



内编队重力场测量卫星全推力姿轨一体化控制研究

吉莉*, 刘昆, 项军华

国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073

* E-mail: jili_82@tom.com

收稿日期: 2011-03-15; 接受日期: 2011-09-09

摘要 内编队重力场测量卫星作为一种新概念的纯引力轨道飞行器, 通过精密定轨和相对状态测量实现高精度地球重力场测量. 其中对外卫星的控制保持编队内卫星在纯引力轨道上稳定飞行是决定测量水平的关键因素之一. 针对稳态工作模式的内编队系统, 研究了仅用推力器实现姿态轨道一体化控制的问题, 构建了姿态非线性和共用推力器引起的姿态轨道耦合的六自由度平动和转动动力学模型, 并基于约束非线性模型预测技术建立了姿轨一体化控制的二次型优化模型. 通过仿真实验可知, 约束非线性模型预测控制方法计算快速, 能克服部分约束条件的非凸性; 推力器布局合理, 推力消耗低, 满足内编队系统任务需求.

关键词

重力场测量卫星
内编队系统
姿轨一体化控制
模型预测控制

1 引言

地球重力场精确模型的建立对卫星轨道的精密确定、制导武器位置和重力加速度关系、高精度惯性导航的精细结构及垂线偏差、以及地震监测与预报、地球物理学、地球资源探测等领域具有重大的意义. 利用卫星技术及星载重力仪研究重力场具有测量范围广、覆盖性好的特点, 由此开启了一个新时代. 进入 21 世纪, 专用重力测量卫星相继发射成功. 比较典型的应用有: 2000 年发射的德国地球科学中心 (GFZ) 独立发展的 CHAMP 项目; 2003 年发射的 NASA 和德国地球科学中心 (GFZ) 联合项目 GRACE; 2009 年发射的 GOCE 项目. 其中 CHAMP 和 GRACE 应用了 SST (卫星跟踪卫星) 技术, 而 GOCE 同时应用 SST 技术与 SGG (卫星重力梯度测量) 技术^[1~7]. 以上

重力场测量卫星均利用加速度计测量非保守力, 具有很高的干扰力抑制要求.

内编队重力场测量卫星是我国提出的一种通过纯引力轨道实现高精度重力场测量的方案^[8, 9], 由一颗普通卫星和包裹在其内部、物理隔绝的球体构成, 球体为验证质量, 卫星跟随验证质量飞行. 由于验证质量与卫星物理分离, 并且处于卫星内部, 将验证质量称为内编队系统的内卫星, 普通卫星称为外卫星. 标称状态下, 内卫星质心和外卫星质心重合, 构成一个基线为 0 的特殊编队. 由于外卫星的屏蔽, 内卫星不受大气阻力和太阳光压等外界环境扰动, 只在纯引力摄动因素及外卫星干扰所决定的轨道飞行. 利用内外卫星的相对位置测量信息及外卫星的精密定轨数据, 可以获得内卫星的精密轨道, 再利用重力场恢复技术, 可以重构高精度、高分辨率地球重力场模

型^[7, 9]. 内编队系统舍弃了现有卫星重力测量任务中的非保守力高精度测量和质心校准, 通过精密定轨和相对状态测量来实现低成本、高效率、高精度的重力场测量.

精密轨道确定和内外卫星相对定位是内编队系统的两项关键技术, 要求卫星控制系统提供精密编队飞行和较高的姿态稳定精度. 姿态轨道一体化控制是保持编队中卫星在纯引力轨道上稳定飞行的先进扰动补偿方式, 通过测量内外卫星相对轨道及姿态与标称状态的偏差来进行控制以补偿非重力导致的相对状态漂移和姿态扰动, 进而实现纯引力轨道上飞行的目的.

姿态轨道一体化的控制势必引起轨道和姿态的耦合, 其原因是: 1) 姿态确定需要相对轨道参数, 而卫星的期望相对轨道和姿态参数存在运动耦合; 2) 用于阻力补偿的推力器产生的推力受到卫星姿态影响, 控制器设计需要姿态参数以实现坐标转换. 此外, 推力器安装误差、推力不对称和燃料消耗引起的偏移也会引起轨道和姿态耦合作用. 因此必须处理由轨道和姿态耦合所引起的强非线性特征的支配方程.

现代控制技术的应用极大地改善了重力场测量卫星控制系统稳定性和性能鲁棒性, 如 H_2/H_∞ ^[10, 11]、嵌入式模型^[12]等技术. 但 H_∞ ^[10, 11]方法不能每次都达到最优性能, 嵌入式模型^[12]在低频控制时不是所有条件都能得到满足. 文献[13]把轨道和姿态控制分解为四个独立系统, 简化了约束条件, 不能实时、精确地表示出系统性能需求. 文献[14]运用自适应状态和输入约束来改善系统对动态输出轨迹的跟踪性能, 从整体上减少系统动力需求. 文献[15]没有对未知形式或未知存在的扰动加以考虑. 文献[16]中的算法要求被控系统的输入维数跟输出维数相等, 否则需求解线性方程组, 对高维系统很难得到唯一正确解.

内编队系统独特的构形与重力场测量原理, 对其姿轨一体化控制提出了更高的要求, 需要完整考虑姿态轨道的耦合特性和不定扰动下的受限运动. 以上文献中的方法与模型没有反映出其中的相互关系与耦合特性. 为解决这个问题, 本文建立六自由度轨道和姿态耦合动力学模型, 考虑外部扰动和推力器布局, 基于二次型规划和输出近似技术, 提出实时更新约束的约束非线性模型预测控制方法, 并将设备能力和性能需求转换为输入输出约束, 建立内编队系统姿轨一体化控制二次型模型, 以得到优化解.

将方法成功应用于内编队系统姿轨一体化控制. 通过仿真实验可知, 约束非线性模型预测控制方法计算快速, 能克服部分约束条件的非凸性; 推力器布局合理, 推力消耗低, 满足内编队系统任务需求.

