



论文

“最小均方误差旋转拟合法”重力辅助导航仿真研究

王虎彪^{①*}, 王勇^①, 方剑^①, 柴华^{①②}, 郑晖^{①②}^① 中国科学院测量与地球物理研究所大地测量与地球动力学国家重点实验室, 武汉 430077;^② 中国科学院研究生院, 北京 100049

* E-mail: wanghb@whigg.ac.cn

收稿日期: 2011-05-05; 接受日期: 2011-07-01

国家自然科学基金(批准号: 41074051, 41021003, 40874037)资助

摘要 鉴于潜艇的惯性导航系统误差随时间积累的不足, 重力/惯导组合导航技术是当前实现潜艇无源辅助导航的前沿和热点问题之一. 以地形轮廓匹配算法(TERCOM)为基础, 提出了一种新的重力匹配辅助导航算法: 最小均方误差旋转拟合法. 基于最小均方误差原则, 寻找重力场背景图中平行于惯导系统指示航迹的某条匹配路径, 使之绕该匹配路径的位置质心以一定的角度间隔顺时针(逆时针)旋转, 在一定角度范围内进行搜索以寻找最佳匹配路径, 并与周围的 8 个次佳匹配路径加权拟合, 以拟合后匹配路径的终点位置为最优匹配位置. 通过仿真试验并对算法的匹配可靠性和匹配误差进行分析, 结果表明, 相比 TERCOM 算法和 SITAN 算法, 该算法能实时获得载体的最优位置, 匹配定位精度提高约 35%, 达到 1.05 n mile, 对提高现有重力场辅助导航的定位成功率和定位精度具有重要意义.

关键词TERCOM 算法
最小均方误差
坐标旋转
加权拟合
辅助导航

潜艇的基础导航系统(惯性导航系统, INS)的导航位置误差随时间累积, 长时间航行时需要重新调和校正才能保证载体的定位精度. 传统意义上的辅助导航方法(如: 利用外部的天文导航信息、无线电导航信息、卫星导航等信息定期地对惯性导航的漂移进行校正)为了获取外部的校正信息要求潜艇接近或浮出水面, 这就牺牲了潜艇的隐蔽性^[1,2]. 而地球重力场是地球固有的物理特性之一, 其分布不均匀, 存在一个变化的拓扑. 重力场匹配导航在获取重力信息时, 对外无能量发射、无需浮出水面或接受外部信号, 具有良好的隐蔽性, 因此, 重力/惯导组合导航技术符合 21 世纪水下运载体“高精度、长时间、自主性、无源性”的导航需求, 是未来辅助导航的发展方向^[3-6].

随着卫星测高、卫星重力等技术的发展, 海洋重

力场的分辨率已经达到 $2' \times 2'$ 、在进一步精化下可达 $1' \times 1'$, 重力异常精度达到 3~8 mGal, 同时海洋重力仪的测量精度达到 1 mGal, 这给较高精度下实施重力匹配水下载体导航提供了条件. 利用重力场进行无源辅助潜艇导航, 国内外专家学者在此领域不断进行探索和研究^[7-17]. 重力辅助导航的研究始于 20 世纪 70 年代美国海军的一项绝密军事计划, 其目的是提高三叉戟弹道导弹潜艇性能. 重力辅助导航系统的研究基本上可以分为三个阶段^[18,19]: 20 世纪 80 年代中期以前, 研究工作主要集中在运动基座重力梯度仪、重力辅助导航理论以及匹配理论的研究; 90 年代前后, 研究工作主要集中在以重力梯度为匹配对象的无源导航系统; 90 年代后期, 开始以重力异常和重力梯度为匹配对象的高精度无源重力导航研究

工作. 20 世纪 90 年代初, 美国贝尔实验室、Lockheed Martin 公司等机构对重力图形匹配技术开展了专项研究, 完成了一种使用重力技术替代 GPS 来控制惯性导航误差技术, 该技术主要是一个 INS 系统增加一个通用重力模块(UGM), 通用 UGM 上还有两种类型的重力传感器, 即重力仪和三轴重力梯度仪, 通过与已有的重力异常、重力梯度等图进行匹配, 实现重力辅助导航技术. 该系统装备已安装在美国的三叉戟核潜艇上, 经过实践检验证明是切实可行的.

