



力学冲击试验中激波和类行波的作用

吴枚^{①⑤*}, 孙中锋^②, 张露梅^③, 陈勇^①, 季林红^④

① 中国科学院高能物理研究所, 北京 100049;

② 北京大学数学科学学院, 北京 100871;

③ 中央民族大学附属中学, 北京 100081;

④ 清华大学精密仪器与机械学系设计工程研究所, 北京 100084;

⑤ 中国科学院光电研究院, 北京 100190

* E-mail: wum@ihep.ac.cn

收稿日期: 2010-04-08; 接受日期: 2010-05-17

国家重点基础研究发展计划(“973”计划)(批准号: G2000077600)、北京市自然科学基金项目和北京市教委科技发展计划重点项目(批准号: KZ200510028018)资助

摘要 用 NASTRAN 和 ANSYS 软件包计算在冲击作用下试件所受的应力, 其结果往往比实测值偏大许多倍. 本文认为冲击在试件中诱发了激波或类行波, 采用 Lax-Friedrichs(L-F)格式数值模拟了激波和类行波在固体中的传播, 计算结果表明应力波的作用区间很小, 而且作用时间很短, 表现很大的冲击力及其所做的功实际并不大. 计算所得的冲击值分布与冲击试验的实测值趋势符合, 定性解释了出现上述情况的物理原因.

关键词

航天
环模试验
激波
类行波

用 NASTRAN 和 ANSYS 软件(基于有限元原理^[1])计算机械部件对冲击的响应早已成为最通用的方法, 但是计算结果总比冲击实测值偏大许多倍, 在进行航天部件例行的力学环模冲击试验时, 很多研究者都已注意到这一事实. 由于冲击试验的特点是外力很大而作用时间很短, 很容易在试件中诱发激波或类行波. 而 NASTRAN 和 ANSYS 软件采用的是瞬态动力学分析的基本运动方程(线性常微分方程)^[2], 其解不可能包含激波和类行波, 用它来描述大冲击现象难以得到正确的结果. 另外, 由于激波的波前、波后巨大的压力差, 即使采用非线性模型, 上述软件中的计算方法(有限元)也难以正确处理激波问题, 因此造成了计算与试验的偏差. 本文用连续性介质动力学方程^[3]计算冲击响应, 结果表明, 冲击在试件中产生了固体激波或类行波, 并解释了 NASTRAN 和

ANSYS 计算结果偏大的原因.

为了清晰地呈现冲击对试件的作用图像, 本文采用了一个简单的、可以方便地用欧拉方程^[4](描述连续性介质运动规律的方程)计算的物理模型, 并计算冲击在该模型中产生的激波或类行波及其产生的作用力、作用区间、作用时间和衰减速率. 计算结果表明即使很大的初始冲击力, 其实也并不易造成试件的损坏. 我们将计算结果与天文卫星 HXMT 的一个部件的冲击试验结果进行比较, 二者定性符合, 表明理论分析的结果可信.

1983 年, 王礼立用逐步近似法和简单波近似法给出了在弹塑性介质中激波的衰减^[5], 并得出激波的衰减要比按流体力学模型所估计的快. 本文采用 Lax-Friedrichs(L-F)格式^[6]进行数值模拟, 过程简单且结果可靠, 在很短的时间内(约 5×10^{-9} s)捕捉到了

激波的产生,更精确地算出了激波的衰减速率.这是因为 L-F 格式是守恒的、相容的激波捕捉格式,它能准确地计算出激波的位置,所得的激波满足熵条件:物质穿过激波时熵增加.最后,用所得数值结果解释了冲击试验中出现的现象.

按照力学试验的惯例,本文涉及到试件所受的力全部用重力加速度 $G(G=9.8\text{ m/s}^2)$ 作单位.

