

实时人脸特征提取

赵杰煜*, 刘箴

宁波大学计算机科学技术研究所, 宁波 315211

*E-mail: zhaojieyu@nbu.edu.cn

收稿日期: 2007-07-10; 接受日期: 2008-02-26

国家自然科学基金(批准号: 60672071)、国家重大基础研究计划前期专项(批准号: 2005CCA04400)、教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-05-0534)和浙江省自然科学基金(批准号: D1080807)资助项目

摘要 快速精确的人脸特征提取是人脸识别和表情分析的基础. 文中提出了一种新型高效的视频人脸几何特征实时提取方法. 视频输入图像以加权图形式表示, 通过在加权图上的随机游动实现人脸像素级特征的自动提取, 脸部特征包括外轮廓、眉毛、眼睛、鼻子和嘴唇. 加权图采用 8-邻接结构, 定义在图的边上的加权值反映随机游动通过该边的似然度. 随机游动模拟了一个各向异性的扩散过程, 此扩散过程在滤除图像噪声点的同时保留下脸部特征点. 随机游动从一些事先通过颜色和运动信息确定的、最具人脸特征的种子点开始, 通过随机游动获得的人脸特征点以其原始形式统一保存在多个链表结构中, 并根据人脸各部分的相对位置聚集成对应的特征点集合. 有关人脸结构的先验知识通过 Bayes 方法结合到分析过程中. 为了便于高层视觉计算, 采用统计形状分析方法, 将人脸特征点进一步表示成形状和配准信息, 形状是具有仿射不变特性的几何信息, 用于描述人脸的全局特征. 形状的距离度量采用 Procrustes 距离. 实验结果表明, 提出的方法快速高效, 能够实时地从视频中提取出人脸特征, 在一定程度光线变化、尺度变化、头部转动、手部干扰的情形下仍可以正常工作.

关键词

实时人脸特征提取
随机游动
各向异性扩散过程
统计形状分析

人脸信息处理是一个富有挑战性的研究领域, 是多学科交叉的研究热点, 由于技术的进步和市场需求, 近年来引起了学术界和工业界的广泛关注^[1~4].

人脸特征提取作为人脸信息处理最为重要的一步, 对于后续的基于视觉的人机交互至关重要, 脸部表情分析、人脸识别、生物认证、动画制作、视频会议等都依赖于高效精确的人脸特征提取. 人脸特征提取过程中的细小误差很容易导致身份验证或表情分析的错误. 然而, 由

于环境光线的变化、对象头部姿态的变化、视频图像质量限制等众多因素影响, 精确快速的人脸特征提取至今仍然是一项极具挑战性的工作^[2, 5~7].

本文着重讨论如何从视频图像中实时地提取出精确的人脸特征. 与以往大多数的采用抽象全局特征或跟踪少量特征点的方法不同, 我们抽取完整的人脸特征, 将嘴唇、眼睛、眉毛、鼻子和外轮廓精确地以像素描述, 完整地保留各部分精确的几何细节特征. 为了保证基于视觉的人机交互各种各样的应用需求, 我们的人脸特征提取方法以实时方式运行, 目前的工作仅限于处理正面的视频人脸图像, 允许头部有一定角度的转动.

高层视觉计算往往需要结构性的人脸特征, 因此我们采用 Bayes 方法将有关人脸结构的先验知识结合到人脸特征分析中, 并通过统计形状分析将人脸特征点进一步表示成形状和配准信息, 描述人脸全局特征的形状具有仿射不变的特性, 可以直接应用于表情分析或人脸识别等.

基于图论和图模型的图像处理方法^[8~16]在近年获得了很大进展, 这些算法速度快、精度高. 在一般情形下, 基于图的算法将待处理图像表示为一个加权图形式, 图的顶点对应于一个像素(或小块一致性图像), 图的边表示像素(或图像块)之间的联系, 边上的加权反映联系的紧密程度. 最小割(graph cut)^[14]和随机游动(random walk)^[11, 13, 15]的方法为交互式图像分割提供了强有力的工具, 这种图像分割方法一般从种子点开始, 种子点可以事先人为选定或通过检测器自动确定. 最小割方法是图像分割转换为对应加权图的最大流/最小割求解问题; 随机游动方法则是将图像分割转换为带边界条件的 Dirichlet 问题^[9], 从特定点出发随机游动到达种子点的概率被用作图像分割的依据.