与美国、俄罗斯等国家相比, 国内开展重力辅助导航系统的研究始于本世纪初, 目前还处于原理探索和仿真研究阶段, 国内许多学者采用多种匹配算法(如 TERCOM 法、ICCP 法、SITAN 法等)、并基于重力异常和重力梯度数据开展了大量的工作^[20~26].

1 重力辅助导航基本原理

重力辅助导航系统是利用高分辨率的重力图组成的基本信息数据库特征获取载体位置信息的导航技术. 重力匹配导航系统通常由惯性导航系统、重力背景场数据库、重力传感器、高性能计算机和匹配算法组成. 潜艇在行驶过程中, 惯性导航系统给出时间序列的导航参数(主要是位置信息), 通过该位置信息在重力背景场数据库中找到相应的指示重力场参量值(重力异常或重力梯度), 同时海洋重力仪(或重力梯度仪)实时测量相应的重力场参量数据, 将仪器测量的重力场参量数据和 INS 指示位置的重力场参量数据输给计算机, 并利用一定的匹配算法或准则进行解算, 从而获得潜艇精确的匹配位置信息. 利用该匹配位置信息对惯导系统进行反馈校正, 在不影响本身隐蔽性的基础上, 最终提高惯性系统的导航定位精度.

重力场匹配算法主要有相关匹配算法和滤波算法. 目前相关匹配算法研究较多的主要是 TERCOM 算法(地形轮廓匹配算法)和 ICCP 算法(迭代最近点等值线算法), 滤波算法主要是基于 Kalman 滤波的 SITAN 算法(桑地亚惯性地形辅助导航系统). 不管采用哪一种匹配算法, 都要在以惯导系统指示的概略位置为中心、惯导系统的有效定位半径范围内, 搜索寻找到潜艇真实位置的最佳对应匹配点, 图 1 给出了潜艇位置与导航系统指示位置漂移示意图. 图 2 给出

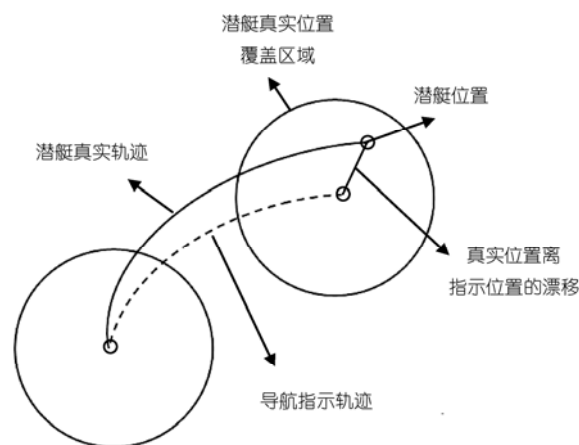


图 1 潜艇位置与导航系统指示位置漂移

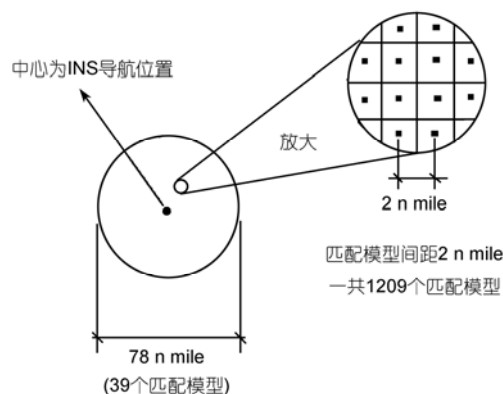


图 2 匹配模型空间结构

了 INS 导航圆概率误差(CEP)为 15 n mile(依据瑞利分布原则, 置信度 99%的有效定位半径为 39 n mile; 1 n mile $\approx$ 1852 m)、重力背景场数据库分辨率为 2 n mile 的匹配模型示意图.