1 试验背景及试验结果

图 1 和图 2 分别为力学冲击试件及其外形图的剖面图,这是天文卫星 HXMT 的一个部件—X 射线望远镜所用的准直器.在圆柱体内均匀平行地插入铅板,铅板尺寸为 $30\text{ cm}\times6\text{ cm}\times0.2\text{ cm}$,试件重量为 22 kg .

有两个工作小组(清华大学精密仪器系和重庆大学工程力学系计算力学研究室)分别独立的用 NASTRAN 和 ANSYS 软件包计算了该准直器在 $800G$ 的冲击力作用下所受的应力,得出材料的破坏应力与计算出的应力之比分别为 0.015 和 $0.013^{[7]}$.按直观的考虑,试件受力可达 17.6 t 力,准直器应该产生损伤,但下面的试验结果表明事实并非如此.在图 1 中的试件外侧安装 4 个传感器,试件紧固在电磁冲击台上,从下到上传感器的编号依次为 1#~4#,传感器之间间隔 6.5 cm ,1#传感器距底部 2 cm .沿试件轴向均匀地施加冲击,各传感器实测到的冲击值见表 1.

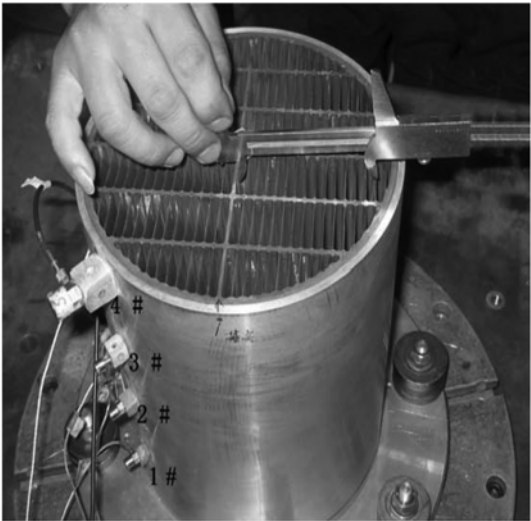


图 1 力学冲击试验照片(中国科学院高能物理研究所提供)

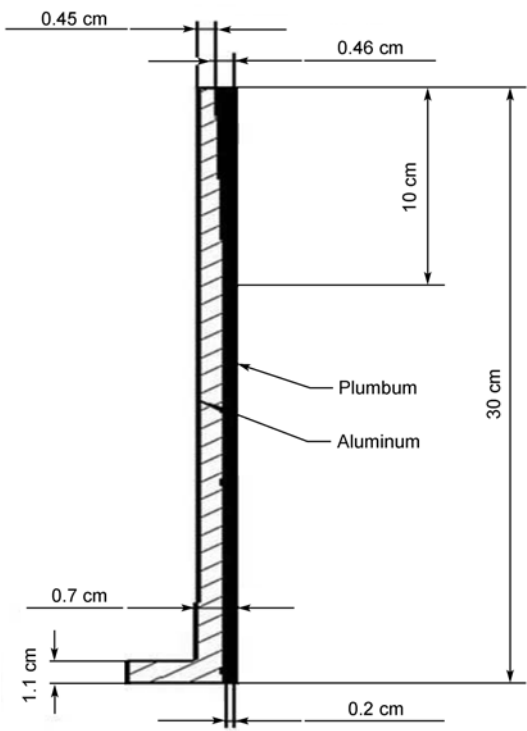


图 2 外形图的剖面图(内壁铅的厚度从下到上不同)

表 1 各传感器测到的冲击值($G=9.8\text{ m/s}^2$)

传感器编号	1#	2#	3#	4#
冲击测量值 (G)	1167	280	139	69

试验后经观察与测量,不仅没有发现损伤,而且在 10^{-3} cm 精度范围内试件的各部分均未变形,这正如前言中所述试验与理论计算有很大差异.

从表 1 的试验结果可以看出冲击力衰减很快,这种现象表明外部的冲击在试件中可能诱发了激波或类行波,激波高压区集中在试件内一个很薄的断面中,试件所受的应力为这个断面的质量乘以测到的加速度,其值不是很大.