对于视频人脸特征的分割和提取, 采用求图模型最优解的方法由于计算量大做到实时运算目前尚无法实现. 因此, 我们采用了有限的随机游动来近似地实现一个各向异性的扩散过程^[13], 该过程在滤除图像噪声点的同时保留人脸特征点, 从而获得精确的人脸几何特征.

本文的组织如下: 第 1 节介绍图模型的表示并定义加权图上的随机游动; 第 2 节给出采用随机游动实现人脸特征点分割的方法; 第 3 节介绍统计形状分析方法; 第 4 节给出实验结果, 第 5 节为小结.

1 图模型与随机游动

加权图是数字图像非常自然的一种表示形式, 图的顶点对应于像素, 加权边用于表示像素间的关联度. 本文采用 8-邻接结构的无向加权图. 边上的加权反映该边所具有的脸部特征的程度, 越具有典型的脸部特征, 加权值越大; 越不具有脸部特征的, 加权值越小.

这里我们简要地给出图模型以及加权图上随机游动的正式定义.

一个图 $G=(V, E)$ 由可数顶点集 V 和边集 E 组成, 边 $e \in E$ 为顶点对: $e=\langle x, y \rangle=\langle y, x \rangle$, $x, y \in V$. 如果顶点 x 和 y 通过一条边相连, 这种相邻关系就表示为 $x \sim y$. 一个加权图 $G_w=(G, w)$, 其中 G 是一个图, w 是一个实函数, $w: E(G) \mapsto \mathbb{R} > 0$.

定义在加权图上的随机游动是通过随机选择一条当前顶点的相连边连续不断地实现对一系列相邻顶点访问的随机过程. 选择一条相连边的概率由该边的加权与所有相连边的加权之

和的比率决定. 对边 $e_i \in E$, 设其上的加权为 $w_i = w(e_i)$. 对顶点 $v \in V$, 设与 v 相连的所有边的集合为 $N(v) = \{e \in E(G): e = \langle y, v \rangle, y \in V\}$, $W(v)$ 表示与 v 相连的所有边上的加权之和, 即 $W(v) = \sum_{e_i \in N(v)} w_i$. 则加权图 $G_w = (G, w)$ 上的随机游动 X 是一个采用以下转移概率的随机过程

$$P(X_{n+1} = v | X_n) = I_{v \sim X_n} \frac{w(\langle v, X_n \rangle)}{W(X_n)}, \quad (1)$$

其中 $I_{v \sim X_n}$ 是连接 v 和 X_n 的边的集合的指示函数.

2 人脸特征点分割

加权图上的随机游动可以被有效地用于图像滤波和图像分割. 图像滤波过程由 Perona 等人^[13]提出的各向异性扩散方程描述; 图像分割过程则由 Laplace 方程表示^[14], 给定一些种子像素, 算法通过随机游动来标记那些最易到达种子点的像素. 大多数各向异性扩散滤波算法的目标是在不穿越边界的前提下平滑图像的同质区域, 而图像分割的目标是标记出同质区域. 对于图像质量不高的视频人脸特征提取, 我们需要同时达到 2 个目标: 既要滤除图像噪声, 又要分割出人脸特征点.

假设当前图像由实函数 $F(x, y, t)$ 描述, 各向异性扩散可以表示为如下形式:

$$\frac{\partial F(x, y, t)}{\partial t} = c \left[\frac{\partial^2 F(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y, t)}{\partial y^2} \right], \quad (2)$$

其中 x, y 为图像坐标, t 为时间, c 为传导系数.

为了在滤除噪声平滑图像的同时保留人脸结构信息, 传导系数一般定义为空间位置相关项, 最常见的选择如下:

$$c(x, y, t) = \exp \left(-\frac{\|\nabla F(x, y, t)\|^2}{2\lambda^2} \right), \quad (3)$$

其中 λ 为常数. 由此可见, 对于图像的一致性较好的区域, c 的取值较大, 达到平滑的效果; 对于变化较大的人脸特征区域, c 的取值较小, 从而达到保留人脸结构信息的目的.