图 3 给出了 TERCOM 匹配算法的原理示意图^[27,28]. 载体经过一段时间的运行, 惯导指示位置从 O_1 到 O_2 , 将惯导系统给出的沿航迹的重力数据序列(依据惯导指示位置在重力背景场数据库中插值得到)与重力仪测量数据序列进行相关分析, 在存储重力背景图中得到平行于惯导指示航迹 O_1O_2 的对应匹配航迹 A, 再经过一段时间运行后至 O_3 , 同理根据惯导指示航迹 O_2O_3 得到匹配航迹 B. 由于该算法是在获得了沿轨迹一系列信息后进行相关处理, 因而实时性较差, 而且该算法对匹配长度和航迹的方向误差

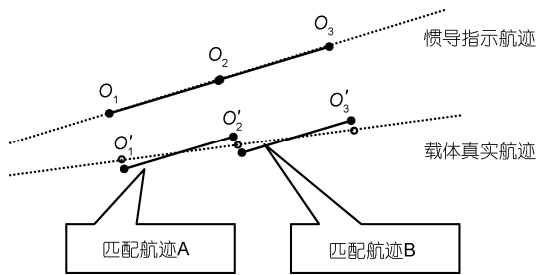


图3 TERCOM 算法原理示意图

比较敏感,但是相比 SITAN 算法,TERCOM 算法无需知道沿轨迹系列信息的数据统计特征.本研究主要针对经典 TERCOM 算法的不足进行改进,以进一步提高重力匹配辅助导航系统的可靠性和定位精度.

2 “最小均方误差旋转拟合法”算法设计

如图 4,潜艇经过一段时间的航行后,潜艇有一条“真实航迹”,也就是预先不知道精确位置而需要求解的航迹,同时潜艇本身携带的惯导系统实时给出潜艇的惯导“指示航迹”.假定重力仪传感器的测量数据和惯导系统的指示数据是同步实时,如图 4 中给出了在第 t_n 时刻潜艇的真实位置 $\star$ 和惯导系统的指示位置 $\circ$,由 INS 导航圆概率误差(CEP)以及瑞利分布原则,确定潜艇的真实位置在航行器置信度 99% 的真实位置可能区域半径(如图 4 中的有效定位半径)内.

根据重力背景场数据库的分辨率,确定以惯导指示位置为中心、有效定位半径的范围内一共有 m 个网格点,在 t_n 个观测时刻,重力仪传感器可获得潜艇路径的重力异常一组特征数据 $g_t^{\text{obs}} (t=t_1, t_2, \dots, t_n)$,同时根据惯导系统的置信区间范围及其提供的概略

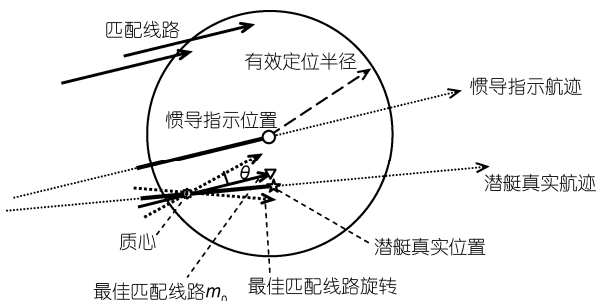


图4 匹配辅助导航示意图

位置信息,可以得到 m 条平行于导航系统指示的路径(如图 4 中的 m 条匹配线路),进而从重力异常特征数据库中读取并行的 m 组重力异常数据 $g_t^i (t=t_1, t_2, \dots, t_n, i=1, 2, \dots, m)$. 假定匹配长度为 k 个测点 ($k \leq n$),那么在第 t_n 时刻,可以得到 m 条匹配线路,每条匹配线路的位置和对应的重力异常插值为

$$\begin{cases} (\lambda_{t_j}^i, \phi_{t_j}^i), \\ g_{t_j}^i, \end{cases} (i=1, 2, \dots, m; j=n-k+1, n-k+2, \dots, n). \quad (1)$$