2 计算所用的物理模型

由于试件的构型复杂,用非线性弹性理论直接针对试件进行计算几乎是不可能的.而本研究的重点是判断上述设想是否正确,并不要求精确的算出试件的动力学方程的解,所以采用最简单的物理模型,即考虑一维的长度无限大的均匀固体,在中间的一个薄层上均匀施加初始冲击应力,使其受到压缩.由于不存在边界效应和剪切力,可以用欧拉方程进

行计算. 欧拉方程是描述连续性介质运动规律的方程, 在物态方程取为 Grüneisen 方程^[4]的情况下, 它所描述的是固体的动力学性质. 这种处理方法与文献^[2]的最显著差别在于方程和物态方程都是非线性的, 其解可以包含激波或类行波. 而在小形变的假定下对欧拉方程做线性化处理, 并用胡克定律作为 Grüneisen 方程的近似表达式^[3], 从而得到线性偏微分方程. 进一步, 再把空间坐标网格化, 就得到文献^[2]的常微分方程. 显然对于冲击试验不能做这种近似.

为求解欧拉方程, 首先需确定该固体的力学特性. 从图 1 和图 2 可以看出, 试验试件基本为圆桶形, 圆桶是铝和铅铸成的混合物. 铝桶的长度略大于铅桶, 外加冲击力直接作用在铝桶上, 所以取模型介质的杨氏模量与铝相同. 另外, 由于声速强烈依赖于介质的几何形状^[8], 图 1 中试件的声速难以计算, 所以我们测出小冲击力作用下扰动在试件中的传播速度作为试件的常态声速, 其值为 800 m/s.

3 方程及所用计算格式介绍

3.1 守恒律方程组

为了对试验中出现的现象进行数值模拟, 从前述物理模型中可导出一维守恒律方程组(欧拉方程):

$$\begin{cases} \rho_t + (\rho u)_x = 0, \\ (\rho u)_t + (\rho u^2 + p)_x = 0, \\ (\rho E)_t + ((\rho E + p)u)_x = 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $E = \frac{1}{2}u^2 + e$, t 表示时间, x 表示空间位置, ρ, u, p, e 分别代表密度、速度、压强和内能. (1)式中的三个方程分别代表质量守恒、动量守恒和能量守恒. Grüneisen 物态方程为 $p = c_0^2(\rho - \rho_0) + (\gamma - 1)\rho e$. 我们取 $\gamma = 3$ (绝热指数)^[4], ρ_0 为常态密度, c_0 为常态声速. 对所用的数学模型, 给定初始数据

$$(\rho, u, p)|_{(x, t=0)} = \begin{cases} (\rho_l, u_l, p_l), & \text{当 } x < x_0 \text{ 时,} \\ (\rho_r, u_r, p_r), & \text{当 } x > x_0 \text{ 时,} \end{cases}$$

其中 x_0 为任意给定的实数. 通过计算可得激波波前和波后状态 ρ, u, p 之间的关系, 计算方法见^[9], 激波速度可表示为

$$\sigma_r = u_r + \sqrt{\frac{p + B_r + b}{A_r}} \frac{1}{\rho_r}, \quad \sigma_l = u_l + \sqrt{\frac{p + B_l + b}{A_l}} \frac{1}{\rho_l},$$

$$\text{这里, } A_k = \frac{2}{(\gamma + 1)\rho_k}, \quad B_k = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}p_k \quad (k = r, l), \quad b = \frac{2}{\gamma + 1}\rho_0 c_0^2.$$

3.2 Lax-Friedrichs 格式

1954 年, Lax 提出了著名的 L-F 格式^[6],

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2}(U_{j+1}^n + U_{j-1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}[F(U_{j+1}^n) - F(U_{j-1}^n)],$$

