



评述

万有引力常数 G 的精确测量[†]

涂良成, 黎卿, 邵成刚, 胡忠坤, 罗俊*

华中科技大学物理学院 基本物理量测量教育部重点实验室, 武汉 430074

* 联系人, E-mail: junluo@mail.hust.edu.cn

[†] 聂玉昕常务副主编推荐

收稿日期: 2011-01-24; 接受日期: 2011-2-13; 在线出版日期: 2011-02-17

国家重点基础研究发展计划(编号: 2010CB832801)和国家自然科学基金(批准号: 10927505 和 10805021)资助项目

摘要 万有引力常数 G 是一个与理论物理、天体物理和地球物理等密切相关的物理学基本常数, 它的精确测量在引力实验乃至整个实验物理学中占据着特殊地位. 尽管两个多世纪以来科学家们为此竭尽全力, 但 G 的测量精度仍然是物理学基本常数中最差的. 我们在简要综述万有引力常数 G 的测量历史的基础上, 介绍了目前实验室测量万有引力常数 G 的现状和国际上在这一领域的研究进展.

关键词 万有引力, 引力常数 G , CODATA, 精密扭秤, 扭秤周期法

PACS: 06.20.Jr, 04.80.Cc

1 引言

人类对引力的认识始于对行星运动的观测. 德国天文学家开普勒(Johannes Kepler)根据丹麦天文学家第谷(Tycho Brahe)的大量翔实的观测资料总结出行星运动三大定律, 完美地描述了行星绕太阳运行的运动规律, 却没有指出行星沿椭圆轨道运动的原因. 大约半个世纪以后, 牛顿(Isaac Newton)在此基础上提出了万有引力定律. 此定律不仅对开普勒三定律提供了动力学的解释, 而且指出维系行星沿椭圆轨道运动的力和地球上使苹果落地的力在本质上是相同的. 这种力无处不在, 小到基本粒子大到宇宙天体, 被称之为“万有引力”.

1687 年, 牛顿在《自然哲学的数学原理》(Mathematical Principles of Natural Philosophy)一书中系统地介绍了万有引力定律^[1], 其内容如下: 宇宙间任何

两个质点都存在相互吸引力, 其大小与两质点的质量 m_1, m_2 乘积成正比, 与它们之间距离 r 的平方成反比, 用数学表示为

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}, \quad (1)$$

式中的比例系数 G 称为万有引力常数(Universal Gravitational Constant). 它是一个普适常数, 不受物体的大小、形状、组成等因素的影响. 引力常数 G 是一个与理论物理、天体物理和地球物理等密切相关的物理学基本常数. 它与天体运动、天体演化和结构模型等有着密切的关系^[2]. 在粒子与场论、宇宙学以及引力物理的现代理论研究中, G 都起着非常重要的作用. 譬如描述自然界基本常数体系的 Planck 长度、时间以及质量就是由三个基本物理量 Planck 常数 $\hbar$ 、万有引力常数 G 、以及光速 c 的不同组合给出.

自从牛顿的《自然哲学的数学原理》发表 300

引用格式: 涂良成, 黎卿, 邵成刚, 等. 万有引力常数 G 的精确测量. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 691–705

Tu L C, Li Q, Shao C G, et al. Precise determination of newtonian gravitational constant G (in Chinese). Sci Sin Phys Mech Astron, 2011, 41: 691–705, doi: 10.1360/132011-104

多年以来, 万有引力的理论与实验研究一直是科学界的热点之一^[3~13]. 理论工作者致力于研究引力的本质、起源及其在物理学中所起的作用^[14~22], 试图统一四种基本相互作用. 实验工作者则对该定律提出一系列的问题, 例如: G 的精确值是多大? 它是一个常数还是会随时间和地点而变化? 引力是严格地与距离的平方成反比吗? 它与两物体的组成相关吗? 引力与物体的运动状态有关吗? 等等. 尽管把 G 引入日益增多的物理学和天体物理学讨论中得到的结果会各不相同, 但对 G 进行深入的研究都有助于对引力相互作用性质的认识. 曾任剑桥大学 Cavendish 实验室主任的 Cook 教授甚至提出 G 能否如同国际单位中的光速一样被当作测量系统中的基本常数的问题^[11]. 他还提出若有可能将其定义为基本常数, 那么对 G 的测量精度必须有更高的要求.

2 万有引力常数 G 测量的历史与现状

2.1 测 G 的历史

关于引力研究的早期实验都是采用地球物理方法, 其目的停留在为了测量地球的平均密度上, 但是这种方法所固有的与地质特性相关的误差使其不可能给出较高的精度. 1798 年, Cavendish 在当时的英国皇家学会会刊(哲学)(Philos Trans R Soc London)上发表了题为“地球密度的实验确定”(Experiments to Determine the Density of the Earth)的著名文章^[23]. 他在文章中介绍了如何使用 Michell 制作的扭秤(Torsion Balance)研究实验室内两物体之间的万有引力, 并首次精确地给出地球的密度是水的密度的 5.48 倍这一结论, 后人由此给出该实验对应的 G 值为 $G=(6.67\pm0.07)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 因此, 我们常说 Cavendish 是历史上第一个“称量”了地球质量的人, 他也因此成为历史上第一个测量万有引力常数 G 的科学家.

继 Cavendish 之后, 具有代表性的测 G 工作当属 1895 年 Boys^[24] 的实验, 其原理与 Cavendish 扭秤方法完全相同. 直到 1942 年, 他们的结果才被 Heyl 采用扭秤周期法测量的结果所取代^[25,26]. Heyl 提出的采用扭秤周期法测量万有引力常数 G 的最大优点是对弱力的测量转化为对时间的测量. 由于对时间的精确测量比较容易实现, 因此 Heyl 给出的 G 值具有较高的精度, 可以说他的测量结果的问世标志着 G

绝对值的精确测量的开始. 国际上至今仍有几个小组在采用该方法进行 G 的测量.

20 世纪后半叶, 与科学史上其他时期相比, 人类进行了更多的测量引力常数的研究工作. 科学家们不仅关注引力常数的绝对值, 而且也关注引力常数随时空的变化以及与引力有关的一些反常现象. 20 世纪 80 年代以前的这些实验研究工作已有很多学者做了有益的总结^[27~31].

2.2 测 G 的现状

在 1969 年成立的国际科技数据委员会(Committee on Data for Science and Technology, CODATA)于 1973 年首次发布基本物理化学常数的推荐值中^[32], 万有引力常数 G 的推荐值为 Heyl 等人^[25,26]采用扭秤周期法给出的测量结果: $G=(6.6720\pm0.0041)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 不确定度为 615 ppm(part per million). 在 1986 年 CODATA 第二次调整时^[33], 推荐的 G 值采用的是 Luther 和 Towler^[34]报道的扭秤周期法给出的测量结果. 考虑到在评估该测量的系统误差的难度和有限的测量次数, 将其不确定度从 64 ppm 放大为 128 ppm, 因此推荐值为 $G=(6.67259\pm0.00085)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 1998 年 CODATA 在调整基本常数时收录了他们认为可信的、相对不确定度小于 2×10^{-3} 的 9 个实验值. 鉴于这 9 个 G 值互相之间不吻合, CODATA-98 推荐的 G 值相对不确定度由 1986 年的 128 ppm 增加到 1500 ppm, 并保持中心值不变, 即 $G=(6.673\pm0.010)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ^[35]. 2002 年 CODATA 在调整 G 的推荐值时, 采用了他们认为可信的 8 个实验结果进行加权平均, 给出新一轮的 CODATA 值为^[36] $G=(6.6742\pm0.0010)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 调整后 G 值的不确定度由 1998 年的 1500 ppm 减小到 150 ppm.

在最近一轮的基本物理学常数调整中, CODATA-06 给出的推荐值为^[37]: $G=(6.67428\pm0.00067)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 相对不确定度进一步减小到 100 ppm. CODATA-06 所收录的 G 值如表 1 所示. 与 CODATA-02 比较, 有两个实验结果得到更新, 分别为 HUST-99 实验结果修正了两项系统误差, 使得 G 值变大 360 ppm, 被重新命名为 HUST-05^[38], 该实验结果与推荐值的偏差进一步减小; 另一个是 UZur-02 重新分析了实验数据, 得到的 G 值变大 33 ppm, 相对不确定度减小为 19 ppm, 被重新命名为 UZur-06^[39].

表 1 CODATA-06 收录的测 G 实验结果和 2002, 2006 CODATA 推荐值

Table 1 Summary of the measurements of the Newtonian gravitational constant relevant to the 2006 adjustment together with the 2002 and 2006 CODATA recommended values.