上述的各向异性扩散过程可以由一组随机游动来实现. 设 $G_w = (G, w)$ 是对应于输入图像的加权图, 采用 8-邻接结构, $w_{i,j}$ 为连接顶点 i 和 j 的边上的加权, 随机游动采用自回避形式, 即随机游动不重复通过同一个点, 从 X_0 到 X_1 的单步转移概率如下:

$$P[1, X_0, X_1] = \frac{\exp\{-\beta w_{0,1}\}}{\sum_{v_k, v_{k+1} \in \{v_0 \rightarrow v_1\}} \exp\{-\beta w_{k,k+1}\}}, \quad (4)$$

其中 v_0 和 v_1 为 2 个相邻顶点, $\{v_0 \rightarrow v_1\}$ 为所有连接 v_0 和 v_1 的路径上的顶点的集合.

平滑操作 S 定义如下:

$$S(v_0) = \sum_{\{v_0 \rightarrow v_n\}} P[n, v_0 \rightarrow v_n] \cdot F(v_n),$$

求和操作对所有从 v_0 开始到 v_n 结束的路径轨迹进行.

从 X_0 到 X_n 的转移概率如下:

$$P[n, X_0, X_n] = \frac{\exp\{-\beta(w_{0,1} + w_{1,2} + \cdots + w_{n-1,n})\}}{\sum_{\{v_0 \rightarrow v_n\}} \exp\left\{-\beta \sum_j w_{j,j+1}\right\}}. \quad (5)$$

因此平滑操作 S 可以重新改写如下:

$$S(v_0) = F(v_n) \cdot \frac{\exp\{-\beta(w_{0,1} + w_{1,2} + \cdots + w_{n-1,n})\}}{\sum_{\{v_0 \rightarrow v_n\}} \exp\left\{-\beta \sum_j w_{j,j+1}\right\}}, \quad (6)$$

其中的 $\beta \geq 0$ 是一个控制参数, 当 $\beta = 0$ 时, 平滑操作 S 实现一个平均化过程; 当 $\beta \rightarrow \infty$ 时, 平滑操作将 v_0 的值赋为 $F(v_k)$, 其中 $k = \arg \min_{\{v_0 \rightarrow v_k\}} \left\{ \sum_j w_{j,j+1} \right\}$.

请注意公式(4)~(6)中的指数函数计算, 这里的转移概率与第 1 节公式(1)中的定义略有不同, 我们将指数函数计算放在随机游动时进行而不对整个加权图进行计算, 因为随机游动只发生在种子点附近的局部区域, 这样可以大大减少计算量.

由此我们通过随机游动在一个过程中同时实现了去除噪声点和保留人脸特征点, 其平滑操作的原理类似于形态滤波器, 但更为方便的是无需事先定义结构要素.

3 统计形状分析

物体的形状无论在人类视觉还是机器视觉中都起着至关重要的作用. 在这里我们将物体的形状定义为与平移、旋转、缩放无关的物体的几何信息, 即形状具有仿射不变的特性. 视觉对象的复杂形状分析是一项非常艰难的工作. 传统的基于像素统计信息的图像分析方法对于复杂形状的分析困难重重.

统计形状分析法^[17~19]为机器视觉提供了一个强大的形状分析工具, 通过统计形状分析, 我们可以①获得视觉对象的仿射不变的几何特征; ②将局部特征结合成复杂的全局特征; ③结合先验知识进行形状模型学习. 这些通过统计形状分析获得的仿射不变的全局特征对于机器视觉和目标识别往往是关键性的.

统计形状分析法将视觉对象的几何描述分为 2 个部分: 配准信息和形状信息. 配准信息是指 Euclid 相似变换(平移、旋转、缩放)的有关信息; 形状信息则是指仿射不变的几何信息. 这 2 部分信息的重要性随着任务的变化而改变. 例如, 对于非特定人的脸部表情识别任务来说, 形状信息是至关重要的; 而对于人脸识别任务, 形状信息和配准信息都很重要.