2 姿轨耦合动力学模型

2.1 轨道姿态耦合动力学模型

内编队姿轨一体化控制中主要用到三个非惯性坐标系, 相对轨道坐标系、轨道坐标系和体坐标系, 如图1所示. 相对轨道坐标系的定义为: 原点位于内卫星质心, x_h 轴跟内卫星地心矢量重合; y_h 轴在轨道平面内垂直于 x_h 轴并指向前进方向; z_h 轴由右手规则确定. 轨道坐标系的定义为: 原点位于外卫星质心, z_o 轴指向天底, x_o 轴在轨道平面内垂直于 z_o 轴并指向前进方向, y_o 轴由右手规则确定. 体坐标系定义为: 原点位于外卫星质心, x_b , y_b , z_b 轴分别与惯性主轴一致.

内编队系统运行于近圆近极太阳同步轨道上, 具有小偏心率、大轨道倾角($>90^\circ$)、平均轨道高度约为 350 km、轨道角速率近似为常数(1 mrad/s)等特征. 理想状态下, 内卫星质心与外卫星质心重合, 因而不存在一般编队飞行所具有的绕飞运动, 而是在扰动的作用下发生平动和转动. 因此内编队系统是标称绕飞尺寸为 0 的特殊编队系统. 用 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ 表示外卫星在相对轨道坐标系中的状态矢量, 包含相对位置矢量 $\mathbf{r}$ 和相对速度矢量 $\mathbf{v}$, 相对轨道动力学方程可以用下面的线性化轨道相对运动模型近似表示为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{F}, \quad (1)$$

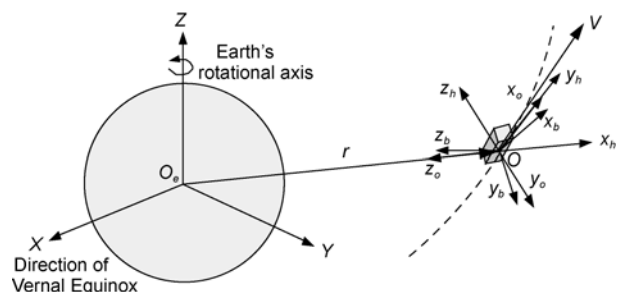


图1 卫星飞行和坐标系定义

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \text{diag}_3\left(\frac{1}{m}\right) \end{bmatrix},$$

n 是内卫星轨道角速率; $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 是作用在外卫星上的力, 由扰动力和推进系统产生的控制量构成; m 是外卫星总质量.

定义四元数 $\bar{\mathbf{q}} \triangleq [\mathbf{q}; q_4]$ 且 $\bar{\mathbf{q}}^T \bar{\mathbf{q}} = 1$, 其中 $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 是四元数的矢量部分, q_4 是标量. 低轨卫星姿态动力学模型在体坐标系中的四元数运动方程和动力学方程分别描述为

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\tilde{\boldsymbol{\omega}}_b & \boldsymbol{\omega}_b \\ -\boldsymbol{\omega}_b^T & 0 \end{bmatrix} \bar{\mathbf{q}}, \quad (2)$$

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{T}, \quad (3)$$

其中 $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为外卫星惯量矩阵; $\boldsymbol{\omega}_b \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为体坐标系相对于轨道坐标系的角速度, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_b$ 为其斜矩阵; $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_b + \mathbf{T}_{bo}\boldsymbol{\omega}_o$ 为外卫星惯性角速度, $\mathbf{T}_{bo}$ 为轨道坐标系到体坐标系的转移矩阵, $\boldsymbol{\omega}_o$ 为外卫星轨道角速度在轨道坐标系的表达; $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为作用在外卫星上的总力矩, 包括推进系统产生的控制力矩和外部环境产生的扰动力矩.

鉴于内编队系统姿轨一体化控制的姿态和轨道控制共用一组推力器, 将公式(1)~(3)组合构成一个状态变量维数为 13 维的姿态和轨道耦合模型, 作为姿轨一体化控制的非线性动力学方程. 用 $\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}_b)$ 表示(2)式中与 $\bar{\mathbf{q}}$ 相乘的矩阵, 一体化非线性动力学方程改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \dot{\bar{\mathbf{q}}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{X} \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}_b)\bar{\mathbf{q}} \\ -\mathbf{J}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{T} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

$$\text{记 } \mathbf{u} = [\mathbf{F}^T, \mathbf{T}^T]^T \in \mathbb{R}^{6 \times 1}.$$

为使一体化非线性动力学方程适用于期望输出轨迹恒定的偏差消除控制系统, 用姿态角速度代替绝对角速度作为状态变量. 由加速度合成公式得

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \frac{\delta\boldsymbol{\omega}_o}{\delta t} + \boldsymbol{\omega}_o \times \boldsymbol{\omega}_b + \frac{\delta\boldsymbol{\omega}_b}{\delta t}. \quad (5)$$

近似认为近圆轨道不存在轨道角加速度, 即 $\frac{\delta\boldsymbol{\omega}_o}{\delta t} = 0$,

因而有

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \boldsymbol{\omega}_o \times \boldsymbol{\omega}_b + \frac{\delta\boldsymbol{\omega}_b}{\delta t}, \quad (6)$$

将上式在体坐标系中投影得

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \dot{\boldsymbol{\omega}}_b + \mathbf{T}_{bo}\boldsymbol{\omega}_o \times \boldsymbol{\omega}_b, \quad (7)$$

将其代入一体化非线性动力学方程, 得

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \dot{\bar{\mathbf{q}}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{X} \\ \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}_b)\bar{\mathbf{q}} \\ -\mathbf{J}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} - \mathbf{T}_{bo}\boldsymbol{\omega}_o \times \boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{T} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

2.2 推力器布局

外卫星姿态影响固定安装在星体上的推力器产生的推力方向. 有限控制力矩能提供的转动角速度有限, 这意味着推力器无法在连续时间内产生任意方向的推力. 有限推力使得轨道和姿态运动耦合在一起.

