

软指接触约束的线性化和它在多指手动态力分配中的应用*

郑 宇 钱文瀚

(上海交通大学机器人研究所, 上海 200030)

摘要 当前多指抓取力封闭分析和动态力分配算法多借助于线性规划, 而摩擦模型却是非线性的. 用棱锥替代库仑摩擦圆锥, 实现了摩擦点接触的线性化, 但对软指接触至今仍束手无策. 提出了软指接触约束的线性化方法, 使上述各种高效算法能扩展到带软指的抓取. 这里先开发一个用于软多指抓取的最优力分配算法, 并举例说明.

关键词 多指抓取 软指接触 线性化 力封闭 动态力分配

过去 20 年间, 多指抓取的研究十分活跃. 力封闭和动态力分配是两个基础课题. 前者确保任何外力都能得到平衡, 后者寻求平衡动态外力的最优接触力. 力封闭是稳定抓取的前提, 而快速力分配是实现灵巧机器手实时控制所必备的.

指尖和物体有 3 种基本接触形式: 无摩擦点接触、有摩擦点接触和软指接触. 早先主要研究前两种接触形式的抓取^[1-8], 仅少数文献涉及第 3 种. 通过软指接触, 除力以外指尖还施加一个绕内法方向的扭矩. Howe 等人^[9]建议了软指接触的两种摩擦模型. Buss 等人^[10]将接触约束转化为一类线性约束矩阵的正定问题, 并提出接触力的优化算法^[10,11]. 左炳然和钱文瀚发表了软指抓取的力封闭判别算法^[12]和可用于软指的动态力分配算法^[13]. Han 等人^[14]将力封闭问题表示成关于线性矩阵不等式的凸优化问题.

用多边形棱锥线性化库仑摩擦圆锥, 开发了一些高效的力封闭判别算法^[2-4]、接触力优化算法^[1,2]和抓取规划算法^[6-8]. 然而, 这些算法对于软指不适用, 因为当扭矩介入时线性化似无从下手. 我们试图填补这一空白. 事实上, 如果我们的观念从三维空间扩展到四维, 软指接触约束也可线性化, 而且仍是可见的. 于是,

2004-05-18 收稿, 2004-10-28 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 59685004)

上述各算法^[1~4,6~8]得以广泛适用. 本文先探讨一个用于软指抓取的快速动态力分配算法.

1 基本方程及软指接触的摩擦模型

考虑一个具有 m 个软指的手爪抓一个物体, 物体上固连一个右手坐标系. 对于软指, 接触力可在局部右手坐标系 $\{\mathbf{n}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{t}_i\}$ 中表为

$$\mathbf{f}_i = [f_{in} \quad f_{io} \quad f_{it} \quad f_{is}]^T, \quad (1)$$

式中, f_{in} 为接触力沿单位内法向量 $\mathbf{n}_i$ 的分量, f_{io} 和 f_{it} 为接触力沿单位切向量 $\mathbf{o}_i$ 和 $\mathbf{t}_i$ 的分量, f_{is} 为绕 $\mathbf{n}_i$ 的扭矩, 把 $\mathbf{n}_i, \mathbf{o}_i$ 和 $\mathbf{t}_i$ 都取在物体坐标系中. 第 i 个指尖施加的力旋量为

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{G}_i \mathbf{f}_i, \quad (2)$$

式中,

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_i & \mathbf{o}_i & \mathbf{t}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{r}_i \times \mathbf{n}_i & \mathbf{r}_i \times \mathbf{o}_i & \mathbf{r}_i \times \mathbf{t}_i & \mathbf{n}_i \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 4} \quad (3)$$

为接触 i 的抓取矩阵, $\mathbf{r}_i$ 为接触 i 在物体坐标系中的位置向量.