在成功地分割出人脸特征像素点后, 紧接着就是运用统计形状分析获得人脸仿射不变的全局特征. 下面我们简单介绍统计形状分析法的主要框架.

设 X 是代表视觉对象的特征标记点的 Descartes 坐标矩阵, 为了得到视觉对象的形状, 需要进行以下 3 步计算:

- 1) 去除平移的影响, 移动对象 X 的位置至其中心点, $X_c = CX$.
- 2) 去除缩放的影响, 将对象尺寸归一化, $Z = X_c / S(X) = CX / \|CX\|$, 其中 $S(X)$ 表示 X 的尺寸.
- 3) 去除旋转的影响, 考虑所有可能的旋转变换得到形状 $[X]$:

$$[X] = \{Z\Gamma : \Gamma \in \text{SO}(m)\},$$

其中 Γ 为旋转变换, m 为维数, $\text{SO}(m)$ 表示所有 m 维空间旋转矩阵的集合.

统计形状分析过程中十分重要的一点是如何对 2 个形状间的距离进行度量, 在本文中我们采用 Procrustes/Rieman 距离度量法^[17]:

$$\rho(X_1, X_2) = 2 \arcsin(d_p(X_1, X_2)/2), \quad 0 \leq \rho \leq \pi/2,$$

其中 $d_p(X_1, X_2) = \inf_{\Gamma \in \text{SO}(m)} \|Z_2 - Z_1\Gamma\|$, Z_1 和 Z_2 是 X_1 和 X_2 平移和尺寸归一化后的结果.

对于二维空间的特征点集合来说, 如果 2 个视觉对象的特征标记点集合分别是 $z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ 和 $u = (u_1, u_2, \dots, u_k)$ 的话, 那么二者的 Procrustes 形状距离是

$$\rho(z, u) = \arccos \frac{\sum (z_j - \bar{z})^* (u_j - \bar{u})}{\left(\sum |z_j - \bar{z}|^2 \sum |u_j - \bar{u}|^2 \right)^{1/2}}, \quad (7)$$

其中 z^* 是 z^T 的复共轭.

任意 2 个二维视觉对象之间的 Procrustes 形状距离计算的详细过程如下:

1. 计算每个视觉对象的中心

$$(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k x_j, \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k y_j \right).$$

2. 调整每个视觉对象的大小, 使它们具有相同尺寸. 形状的尺寸采用 Frobenius 范数度量:

$$S(X) = \sqrt{\sum_{j=1}^k [(x_j - \bar{x})^2 + (y_j - \bar{y})^2]}.$$

3. 将每个视觉对象按各自的中心对齐, 进行如下奇异值分解(SVD):

(a) 将中心对齐、尺寸归一化后的 z 和 u 表示成 $k \times m$ 矩阵形式(二维空间 $m = 2$).

(b) 进行 SVD, 计算 $z^T u$ 的 UDV^T , 其中 D 为非负对角矩阵, U 和 V 为正交矩阵. 目的是使 2 个对象的特征标记点集合的偶合度最大.

(c) 通过旋转 VU^T 使 z 和 u 达到最佳拟合,

$$VU^T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}.$$

为了进一步获得视觉对象形状的全局特征, 往往需要对大量的视觉对象形状样本进行分

析, 获得形状分布的统计信息. 一个常用的技术是在将视觉对象形状样本中心对齐、尺寸归一化、旋转拟合后进行主成分分析. 给定 m 维空间中特征标记点个数为 k 的 n 个视觉对象形状样本, 采用 n 个 $k \times m$ 的矩阵表示, $T_1, \dots, T_n$, $T_i \in \mathbb{R}^{km}$. 统计形状分析需在 Procrustes 拟合后计算出视觉对象形状的均值

$$\hat{\mu} = \arg \inf_{\mu: S(\mu)=1} \inf_{r_j > 0, \Gamma_j \in SO(m), b_j} \sum_j \left\| \mu - r_j T_j \Gamma_j - b_j l_k \right\|^2, \quad (8)$$