外卫星受到的扰动主要来自于大气阻力. 推力器组由一个轨道阻力补偿推力器(单轴控制)和八个负责姿态跟踪和非重力扰动补偿(五轴控制)的微推力器构成, 推力器布局如图 2 所示^[12, 16, 17]. 轨道阻力补偿推力器(OTA)安装在体坐标系 x_b 轴反向, 因此只产生跟 x_b 轴共线的推力. 其他八个姿态控制微推力器(MTA1-8)都安装在 $y_b - z_b$ 平面内, 与 $x_b - y_b$ 平面的夹角均为 α .

推力器组输入矩阵在体坐标系中的表达为

$$\boldsymbol{\Pi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c & -c & -c & -c & c & c & c & c \\ 0 & -s & s & s & -s & -s & s & s & -s \\ 0 & rc & -rc & -rc & rc & -rc & rc & rc & -rc \\ 0 & Ls & -Ls & Ls & -Ls & Ls & -Ls & Ls & -Ls \\ 0 & -Lc & -Lc & Lc & Lc & Lc & Lc & -Lc & -Lc \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中 c 表示 $\cos\alpha$, s 表示 $\sin\alpha$, r 为星体圆形横截面半径, L 为外卫星星体总长度的一半.

构建系统模型需要将推力转换到相对轨道坐标系. 定义一个当地水平坐标系, 原点位于外卫星质心. 当内外卫星质心重合时, 当地水平坐标系三轴与相

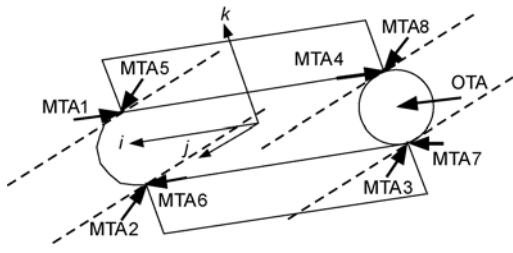


图 2 推力器布局

对轨道坐标系重合. 由于跟轨道高度相比, 内外卫星相对位移非常小, 因此将当地水平坐标系近似看作相对轨道坐标系. 从体坐标系经过轨道坐标系, 转换到相对轨道坐标系的转移矩阵为

$$T_{hb} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2(q_1^2 + q_4^2) - 1 & 2(q_1 q_2 + q_3 q_4) & 2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ 2(q_1 q_2 - q_3 q_4) & 2(q_2^2 + q_4^2) - 1 & 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) \\ 2(q_1 q_3 + q_2 q_4) & 2(q_2 q_3 - q_1 q_4) & 2(q_3^2 + q_4^2) - 1 \end{bmatrix}^T, \quad (10)$$

令 $F_{th} \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$ 表示由 9 个推力器产生的推力共同构成的推力矢量, 控制输入可表示为

$$u = \begin{bmatrix} T_{hb} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{H} F_{th}. \quad (11)$$

2.3 环境扰动

显著影响内编队系统外卫星运动的三类主要扰动源有: 1) 决定卫星轨道的地心引力和重力异常, 以及重力梯度力矩; 2) 跟卫星速度和姿态耦合, 产生大气阻力和力矩的热层大气及其速度场(大气风); 3) 跟卫星磁偶极子耦合, 产生磁力矩的地磁场^[18, 19]. 其中大气阻力和气动力矩是影响内编队系统的最主要环境扰动. 这些扰动随轨道角速率在一定幅值范围内周期性变化, 但它们的长期项和短期项都具有高度的不确定性和不可预测性. 对于短期项只能建模为非静态随机过程.

在内编队系统外卫星控制中, 其他扰动如日月引力和太阳光压的影响很小. 在建模时它们会被淹没在主要扰动因素的噪声里, 因而可以忽略.

3 约束非线性模型预测控制算法

内编队系统一体化非线性动力学方程具有输入

可由状态显式表示的特征, 此类非线性系统可以描述为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{G}(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)), \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$.

由于状态 $\mathbf{x}$ 跟输入 $\mathbf{u}$ 相关, 而且输出 $\mathbf{y}$ 是 $\mathbf{x}$ 的函数, 由此可看出, 经过数次求导后, 输入会显式地出现在输出的导数中. 本文将首次出现输入时的输出导数阶数称为临界阶数, 记为 μ .

考虑输出跟踪效果和功率消耗, 以加权跟踪误差和模型修正量这两部分在一定时间内的积分为目标函数, 表达式为

$$J(\mathbf{u}(t)) = \frac{1}{2} \int_0^{T_p} (\mathbf{e}(t+\tau)^T \mathbf{R} \mathbf{e}(t+\tau) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{W} \mathbf{u}(t)) d\tau, \quad (13)$$

其中 $\mathbf{e}(t+\tau) = \tilde{\mathbf{y}}(t+\tau) - \mathbf{y}(t+\tau)$, $\tilde{\mathbf{y}}(t+\tau)$ 表示期望输出, T_p 为预测时长, $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T$ 和 $\mathbf{W} = \mathbf{W}^T$ 均为性能权值矩阵, $\mathbf{R}$ 正定, $\mathbf{W}$ 半正定.