令 $\mathbf{w}$ 和 $\mathbf{w}_{\text{ext}}$ 分别表示手爪施加的合力旋量和外力旋量. 为了保持平衡,

$$-\mathbf{w}_{\text{ext}} = \mathbf{w} = \sum_{i=1}^m \mathbf{w}_i. \quad (4)$$

为避免在接触处分离和打滑, $\mathbf{f}_i$ 必须满足下式中的条件^[9~14], 于是 $\mathbf{f}_i$ 的集合为

(i) 线性模型

$$V_{li} = \left\{ \mathbf{f}_i \in \mathbb{R}^4 \mid f_{in} \geq 0, \sqrt{\frac{f_{io}^2 + f_{it}^2}{\mu_i^2}} + \frac{|f_{is}|}{\mu_{si}} \leq f_{in} \right\}, \quad (5)$$

(ii) 椭圆模型

$$V_{ei} = \left\{ \mathbf{f}_i \in \mathbb{R}^4 \mid f_{in} \geq 0, \sqrt{\frac{f_{io}^2 + f_{it}^2}{\mu_i^2} + \frac{f_{is}^2}{\mu_{si}'^2}} \leq f_{in} \right\}, \quad (6)$$

式中, μ_i 为库仑摩擦系数, μ_{si} 和 μ_{si}' 分别为线性模型和椭圆模型的扭矩系数.

2 线性化

在 V_{li} 和 V_{ei} 上位于 $f_{in}=1$ 处的截面分别为

$$S_{li} = \left\{ \boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{\frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\mu_i^2}} + \frac{|\tau_3|}{\mu_{si}} \leq 1 \right\}, \quad (7)$$

$$S_{ei} = \left\{ \boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{\frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\mu_i^2} + \frac{\tau_3^2}{\mu_{si}^2}} \leq 1 \right\}, \quad (8)$$

式中, τ_1, τ_2 和 τ_3 为 $\boldsymbol{\tau}$ 的分量. S_{li} 和 S_{ei} 表示按这两种模型当法向分量为 1 个单位时在不打滑条件下所允许的切向力分量及扭矩的集合. S_{li} 是 $\mathbb{R}^3$ 中的双锥体, 而 S_{ei} 是 $\mathbb{R}^3$ 中的椭球体, 如图 1 所示. 比较(5)和(7)式、(6)和(8)式得: 对于软指接触, $\mathbf{f}_i \in V_{li}$ ($\mathbf{f}_i \in V_{ei}$) 当且仅当 $\mathbf{f}_i = \lambda \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix}^T$, $\lambda \geq 0$ 并且 $\boldsymbol{\tau} \in S_{li}$ ($\boldsymbol{\tau} \in S_{ei}$). 此结论第一次清晰地展现出 V_{li} 和 V_{ei} 是凸锥^[12], 还意味着线性化 V_{li} 和 V_{ei} 可分别转化为线性化 S_{li} 和 S_{ei} , 即用多边形双锥 $\bar{S}_{li}$ 和椭球形多面体 $\bar{S}_{ei}$ 来代替 S_{li} 和 S_{ei} (图 1). $\bar{S}_{li}$ 和 $\bar{S}_{ei}$ 的顶点分别落在 S_{li} 和 S_{ei} 的边界上, 它们可表为

$$\boldsymbol{\tau}_{ijk} = \begin{bmatrix} \mu_i \cos \frac{2j\pi}{J} \cos \frac{k\pi}{2K} & \mu_i \sin \frac{2j\pi}{J} \cos \frac{k\pi}{2K} & \mu_{si} \sin \frac{k\pi}{2K} \end{bmatrix}^T, \quad (9)$$