No.	实验者	代号	实验方法	G ($10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$)	u_r (ppm)
	2002 CODATA	CODATA-02 ^[36]		6.6742(10)	150
1	Karagioz et al.	TR&D-96 ^[40]	扭秤周期法	6.6729(5)	75
2	Bagley et al.	LANL-97 ^[41]	扭秤周期法	6.6740(7)	105
3	Gundlach et al.	UWash-00 ^[42]	角加速度法	6.674255(92)	14
4	Quinn et al.	BIMP-01 ^[43]	簧片扭秤补偿法	6.67559(27)	40
5	Kleinevoß et al.	UWup-02 ^[44]	F-P 腔谐振法	6.67422(98)	150
6	Armstrong et al.	MSL-03 ^[45]	扭秤静电补偿法	6.67387(27)	40
7	Hu et al.	HUST-05 ^[38]	扭秤周期法	6.6723(9)	130
8	Schlamming et al.	Uzur-06 ^[39]	天平补偿法	6.67425(12)	19
	2006 CODATA	CODATA-06 ^[37]		6.67428(67)	100

在 2006 年 CODATA 调整后, 我们实验小组报道了采用扭秤周期法测 G 的新结果^[46,47], 给出 $G = (6.67349 \pm 0.00018) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 相对不确定度为 26 ppm, 比 CODATA 2006 推荐值小 118 ppm. 最近, 美国国家标准局和科罗拉多大学联合实验室(JILA)报道了他们采用激光干涉测量双单摆间距变化的方法(类似于德国伍珀塔尔大学 UWup-99 中采用的方法)得到的测量结果^[48]: $G = (6.67234 \pm 0.00014) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 相对不确定度为 21 ppm. 该测量结果与 CODATA 1986 推荐值非常吻合, 但是比 CODATA 2006 推荐值小 290 ppm.

尽管各个实验小组相继给出相对精度较高的测 G 实验结果, 但是它们之间的吻合程度仍然较差. 图 1 给出了相对精度小于 50 ppm 的 6 个实验结果. 可

以看出, 尽管这 6 个实验结果各自宣称的实验精度都很高, 但是最大(BIMP-01)和最小(JILA-10)的实验结果中心值的差别超过 480 ppm. 因此, 进一步提高实验测量精度, 寻找未被认识的系统误差, 和寻找新途径是测量万有引力常数 G 的发展趋势.

2.3 测 G 的困难

在过去的 200 多年中, 人们在万有引力常数 G 的测量过程中付出了极大的努力, 但引力常数 G 测量精度的提高却非常缓慢, 几乎是每一个世纪才提高一个数量级. 这一领域的研究进展之所以如此缓慢, 其原因是众所周知的. 首先, 万有引力是自然界四种基本相互作用力中最微弱的. 例如, 一个电子与一个质子之间的电磁相互作用约是它们之间的万有引力相互作用的 10^{39} 倍. 微弱的引力信号极易被其他干扰信号所湮没, 因此在实验中必须克服电磁力、地面振动、温度变化等因素对实验的干扰, 测量必须在一些采取特别措施的实验室进行. 其次, 万有引力是不可屏蔽的, 因此检验质量必然会受到除了实验专门设置的吸引质量以外的其他物体的引力干扰, 比如实验仪器、实验背景质量、实验人员等. 另外, 移动的质量体, 如实验室附近驶过的车辆以及行人都会给实验带来引力扰动. 即使在十分偏僻安静的实验室, 云层气压、雨雪等天气的变化等都会干扰测量结果. 第三, 到目前为止, 还没发现 G 与任何其他基本常数之间存在确定的联系, 因此不可能用其他基本常数来间接确定 G 值, 只能根据牛顿万有引力定律. 第四, 实验精度受到了测量仪器精度的限制. 目前 G 的测量精度基本上代表了现有机加工与测量的水平. 最后, 用于探测微弱引力的工具, 如各种形式的扭秤

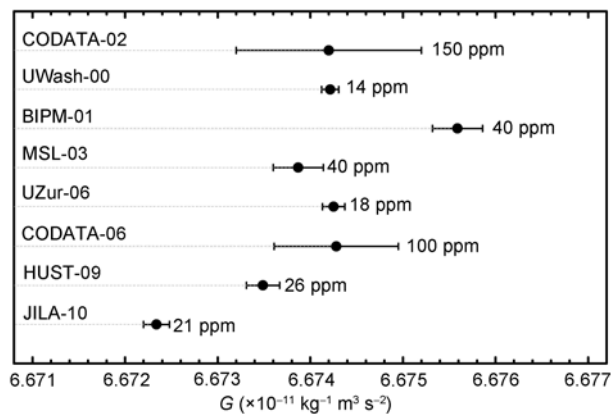


图 1 目前相对不确定度小于 50 ppm 的六个实验结果和 CODATA-02, CODATA-06 推荐值

Figure 1 Current measurements of the Newtonian gravitational constant with relative uncertainty within 50 ppm and the 2002 and 2006 CODATA recommended values.

和天平等, 存在各种寄生耦合效应和系统误差, 最终限制了测量精度的提高。

3 实验室测量万有引力常数 G

3.1 测 G 方法概述

万有引力常数 G 的测量大致可分为地球物理学方法测量、空间测量、实验室内测量等三大类。地球物理学方法测量 G 是利用大的自然物体(如形状规则的山体、矿井和湖泊等)作为吸引质量^[12,13]。该方法的主要优点是作为吸引质量的自然物体很大, 引力效应明显。但由于吸引质量的尺度、密度及其分布等都不能精确测量, 所以实验的精度比较低。随着航天技术的发展, 人们期望在太空开展测 G 实验^[49~53]。空间测量方法可以避免地面实验室中遇到的两大难题: 一个是地面实验环境中的附加背景引力场作用, 另一个是地面振动噪声的干扰, 但就目前的情况来看, 空间测量 G 的方法面临着很多新的技术难题, 仍在探索之中。

实验室内测量万有引力常数 G 的常用工具是精密扭秤和天平。与地球物理学方法相比, 精密扭秤的最大优点是将待测的检验质量与吸引质量之间的万有引力相互作用置于与地球重力场方向正交的水平面内, 这样就在实验设计上极大地减少了重力及其波动的影响^[54]。天平可以绕刀口在垂直面内上下倾斜以探测垂直方向的引力作用^[55~57]。常用的测量方法有: 直接倾斜法、补偿法、共振法、周期法和自由落体法等, 下节简单介绍这几种在实验室内测 G 的方法。

3.2 扭秤周期法

一个自由悬挂的扭秤, 其运动方程可以写成谐振子的形式:

$$I\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} + K\theta = 0, \quad (2)$$

其中 I 为扭秤的转动惯量, γ 为阻尼系数, K 为扭丝的扭转弹性系数。扭秤的本征频率为

$$\omega_0^2 = \frac{K}{I}. \quad (3)$$

如果在扭秤附近放置大的吸引质量, 如图 2(a)所示, 当吸引质量 M_a, M_b 的连线与扭秤平衡位置平行时(近程配置), 吸引质量对检验质量的吸引力为扭秤

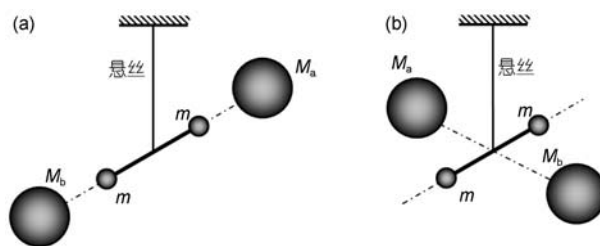


图 2 扭秤周期法测 G 原理图

(a) 近程配置产生引力正回复力; (b) 远程配置产生引力负回复力
Figure 2 Schematic diagram of measuring G with the time-of-swing method. (a) Gravitation produces a positive restoring force in the near configuration; (b) gravitation produces a negative restoring force in the far configuration.

系统提供附加的正回复力矩, 使得总回复力矩增大, 其振动频率变为

$$\omega_n^2 = \frac{K_n + GC_{gn}}{I}, \quad (4)$$

其中下标 n 表示近程配置, K_n 为悬丝在此配置下的弹性系数, C_{gn} 为由吸引质量与检验质量的质量分布决定的引力耦合常数, I 为扭秤的转动惯量。如图 2(b)所示, 当吸引质量 M_a, M_b 的连线与扭秤平衡位置垂直时(远程配置), 吸引质量对检验质量的吸引力为扭秤系统提供附加的负回复力矩, 使得总回复力矩减小, 其振动频率变为

$$\omega_f^2 = \frac{K_f + GC_{gf}}{I}, \quad (5)$$

下标 f 表示远程配置。通过测量两种配置下扭秤的周期而确定 G 值:

$$G = \frac{I\Delta(\omega^2) - \Delta K}{\Delta C_g}, \quad (6)$$

其中 $\Delta(\omega^2) = \omega_n^2 - \omega_f^2$, $\Delta C_g = C_{gn} - C_{gf}$, $\Delta K = K_n - K_f$, 为扭丝的滞弹性效应^[58]。

扭秤周期法测 G 是 1931 年由 Heyl 提出^[25], 并和他的同事发展起来的。1942 年 Heyl 等人^[26]采用扭秤周期法测量的 G 值被国际科技数据委员会作为 CODATA-73 中 G 值的首次推荐值。在随后 CODATA-86 调整时, Cohen 和 Taylor^[33]采用扭秤周期法的测量精度进一步提高, 因此作为新一轮 G 值的推荐值。近三次 CODATA 收录的 LANL-97, TR&D-98(TR&D-96)和 HUST-99(HUST-05)都是采用扭秤周期法。

扭秤周期法是一种动态测量方法, 利用了扭秤

灵敏度高的优点, 而且将一些较难测量的物理量(如几何量角位移 θ)转化为其他相对较为容易测量的物理量(如时间), 可以获得较高的测量精度. 扭秤周期法中的几何参量, 如转动惯量 I 、引力耦合常数 C_g 的测量并不涉及扭秤的运动, 测量起来相对容易和方便. 与其他利用扭秤的实验方法相比(如直接倾斜法), 周期法对扭秤平衡位置的漂移不是十分敏感. 扭秤周期法实际上利用了“差分”的原理, 所有在近远程配置中相同(或者变化规律相同)的参量对实验结果的影响均被抵消.