其中的 $r_j T_j \Gamma_j$ 和 $b_j l_k$ 项分别表示样本的尺寸归一化、旋转和平移. $\hat{T}_j = \hat{r}_j T_j \hat{\Gamma}_j + \hat{b}_j l_k$ 对应于与均值拟合后的对象形状样本, 当形状样本相似性较高, 总体变化不大时, 形状空间近似为线性空间(procrustes tangent space)^[20]. 经过 Procrustes 拟合后, 形状均值的估算值为 $\hat{\mu} = (1/n) \sum T_i$, 形状方差的估算值为 $\hat{\Sigma} = (1/n) \sum V(\hat{T}_i - \hat{\mu}) \{V(\hat{T}_i - \hat{\mu})\}^T$, 其中 $V(T) = \text{vec}(T)$. 通过对 $\hat{\Sigma}$ 的主成分分析, 便可以获得形状的总体变化情形.

对于人脸这样的复杂可形变的视觉对象, 我们希望在形状分析过程中结合有关人脸结构的先验知识, 这可以通过基于 Bayes 学习的可形变模板方法^[21]实现. 设 S 是具有先验分布 $\pi(S)$ 的视觉对象, I 为观测图像, 视觉对象的形状模型通过似然函数 $L(I|S)$ 描述, 该似然函数通过统计形状分析获得, 也可以通过学习过程不断修正. 用于视觉对象识别的后验概率 $\pi(S|I)$ 可以由 Bayes 公式获得 $\pi(S|I) \propto L(I|S)\pi(S)$.

4 实验设计与结果

为了验证上述随机游动和概率形状分析对于人脸特征提取的有效性, 我们采用 Visual C++ 在 Windows 平台上实现了一个实时人脸特征提取系统, 视频图像捕获设备是普通型分辨率为 640×480 的网络摄像头.

实现一个基于图模型的图像分析系统的首要步骤是设计一个映射函数, 将图像中像素的变化情形反映到连接对应像素顶点的边的加权上, 这样一来, 加权图就完全地获得了图像的结构信息. 最常用的一个映射函数是 Gauss 加权函数^[11]

$$w_{ij} = \exp(-\beta(I_i - I_j)^2),$$

其中 I_i 和 I_j 分别是像素 i 和 j 的灰度, β 是控制参数.

很显然上述函数无法完全反映出人脸特征, 为了准确地捕获人脸肤色信息和运动信息, 我们定义了如下的映射函数:

$$w_{ij} = \exp \left(- \frac{\beta \left(|H_i - H_j| + |H_i - H_0| + |H_j - H_0| \right)}{1 + \max_{k \in N_i} |I_i - I_k| + \max_{k \in N_j} |I_j - I_k| + \Delta I_j + \Delta I_k} \right), \quad (9)$$

其中 H_i 和 H_j 分别是像素 i 和 j 的色调, H_0 是典型人脸肤色的色调值, N_i 和 N_j 分别是像素 i 和 j 的相邻顶点集合, ΔI_i 和 ΔI_j 分别是像素 i 和 j 最近 2 帧的灰度变化值.

我们采用的随机游动与交互式图像分割中的随机游动^[11]有所不同, 由于受操作的实时性限制, 随机游动只发生在种子点附件, 而且游动的步长也是受限的. 种子点的选取是采用了加权图中权值特别大的那些对应顶点.

为了加速计算过程, 对于整个加权图我们省略了(9)式中的指数函数计算, 只有当局部的随机游动(见第2节(5)和(6)式)发生时, 才进行指数函数计算, 这样大大减少了不必要的运算. 在各种条件下的实时人脸特征提取效果如图1~5所示.

图1是头部小角度转动情形下人脸特征的实时提取结果, 人脸不同部分的几何特征采用不同的颜色表示, 左右眼睛分别用红色和粉红色标记, 左右眉毛分别用深红色和深粉红, 鼻子用黄色, 嘴巴用绿色, 脸部和其他肤色区域的外轮廓用蓝色表示.



图1 头部小角度转动情形下视频人脸特征实时提取情形, 人脸各部分的几何特征采用不同颜色表示

图2是系统运行过程中初始的种子特征点与随机游动得到的特征点的分布情形, 初始种子特征点采用红色表示, 通过随机游动获得的特征点用蓝色表示. 初始的种子特征点的选取主要通过大权值特征边决定(反映肤色和一定的运动信息), 一些噪声点也有可能成为种子特征点(如头发右上角的红色点), 但如果一个种子点对应的随机游动没有获得更多的特征点并将其连接成片, 该种子点将被滤除, 因此图2中头发右上部少量红色种子点在光照正常的情形下并未最终成为人脸特征点.