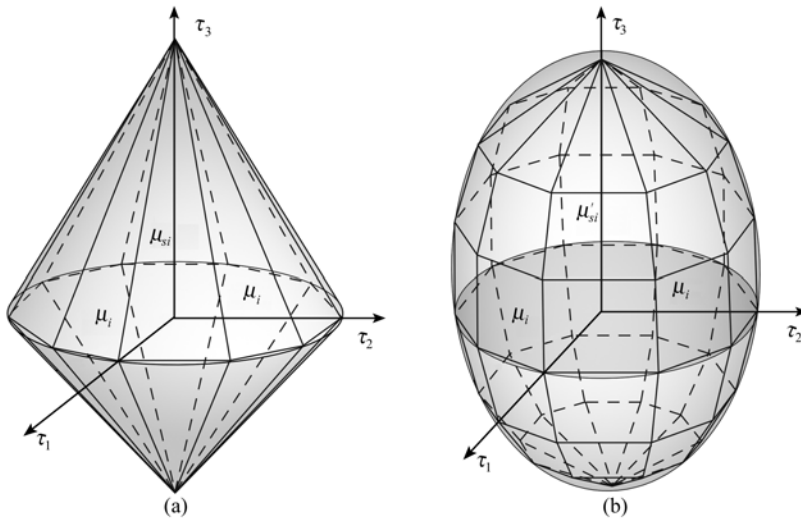


图 1 线性模型(a)和椭圆模型(b)的线性化

式中, 如果 $k = \pm K$, $j = 1$; 否则 $j = 1, 2, \dots, J$ ($J \geq 3$), $k = -K, \dots, -1, 0, 1, \dots, K$ (对于 $\bar{S}_{li}$, $K = 1$; 对于 $\bar{S}_{ei}$, $K > 1$ 并且用 μ'_{si} 替换 μ_{si}). 增大 J 和 K 能提高线性化的质量, 但会增加计算量. 为了简化, 重新排列这些顶点并将 $\boldsymbol{\tau}_{ijk}$ 缩写成 $\boldsymbol{\tau}_{ij}$. 那么用于线性化 V_{li} 和 V_{ei} 的棱边可写成

$$\mathbf{s}_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{\tau}_{ij}^T \end{bmatrix}^T, \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (l = 2JK - J + 2). \quad (10)$$

第 i 个软指尖的接触力可表为

$$\boldsymbol{f}_i = \sum_{j=1}^l \lambda_{ij} \boldsymbol{s}_{ij}, \quad \lambda_{ij} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, l. \quad (11)$$

综合(1), (10)和(11)式得

$$f_{in} = \sum_{j=1}^l \lambda_{ij}. \quad (12)$$

将(11)式代入(2)式得

$$\boldsymbol{w}_i = \sum_{j=1}^l \lambda_{ij} \boldsymbol{w}_{ij}, \quad (13)$$

式中,

$$\boldsymbol{w}_{ij} = \boldsymbol{G}_i \boldsymbol{s}_{ij}. \quad (14)$$

向量 $\boldsymbol{w}_{ij}$ 称为原始力旋量. 由(4)和(13)式最终得到

$$-\boldsymbol{w}_{\text{ext}} = \boldsymbol{w} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l \lambda_{ij} \boldsymbol{w}_{ij} = \boldsymbol{W} \boldsymbol{\lambda}, \quad (15)$$

式中, $\boldsymbol{W} = [\boldsymbol{w}_{11} \quad \dots \quad \boldsymbol{w}_{ij} \quad \dots \quad \boldsymbol{w}_{ml}] \in \mathbb{R}^{6 \times ml}$, $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_{11} \quad \dots \quad \lambda_{ij} \quad \dots \quad \lambda_{ml}]^T \in \mathbb{R}^{ml}$.

因此, 原始力旋量 $\boldsymbol{w}_{ij}$ 的凸包是一个六维多面体, 可写成

$$Q = \left\{ \boldsymbol{w} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l \alpha_{ij} \boldsymbol{w}_{ij} \mid \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l \alpha_{ij} = 1, \alpha_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, l \right\}. \quad (16)$$

进而推论: (i) 一个外力旋量 $\boldsymbol{w}_{\text{ext}}$ 被平衡当且仅当 $-\boldsymbol{w}_{\text{ext}}$ 能表为原始力旋量 $\boldsymbol{w}_{ij}$ 的非负组合; (ii) 一个抓取满足力封闭当且仅当力旋量空间的原点是 Q 的内点. 虽然这两条原理已被公认^[2-4,6-8], 然而它们只限于无摩擦和有摩擦点接触. 现在我们解除了这限制, 并且这里的原始力旋量也包含摩擦扭矩所产生的.

3 动态力分配中的应用

3.1 问题

已知一个力封闭的抓取(由此 $\boldsymbol{W}$ 也定)和动态外力旋量 $\boldsymbol{w}_{\text{ext}}$.

求解指尖上最优接触力, 使 σ (所有接触力法向分量的总和)达到最小.

仿照文献[14], 把 σ 作为目标函数(但我们的方法是崭新的), 因为一般 σ 越小, 接触力和驱动功率就越小.