当然, 扭秤周期法也存在一些困难. 高灵敏度扭秤的周期一般较长, 因而所需测量时间也较长, 从而对外界环境的稳定性提出了更高的要求. 扭秤要达到一个较稳定的状态需要很长的时间, 必须测量较长时间间隔内扭秤的运动状况方能给出精确的频率差. 而在长时间的测量过程中, 背景环境的变化(如温度)可能就会比较大, 这不可避免地会对实验产生影响.

此外, 扭秤周期法对扭丝是极其依赖的. 对所选用悬丝(金属丝或石英丝)的各种特性深入的研究在扭秤周期法实验中占据着重要的地位. 在我们采用扭秤周期法测 G 的最新实验中^[46,47], 对扭丝的热弹性^[59,60]、非线性^[61,62]、滞弹性^[58]、老化等效应以及扭秤周期高精度提取方法^[63-66]进行了深入的分析与研究. 尤其是在实验中我们利用一根 Q 值为 3.6×10^5 的石英丝首次直接对滞弹性效应进行了测量^[58], 测量结果与 1995 年 Kuroda 给出的滞弹性假设(滞弹性效应对 G 值的修正量为 $1/\pi Q$)在误差范围内吻合^[67].

我们实验小组采用扭秤周期法测量的实验结果 HUST-99(HUST-05)被近三次 CODATA 收录. 我们最新的测 G 实验^[46,47]给出的 G 值为 $G = (6.67349 \pm 0.00018) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 相对不确定度达到 26 ppm. 该结果是国际上采用扭秤周期法测 G 给出的精度最高的实验结果, 也是目前国际上相对精度优于 50 ppm 的六个实验结果之一.

3.3 扭秤角加速度补偿法

扭秤角加速度补偿法测量万有引力常数 G 的基本原理如图 3 所示. 让作为检验质量的扭秤处在一个球状吸引质量的多极引力场中, 其角加速度可表示为^[42]

$$\alpha(\phi) = -\frac{4\pi G}{I} \sum_{l=2}^{\infty} \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{+l} m q_{lm} Q_{lm} e^{im\phi}, \quad (7)$$

其中 q_{lm} 为扭秤的多极矩, Q_{lm} 为吸引质量球的多极矩, I 为扭秤的转动惯量, ϕ 为吸引质量与扭秤之间相对位置的相位差.

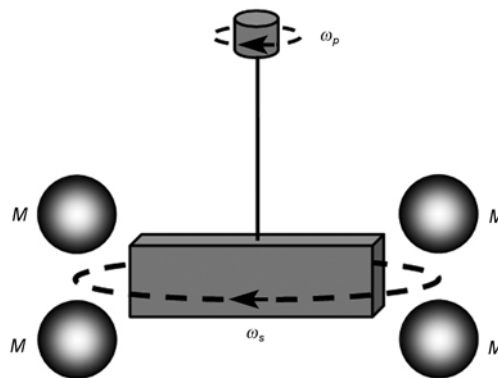


图 3 扭秤角加速度补偿法测 G 原理图

Figure 3 Schematic diagram of measuring G with the angular acceleration feedback method.

在公式(7)中, 由于高阶项衰减很快, 角加速度效应最大的项为

$$\alpha_{22}(\phi) = -\frac{16\pi}{5} G \frac{q_{22}}{I} Q_{22} \sin(2\phi), \quad (8)$$

扭秤的多极矩与转动惯量之间满足如下关系:

$$\frac{q_{22}}{I} = \frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} \sqrt{\frac{15}{32\pi}}, \quad (9)$$

其中 w, t 为扭秤的宽度和厚度. 当扭秤是一个理想的上下对称的薄二维平板时, (9)式可近似表示为

$$\frac{q_{22}}{I} \approx \sqrt{\frac{15}{32\pi}}, \quad (10)$$

因此:

$$\alpha(\phi) \approx \alpha_{22}(\phi) = -\sqrt{\frac{24\pi}{5}} G Q_{22} \sin(2\phi). \quad (11)$$

若将扭秤与吸引质量分别置于两个独立的转台上旋转起来, 让扭秤获得一个惯性力矩 $I\beta$ (β 为扭秤转台转动的加速度)和引力力矩 $\tau = GC_g$, 此时扭秤的运动方程变为

$$I\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} + K\theta = \tau(\omega_s t - \omega_p t) - I\beta, \quad (12)$$

其中 ω_s, ω_p 分别为吸引质量回转台和扭秤回转台的角速度. 通过调整两个转台的转动速度, 使扭秤受到的惯性力矩补偿吸引质量对扭秤产生的引力力矩, 让扭秤始终处于其平衡位置不动, 此时有 $I\beta = GC_g$.

通过记录扭秤转动的加速度, 并计算扭秤的转动惯量 I , 以及与吸引质量之间的引力耦合系数 C_g , 就可以给出 G 值.

1969 年, Rose 等人^[68]提出扭秤角加速度补偿法测 G 实验方法, 并采用该方法进行了初步实验. 考虑各种误差因素以后, 他们得到的结果为 $G=(6.674 \pm 0.012) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 他们同时指出一系列的改进措施, 并声称该方法有可能将实验精度进一步提高两个数量级. 由于该方法中系统的复杂性, 在此后的相当长时间内国际上没有人继续采用该方法进行测 G 实验. 直到 20 世纪末, 美国华盛顿大学的 Gundlach 等人^[69,70]改进了扭秤角加速度补偿法, 提出将吸引质量放置到另一个转台上也转动起来, 并实现两个转台的高精度跟踪, 这样做的优点是能够有效减小实验环境背景引力场的影响. 通过对实验系统的进一步优化设计, 2000 年 Gundlach 和 Merkowitz 给出的实验结果为^[42](Uwash-00) $G=(6.674255 \pm 0.000092) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 相对不确定度优于 14 ppm, 该结果是当前国际上报道的最高精度的测 G 结果.

扭秤角加速度补偿法中通过采用一系列的优化配置(主要是对称性), 可以极大降低对扭秤几何尺寸和密度均匀性的测量要求. 与扭秤周期法相比, 该方法中的悬丝相对于检验质量不扭转, 因此实验结果对悬丝的依赖程度有所降低, 尤其是周期法中不可避免的滞弹性效应得到很大程度的抑制^[58]. 实验的测量量是角加速度 α_{22} , 由其他原因引起的恒定角位

移或角速度对结果就不会有影响, 特别是悬丝的蠕变, 其影响可以忽略. 由于引力力矩非常小, 由此引起的角加速度也非常小, 这意味着角速度的变化非常缓慢, 因此测量精度可以很高. 实验不需要长时间的测量便可获得一个好的测量结果, 测量时间要比周期法短很多. 实验中由于吸引质量也是在旋转的, 这样背景引力场就自然地平均掉, 对实验结果的影响很小.

扭秤角加速度补偿法的缺点是实验系统非常复杂, 需要配置高精度的转台, 通过对系统的闭环控制实现扭秤相对转台保持相对静止. 实验中, 回转台的转速稳定性需要达到 10^{-7} rad/s 量级, 两回转台的角加速度差稳定性需要达到 10^{-12} rad/s^2 量级, 这对回转台自身提出了很高的要求. 同时, 外界环境的干扰, 如温度、压力、磁场和振动等等, 仍然都会对实验结果有影响.