在预测时间内, 以 μ 阶 Taylor 级数展开近似输出, 表示为

$$\mathbf{y}(t+\tau) \approx \mathbf{y}(t) + \mathbf{z}(\mathbf{x}(t), \tau) + \mathbf{A}(\tau) \mathbf{S}(\mathbf{x}(t)) \mathbf{u}(t), \quad (14)$$

其中 $\mathbf{z}(\mathbf{x}(t), \tau)$ 的第 i 个元素为

$$z_i(\mathbf{x}(t), \tau) = \sum_{k=1}^{\mu_i} \frac{\tau^k}{k!} \mathcal{D}_{f_x}^k(h_i), \quad (15)$$

$\mu_i, i=1, 2, \dots, p$ 是各个输出的临界阶数. $\mathcal{D}_{f_x}^k(h_i)$ 是 k 阶 Lie 导数, 定义为

$$\mathcal{D}_{f_x}^k(h_i) = \begin{cases} h_i, & k=0, \\ \frac{\partial \mathcal{D}_{f_x}^{k-1}(h_i)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}, & k \geq 1, \end{cases} \quad (16)$$

$\mathbf{A}(\tau) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 是对角矩阵, 对角元素为

$$\lambda_{ii} = \frac{\tau^{\mu_i}}{\mu_i!}, \quad i=1, \dots, p. \quad (17)$$

将 $\mathbf{G}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 分解为 q 列, 记为 $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_m]$. $\mathbf{S}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbb{R}^{p \times m}$ 分解为 p 行, 记为 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1^T, \dots, \mathbf{s}_p^T]^T$, 其中

$$\mathbf{s}_i = \left\{ \mathcal{D}_{g_1} \left[\mathcal{D}_{f_x}^{\mu_i-1}(h_i) \right], \dots, \mathcal{D}_{g_m} \left[\mathcal{D}_{f_x}^{\mu_i-1}(h_i) \right] \right\}, \quad (18)$$

$$i=1, \dots, p,$$

其中 $\mathcal{D}_{g_j} \left[\mathcal{D}_{f_x}^{\mu_i-1}(h_i) \right]$ 为 $\mathcal{D}_{g_j}$ 的 Lie 导数:

$$\mathcal{D}_{g_j} \left[\mathcal{D}_{f_x}^{\mu_j-1}(h_i) \right] = \frac{\partial \mathcal{D}_{f_x}^{k-1}(h_i)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}_j, j=1, \dots, m. \quad (19)$$

由于目标函数的二次属性, 且控制变量和系统输出存在约束, 将(13)式的优化问题转换成带约束的二次型规划问题. 为将该优化问题转换成适合二次型规划的形式, 首先找出跟优化量即系统输入相关的项. 引入另一个输出误差矢量 $\mathbf{e}^*(t+\tau) = \tilde{\mathbf{y}}(t+\tau) - \mathbf{y}(t) - \mathbf{z}(\mathbf{x}(t), \tau)$, 目标函数变为

$$J(\mathbf{u}) = \int_0^{T_p} \left(-\mathbf{e}^{*T} \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T (\mathbf{S}^T \mathbf{A}^T \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{W}) \mathbf{u} \right) d\tau, \quad (20)$$

按照二次型规划的标准形式, 将它记为

$$J(\mathbf{u}) = \mathbf{P}^T \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u}, \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{P} = \left(-\int_0^{T_p} \mathbf{e}^{*T} \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{S} d\tau \right)^T, \quad \mathbf{H} = \int_0^{T_p} \mathbf{S}^T \mathbf{A}^T \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{S} d\tau + T_p \mathbf{W}.$$

输入约束为

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}_{\max}, \quad (22)$$

输出约束为

$$\mathbf{y}_{\min} \leq \mathbf{y}(t+\tau) \leq \mathbf{y}_{\max}, \quad (23)$$

等价于

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{\min} - \mathbf{y}(t) - \mathbf{z}(\mathbf{x}(t), \tau) &\leq \mathbf{A}(\tau) \mathbf{S}(\mathbf{x}(t)) \mathbf{u}(t) \\ &\leq \mathbf{y}_{\max} - \mathbf{y}(t) - \mathbf{z}(\mathbf{x}(t), \tau). \end{aligned} \quad (24)$$

为去掉变量 τ , 对上面不等式的两端积分. (22)和(24)式可以写成输入 $\mathbf{u}(t)$ 的线性约束, 简记为 $\mathbf{L} \mathbf{u} \leq \mathbf{K}$, 其中

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{m \times m} \\ -\mathbf{I}_{m \times m} \\ \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{S}(\mathbf{x}(t)) \\ -\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{S}(\mathbf{x}(t)) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\max} \\ -\mathbf{u}_{\min} \\ \int_0^{T_p} \mathbf{y}_{\max} - \mathbf{y}(t) - \mathbf{z}(\mathbf{x}(t), \tau) d\tau \\ \int_0^{T_p} -\mathbf{y}_{\min} + \mathbf{y}(t) + \mathbf{z}(\mathbf{x}(t), \tau) d\tau \end{bmatrix}.$$

一旦确定了预测时间, $\boldsymbol{\Sigma} = \int_0^{T_p} \mathbf{A}(\tau) d\tau$ 就是常数. 约束随系统状态实时更新.

有了以上的二次型目标函数和线性约束, 所研究问题成为一个凸问题. 因而运用模型预测技术实现约束非线性系统控制就被转换为一个二次型规划问题.

4 控制器设计

将上述约束非线性模型预测控制算法应用于内编队系统, 实现姿轨一体化控制.