按(12)式得到

$$\sigma = \sum_{i=1}^m f_{in} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l \lambda_{ij} = \|\boldsymbol{\lambda}\|_1, \quad (17)$$

式中, $\|\bullet\|_1$ 表示一范数.

(17)式表明系数向量 λ 的一范数即为所有接触力法向分量的总和 σ . 因此这问题就是寻找满足(15)式且拥有最小一范数的 λ . 此外, 从(16)和(17)式可知, Q 是在接触力法向分量总和为 1 的情况下手爪所能产生的合力旋量的集合.

3.2 基于线性化的解

(15)式可改为

$$-w_{\text{ext}} = \sigma \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l \frac{\lambda_{ij}}{\sigma} w_{ij} = \sigma x, \quad (18)$$

式中第 2 个等号给出了 x 的定义.

(18)式指出点 x 位于(从力旋量空间的原点到点 $-w_{\text{ext}}$ 的)射线 $-w_{\text{ext}}$ 上, 并且

$$\sigma = \frac{\|w_{\text{ext}}\|_1}{\|x\|_1}. \quad (19)$$

从(16)~(18)式可知 $x \in Q$, 故 x 是在接触力法向分量总和为 1 的情况下手爪产生的沿射线 $-w_{\text{ext}}$ 的合力旋量. 根据(19)式, 当 x 是射线 $-w_{\text{ext}}$ 和 Q 的边界 ∂Q 的交点 x_e 时, σ 取得最小值, 因为此时 x 拥有最大一范数. 另外, 在点 x_e 存在一个超平面支撑 Q , x_e 可以表为位于这个支撑超平面上的原始力旋量 w_{ij} 的凸组合. 根据(18)式, $-w_{\text{ext}}$ 应限于这些原始力旋量的非负组合. 把 W 分为 W_1 和 W_2 , 其中 W_1 由这些原始力旋量组成, 而 W_2 由其余的原始力旋量组成. 相应地, 把系数向量 λ 分为 λ_1 和 λ_2 . 由于(15)式, 取

$$\lambda_1 = -W_1^+ w_{\text{ext}}, \quad \lambda_2 = 0, \quad (20)$$

式中, W_1^+ 是 W_1 的伪逆. 根据(20)式, 因为 $-w_{\text{ext}}$ 位于由 W_1 的列向量和原点所构成的凸锥内, 所以 λ_1 的所有分量都是非负的.

下文将寻找一个在 x_e 处支撑 Q 的超平面, 这是求解的关键. 为此, 我们先从下面两个定义^[15]推出一条新的凸分析定理. 定义 Q^* 为 Q 的极集:

$$Q^* = \left\{ u \in \mathbb{R}^6 \mid w^T u \leq 1, \forall w \in Q \right\}. \quad (21)$$

由(16)式, (21)式可改写为

$$Q^* = \left\{ u \in \mathbb{R}^6 \mid w_{ij}^T u \leq 1, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, l \right\}, \quad (22)$$

它也是一个六维多面体.

定义 Q^* 的支撑函数 p 为一实数值函数:

$$p(z) = \sup_{u \in Q^*} z^T u, \quad (23)$$

式中, $\mathbf{z}$ 是一个非零点.

由(23)式可直接得到

(I) 对于 $\mathbf{u} \in Q^*$, $\mathbf{z}^T \mathbf{u} \leq p(\mathbf{z})$.

(II) 存在 $\mathbf{u}_b \in \partial Q^*$, 使得 $p(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^T \mathbf{u}_b$.

(III) 如果原点是 Q^* 的内点, 那么 $p(\mathbf{z}) > 0$. 由于抓取是力封闭的, Q 和 Q^* 都满足此条件.

另外, 由凸分析^[15]知

(IV) $Q^{**} = Q$, 其中 $Q^{**} = (Q^*)^*$.

定理 1 以下命题成立:

(i) $p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z} \in \partial Q$.

(ii) 超平面 $H = \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^6 \mid \mathbf{u}_b^T \mathbf{w} = 1\}$ 在点 $p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z}$ 处支撑 Q .