3.4 扭秤直接倾斜/补偿法

扭秤倾斜法测 G 实验的一般装置如图 4(a)所示. 在扭秤的扭臂两端悬挂着质量均为 m 的检验质量, 扭臂用悬丝悬挂. 在距离检验质量 r 的水平位置上, 放置两个较大的吸引质量 M . 由于吸引质量的引力作用, 扭秤的平衡位置将产生一个 θ 的偏转角, 此时扭丝的回弹力矩与引力矩平衡, 通过对 θ 角以及扭秤系统有关参量的测量便可计算出引力常数 G :

$$G = \frac{2\pi I r^2}{T^2 b m M} \theta, \quad (13)$$

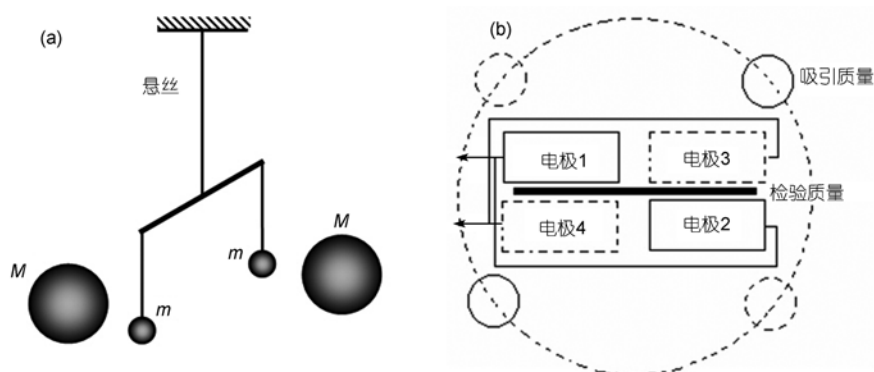


图 4 扭秤直接倾斜法测 G 原理图

(a) 扭秤直接倾斜法原理图; (b) Fitzgerald 等人的扭秤静电补偿法测 G 示意图^[71](俯视)

Figure 4 Schematic diagram of measuring G with the static deflection of the torsion balance. (a) Schematic diagram of measuring G with the static deflection of the torsion balance; (b) experimental setup of measuring G with the electrostatic compensation method used by Fitzgerald et al. [71] (top view).

其中 I 是扭秤的转动惯量, T 是扭秤的摆动周期, b 是扭秤的半臂长.

在直接倾斜法实验中, 要求对 θ 角进行绝对测量, 由 θ 角的误差引起的 G 的测量误差为

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta \theta}{\theta}. \quad (14)$$

吸引质量和检验质量中心的距离 r 引起的 G 值的测量误差为

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{2\Delta r}{r}. \quad (15)$$

r 的值是通过 θ 角的测量得到的, 因此 θ 角的误差就传递到了 r 上, 而且还放大了 2 倍. θ 角本身就很小 (mrad 量级), 而且不可能测得很准, $\Delta\theta$ 就会偏大, 所以带来的误差很大. 如果想增大 θ 角, 唯有增大吸引质量, 但是使用大的吸引质量又会影响整个装置的稳定性, 如使装置倾斜, 带来其他的误差. 此外, 引力力矩的测量是通过测量与之平衡的扭丝的扭转力矩来实现的, 因此扭转力矩的稳定性相当重要. 扭转力矩对温度变化很敏感, 而且扭丝材料本身的缺陷也会使扭丝运动不规则, 还有扭丝本身的非线性、热弹性和老化等效应也会产生误差. 除扭丝自身因素影响之外, 周围环境物体的变化都会造成其平衡位置的漂移.

静电补偿法的原理与直接倾斜法类似, 所不同的是使用了额外的静电力矩补偿了引力力矩, 使扭丝保持原来的静止状态. 将直接倾斜法中角位移的直接测量转换为电信号的测量, 测量就相对容易一些. 由于扭丝只起到悬挂检验质量的作用, 并没有参与测量, 所以扭丝的非线性等因素不会影响到实验结果. 由于静电补偿法仍然是静态的方法, 即使引力力矩被静电力矩平衡了, 受外界干扰扭秤也不可能完全静止. 此外, 理想平行板电容的计算很简单, 而实际电容的计算则相当复杂, 特别是边界效应的影响.

继 Cavendish 之后, 很多实验物理学家均采用扭秤倾斜法进行 G 的测量. 新西兰国家标准实验室的 Fitzgerald 和 Armstrong^[71] 自 1995 年开始使用静电补偿法来测 G , 实验原理如图 4(b) 所示. 通过吸引质量产生的引力力矩和伺服反馈电压产生的力矩平衡, 他们 1995 年公布的实验结果为 $G=(6.6656\pm0.0006)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 1999 年, 他们公布的改进实验结果为^[72] $(\text{MSL-99})G=(6.6742\pm0.0007)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

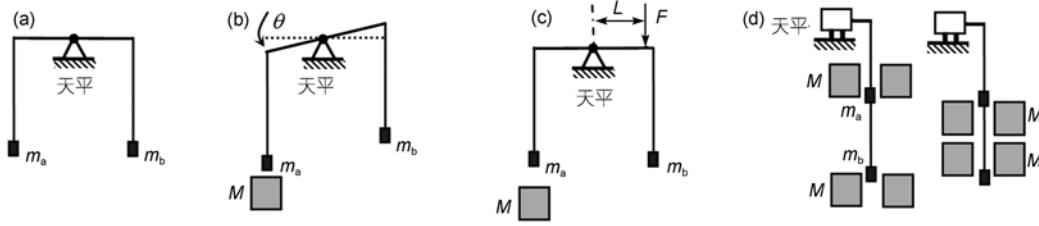
此后的进一步改进实验给出^[45] $(\text{MSL-03})G=(6.67387\pm0.00027)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 相对不确定度达到 40 ppm. De Boer^[9] 在 1987 年尝试着用水银的浮力来支撑检验质量, 并且利用静电补偿平衡引力矩, 得到的 G 值为 $G=(6.667\pm0.005)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 1995 年, Michaelis 等人^[73] 用原理基本相同的方法重新测量了万有引力常数, 得到的结果为 $(\text{PTB-95})G=(6.71540\pm0.00056)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 该结果比后来其他实验结果均偏大很多, 而且在他们的后期研究中也发现该实验中存在无法确定的系统误差^[74], 因此在 CODATA-02 基本物理常数调整时, 该结果没有被采纳.

3.5 天平直接倾斜/补偿法

精密天平可以绕着刀口在垂直面内上下倾斜, 该特点被用来探测垂直方向的微小引力作用. 天平直接倾斜法就是通过测量检验质量受到吸引质量引力作用时天平平衡位置的改变来计算 G 值. 其基本原理如图 5 所示, 检验质量 m_a , m_b 悬挂在天平两端, 此时有一个平衡位置. 当在 m_a 下方放置一个大质量的吸引质量 M 时, 由于 M 对 m_a 的吸引作用, 天平将发生倾斜, 如图 5(b) 所示. 当天平的回复力矩与引力力矩相互平衡时, 天平在某一倾角 θ 下重新平衡. 实验中对天平回复系数定标, 测出 θ 角便可测出 G 值. 实际上, 为了充分利用天平的灵敏度, 可以用一个易于标定的外力 F (如电磁力) 去补偿待测引力, 从而保持天平的平衡位置不发生改变, 这就是所谓天平补偿法, 如图 5(c) 所示. 此时可依据力矩平衡条件计算出由 M 产生的万有引力, 从而给出 G 值.

天平测量的是竖直方向的力, 对比扭秤, 外部水平方向的背景引力场的变化对测量结果的影响比较小, 除非质量很大的物体距离天平很近, 其他引力效应都是可以忽略的. 利用天平测量可以使用较大的吸引质量, 增大引力效应. 对于一个半径为 R 、质量为 M 的物体, 当密度一定时, R 正比于 $M^{1/3}$, 而在保持待测引力一定时, 吸引质量与检验质量的间距 D 正比于 $M^{1/2}$, 即 R/D 正比于 $M^{-1/6}$. 由此可见, 质量越大则物体越近似于点质量, 这样吸引质量的密度不均匀对实验的影响比其他实验小.

天平最大的缺陷是其灵敏度没有扭秤高, 其品质因素 Q 一般不会超过 100, 而扭秤的品质因素做到几千是很容易的. 实验中为了减少测量时间, 往往还

图5 天平直接倾斜/补偿法测 G 原理图

(a) 平衡的天平($m_a = m_b$); (b) 吸引质量 M 使天平倾斜(天平直接倾斜法); (c) 外力 F 和吸引质量 M 使天平平衡(天平补偿法); (d) Nolting 等人^[75]实验示意图

Figure 5 Schematic diagram of measuring G with the static deflection/dynamic compensation of the balance. (a) The balance at its equilibrium position($m_a = m_b$); (b) the balance is inclined due to the gravitation of Source Mass M (static deflection method); (c) external force F compensated the gravitation of Source Mass M (dynamic compensation method); (d) experimental setup used by Nolting et al. [75].