其中 Δt 为时间步长, Δx 为空间步长, $U_j^n := U(j\Delta x, n\Delta t)$ 表示 U 在 $(x, t) = (j\Delta x, n\Delta t)$ 处的值. 一般采用一致空间网格的办法, 即取 Δx 为常数. 同时根据 CFL 条件(稳定性条件), 即 $\frac{\Delta t}{\Delta x} \max_i |\lambda_i| < 1$ ($i = 1, 2, 3$), 可以确定每一步的时间步长, 其中 λ_i 为守恒律方程组的特征速度, 在本文中令 $CFL = \frac{\Delta t}{\Delta x} \max_i |\lambda_i| = 0.9$, 从而得

$\Delta t = CFL \cdot \Delta x / \max_i |\lambda_i|$. L-F 格式具有很多很好的性质, 其中最重要的是: 这个简单的格式是相容的、守恒的、单调的格式^[10]. 特别地, L-F 格式给出(1)式的满足熵条件的解, 计算出的激波波后的压强大于波前的压强.

4 数值计算及数据分析

4.1 数值计算结果

冲击试验的物理过程是用重锤或电磁动圈产生瞬时的冲击, 使试件端面附近的一个薄层介质受到压缩. 据此, 初条件设置为 $t=0$ 时, 全部介质处于静止状态, 原点附近约 5×10^{-3} cm 的介质受到压缩, 压缩率由胡克定律和施加的外力估算. 在 $t=0$ 时刻受压缩的薄层向外弹出. 因为考虑的是激波或类行波传到边界之前的压强变化, 因此在数值计算中受压区域之外的初始值 (ρ, u, p) 取为常值 $(\rho_0, 0, 0)$, 其单位分别为 g/cm^3 , cm/s , 达因/cm^2 . 计算过程中, 取空间步长 Δx 为 5×10^{-4} cm, $CFL=0.9$, $\rho_0=2.7 \text{ g/cm}^3$, $c_0=8 \times 10^4 \text{ cm/s}$. 我们取初始密度为 ρ_0 , 并在以后的数据中我们将省去空间区域及 (ρ, u, p) 的单位. 初始数据为

$$\begin{cases} (\rho, u, p) = (\rho_l, 0, p_l), & x \in [-2.5 \times 10^{-3}, 2.5 \times 10^{-3}], \\ (\rho, u, p) = (2.7, 0, 0), & x \in [-25, -2.5 \times 10^{-3}) \cup (2.5 \times 10^{-3}, 25], \end{cases}$$

其中 ρ_1, p_1 的取值见表 2.

选取不同的初始作用力($10^9, 10^8, 10^7$ 达因/cm²)计算冲击响应, 示于图 3~5. 图 3 是不同初始压强下产生激波的压强波形图, 图 4 是与四个传感器处于相同空间位置的压强波形图, 图 5 是与 1#传感器相同位

表 2 三组初始数据中的(ρ_1, p_1)

(ρ_1, p_1)	数据 1	数据 2	数据 3
ρ_1	2.7273	2.7027	2.7003
p_1	10^9	10^8	10^7

置附近的压强波形图.

4.2 计算结果的分析

从图 3~5 可以清楚看到以下物理图像.

(I) 如图 3 所示, 当压力很大的时候, 压力波存在明显的间断, 表明存在激波, 且初始压力较小的时候为弱激波, 高压区只集中在长度约 0.01 cm 的小区间内. 由于激波面扫过介质的时候消耗动能将介质加热, 所以随着传播距离的增加, 压强快速衰减, 见图 3 和图 4. 以 $p_1=10^9$ 为例, 压力波从 $x=0.12$ cm 附