将轨道姿态耦合系统分解为四部分, 即位置、速度、姿态和角速度, 分别以下标 p , v , q 和 ω 表示. 位置和姿态方程的临界阶数为 2, 速度和角速度的临界阶数为 1. (17) 式变成以下形式:

$$\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{A}_p, \mathbf{A}_v, \mathbf{A}_q, \mathbf{A}_\omega), \quad (25)$$

其中 $\mathbf{A}_p = \frac{1}{2} \tau^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$, $\mathbf{A}_q = \frac{1}{2} \tau^2 \mathbf{I}_{4 \times 4}$, $\mathbf{A}_v = \mathbf{A}_\omega = \tau \mathbf{I}_{3 \times 3}$. 令 (i, j) 表示位于矩阵第 i 行第 j 列的元素, $i:j$ 表示从第 i 到第 j 行(列), 单个: 表示所有行(列). 跟输入无关的各阶导数总和以及输入参数矩阵分别为

$$\mathbf{z} = [\mathbf{z}_p^T, \mathbf{z}_v^T, \mathbf{z}_q^T, \mathbf{z}_\omega^T]^T \in \mathbb{R}^{13 \times 1}, \quad (26)$$

其中

$$\mathbf{z}_p = \frac{\tau^2}{2} \mathbf{A}(4:6,:) \mathbf{X} + \tau \mathbf{A}(1:3,:) \mathbf{X},$$

$$\mathbf{z}_v = \tau \mathbf{A}(4:6,:) \mathbf{X},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_q = & -\frac{\tau^2}{8} \{ (\boldsymbol{\omega}_b \cdot \boldsymbol{\omega}_b) \bar{\mathbf{q}} + 2 \boldsymbol{\Xi}(\bar{\mathbf{q}}) \mathbf{J}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + 2 \mathbf{T}_{bo} \boldsymbol{\omega}_o \times \boldsymbol{\omega}_b \} \\ & + \frac{\tau}{2} \boldsymbol{\Xi}(\bar{\mathbf{q}}) \boldsymbol{\omega}_b, \end{aligned}$$

$$\mathbf{z}_\omega = -\tau (\mathbf{J}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{T}_{bo} \boldsymbol{\omega}_o \times \boldsymbol{\omega}_b),$$

和

$$\mathbf{S} = [\mathbf{S}_p^T, \mathbf{S}_v^T, \mathbf{S}_q^T, \mathbf{S}_\omega^T]^T \in \mathbb{R}^{13 \times 9}, \quad (27)$$

其中

$$\mathbf{S}_p = \text{diag}_3 \left(\frac{1}{m} \right) \mathbf{T}_{hb} \boldsymbol{\Pi}(1:3,:),$$

$$\mathbf{S}_v = \text{diag}_3 \left(\frac{1}{m} \right) \mathbf{T}_{hb} \boldsymbol{\Pi}(1:3,:),$$

$$\mathbf{S}_q = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}(\bar{\mathbf{q}}) \mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\Pi}(4:6,:),$$

$$\mathbf{S}_\omega = \mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\Pi}(4:6,:),$$

$$\boldsymbol{\Xi}(\bar{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} q_4 \mathbf{I}_{3 \times 3} + \tilde{\mathbf{q}} \\ -\bar{\mathbf{q}}^T \end{bmatrix}.$$

作为偏差消除控制系统, 期望输出轨迹固定不变, 控制律的表达将更加简单.

5 内编队系统控制性能仿真实验

对一个轨道周期内的内编队系统的控制性能进行仿真实验. 其中轨道高度 350 km, 轨道偏心率 0.0014, 轨道倾角 97°.

仿真中考虑大气阻力采用指数衰减模型; 重力场采用 10 阶次 EGM96 模型; 太阳光压按最大受晒面积估算; 地磁场采用 10 阶 IGRF 系数模型; 内部相互作用通过 10^{-10} m/s² 量级的正态分布随机干扰加速度来描述, 用于满足内编队系统高精度控制性能仿真对所有摄动影响的要求. 编队运行初始状态为稳态工作期间的标称状态, 不存在任何轨道或姿态偏差. 推力器组按照图 2 所示的布局排布, 由 1 个轨道阻力补偿推力器(OTA)和 8 个微推力器(MTA1-8)构成. 轨道推力器最大推力 0.4 N, 微推力器最大推力 0.22 mN, 所有推力器均单向安装, 只产生正向推力, 各推力器的推力下限均为 0.

外卫星参数如表 1 所示.

综合实验需求和在轨设备性能, 对系统输出性能的约束见表 2. 其中姿态角约束是期望性能而非仿真系统约束条件. 由于作为系统状态的四元数与欧拉角呈非线性关系, 因此四元数约束的上下限只能通过调试获得. 其余输出性能约束的下限均为其上限的负值.

根据内编队系统位置、速度、姿态等性能需求, 权值矩阵 **R** 和 **W** 取值如表 3 所示.

仿真步长和预测时间均为 0.3 s, 时间为一个轨道周期 5430 s. 计算得到外卫星受到的大气阻力和气动力矩如图 3 所示.

表 1 卫星参数

Property	Value
Initial total mass, m_0	145.84 kg
Drag coefficient, C_d	2.2
Cross sectional area, A	0.169 m ²
Total length, L	2 m

表 2 系统输出约束

Property	Value
On relative position (xyz), $P_{\max}$	0.02 m
On relative velocity (xyz), $V_{\max}$	0.01 m/s
On attitude in Euler (xyz), $\alpha_{\max}$	0.33°
On angular velocity (xyz), $\omega_{\max}$	0.57°/s

表 3 权值矩阵

Property	Value
Weight of relative position (xyz), r_p	1×10^3
Weight of relative velocity (xyz), r_v	1×10^3
Weight of attitude ($q_1 q_2 q_3 q_4$), r_q	1×10^3
Weight of angular velocity (xyz), r_ω	1
Weight of main thruster, w_c	1×10^3
Weight of micro-thruster, w_a	1

利用约束非线性模型预测控制算法, 得到总推力在相对轨道坐标系中各轴上的分量, 结果如图 4(a) 所示. 为突出推力曲线变化规律, 放大各轴分量的纵轴部分, 见图 4(b).