使用电磁阻尼, 这使得系统的 Q 值进一步减小。其次, 温度波动会影响天平的臂长变化, 从而影响测量精度, 这对环境温度控制提出了极其苛刻的要求。地倾斜是影响测量精度的另一个重要原因。地倾斜可由自然因素(潮汐作用或其他地质因素)造成; 也可由人为因素造成, 如移动吸引质量时引起的地倾斜。为减小这种误差, 在实验中通常采取改变检验质量与吸引质量的相对位置, 比较不同位置时吸引质量作用在检验质量上的引力方向的变化来消除吸引质量对地面倾斜的影响。在无人为因素影响的安静条件下, 地倾斜可达 10^{-7} rad。其他诸如振动、电磁场、空气等因素造成的误差都必须想办法尽量减小。

1999 年苏黎士大学的 Nolting 等人^[75]的天平测 G 实验很有代表性。他们使用的是改进后的 Mettler-Toledo 天平, 原理如图 5(d)所示。两个吸引质量由机械传动装置控制, 可沿相反方向运动, 即可分别处于图中的两种状态。两个检验质量 m_a , m_b 独立悬挂, 利用液压传动装置可使它们交替悬挂到天平托盘上, 在两种状态下分别测出吸引质量对它们的作用力。Nolting 等人得到初步实验结果为(Uzur-99) $G = (6.6749 \pm 0.0014) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ 。2002 年同一小组的 Schlamminger 等人^[76]改进了该实验, 主要是让待测力的方向平行于当地重力加速度, 并且增大了吸引质量来增加引力效应, 得到改进的实验结果为(Uzur-02) $G = (6.67407 \pm 0.00022) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ 。此后, 他们采用改进的分析方法重新处理实验数据^[39], 给出(Uzur-06) $G = (6.67425 \pm 0.00012) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ 。

3.6 机械共振法

在通常的静态和动态测量时, 作用于检验质量

上的引力信号很小。机械共振法测量引力常数 G 的基本思想就是给振子施加一个周期性的万有引力使扭秤共振, 从而放大扭秤对待测引力相互作用的响应。如图 6 所示, 当扭秤受到正弦引力矩 $\tau \sin \omega t$ 的作用时, 其运动方程变为

$$I\ddot{\theta} + 2\gamma\dot{\theta} + K\theta = \tau \sin \omega t. \quad (16)$$

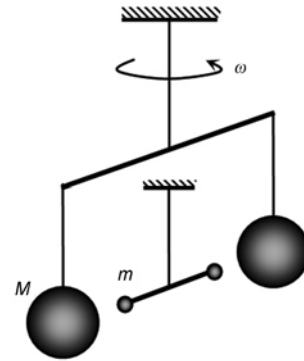
图6 机械共振法测 G 原理图

Figure 6 Schematic diagram of measuring G with mechanical resonance of the torsion balance.

当引力力矩变化的频率 ω 与扭秤振动的本征频率 ω_0 有如下关系时:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - 2\frac{\gamma^2}{I^2}, \quad (17)$$

系统就会发生共振, 共振的幅度 A 为

$$A = \frac{\tau}{2\gamma \left(\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{I^2} \right)^{\frac{1}{2}}}. \quad (18)$$

利用 $\omega_0 = k/I$, $\gamma = 2I\omega_0/Q$ 和 $\omega_0 \gg \gamma/I$, 代入上式可以得到

$$A = \frac{QA_0}{4}, \quad (19)$$

这里 Q 是机械品质因子, A_0 为通常情况下扭秤的振幅. 扭秤运动的稳态解中其振幅最大值可达到 $QA_0/4$, 即采用共振法可将扭秤对引力的响应放大 $Q/4$ 倍. 扭秤品质因数若为 10^3 (一般扭秤即可达到), 则振幅可放大 250 倍.

共振法品质因数 Q 很高, 所以扭秤频率响应的带宽很窄, 这意味着带宽以外的噪声对实验的影响就会很小. 此方法可以使用较小的引力质量来得到较大的信号响应, 这样不仅可以减小吸引质量的体积, 还可以使用密度较小但很均匀(如石英晶体等)的物体充当吸引质量, 从而减小密度测量误差. 共振法的另一个优点是因为扭秤有着较高的 Q 值, 所以对远离共振频率的噪声具有抑制作用. 共振法的缺点也非常明显: 当吸引质量绕检验质量运动时, 检验质量也在运动, 因而它们之间的引力相互作用出现非正弦项. 回转台的几何不对称性与密度分布不均匀性、以及回转台的振动及其对环境的温度、电磁扰动都是与待测引力信号同频率的效应, 它们都会限制共振法的精度.

共振法的关键是产生共振驱动力, 通常有三种配置方式: 双扭秤配置(此处利用其中一个扭秤的周期振荡给另外一个扭秤施加周期性力矩, 如图 6 所示)、双吸引质量绕扭秤旋转和单吸引质量绕扭秤旋转. 1933 年 Zahradnicek^[77] 采用双扭秤共振法测得 G 值, 1971 年 Facy 和 Pontikis^[78] 使用双吸引质量共振法测量了引力常数值, 1989 年陈应天等人^[79] 采用单吸引质量绕扭秤旋转配置测量了引力常数.

3.7 双单摆 F-P 干涉仪法

前面几种测 G 方法都是通过测量检验质量在待测引力作用下平衡位置的改变来测量引力相互作用, 其中一个较大的困难便是精确测量位移的问题. 1991 年, Schurr 等人^[80] 提出用 Fabry-Perot 法来测量由引力引起的位移变化, 他们使用的仪器是双单摆. 双单摆法的基本原理如图 7 所示: 两个相距一定间距的镀金凹面镜 m_1, m_2 作为检验质量, 悬挂于两根等长 l 的悬线上构成双单摆 F-P 干涉腔, 吸引质量 M 与 F-P 干涉仪在同一水平直线上. 若两单摆初始间距为 b_0 , 放置吸引质量后其间距变为 b , 变化量 $\Delta b = b - b_0$. 由于两检验质量与吸引质量之间的距离 r_1, r_2 不同, 所以它

们受到的引力大小也不同, 因而 F-P 腔的腔长 Δb 就会发生变化. 通过测量 F-P 腔内微波共振频率的改变便可得到腔长的改变量, 从而确定引力相互作用的大小:

$$G = \frac{\Delta b}{l \left(\frac{\iint \frac{1}{r_2^2} dM dm_2}{m_2 g} - \frac{\iint \frac{1}{r_1^2} dM dm_1}{m_1 g} \right)}. \quad (20)$$

这个实验的核心部分是由 F-P 干涉仪构成的双单摆. 微波在单摆之间的谐振腔内震荡, 就可以精确地测量两个单摆之间的距离. 单摆的表面为球面, 即使单摆有所倾斜, 其会聚作用使得振荡频率仍保持稳定.

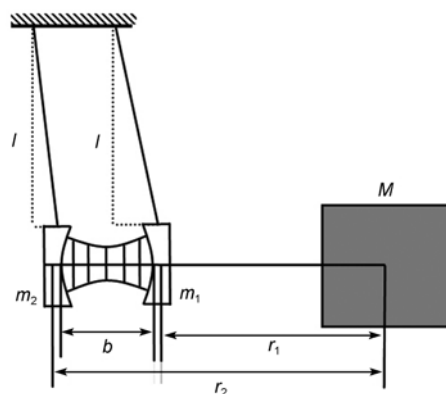


图 7 双单摆干涉法测 G 原理图

Figure 7 Schematic diagram of measuring G with a Fabry-Perot interferometer sensing the spacing between two single pendulums.

双单摆 F-P 干涉法, 利用 F-P 腔共振频率测量的高灵敏度特性, 可以将由引力作用引起的单摆平衡位置的改变测量得非常精确. 在该方法中, F-P 腔腔长变化的测量精度决定了 G 的测量精度. 两个自由单摆构成的 F-P 腔由于差动效应可有效降低地倾斜的影响. 由于单摆的位移是通过微波共振法进行测量, 因而在实验中存在波导管与 F-P 腔的优化耦合问题, 即在机械设计时要保证波导管与反射镜既没有直接接触或其他相互作用, 又能在微波能量传输时损失最小.

Schurr 等人^[80] 利用这种方法测量了引力常数 G , 测得的结果为 $G = (6.66 \pm 0.06) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 随后, 该小组对实验装置进行了改进, 包括增加了单摆的等效摆长, 并采用两个 576 kg 吸引质量(原来是一个

125 kg 的吸引质量)分别放在单摆两边, 同时考虑了环境温度、单摆振动的阻尼等效应, 提高探测微波的频率等, 测得^[81](UWup-99): $G=(6.6735\pm0.0029)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 在后来的进一步改进中, 增加了吸引质量精确定位控制系统, 环境温度控制, 修正了源于吸引质量移动引起的地表形变的影响, 最终给出^[44]: $G=(6.67422\pm0.00098)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 2010 年美国国家标准局和科罗拉多大学联合实验室 (JILA)Faller 小组报道了他们采用该方法得到的测量结果为^[48]: $G=(6.67234\pm0.00014)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 相对不确定度为 21 ppm. 这两个小组的测量结果中心值差别为 282 ppm, 主要原因可能是两种不同干涉仪的系统误差以及吸引质量的尺寸测量与定位精度等.

3.8 自由落体法

利用自由落体法测 G 的基本原理如图 8(a)所示: 在检验质量上方放一质量为 M 的吸引质量, 让检验质量在吸引质量产生的引力场中进行自由落体运动, 其加速度变为 $(g-a)$, 作点质量简化计算, 得到:

$$a = \frac{GM}{r^2}. \quad (21)$$

如图 8(b)所示, 当在检验质量的下方放置吸引质量, 检验质量的加速度就为 $(g+a)$. 减去 $(g-a)$ 就可以消掉地球重力加速度的影响, 外界其他因素的影响也同时被消除掉, 这样 G 值就可以较准确地测量.

