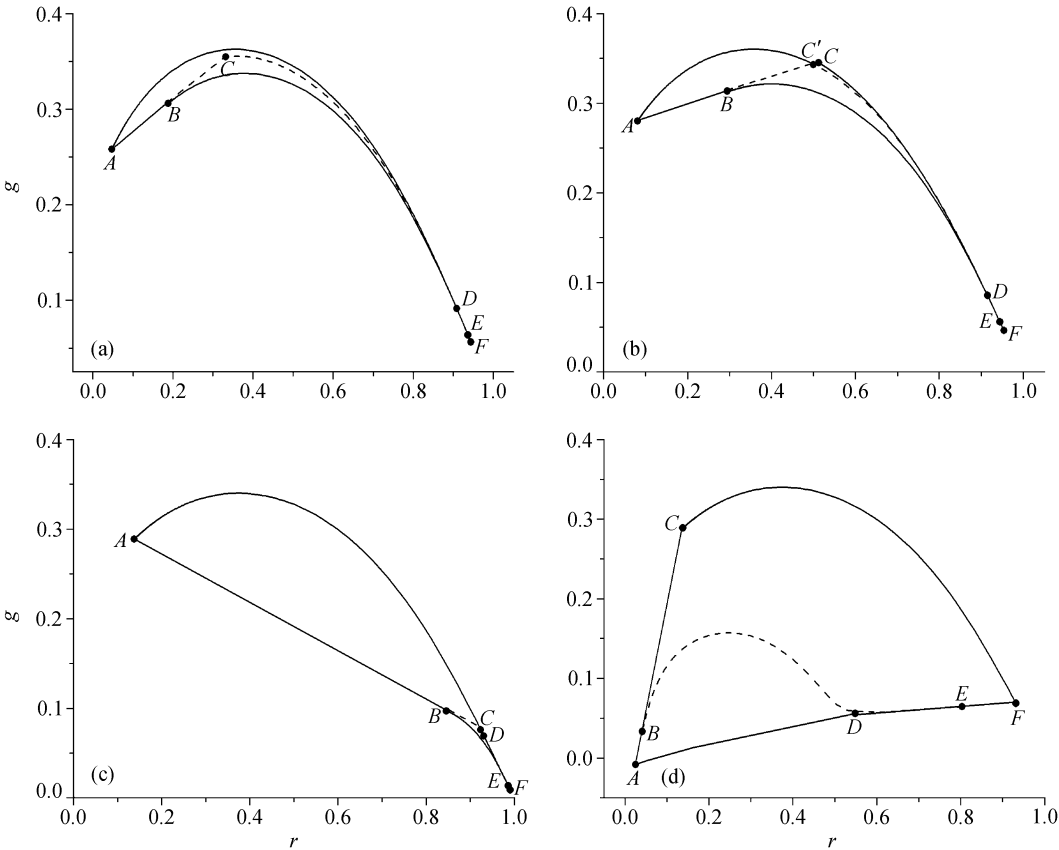


图 5 不同 n 值下的色域
(a) $n = 1.0$, (b) $n = 2.0$, (c) $n = 10.0$, (d) $n = 10^{-10}$

综合不同 n 值的结果, 可以得到连续辐射发光颜色的全部区域(如图 6 所示区域 $ABCD$), 其各边界曲线的含义如下:

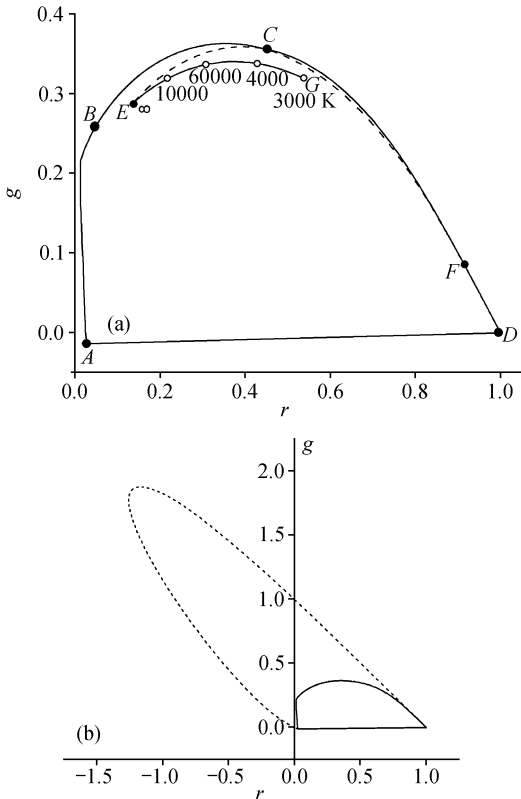


图 6 物体发光色域

(a) 物体发光色域(由实线围成), (b) 物体发光色域在全部色域中的位置

曲线 AB : $m=1.0$, $T \rightarrow \infty$, 图 5 中的 A 点在不同的 n 值下描绘出的轨迹;

曲线 BCF (CF 段为虚线): $n=1.0$, $m=1.0$;

曲线 ECD (EC 段为虚线): $T \rightarrow \infty$, $m \rightarrow -\infty$, 即图 5 中的 C 点在不同的 n 值下描绘出的轨迹;

直线段 AD (紫线): 当 $n \rightarrow 0$ 时, 色域下限可以充分接近紫线.

另外, 曲线 EG 是普朗克轨迹, 温度区间为 3000 K 到无穷大, 作为颜色区域的位置参照物.

图 5(b)是物体发光色域在所有颜色区域内的位置. 可见, 物体发光色域并不能充满整个颜色区域, 而是位于其下部, 并且仅占大约 17%.

3 实例

以上给出具有单调增减发射率性质的物体发光

颜色的理论结果, 现在以实例予以验证.

3.1 若干光源的色坐标^[1]

如图 7 所示, 虚线围成的封闭区域即是前面所确定的物体发光色域. 坐标点 1~5 分别是 CIE 标准光源 A, B, C, E 和 D_{65} 的色坐标点, 不难看出, 均落在发光色域内. 这几种标准光源在可见光波段内为连续辐射.

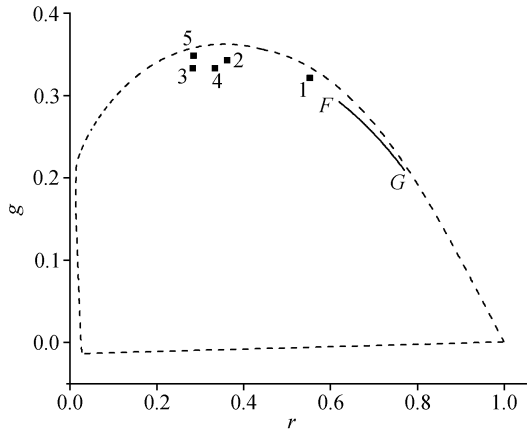


图 7 金属钨的发光轨迹和若干标准光源的色坐标

3.2 钨的发光颜色轨迹

如图 7 所示, 实线 FG 是根据文献[7]提供的发射率数据拟合函数绘制的金属钨在温度范围 $1600\text{ K} \leq T \leq 2400\text{ K}$ 内的发光轨迹, F 对应温度 2400 K, G 对应温度 1600 K. 可见金属钨的发光轨迹完全落在前述发光色域内.

3.3 蜡烛火焰的发光颜色

蜡烛火焰的辐射是高温细颗粒(碳粒)群和气体的混合辐射,但在可见光波段内的辐射来自于碳粒在高温下产生的连续辐射^[8]. 图 8(a)中的左图是在暗房中用数码相机摄得的蜡烛火焰彩色图像, 图 8(b)中的各离散点是根据蜡烛火焰彩色图像计算出的色坐标, 可见均落在前述发光色域(虚线围成的区域)内.