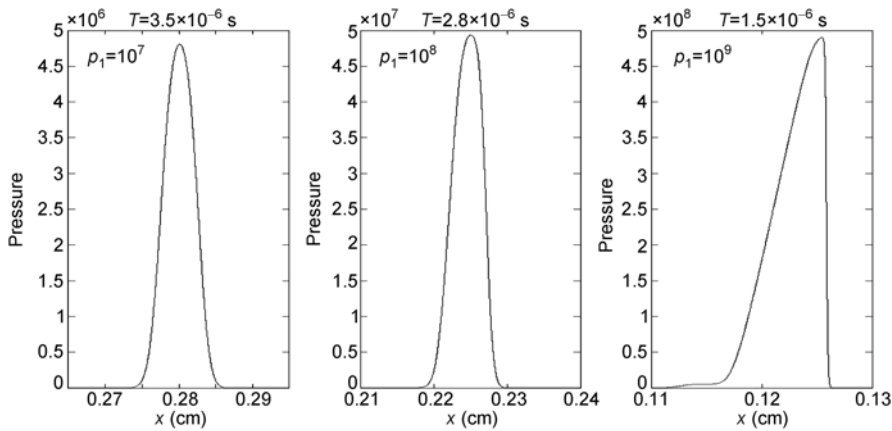


图 3 不同初始压强下产生激波的压强波形图, T 表示波形的到达时间, p_1 表示初始压强(见表 2)