实时分割得到的人脸特征点, 包括颜色和坐标信息, 被统一存储在动态链表中. 因为对应于眼、眉、鼻、嘴的特征点被提取时是各自相连成组的, 只要根据各组的中心点位置和方差, 结合有关人脸结构的先验知识(采用一个简单 Bayes 网络表示), 即可得到如图1所示的人脸各个部分的几何特征.

采用随机游动的人脸特征提取法不仅速度快, 而且具有较好的鲁棒性, 对于环境光线变化、头部运动、尺寸变化等都不太敏感, 甚至在人脸受到手部干扰和部分遮挡的情形下仍能正常工作. 图3是在环境光照发生明显变化的情形下人脸特征实时提取情形, 可见光线变暗时, 视频图像的噪声明显增加; 图4是视频目标尺寸明显变化和受到手部干扰的情形下人脸特征实时提取效果, 因为手部肤色与脸部肤色十分接近, 部分遮挡使得脸部轮廓的特征提取受到影响, 但脸部主要几何特征提取仍然正常.

上述视频人脸特征提取实验在 ThinkPad T60p 笔记本电脑上基本做到了实时处理, 对于 320×240 分辨率的视频流图像, 处理速度大于每秒 30 帧; 对于 640×480 分辨率的视频流图像, 处理速度达到每秒 25 帧.

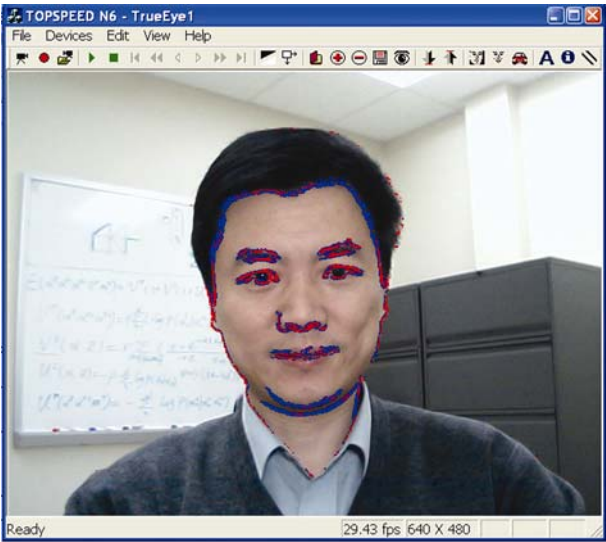


图 2 初始的种子特征点(红色)与随机游动得到的特征点(蓝色)



图 3 光照发生明显变化的情形下人脸特征实时提取效果, 光线变暗(左图), 侧光源(右图)



图 4 视频目标尺寸明显变化(左图)和受到手部干扰(右图)的情形下人脸特征实时提取效果

为了深入进行一些高层视觉计算, 如脸部表情识别, 我们有必要进行统计形状分析以获得仿射不变的人脸形状特征, 使人脸特征与平移、旋转、缩放无关. 图 5 给出了 2 个人脸特征样本的 Procrustes 距离计算的主要步骤. 对于从视频人脸图像提取的任意 2 个样本, 二者间的 Procrustes 形状距离是样本通过平移至中心点、尺寸归一化、旋转拟合后计算向量间夹角得到. 对于眼、眉、鼻、嘴单个特征形状, 也可以同样地进行统计形状分析, 获得各自的仿射不变特征. 大样本量的人脸特征的统计形状分析有待于我们进一步深入开展.