自由落体实验的原理与扭秤实验有着很大的区别, 检验质量在实验过程中是自由的, 没有与其他任

何物体接触, 所以自由落体实验的误差源就与扭秤实验完全不同. 其误差主要来源于机械测量(如检验质量和吸引质量的位置、尺寸等)和统计误差. 检验质量虽然自由, 但要测量约 10^{-7} 量级的加速度, 对其位置测量(包括初始位置和运动过程中的位置测量)的要求相对于扭秤实验提高了很多, 这是该实验方法的核心内容. 还有, 该方法对整个系统的稳定性和实验操作可重复性的要求也非常高, 因此统计误差也就相对较大.

最近有三个小组采用该方法进行了 G 的测量. 美国的 Faller 小组利用 FG-5 绝对重力仪测量质量为 500 kg 的钨环对局部重力场的改变, 确定的 G 值为 $G=(6.6873\pm0.0094)\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ^[82,83]. FG-5 自由下落的是有限大小的角锥棱镜, 尽管是自由的但仍不是理想的检验质量. 中性原子是更为理想的检验质量, 但由于存在布朗热运动因此限制了实验精度. 随着激光冷却原子技术的发展, 人们可以测量微观原子的自由下落运动来确定其重力加速度. 斯坦福大学的 Kasevich 小组^[84]利用两个原子干涉重力仪测量 500 kg 铅产生的引力, 2007 年给出 $G=(6.693\pm0.027_{\text{std}}\pm0.021_{\text{sys}})\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 意大利的佛罗伦萨大学的 Tino 小组^[85]也采用干涉重力仪测量了 516 kg 钨产生的引力, 2008 年给出 $G=(6.667\pm0.011_{\text{std}}\pm0.003_{\text{sys}})\times10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. 这三个采用自由落体测 G 的实验结果相对精度均较低, 并且其中心值与 CODATA-06 偏差都在 1000 ppm 以上.

4 G 随时间-空间的变化

近代许多引力理论都在不同程度上预言了引力常数的非恒量性. 自 Dirac 提出“大数假说”(Large Number Hypothesis)后^[86-89], 有关引力和宇宙大尺度结构等问题的研究引起了广泛的关注, 人们在理论和实验两方面都进行了许多探讨工作. 在由 Brans-Dicke 建立的标量-张量引力理论中^[90], 引力常数被认为是由一个标量场的平均值的倒数所决定, 而标量场又是与宇宙的质量密度相关的. 诸多理论模型在研究大统一理论时指出, 原来一直认为是“常数”的某些基本物理常数(比如万有引力常数 G , 精细结构常数 α , 以及电子-质子的质量比 m_e/m_p , 等等)如果不是真正的常数, 将有助于四种基本相互作用“大统一”理论框架的形成^[91-94].

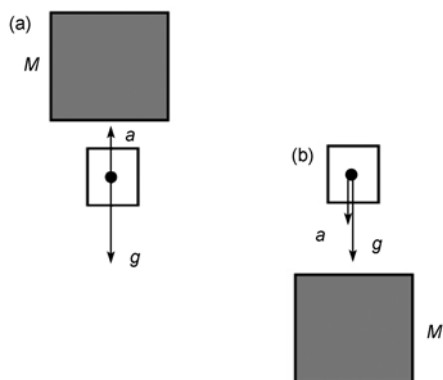


图 8 自由落体法测 G 原理图

(a) 吸引质量在检验质量上方; (b) 吸引质量在检验质量下方

Figure 8 Schematic diagram of measuring G with the free falling method. (a) Source mass located upside test mass; (b) source mass located underside test mass.

万有引力常数 G 随空间的变化其实验结果通常表示为 $G(r)$, 或者表现为牛顿反平方定律的破缺, 即 $1/r^{2+\delta}$, 其中 δ 为表示偏离程度的参量. 这种“变引力常数”理论实质上意味着牛顿引力反平方定律不再严格成立, 而应存在微小“偏离”. Fujii^[95,96] 和 Long^[97] 最早实验研究了 G 可能随距离变化的问题, 而真正引起人们对检验牛顿反平方定律广泛兴趣的是 Long^[98] 于 1976 年用实验检验他的“变引力常数”理论, 并宣称测到了对引力反平方定律的偏离. Long 测量了不同间距下 G 的值, 结果发现 $G(r)=G_0(1+0.002\ln r)$. Long 的实验结果虽然被后来的诸多实验否定了^[8,99-101], 但却使国际上关于 G 与距离的关系及牛顿反平方定律的严格性问题的理论和实验研究空前的活跃起来^[8,94,102]. 1986 年, 美国普度大学的理论物理学家 Fischbach 对匈牙利科学家 Eötvös 等人的实验工作^[103] 重新分析后提出自然界可能存在“第五种力”, 并猜想其作用的大小与构成物质的原子种类有关^[104,105]. “中程力”被认为是自然界可能存在的所谓“第五种力”^[8], 该类研究与通常的弱等效原理实验检验密切相关. 另一类主要集中在检验牛顿反平方定律到底在什么尺度范围成立.

当考虑膨胀宇宙模型时, 理论上预言引力常数是随时间减小的^[106,107]. 目前的理论预言随时间变化的 G 值将有助于人们解释大尺度宇宙结构中的某些问题^[92,93], 比如宇宙加速膨胀, 暗物质与暗能量等. 研究 G 随时间的变化主要通过天文观测太阳系或者更大尺度的星体运动. 最近, 通过激光月地测距给出的 G 随时间的变化率为^[108,109] $\dot{G}/G=(6\pm 7)\times 10^{-13}/\text{年}$. 在实验方面, 物理学家先后设计出多种不同的实验, 进行了大量的研究工作, 探讨 G 随时间和作用距离的变化规律^[94,109], 更深入的讨论已经超越本文的内容, 有兴趣的读者可参阅相关文献.

5 结束语

长期以来, 精确测量万有引力常数 G 和对引力及其基本特性的深入研究是物理学中最基础的研究领域之一. 自 1798 年 Cavendish 采用精密扭秤取得历

史上第一个较为精确的 G 值以来, 人们就试图系统、科学地认识引力及其基本特性, 但是并没有太大进展, 特别是 G 的测量精度并没有太大的提高. 就测 G 而言, 特别是近 30 年来的一些高精度实验已经证实精确测量 G 是一项异常艰巨、复杂和困难的系统性基础研究工作, 要求极力追求实验技术和测量方法的极限水平. G 的精确测量不仅对引力相互作用性质的认识, 而且对地球物理学、天文学和宇宙学等都具有重要意义, 同时能促进精密测量技术发展. 该课题研究直接体现一个国家目前在精密测量物理领域所具有的水平, 因而一直以来就得到各国科研机构的高度重视.

精确测量 G 的困难在于引力及其微弱, 不可屏蔽, 而且不能通过其他基本常数的精确测量间接给出. 因此, 为了征服这一困难, 实验物理学家们提出了一些巧妙的、优化的实验设计来不断改善实验的灵敏度, 采用各种改进的扭秤、天平作为测量工具, 并不断尝试采用新的实验技术, 譬如低温实验技术、原子干涉技术等. 对 G 的精确测量过程, 也是人们系统、全面、深入地研究和认识各种实验工具和实验技术的系统误差的过程.

为了鼓励实验物理学家不断提高实验精度, 国际科技数据委员会 CODATA 在每次调整基本物理常数时, 对万有引力常数 G 的推荐值的不确定度的评估也非常谨慎. 目前万有引力常数 G 的实验精度是所有基本物理常数中最差的, 而且国际上不同实验小组给出的 G 值之间也不吻合, 可能原因就是不同测 G 方法中存在较大的系统误差, 甚至是与实验地点有关. 华中科技大学引力实验中心自 20 世纪 80 年代开始从事万有引力常数 G 的精确测量实验研究, 目前已经取得一些积极的进展. 为寻找不同测 G 方法中可能存在的系统误差, 我们目前正在采用两种不同的方法开展测 G 实验: 一种是与扭丝相关程度较强的、改进的扭秤周期法, 一种是与扭丝相关程度较弱的扭秤角加速度补偿法. 实验的动机在于在同一实验室采用两种不同方法进行 G 的精确测量, 寻找两种方法中可能存在的系统误差, 并期待得到相同的 G 值.