证 (i) 由(I)和(III)可得, 对于 $\mathbf{u} \in Q^*$, $p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z}^T \mathbf{u} \leq 1$, 可见 $p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z} \in Q^{**}$. 于是由(IV)得 $p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z} \in Q$. 假设闭球 $B(r, p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z})$ 以 $p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z}$ 为中心, $r > 0$ 为半径. 令 $\mathbf{y} = p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z} + r \mathbf{z} / \|\mathbf{z}\|$. 显然, $\mathbf{y} \in B(r, p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z})$. 但是由(II)和(III)得

$$\mathbf{y}^T \mathbf{u}_b = p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z}^T \mathbf{u}_b + r \mathbf{z}^T \mathbf{u}_b / \|\mathbf{z}\| = 1 + rp(\mathbf{z}) / \|\mathbf{z}\| > 1,$$

这意味着 $\mathbf{y} \notin Q^{**}$, 即 $\mathbf{y} \notin Q$. 所以 $p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z} \in \partial Q$.

(ii) 由(II)得 $\mathbf{u}_b^T p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z} = 1$, 因此 $p(\mathbf{z})^{-1} \mathbf{z} \in H$. 另外由(21)式可得, 对于 $\mathbf{w} \in Q$, $\mathbf{u}_b^T \mathbf{w} \leq 1$. 由此可见 H 限制 Q .

证毕.

用 $-\mathbf{w}_{\text{ext}}$ 取代以上所有的 $\mathbf{z}$, 定理 1(i)表明 $\mathbf{x}_e = -p(-\mathbf{w}_{\text{ext}})^{-1} \mathbf{w}_{\text{ext}}$. 将其代入(19)式可得 σ 的最小值 $\sigma_{\min} = p(-\mathbf{w}_{\text{ext}})$. 实际上, $\mathbf{x}_e$ 和 $\sigma_{\min}$ 不是这个问题的目标, 我们寻求的是在 $\mathbf{x}_e$ 处支撑 Q 的超平面. 定理 1(ii)表明 H 就是此超平面, 而 $\mathbf{u}_b$ 和 $p(-\mathbf{w}_{\text{ext}})$ 可从(II)和(23)式求得.

3.3 算法过程

算法总结如下:

步骤 1 按(10)式线性化摩擦模型, 并按(14)式计算原始力旋量.

步骤 2 计算 $\mathbf{u}_b$. 由(22)和(23)式得, $\mathbf{u}_b$ 是以下线性规划问题的最优解:

$$\begin{cases} \max -\mathbf{w}_{\text{ext}}^T \mathbf{u}, \\ \mathbf{w}_{ij}^T \mathbf{u} \leq 1, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, l. \end{cases} \quad (24)$$

步骤 3 通过逐个测试 w_{ij} 把 W 分成 W_1 和 W_2 . 若 $u_b^T w_{ij} = 1$, 则此 w_{ij} 在 H 上, 便加入 W_1 , 否则加入 W_2 .

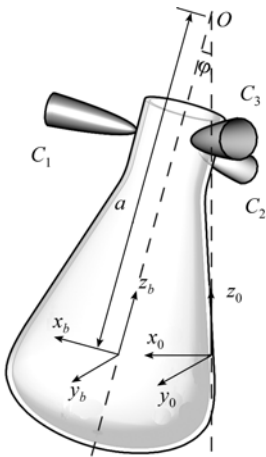
步骤 4 按(20)式计算 λ .

步骤 5 按(11)式计算 f_i , $i = 1, 2, \dots, m$.

3.4 计算代价

步骤 1 计算 ml 个原始力旋量. 步骤 2 中的问题(24)可在 $O(ml)$ 时间内解出. 步骤 3 需要 $O(ml)$ 时间确定位于超平面 H 上的原始力旋量 w_{ij} . 这样的原始力旋量通常远少于 ml 个, 所以计算 W_1^+ 不需要很多的计算代价. 在步骤 4 中, 按(20)式计算 λ 只需 $O(1)$ 时间. 步骤 5 同样需要花费 $O(ml)$ 时间. 总之, 这个算法的时间

复杂度为 $O(ml)$, 与手指指数成线性关系, 本质上快于 Han 等人的多项式复杂度的算法^[14].