可以看出, 推力在相对轨道坐标系中的三轴分量有两个不同的振荡周期, 其中振荡周期长是因为大气阻力随卫星运行的轨道角速率变化, 振荡周期短则是由于编队飞行的轨道类型和卫星惯量特征决定的. 由图得出: 切向推力分量(Y 轴)最大且始终为正, 曲线逐渐稳定并呈现在一定范围内变化的带状

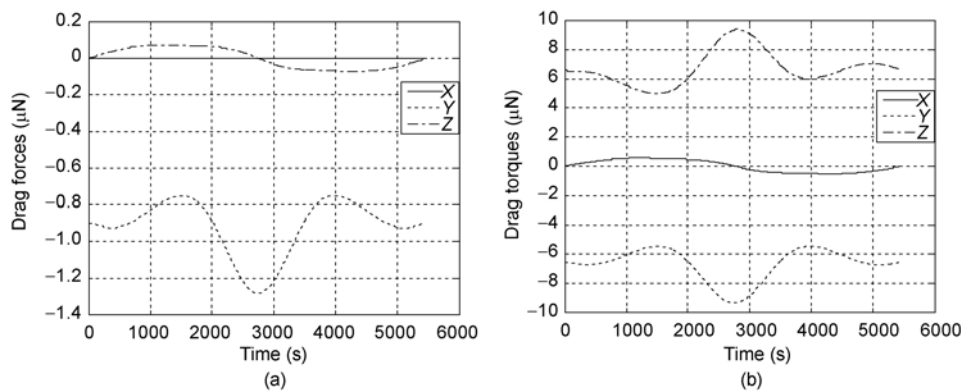


图 3 大气阻力状况
(a) 大气阻力; (b) 气动力矩

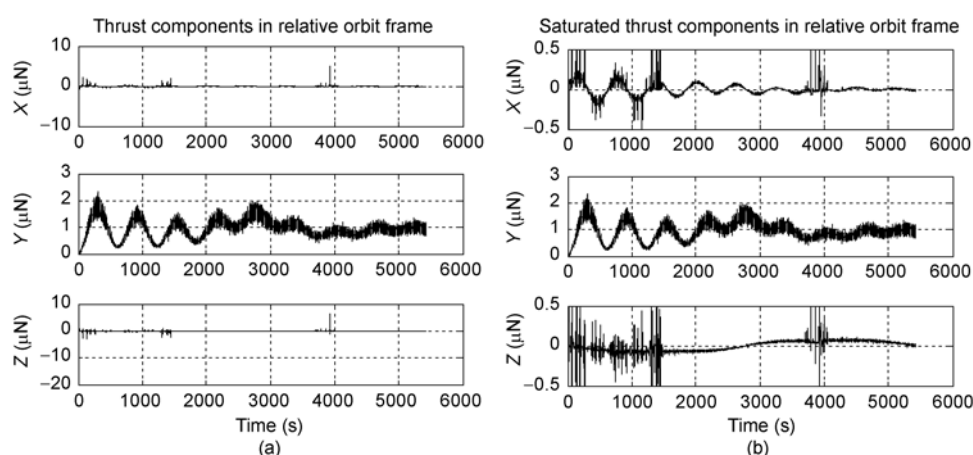


图4 相对轨道坐标系中推力三轴分量

(a) 原始数据图; (b) 局部放大图

特性, 分析可知, 控制过程中控制器不断对状态误差做出反应, 计算出所需加速度以使外卫星以内卫星为中心沿轨道运行. 图中法向推力分量(Z 轴)在 $0.2 \mu\text{N}$ 到 $-0.2 \mu\text{N}$ 之间变化, 它消除来自重力梯度误差和姿态振荡带来的大气阻力分量带来的扰动, 其变化主要是由大气密度随卫星轨道高度变化而造成, 在近地点和远地点, 重力梯度对推力的影响最小. 图中径向推力分量(X 轴)也在零值附近上下变化, 它的均值略微偏向负半平面, 这说明在径向存在一个大气阻力分量及其他扰动.

内编队系统推力器所产生的工作推力大小如图5所示. 由图5可知: 各推力器工作推力均处于相应约束范围内, 最大推力和平均推力远远低于最高约束水平, 推力变化平缓, 说明采用已有微推力器按照图2布局构成推力器组, 产生连续推力, 可满足内编队任务推进系统需求. 将图5中轨道阻力补偿推力器的推力曲线与图3中的大气阻力变化曲线比较可以看出, 轨道阻力补偿推力器所产生的推力几乎等于大气阻力. 这是由于内编队轨道为近圆轨道, 外卫星前进方向近似与体坐标系的 X 轴共线, 因此作为主要扰动因素的大气阻力几乎全部作用轨道推力器方向上. 轨道推力器很好地实现了大气阻力补偿. 相比之下, 外卫星在 $X-Z$ 平面受到的扰动要小得多, 因而八个微推力器所产生的推力近似呈对称分布(1和7, 2和8, 3和5, 4和6). 微推力器成对工作, 产生力矩进行姿态控制, 之间的推力差量负责 $X-Z$ 平面的轨道控制. 这说明采用的约束非线性模型预测控制器协调了姿态控制和轨道控制需求, 实现了姿轨一体化控制.

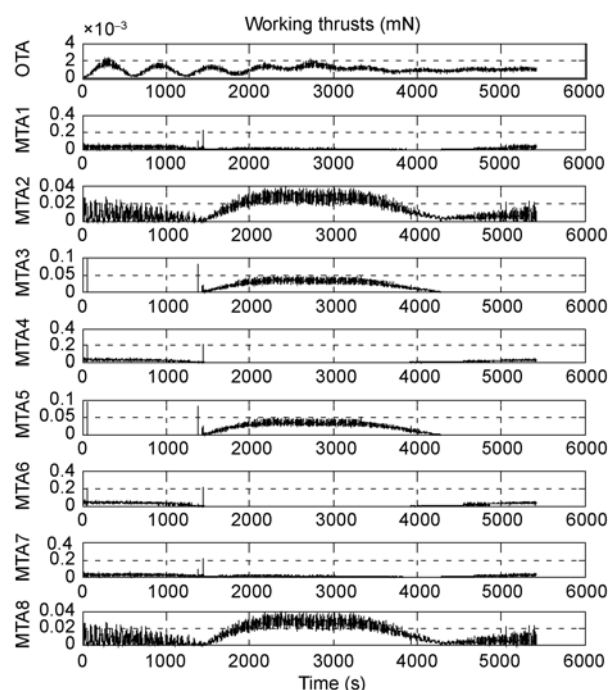


图5 推力器工作推力大小

卫星相对标称状态的位置和角度误差见图6和图7. 可以看出, 基于约束非线性模型预测控制算法成功地实现了内编队系统的姿轨一体化控制, 实现了外卫星相对内卫星的位置和速度、以及外卫星的姿态角和姿态角速度的稳定控制.