致谢 华中科技大学引力实验中心进行的万有引力常数 G 精确测量实验是众多人员共同努力的结果. 作者感谢中

国科学院理论物理研究所张元仲研究员, 中国科学院物理研究所聂玉昕研究员, 美国加州大学 Irvine 分校 Riley Newman 教授, 马里兰大学 Ho Jung Paik 教授, 俄罗斯莫斯科大学 Sternberg 天文研究 Vadim Milyukov 教授, 日本东京大学 Kazuaki Kuroda 教授, 以及华中科技大学引力实验中心周泽兵教授、刘中柱教授、吴书朝教授等人在测 G 实验中所给予的有益讨论和帮助; 感谢引力实验中心诸多博士、硕士研究生在测 G 实验中的辛勤研究, 他们是赵亮、涂英、郭俊起、陈德才、王文敏、王雪黎、罗序军、傅湘辉、汤洁、刘祺、杨山清、罗杰、刘琳霞、张雅婷等; 感谢国家科学技术部、教育部、国家自然科学基金委员会等部门给予引力实验中心的一贯支持。

参考文献

- 1 Newton I. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* ("Mathematical principles of natural philosophy"). London: Royal Society, 1687
- 2 Fujii Y. Origin of the gravitational constant and particle masses in a scale-invariant scale-tensor theory. *Phys Rev D*, 1982, 26: 2580–2588
- 3 Boys C V. On the Newtonian constant of gravitation. *Trans R Soc London Ser A*, 1895, 186: 1–72
- 4 Braginsky V B, Manukin A B. *Measurement of Weak Forces in Physics Experiments*. Chicago: University of Chicago Press, 1977
- 5 Hawking S W, Isreal W. *300 Years of Gravitation*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987
- 6 Gillies G T. Status of the Newtonian gravitational constant. *NATO Adv Sci Inst Ser C*, 1988, 230: 191–214
- 7 Chen Y T, Cook A. *Gravitational Experiments in the Laboratory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1993
- 8 Fischbach E, Talmadge C L. *The Search for Non-Newtonian Gravity*. New York: Springer Press, 1999
- 9 De Boer H. Experiments relating to the gravitational constant. Taylor B N, Phillips W D, eds. *Precision Measurement and Fundamental Constants*. US National Bureau of Standards Special Publication No.617, Washington DC, 1984. 561—572
- 10 Stacy F D, Truck G T, Moore G I. Geophysics and law of gravity. *Rev Mod Phys*, 1987, 59: 157–174
- 11 Cook A H. Experiments on gravitation. *Rep Prog Phys*, 1988, 51: 707–757
- 12 Gillies G T. The Newtonian gravitational constant: Recent measurements and related studies. *Rep Prog Phys*, 1997, 60: 151–225
- 13 Luo J, Hu Z K. Status of measurement of Newtonian gravitational constant G . *Class Quantum Gravity*, 2000, 17: 2351–2363
- 14 Zhang Y Z. Newtonian limit in generalized Brans-Dicke theory. *Chin Phys Lett*, 1993, 10: 513–515
- 15 Li X Z, Zhang J Z. The constraint of Newton's constant in wormhole. *Nuovo Cimento A*, 1992, 105: 1291–1299
- 16 Kim D S, Kim J B, Lee H K. Cosmological constraints on the gravitational constant and electron-neutrino degeneracy. *J Korean Phys Soc*, 1993, 26: 32–36
- 17 Greensite J. Dispersion of Newton's constant: A transfer matrix. *Phys Rev D*, 1994, 49: 930–940
- 18 Nordtvedt K. Post-Newtonian gravity: Its theory-experiment interface. *Class Quantum Grav*, 1994, 11: A119–A132
- 19 Landau L D. On the quantum theory of fields. In: Niels Bohr and the Development of Physics. Pauli W, ed. New York: McGraw-Hill, 1995
- 20 Terazawa H. Simple relation among the electromagnetic fine-structure, Fermi weak-coupling, and Newtonian gravitational constants. *Phys Rev D*, 1980, 22: 1037–1038
- 21 Kolosnitsyn N I. A novel method for measurement of the gravitational constant. *Meas Tech*, 1993, 39: 979–986
- 22 Clotfelter B E. The Cavendish experiment as Cavendish knew it. *Am J Phys*, 1987, 55: 210–213
- 23 Cavendish H. Experiments to determine the density of the Earth. *Philos Trans Roy Soc Lon*, 1798, 88: 469–526
- 24 Boys C V. On the Newtonian constant of gravitation. *Philos Trans Roy Soc A*, 1895, 186: 1–72
- 25 Hely P R. A redetermination of constant of gravitation. *J Res Nat Bur Stand(US)*, 1930, 5: 1243–1290
- 26 Hely P R. A new redetermination of constant of gravitation. *J Res Nat Bur Stand(US)*, 1942, 29: 1–31
- 27 Cook A H. Precision measurements and fundamental constants. In: US National Bureau of Standards, Langenberg D N, Taylor B N, eds. Washington: US Government Printing Office, 1971. 475–483
- 28 Beams J W. Finding a better value for G . *Phys Tod*, 1971, 24: 34–40
- 29 Gaskell T F, Bullerwell W, Cook A H, et al. *Encyclopedia Britannica*. 14th ed. Chicago: William Benton, 1972. 10: 711–727
- 30 Sagitov M U. Current status of determination of the gravitational constant and the mass of the Earth. *Soviet Astronm-AJ*, 1976, 13: 712–718
- 31 Mills A P Jr. Proposed null experiments to test the inverse square law of gravitation. *Gen Relativ Gravit*, 1979, 11: 1–11

- 32 Cohen E R, Taylor B N. Recommended consistent values of the fundamental physical constants. *J Phys Chem Ref Data*, 1973, 2: 663–734
- 33 Cohen E R, Taylor B N. The 1986 adjustment of the fundamental physical constants. *Rev Mod Phys*, 1987, 59: 1121–1148
- 34 Luther G G, Towler W R. Redetermination of the Newtonian gravitational constant. *Phys Rev Lett*, 1982, 48: 121–123
- 35 Kleinevoß U, Meyer H, Schumacher A, et al. Absolute measurement of the Newtonian force and a determination of G . *Meas Sci Technol*, 1999, 10: 492–494
- 36 Mohr P J, Taylor B N. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2002. *Rev Mod Phys*, 2005, 77: 1–107
- 37 Mohr P J, Taylor B N, Newell D B. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2006. *Rev Mod Phys*, 2008, 80: 633–730
- 38 Hu Z K, Guo J Q, Luo J. Correction of source mass effects in the HUST-99 measurement of G . *Phys Rev D*, 2005, 71: 127505
- 39 Schlamminger S, Holzschuh E, Kündig W, et al. Measurement of Newton's gravitational constant. *Phys Rev D*, 2006, 74: 082001
- 40 Karagioz O V, Izmaylov V P, Gillies G T. Gravitational constant measurement using a four-position procedure. *Grav Cosmol*, 1998, 4: 239–245
- 41 Bagley C H, Luther G G. Preliminary results of a determination of the Newtonian constant: A test of the Kuroda hypothesis. *Phys Rev Lett*, 1997, 78: 3047–3050
- 42 Gundlach J H, Merkowitz S M. Measurement of Newton's constant using a torsion balance with angular acceleration feedback. *Phys Rev Lett*, 2000, 85: 2869–2872
- 43 Quinn T J, Speake C C, Richman S J, et al. A new determination of G using two methods. *Phys Rev Lett*, 2001, 87: 111101
- 44 Kleinevoß U. Bestimmung der Newtonschen gravitationskonstanten G . Dissertation for the Doctoral Degree. Wuppertal: University of Wuppertal, 2002
- 45 Armstrong T R, Fitzgerald M P. New measurements of G using the measurement standards laboratory torsion balance. *Phys Rev Lett*, 2003, 91: 201101
- 46 Luo J, Liu Q, Tu L C, et al. Determination of the Newtonian gravitational constant G with time-of-swing method. *Phys Rev Lett*, 2009, 102: 240801
- 47 Tu L C, Li Q, Wang Q L, et al. New determination of the gravitational constant G with time-of-swing method. *Phys Rev D*, 2010, 82: 022001
- 48 Parks H V, Faller J E. Simple pendulum determination of the gravitational constant. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 110801
- 49 Vinti J P. Theory of an experiment to determination the gravitational constant in an orbiting space laboratory. *Celest Mech*, 1972, 5: 204–254
- 50 Ritter R C, Gillies G T. A satellite measurement of G to a part per million. *Bull Am Phys Soc*, 1984, 29: 703
- 51 Nobili A M, Milani A, Farinella P. Testing Newtonian gravity in space. *Phys Lett A*, 1987, 120: 437–441
- 52 Alexeev A D, Bronnikov K A, Kolosnitsyn N I. On two-body space experiments for measuring gravitational interaction parameters. *Int J Mod Phys D*, 1994, 3: 773–793
- 53 Turyshchev S G. Tests of relativistic gravity in space: Recent progress and future directions. *Eur Phys J*, 2008, 163: 227–253
- 54 Gillies G T, Ritter T C. Torsion balance, torsion pendulums, and related devices. *Rev Sci Instrum*, 1993, 64: 283–309
- 55 Speake C C, Gillies G T. The beam balance as a detector in experimental gravitation. *Proc R Soc London Ser A*, 1987, 414: 315–332
- 56 Speake C C, Gillies G T. Fundamental limits to mass comparison by means of a beam balance. *Proc R Soc London Ser A*, 1987, 414: 333–358
- 57 Moore G I, Stace F D, Tuck G J, et al. A balance for precise weighing in a disturbed environment. *J Phys E-Sci Instrum*, 1988, 21: 534–539
- 58 Yang S Q, Tu L C, Shao C G, et al. Direct measurement of the anelasticity of a tungsten fiber. *Phys Rev D*, 2009, 80: 122005
- 59 Luo J, Hu Z K, Hsu H. Thermoelastic property of the torsion fiber in the gravitational experiments. *Rev Sci Instrum*, 2000, 71: 1524–1528
- 60 Hu Z K, Wang X L, Luo J. Thermoelastic correction in the torsion pendulum experiment. *Chin Phys Lett*, 2001, 18: 7–9
- 61 Hu Z K, Luo J. Amplitude dependence of quality factor of the torsion pendulum. *Phys Lett A*, 2000, 268: 255–259
- 62 Hu Z K, Luo J, Hsu H. Nonlinearity of the tungsten fiber in the time-of-swing method. *Phys Lett A*, 1999, 264: 112–116
- 63 Hu Z K, Luo J. Determination of fundamental frequency of a physical oscillator with period fitting method. *Rev Sci Instrum*, 1999, 70: 4412–4415
- 64 Shao C G, Luo J. On the significance of the period fitting method. *Rev Sci Instrum*, 2003, 74: 2849–2852
- 65 Tian Y L, Tu Y, Shao C G. Correlation method in period measurement of a torsion pendulum. *Rev Sci Instrum*, 2004, 75: 1971–1974