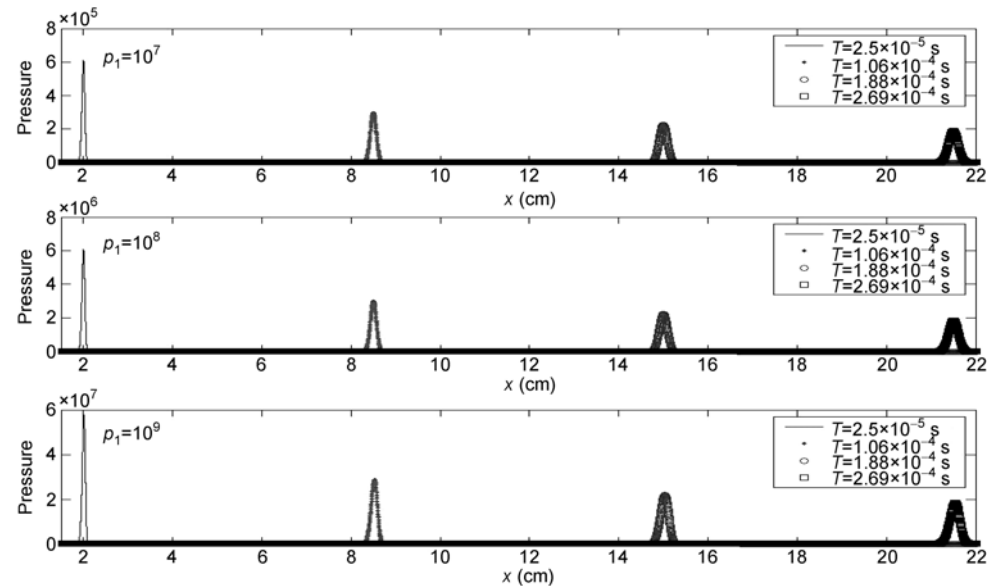


图 4 与 4 个传感器处于相同空间位置的压强波形图, T 表示波形的到达时间, p_1 表示初始压强

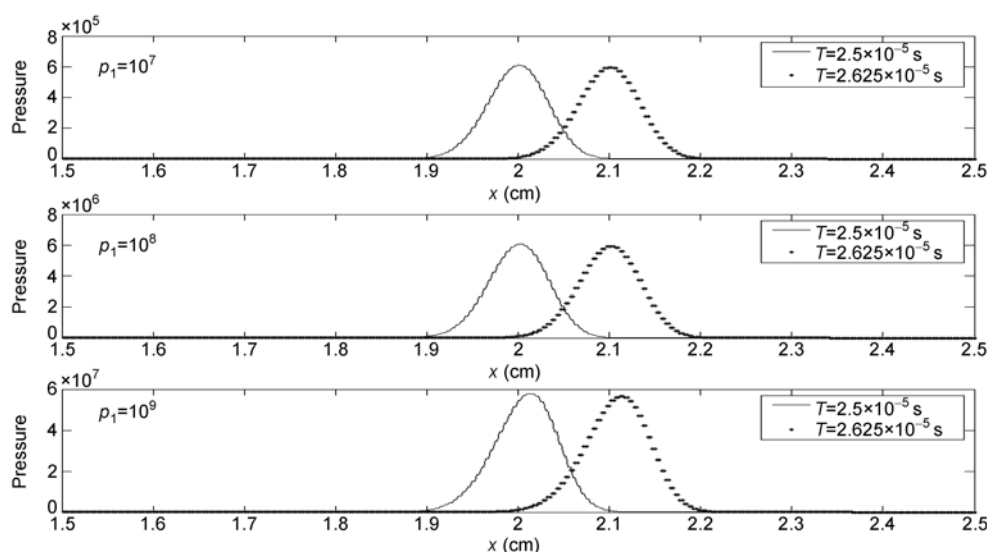


图5 与1#传感器相同位置附近的压强波形图, T 表示波形的到达时间, p_1 表示初始压强

近传到 $x=2$ cm 附近压强衰减了约 8 倍。

(II) 在压强较大的区域(见图 5), 各压力波扫过 1#传感器附近 0.1 cm 距离所用时间约为 1.25×10^{-6} s, 作用时间很短。

(III) 经过约 10^{-4} s, 压力波的间断已不明显(见图 4), 而且压力的衰减也变慢, 扰动的传播特性已接近于行波, 称为类行波。但是高压区依然集中在长度约 0.2 cm 的小区间内。

图 4 和图 5 表明, 在初始压强变化 3 个量级的范围内, 距原点 2 cm 附近的压力波的作用宽度和作用时间都几乎相同, 分别为 0.2 cm 和 1.25×10^{-6} s. 因此把这两个参量用于估算试件实际所受的应力及应力所做的功不会造成太大的误差。

物理图像(I)表明试件所受的应力并没有直观想象的那么大。从图 4 和图 5 可以看出, 对于 $10^7 \sim 10^9$ 达因/cm² 的初始压强, 第 1 个压力波形作用区间的长度(波形的半高宽(FWHM))最大不超过 0.2 cm, 可以用这个值估算试件实际所受的应力。压力波的分布集中在试件的一个圆环中, 其半径为 $r_1=10$ cm, $r_2=10.91$ cm, 宽度 $L=0.91$ cm, 高度为 $h=0.2$ cm, 重量为 $\Delta m=0.147$ kg. 应力传感器只能测量试件某点的加速度, 以实测最大值 1167G 为例, 换算为应力只有 171.5 kgf(1680 N), 压强为 2.87 kgf/cm²。

物理图像(II)表明, 即使外力很大, 由于作用时间很短, 也不易对材料造成破坏。因为固体材料是由分子之间的内聚能结合成一个整体的, 外力若造成

材料的范性形变或断裂必须使得对材料所做的功大于其内聚能。外力所做的功为外力的冲量的平方除以这个小段质量的 2 倍, 因此外力所做的功为

$$\frac{1}{2 \times 0.147} (1680 \text{ N} \times 1.25 \times 10^{-6} \text{ s})^2 = 150 \text{ erg},$$