4 结论

对于在测量波段内表现为单调性质发射率的物体,本文提出了色核体(color-kernel body)概念. 与黑体类似,色核体并不涉及具体物体,而是涉及一类物体. 色核体概念的提出, 给实际物体发光颜色的表述带来便利: 其颜色是黑体颜色和色核体颜色的加权效果.

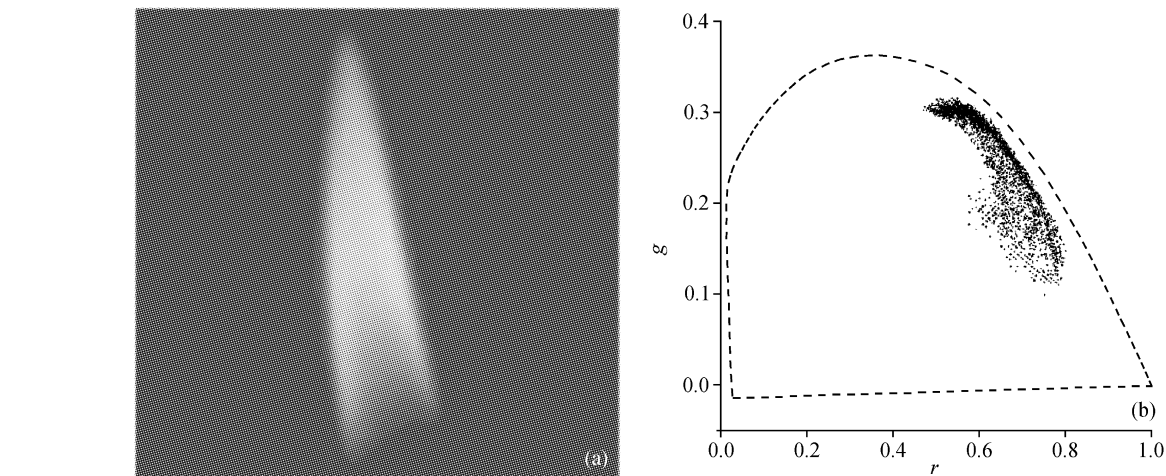


图 8 蜡烛火焰及其发光颜色

本文揭示: 对于 n 值所表述的发射率类别确定的某温度下的实际物体, 其发光颜色在色度图上表现为一条直线段, 以温度为参数的直线段簇之集合形成了发光色域. 不同发射率类别的物体, 其发光色域在色度图上占有不同的位置.

本文指出: 在可见光波段内, 具有连续辐射性质的物体的发光颜色, 并不能充满整个颜色区域, 而是仅占其面积的 17% 左右, 并位于其下部.

对于具有连续辐射性质的发光光源之颜色测量数据, 包括黑体发光颜色, 均落在本文所界定的色域内.

致谢 本工作为教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(97035821).

参 考 文 献

1 俞斯乐. 电视原理. 北京: 国防工业出版社, 1984. 15~21; 30~31

2 荆其诚, 焦书兰, 喻柏林, 等. 色度学. 北京: 科学出版社, 1979. 81~82

3 Siegel R, Howell J R. Thermal Radiation Heat Transfer. New York: McGraw-Hill Book Company, 1972. 125~126

4 Touloukian Y S, DeWitt D P. Thermal Radiative Properties: Metallic Element and Alloys. New York: Plenum Publishing Co, 1970. 153~157

5 Touloukian Y S, DeWitt D P. Thermal Radiative Properties Non-metallic Solids. New York: Plenum Publishing Co, 1972. 52~ 56; 717~720

6 复旦大学数学系. 曲线与曲面. 北京: 科学出版社, 1977. 137~138

7 Larrabee R D. Spectral Emissivity of Tungsten. J Opt Soc Am, 1959, 49: 619 ~ 625

8 Modest M F. Radiative Heat Transfer. New York: McGraw-Hill Book Company, 1993. 421 ~ 422

(2001-11-19 收稿, 2002-04-15 收修改稿)