- 66 Luo J, Shao C G, Wang D H. Thermal noise limit on the period of a torsion pendulum. *Class Quantum Grav*, 2009, 26: 195005
- 67 Kuroda K. Does the time-of-swing method give a correct value of the Newtonian gravitational constant? *Phys Rev Lett*, 1995, 75: 2796–2798
- 68 Rose R D, Parker H M, Lowry R A, et al. Determination of the gravitational constant G . *Phys Rev Lett*, 1969, 23: 655–658
- 69 Gundlach J H, Adelberger E G, Heckel B R, et al. New technique for measuring Newton's constant G . *Phys Rev D*, 1996, 54: R1256–R1259
- 70 Gundlach J H. A rotating torsion balance experiment to measure Newton's constant. *Meas Sci Technol*, 1999, 10: 454–459
- 71 Fitzgerald M P, Armstrong T R. Newton's gravitational constant with uncertainty less than 100 ppm. *IEEE Trans Instrum Meas*, 1995, 44: 494–497
- 72 Fitzgerald M P, Armstrong T R. The measurement of G using the MSL torsion balance. *Meas Sci Technol*, 1999, 10: 439–444
- 73 Michaelis W, Haars H, Augustin R. A new precise determination of Newton's gravitational constant. *Metrologia*, 1995, 32: 267–276
- 74 Michaelis W, Melcher J, Haars H. Supplementary investigations to PTB's evaluation of G . *Metrologia*, 2004, 41: L29–L32
- 75 Nolting F, Schurr J, Schlamminger S, et al. A value for G from beam-balance experiments. *Meas Sci Technol*, 1999, 10: 487–491
- 76 Schlamminger S, Holzschuh E, Kündig W. Determination of the gravitational constant with a beam balance. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 161102
- 77 Zahradnicek J. Resonanz methode fur die messung der gravitationsk konstante mittels der drehwaage. *Phys Z*, 1933, 34: 126–33
- 78 Facy M M L, Pontikis C. Gravitation-determination de la constante de gravitation par la methode de resonance. *C R Acad Sci (Paris) Ser B*, 1971, 272: 1397–1398
- 79 Chen Y T, Zhang X R, Li J G, et al. Experimental determination of gravitiatiorml constant G by mechanical resonance method (in Chinese). *J Huazhong Univ Sci Technol*, 1989, 17: 155–158 [陈应天, 张学荣, 李建国, 等. 用机械共振法测引力常数 G . 华中理工大学学报, 1989, 17: 155–158]
- 80 Schurr J, Klein N, Meyer H, et al. A new method for testing Newton's gravitational law. *Metrologia*, 1991, 28: 397–404
- 81 Kleinevoß U, Meyer H, Schumacher A, et al. Absolute measurement of the Newtonian force and a determination of G . *Meas Sci Technol*, 1999, 10: 492–494
- 82 Schwarz J P, Robertson D S, Niebauer T M, et al. A free-fall determination of the Newtonian constant of gravity. *Science*, 1998, 282: 2230–2234
- 83 Schwarz J P, Robertson D S, Niebauer T M, et al. A new determination of the Newtonian constant of gravity using the free fall method. *Meas Sci Technol*, 1999, 10: 478–486
- 84 Fixler J B, Foster G T, McGuirk J M, et al. Atom interferometer measurement of the Newtonian constant of gravity. *Science*, 2007, 315: 74–77
- 85 Lempore G, Bertoldi A, Cacciapiuoti L, et al. Determination of the Newtonian gravitational constant using atom interferometry. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 050801
- 86 Dirac P A M. The cosmological constants. *Nature*, 1937, 139: 323
- 87 Dirac P A M. A new basis for cosmology. *Roy Soc Lond Proc A*, 1938, 165: 199–208
- 88 Dirac P A M. Cosmological models and the large number hypothesis. *Roy Soc Lond Proc A*, 1974, 338: 439–446
- 89 Weinberg S. The cosmological constant problem. *Rev Mod Phys*, 1989, 61: 1–23
- 90 Brans C, Dicke R H. Mach's principle and a relativistic theory of gravitation. *Phys Rev*, 1961, 124: 925–935
- 91 Gillies G T. Some background on the measurement of the Newtonian gravitational constant G . *Meas Sci Technol*, 1999, 10: 421–425
- 92 Turyshev S G. Experimental tests of general relativity. *Annu Rev Nucl Part Sci*, 2008, 58: 207–248
- 93 Turyshev S G. Experimental tests of general relativity: Recent progress and future directions. *Phys Uspekhi*, 2009, 52: 1–27
- 94 Adelberger E G, Gundlach J H, Heckel B R, et al. Torsion balance experiments: A low-energy frontier of particle physics. *Prog Part Nucl Phys*, 2009, 62: 102–134
- 95 Fujii Y. Dilation and possible non-Newtonian gravity. *Nature*, 1971, 234: 5–7
- 96 Fujii Y. Scale invariance and the gravity of hadrons. *Annu Phys(New York)*, 1972, 69: 494–521
- 97 Long D R. Why do we believe Newtonian gravitation at laboratory dimensions? *Phys Rev D*, 1974, 9: 850–852
- 98 Long D R. Experimental examination of the gravitational inverse square law. *Nature*, 1976, 260: 417–418
- 99 Spero R, Hoskins J K, Newman R, et al. Test of the gravitational inverse-square law at laboratory distances. *Phys Rev Lett*, 1980, 44:

1645–1648

- 100 Hoskins J K, Newman R D, Spero R, et al. Experimental tests of the gravitational inverse-square law for mass separations from 2 to 105 cm. *Phys Rev D*, 1985, 32: 3084–3095
- 101 Chen Y T, Cook A H, Metherell A J F. An experimental test of the inverse square law of gravitational at range of 0.1 m. *Proc Roy Soc A*, 1984, 394: 47–68
- 102 Adelberger E G, Heckel B R, Nelson A E. Tests of the gravitational inverse-square law. *Annu Rev Nucl Part Sci*, 2003, 53: 77–121
- 103 Eötvös R V, Pekar D, Fekete E. Beitrag zum gesetze der proportionalitat von trahigkeit und gravitat. *Annu Phys (Leipz)*, 1922, 68: 11–66
- 104 Fischbach E, Sudarsky D, Szafer A, et al. Reanalysis of the Eötvös experiment. *Phys Rev Lett*, 1986, 56: 3–6
- 105 Fischbach E, Talmadge C. Six years of the fifth force. *Nature*, 1992, 356: 207–214
- 106 Hellings R W. Time variation of the gravitational constant. *NATO Adv Sci Inst Ser C*, 1988, 230: 215–224
- 107 Massa C. Equation of hydrostatic equilibrium and temperature-dependent gravitational constant. *Helv Phys Act*, 1989, 62: 424–426
- 108 Williams J G, Turyshev S G, Boggs D H. Progress in lunar laser ranging tests of relativistic gravity. *Phys Rev Lett*, 2004, 93: 261101
- 109 Turyshev S G, Williams J G. Space-based tests of gravity with laser ranging. *Int J Mod Phys D*, 2007, 16: 2165–2179

Precise determination of Newtonian gravitational constant G

TU LiangCheng, LI Qing, SHAO ChengGang, HU ZhongKun & LUO Jun^{*}

Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

As one of the most important fundamental physical constants in nature, the Newtonian gravitational constant G plays a unique role in the fields of the theoretical physics, geophysics, astrophysics, and astronomy. A large number of experiments have been carried out with many strenuous efforts during the past two centuries, but the accuracy of the absolute value of G is still the worst one in all fundamental physical constants, improved in accuracy by only about one order of magnitude per century. The reasons for this slow rate of progress are well known: the gravitational force is by far the weakest of the four fundamental forces and cannot be screened out, and G is no known, confirmed dependence on any other fundamental constant. Based on a simple review of the historical determination of G , this paper will present the current status and progress on measuring G in the laboratory experiments.

universal gravitation, gravitational constant G , CODATA, precision torsion balance, time-of-swing method

PACS: 06.20.Jr, 04.80.Cc

doi: 10.1360/132011-104