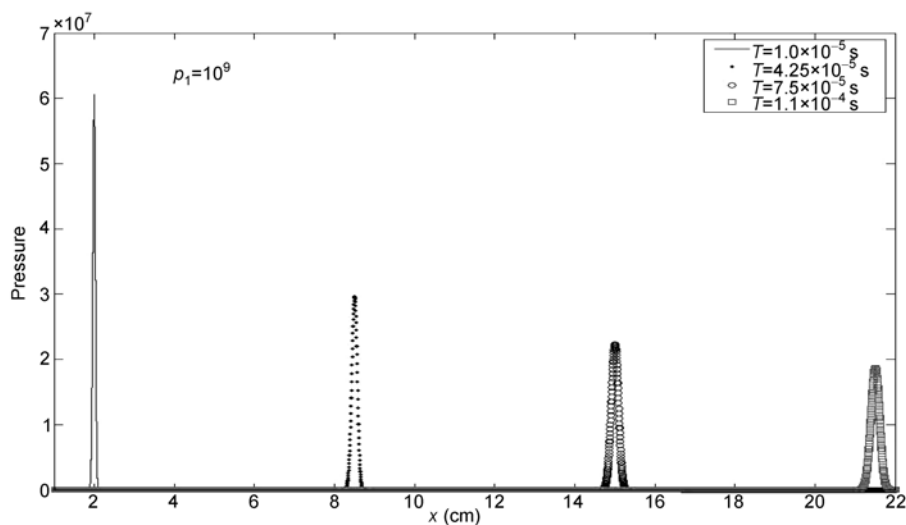
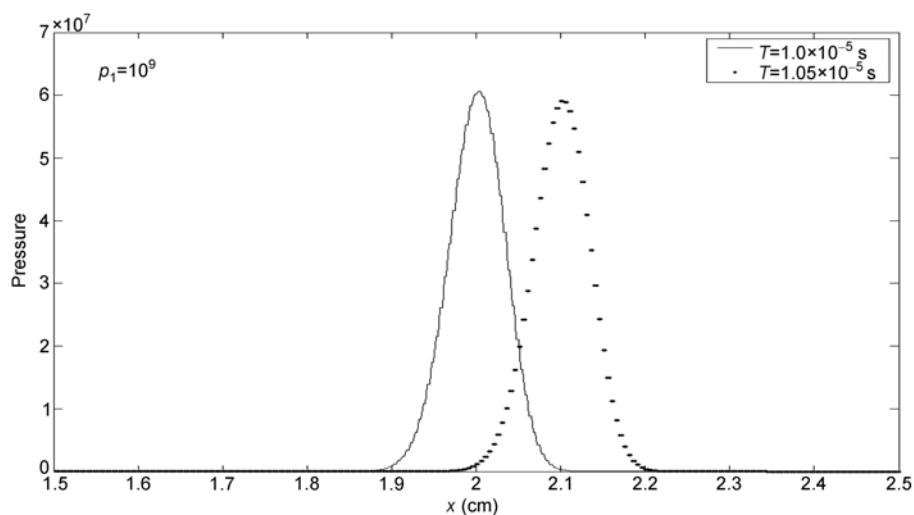
这么小的能量不会造成任何破坏。

物理图像(III)说明, 类行波的高压区也集中在很小的范围内, 以图 4 为例, 在 $x=8.5$ cm 附近, 高压区集中在长度约 0.2 cm 的小区间内。如将在此点测到的加速度换算为应力, 也是一个很小的值。

为增加计算的可信度, 我们对常态声速为 2000 和 4000 m/s 的模型作出同样计算。为节省篇幅, 在图 6 和 7 中只列出常态声速为 2000 m/s 的结果, 可以看出, 应力波的作用范围和作用时间与常态声速为 800 m/s 的情况很类似, 应力所做功也没有大的差别, 整体物理图像完全一样。

该分析物理模型虽然简单, 但是能够反映出冲击过程的物理图像。

应力传感器的频带较窄, 测量时将严重畸变试件所受应力的值, 为比较数值模拟的结果和物理实测值之间的定量关系, 把试验和理论值都进行归一化。把所得波后压强及表 1 中的冲击值归一化, 比较它们随空间位置的变化(各传感器之间间隔 6.5 cm), 见图 8。从图 8 可以看出, 不同初始压强下所得归一化结果几乎相同, 计算值与试验值的变化趋势一致, 但是计算值随距离的衰减较试验值更慢。