由于轨道姿态耦合会导致求解优化问题时得到不可行解, 使得控制器发出的指令超出推进系统能力范围. 而仿真结果证实: 采用一个滤波器将控制器

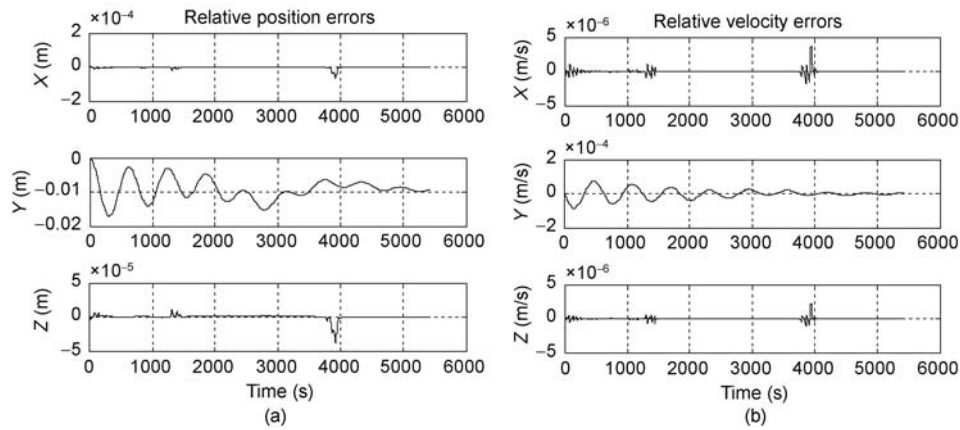


图 6 平动运动残余误差

(a) 相对位置误差; (b) 相对速度误差

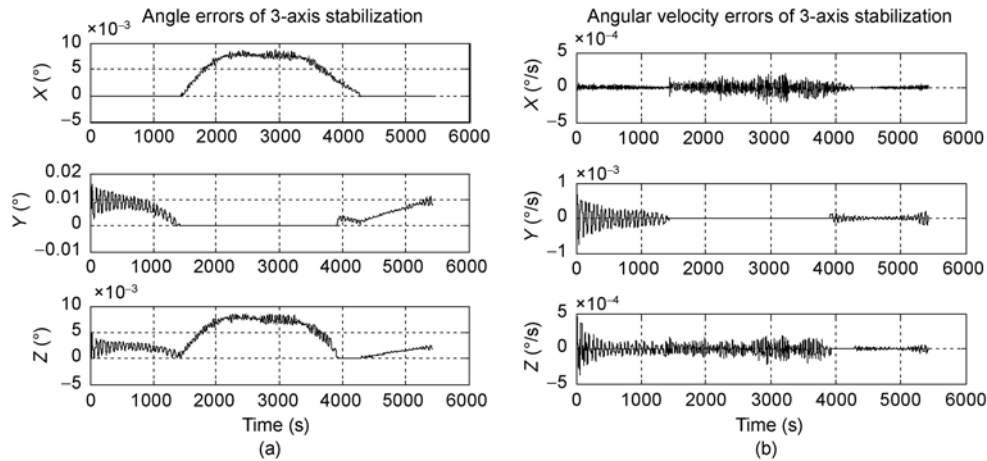


图 7 转动运动残余误差

(a) 姿态误差; (b) 角速度误差

指令限制在推力上限内, 采用理想推力的线性化系统模型可以有效地避免这种状况发生. 控制器根据实时系统调节, 逐步减小指令推力, 在数个仿真步长后返回正常运行模式. 这段时间内的某些状态量会超出均值(如图 6 和 7 中的曲线突起部分)但仍保持在可接受的范围内, 不会令外卫星与内卫星发生碰撞.

在图 6 和 7 中, 所有控制输出都限定在各自的约束范围内. 更长时间的仿真实验表明, 在以后的任务期内, 它们仍将保持在这个误差范围内.

分别进行 1 天和半年时间的控制仿真, 得到卫星轨道高度的变化情况如图 8 给出.

结果表明, 推力不仅修正了相对轨道偏差, 而且保持了轨道高度, 其修正的状态误差包括卫星实际

轨道跟不受环境扰动的标称轨道之间的位置偏差.

经过多次调试发现, 控制频率较高会导致解算优化问题时得到更多的不可行解, 但推力均值较小, 相应地平动和转动误差也较小, 但两者的加速度都较大. 深入分析得出: 一是控制系统及时消除了扰动, 被控系统在扰动和持续控制作用的共同作用下迅速改变状态; 二是预测时间短于仿真步长会引起姿态控制性能降低但部分相对位置控制性能提高, 控制器无法对预测时间之后的系统性能考虑周详.

仿真实验表明: 基于约束非线性模型预测控制算法成功地实现了内编队系统的姿轨一体化控制, 有效地对外卫星相对内卫星的位置和速度、以及外卫星的姿态角和姿态角速度的稳定进行控制.