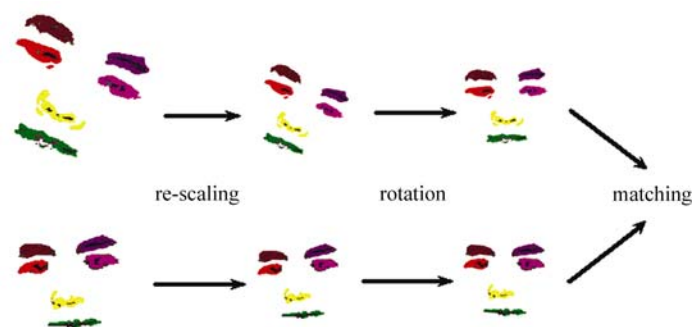


图 5 人脸特征样本 Procrustes 形状距离计算

5 小结

本文提出了一种新颖的视频人脸特征实时提取方法, 主要运用随机游动获取人脸几何特征点, 结合人脸结构先验知识得到人脸全局特征模式, 并进一步通过统计形状分析获得仿射不变的人脸形状特征. 实验结果表明, 该方法速度快、效率高, 对光线变化、距离变化、头部小角度转动、手部干扰等不敏感, 具有较强的鲁棒性. 整个人脸特征提取过程实时进行, 无需额外的跟踪过程. 今后进一步的工作是对大样本量人脸特征进行统计分析, 开展可靠的人脸表情分析与识别, 开发新的人机交互应用.

参考文献

- 1 Li S Z, Jain A K. Handbook of Face Recognition. New York: Springer-Verlag, 2004
- 2 Zhao W, Chellappa R. Face Processing: Advanced Modeling and Methods. Oxford: Elsevier, 2006
- 3 Yang M H, Kreigman D J, Ahuja N. Detecting faces in images: a survey. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2002, 24(1): 34—58 [DOI](#)
- 4 Lin D H, Tang X O. Recognize high resolution faces: from macrocosm to microcosm. In: IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2006), 2006, 2. 1355—1362
- 5 Mumford D, Shah J. Boundary detection by minimizing functions. In: IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 1985), 1985. 22—26
- 6 Tu Z W, Zhu S C. Image segmentation by data-driven Markov chain Monte Carlo. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2002, 24(5): 657—673 [DOI](#)
- 7 Zhu Z W, Ji Q. Robust real-time face pose and facial expression recovery. In: IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2006), 2006, 1. 681—688
- 8 Barbu A, Zhu S C. Generalizing Swendsen-Wang to sampling arbitrary posterior probabilities. IEEE Trans Pat-

- tern Anal Mach Intell, 2005, 27(8): 1239—1253 [\[DOI\]](#)
- 9 Biggs N. Algebraic potential theory on graphs. Bull London Math Soc, 1997, 29: 641—682 [\[DOI\]](#)
- 10 Boykov Y, Veksler O, Zabih R. Fast approximate energy minimization via graph cuts. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2001, 23(11): 1222—1239 [\[DOI\]](#)
- 11 Grady L. Random walks for image segmentation. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2006, 28(11): 1768—1783 [\[DOI\]](#)
- 12 Kolmogorov V, Zabih R. What energy functions can be minimized via graph cuts? IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2004, 26(2): 147—159 [\[DOI\]](#)
- 13 Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 1990, 12(7): 629—639 [\[DOI\]](#)
- 14 Shi J, Malik J. Normalized cuts and image segmentation. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2000, 22(8): 888—905 [\[DOI\]](#)
- 15 Meila M, Shi J. Learning segmentation by random walks. In: Neural Information Processing Systems Conference (NIPS 2000), 2000. 873—879
- 16 Cheng B, Wang Y, Zheng N N, et al. MRF model and FRAME model-based unsupervised image segmentation. Sci China Ser F-Inf Sci, 2004, 47(6): 697—705
- 17 Dryden I L, Mardia K V. Statistical Shape Analysis. West Sussex: John Wiley & Sons, 1998
- 18 Olver P J, Tannenbaum A. Mathematical Methods in Computer Vision. New York: Springer, 2003
- 19 Srivastava A, Joshi S H, Mio W, et al. Statistical shape analysis: clustering, learning, and testing. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2005, 27(4): 590—562 [\[DOI\]](#)
- 20 Kent J T, Mardia K V. Shape, tangent projections and bilateral symmetry. Biometrika, 2001, 88: 469—485 [\[DOI\]](#)
- 21 Grenander U. General Pattern Theory. Oxford: Clarendon Press, 1994