图 6 同图 4, 但常态声速为 2000 m/s, 初始压强 $p_1=10^9$ 图 7 同图 5, 但常态声速为 2000 m/s, 初始压强 $p_1=10^9$

5 讨论

由于通常用 NASTRAN 和 ANSYS 软件计算工件强度时使用的是线性模型, 但在短时间的强冲击下线性模型与实际情况偏离较大, 而且外力所做的功 (也就是说还要考虑外力的作用时间) 才是造成试件损害的真正原因, 这两个因素造成计算结果与实测

值有很大偏差. 而本文用欧拉方程及 L-F 格式来数值模拟对这个偏差做出了解释.

计算值与实测值的差异在于数值模拟中所用物理模型为单一材料, 而试件 (见图 1 和图 2) 为铝和铅的复合材料, 这两种材料的结合面积约为 1884 cm^2 , 这么大的接触面积必引起很大的阻尼, 从而导致实测值随距离的衰减更快.

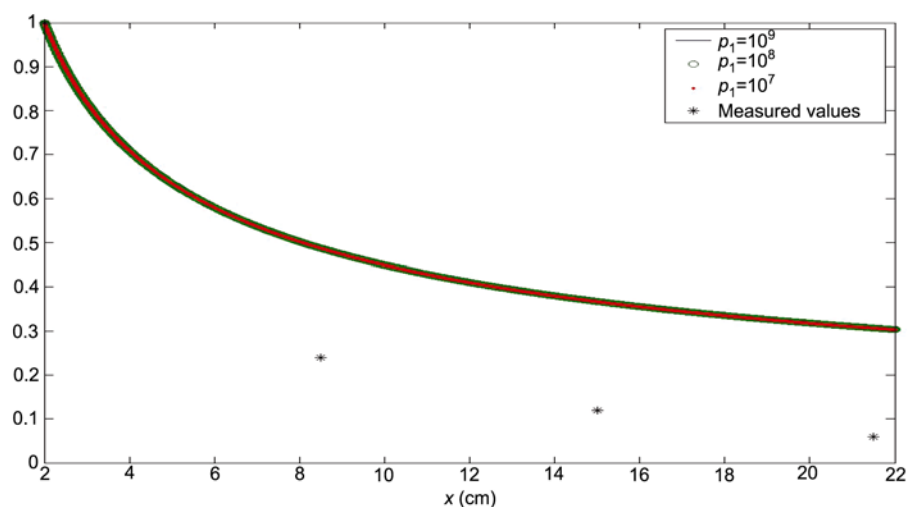


图8 “*”表示归一化后的冲击值(对应于表1中的实测值), 实线、圆圈和实点 (三个图形几乎重合)表示归一化后的波后压强, p_1 表示初始压强

参考文献

- 1 冯康. 基于变分原理的差分格式. 应用数学与计算数学, 1965, 2: 238—262
- 2 刘相新, 孟宪颐. ANSYS 基础与应用教程. 北京: 科学出版社, 2006
- 3 朗道. 连续介质力学. 北京: 人民教育出版社, 1978
- 4 李维新. 一维不定常流与冲击波. 北京: 国防工业出版社, 2003
- 5 王礼立, 胡时胜, 王肖钧. 在弹塑性介质中传播的平面激波的衰减. 中国科学技术大学学报, 1983, 13: 91—99
- 6 Lax P D. Weak solution of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computation. Comm Pure Appl Math, 1954, 7: 159—193
- 7 硬 X 射线调制望远镜(HXMT)总体机械结构力学分析报告. HXMT 内部文档
- 8 漆贯荣, 王蒲凤, 周绍祥, 等. 理科最新常用数据手册. 西安: 陕西人民出版社, 1983. 565
- 9 Toro E F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Berlin: Springer-Verlag, 1997
- 10 LeFloch P G, Liu J G. Generalized monotone schemes, discrete paths of extrema, and discrete entropy conditions. Math Comp, 1999, 68: 1025—1055