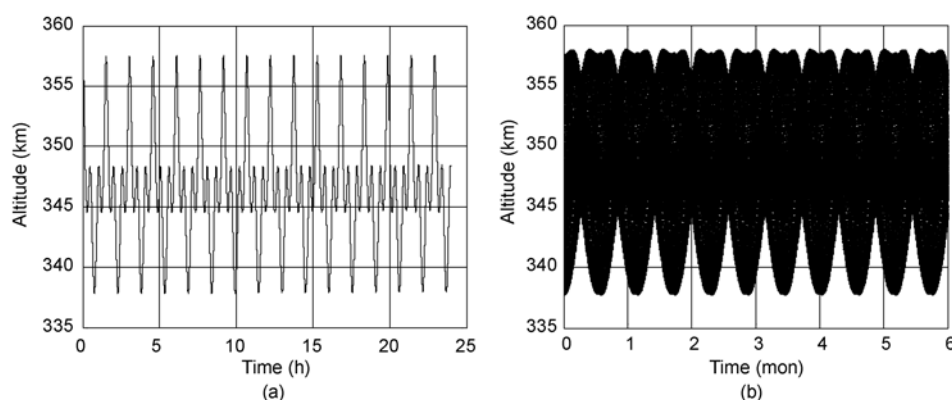


图8 轨道衰减情况

(a) 1天衰减量; (b) 半年衰减量

6 结论

内编队重力场测量系统是我国提出的一种通过纯引力轨道实现高精度重力场测量的方案, 精密轨道确定和内外卫星相对定位是两项关键技术, 要求卫星控制系统提供精密编队飞行和较高的姿态稳定精度. 本文提出的约束非线性模型预测控制算法成功应用于内编队重力场测量系统的控制中, 验证了用推力器组实现姿轨一体化控制.

一是利用模型预测控制善于处理约束的特点, 解决内编队系统在有限推力下使编队运行状态满足测量实验要求的问题. 二是利用二次型规划方法对编队轨道和姿态状态作权衡考量, 解决了用推力器组同时实现轨道和姿态控制的问题. 通过仿真实验可知, 约束非线性模型预测控制方法计算快速, 能克服部分约束条件的非凸性; 推力器布局合理, 推力消耗低, 满足内编队系统任务需求.

参考文献

- 1 宁津生. 卫星重力探测技术与地球重力场研究. 大地测量与地球动力学, 2002, 22(1): 1-5
- 2 孙文科. 低轨道人造卫星(CHAMP, GRACE, GOCE)与高精度地球重力场. 大地测量与地球动力学, 2002, 22(1): 92-100
- 3 Schmitt C, Bauer H. CHAMP attitude and orbit control system. Acta Astron, 2000, 46(2-6): 327-333
- 4 Bock R, Lüth H, Grunwaldt L. CHAMP Scientific Payload and its Contribution to a Stable Attitude Control System. In: AGU Fall Meeting. Potsdam: Geo Forschungs Zentrum, 2000
- 5 Bettadpur S. Gravity Recovery and Climate Experiment, Level-2 Gravity Field Product User Handbook. Austin: Center for Space Research, The University of Texas at Austin, 2003
- 6 Drinkwater M R, Floberghagen R, Haagmans R, et al. GOCE: ESA's first Earth Explorer Core mission. In: Earth Gravity Field from Space0 from Sensors to Earth Sciences. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003, 18: 419-432
- 7 Steiger C, Piñeir J, Emanuelli P P. Operating GOCE, the European Space Agency's Low-flying Gravity Mission. In: SpaceOps 2010 Conference, Delivering on the Dream. Huntsville: AIAA, 2010. 2010-2125
- 8 Wang Z K, Zhang Y L. A Novel Concept of Satellite Gravity Field Measurement System Using Precision Formation Flying Technology. In: 3rd CSA-IAA Conference on Advanced Space Systems and Applications-Satellite Applications and Applied Satellites. Shanghai: IEEE, 2008
- 9 张育林, 曾国强, 王兆魁, 等. 分布式卫星系统理论及应用. 北京: 科学出版社, 2008. 262-264
- 10 Ziegler B, Blanke M. Drag-Free Motion Control of Satellite for High Precision Gravity Field Mapping. In: Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Control Applications. Glasgow: IEEE, 2002. 292-297
- 11 Prieto D, Bona B. A Modern Approach to Drag Attenuation in a H_∞ Robust Orbit Control. In: Proceedings of IEEE International Conference in Information and Communication Technologies. Damascus: IEEE, 2004. 315-316

- 12 Canuto E, Massotti L. All-propulsion design of the drag-free and attitude control of the European satellite GOCE. *Acta Astron*, 2009, 64: 325–344
- 13 Shearer C M, Heise S A. Constrained Model Predictive Control of a Nonlinear Aerospace System. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Collection of Technical Papers*. Boston: AIAA, 1998. 772–785
- 14 Wood M, Chen W H. Regulation of Magnetically Actuated Satellites using Model Predictive Control with Disturbance Modelling. In: *Proceedings of 2008 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, ICNSC*. Sanya: IEEE, 2008. 692–697
- 15 Chen W H. Predictive control of general nonlinear systems using approximation. *IEE Proc Control Theory Appl*, 2004, 151(2): 137–144
- 16 Xu Y J, Tatsch A, Fitz-Coy G N. Chattering Free Sliding Mode Control for a 6 DOF Formation Flying Mission. In: *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. San Francisco: AIAA, 2005. 15–18
- 17 Canuto E, Bona B, Calafiore G, et al. Drag Free Control for the European Satellite GOCE. Part i : Modeling. In: *Proceedings of the 41st IEEE conference on Decision and Control Conference*. Las Vegas: IEEE Control Systems Society, 2002. 1269–1274
- 18 Canuto E, Molano A, Massotti L. Drag-free control of the GOCE satellite: noise and observer design. *IEEE T Contr Sys Tech*, 2010, 18(2): 501–509
- 19 Rock S B, Blandino J J, Demetriou A M. Application of Micronewton Thrusters for Control of Multispacecraft Formations in Earth Orbit. In: *40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*. Fort Lauderdale: AIAA, 2004. 11–14