4 数值实例

图 2 描绘一个软三指手操纵一个质量 $M = 0.1$ kg 的烧杯, 它绕空间坐标系 $\{x_0, y_0, z_0\}$ 的 z_0 轴回旋, 同时绕物体坐标系 $\{x_b, y_b, z_b\}$ 的 z_b 轴旋转. 两轴相交于 O , 夹角 $\varphi = \pi/12$. 物体坐标系的原点位于质心. 它到点 O 的距离 $a = 0.12$ m, 而它在 z_0 轴上的投影定为空间坐标系 (x_0, y_0, z_0) 的原点. 这一运动可用物体坐标系 $\{x_b, y_b, z_b\}$ 相对

于空间坐标系 $\{x_0, y_0, z_0\}$ 的轨迹 g_{0b} ^[16]来描述:

$$g_{0b} = \begin{bmatrix} e^{\hat{\omega}_2 \theta_2} & (I - e^{\hat{\omega}_2 \theta_2})q \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\hat{\omega}_1 \theta_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\hat{\omega}_0 \varphi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} R_{0b} & p_{0b} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix},$$

式中, θ_1 和 θ_2 分别是关于 z_0 轴和 z_b 轴的旋转角; $\omega_0 = [0 \ 1 \ 0]^T$ 表明初始位置, $\omega_1 = [0 \ 0 \ 1]^T$ 和 $\omega_2 = [\sin \varphi \cos \theta_1 \ \sin \varphi \sin \theta_1 \ -\cos \varphi]^T$ 表示旋转轴, $\hat{\omega}_0$, $\hat{\omega}_1$ 和 $\hat{\omega}_2$ 分别代表 ω_0 , ω_1 和 ω_2 的叉积矩阵; I 是单位矩阵; $q = [0 \ 0 \ a \cos \varphi]^T$. 设 $\dot{\theta}_1 = 2\pi$ rad/s, $\dot{\theta}_2 = 2\pi/3$ rad/s, $\ddot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_2 = 0$ rad/s². 所需的合力旋量可由著名的 Newton-Euler 公式算出:

$$w = \begin{bmatrix} MI & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}^b \\ \dot{\omega}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^b \times M v^b \\ \omega^b \times T \omega^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{0b}^T g \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

式中, T 是惯性张量, $\mathbf{v}^b = \mathbf{R}_{0b}^T \dot{\mathbf{p}}_{0b}$, $\boldsymbol{\omega}^b = (\mathbf{R}_{0b}^T \dot{\mathbf{R}}_{0b})^\vee$, $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ 9.8]^T \text{ m/s}^2$.

手指接触点为: $\mathbf{r}_1 = [16 \ 0 \ 105]^T$, $\mathbf{r}_2 = [-8 \ -8\sqrt{3} \ 105]^T$, $\mathbf{r}_3 = [-8 \ 8\sqrt{3} \ 105]^T$ (单位: mm). 库仑摩擦系数 $\mu = 0.2$, 扭矩系数 $\mu_s = 0.4 \text{ mm}$.

使用 Matlab 实现了上述算法. 由(3)式算出每个接触点的抓取矩阵:

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -105 & -1 \\ -105 & -16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0.50 & 0 & 0.87 & 0 \\ 0.87 & 0 & -0.50 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ -90.93 & -13.86 & 52.50 & 0.50 \\ 52.50 & 8.0 & 90.93 & 0.87 \\ 0 & 0 & 16.0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_3 = \begin{bmatrix} 0.50 & 0 & -0.87 & 0 \\ -0.87 & 0 & -0.50 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 90.93 & 13.86 & 52.50 & 0.50 \\ 52.50 & 8.0 & -90.93 & -0.87 \\ 0 & 0 & 16.0 & 0 \end{bmatrix}.$$

在(10)式中取 $J = 10$ 和 $K = 1$, 按(14)式得到 36 个原始力旋量. 图 3 展示的是由这算法算出的接触力. 在 Pentium-IV 计算机上运算每一点所需要的 CPU 时间为 26.6 ms.

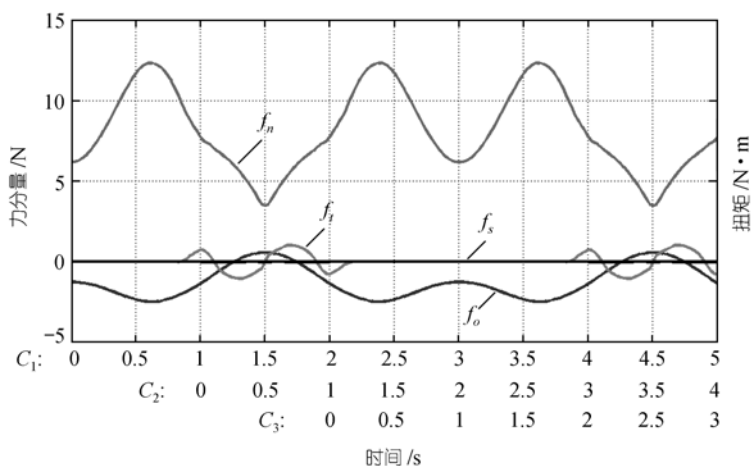


图3 指尖上的接触力

5 结论

软指接触约束的线性化和椭圆摩擦模型可看成两个四维的凸锥, 它们的截面

分别是三维的双锥和椭球(图 1), 我们通过线性化截面来线性化凸锥. 于是有关力封闭的两条基本原理可推广到所有的接触类型. 借助一条新的凸分析定理, 开发了一个通用且快速的动态力分配算法. 只要适当修改某些公式, 不难将文中的理论和方法应用于 3 种接触混用的场合.

参 考 文 献

- 1 Cheng F T, Orin D E. Efficient algorithm for optimal force distribution—The compact-dual LP method. *IEEE Trans Robot Automat*, 1990, 6(2): 178~187[DOI]
- 2 Liu Y H. Qualitative test and force optimization of 3-D frictional form-closure grasps using linear programming. *IEEE Trans Robot Automat*, 1999, 15(1): 163~173[DOI]
- 3 Mishra B, Schwarz J T, Sharir M. On the existence and synthesis of multifingered positive grips. *Algorithmica*, 1987, 2(4): 541~558
- 4 Chen I M, Burdick J W. A qualitative test for N-finger force closure grasps on planar objects with applications to manipulation and finger gaits. *Proc IEEE Int Conf Robotics and Automation*. Atlanta, 1993. 814~820
- 5 Bicchi A. On the closure properties of robotic grasping. *Int J Robot Res*, 1995, 14(4): 319~334
- 6 Ferrari C, Canny J. Planning optimal grasps. *Proc IEEE Int Conf Robotics and Automation*. San Francisco, 1992. 2290~2295
- 7 Ding D, Liu Y H, Wang S G. Computation of 3-D form-closure grasps. *IEEE Trans Robot Automat*, 2001, 17(4): 515~522[DOI]
- 8 Zhu X Y, Wang J. Synthesis of force-closure grasps on 3-D objects based on the Q distance. *IEEE Trans Robot Automat*, 2003, 19(4): 669~679[DOI]
- 9 Howe R D, Kao I, Cutkosky M R. The sliding of robot fingers under combined torsion and shear loading. *Proc IEEE Int Conf Robotics and Automation*. Philadelphia, 1988. 103~105
- 10 Buss M, Hashimoto H, Moore J B. Dextrous hand grasping force optimization. *IEEE Trans Robot Automat*, 1996, 12(3): 406~417[DOI]
- 11 Buss M, Faybusovich L, Moore J B. Dikin-type algorithms for dextrous grasping force optimization. *Int J Robot Res*, 1998, 17(8): 831~839
- 12 左炳然, 钱文瀚. 软多指抓取的力封闭判别. *中国科学, E 辑*, 1997, 27(6): 521~527
- 13 Zuo B R, Qian W H. A general dynamic force distribution algorithm for multifingered grasping. *IEEE Trans Syst Man Cybern B*, 2000, 30(1): 185~192[DOI]
- 14 Han L, Trinkle J C, Li Z X. Grasp analysis as linear matrix inequality problems. *IEEE Trans Robot Automat*, 2000, 16(6): 663~674[DOI]
- 15 Lay S R. *Convex Sets and Their Applications*. New York: John Wiley & Sons, 1982. 140~143, 205~207
- 16 Murray R M, Li Z X, Sastry S S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1994. 34~61, 165~167