与匹配长度以及观测时刻相对应,重力仪传感器的观测数据序列为

$$g_{t_j}^{\text{obs}} (j=n-k+1, n-k+2, \dots, n). \quad (2)$$

将每条匹配线路在重力异常背景数据库中的插值序列和重力仪传感器的观测数据序列比较,求取均方误差 $\sigma_i (i=1, 2, \dots, m)$:

$$\sigma_i = \left[\left(\sum_{j=n-k+1}^n (g_{t_j}^{\text{obs}} - g_{t_j}^i)^2 \right) / k \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

比较上述 m 条线路的均方误差,得到 $\sigma_{m_0} = \min(\sigma_i)$ 对应的一条均方误差最小的线路 m_0 (如图 4 指示最佳匹配线路), $m_0 \in [1, m]$, 其位置和重力异常插值为

$$\begin{cases} (\lambda_{t_j}^{m_0}, \phi_{t_j}^{m_0}), \\ g_{t_j}^{m_0}, \end{cases} (j=n-k+1, n-k+2, \dots, n). \quad (4)$$

由于陀螺的漂移等影响,惯导指示航迹与潜艇真实航迹存在一定的方向误差,即使采用上述理论可以达到如图的最佳匹配线路 m_0 ,但是最佳匹配线路的末端点位置 ∇ 与潜艇真实位置 $\star$ 不可避免存在比较大的误差,该误差大小与匹配长度和方向误差有关,匹配长度越大、方向角误差越大,则由此引起的定位误差越大.如果重力背景场数据库的分辨率为 $2' \times 2'$,匹配长度为 25 个格网,惯导指示航迹方向角偏离为 3° ,那么由此产生的定位误差平均达到 $\varepsilon = 1.3 \text{ n mile}$.

为了降低该影响,将最佳匹配线路 m_0 绕其位置质心旋转,进而寻找到另一条最优的匹配线路.如图 4,以最佳匹配线路 m_0 在重力异常背景数据库中的插值序列和重力仪传感器的观测数据序列的平方和定权,解算最佳匹配线路的位置质心 (λ_0, ϕ_0) :

$$\lambda_0 = \frac{\sum_{j=n-k+1}^n \lambda_{t_j}^{m_0} \cdot (g_{t_j}^{\text{obser}} - g_{t_j}^{m_0})^2}{\sum_{j=n-k+1}^n (g_{t_j}^{\text{obser}} - g_{t_j}^{m_0})^2},$$

$$\phi_0 = \frac{\sum_{j=n-k+1}^n \phi_{t_j}^{m_0} \cdot (g_{t_j}^{\text{obser}} - g_{t_j}^{m_0})^2}{\sum_{j=n-k+1}^n (g_{t_j}^{\text{obser}} - g_{t_j}^{m_0})^2}. \quad (5)$$

在一定的角度 $\pm\theta$ 范围内, 将最佳匹配线路 m_0 以一定的角度间隔 $\Delta\theta$ 绕质心旋转, 得到旋转线路 (m_0, w) , 假定一共有 h 条旋转线路, 则对应 h 条旋转线路的均方误差分别为

$$\sigma_{(m_0, w)} = \left[\left(\sum_{j=n-k+1}^n (g_{t_j}^{\text{obser}} - g_{t_j}^{(m_0, w)})^2 \right) / k \right]^{\frac{1}{2}}, (w=1, 2, \dots, h). \quad (6)$$

比较上述 h 条旋转线路的均方误差, 得到 $\sigma_{(m_0, w_0)} = \min(\sigma_{(m_0, w)})$ 对应的一条均方误差最小的线路 w_0 ($w_0 \in [1, h]$), 其位置和重力异常插值为

$$\begin{cases} (\lambda_{t_j}^{(m_0, w_0)}, \phi_{t_j}^{(m_0, w_0)}), \\ g_{t_j}^{(m_0, w_0)}, \end{cases} (j = n-k+1, n-k+2, \dots, n). \quad (7)$$

考虑到 INS 的漂移误差, 算法选取以最佳匹配线路 m_0 的终点为中心, 与重力背景场数据库格网分辨率一致的周围8个格网点为终点的另外8条匹配线路, 依照上述方法分别绕各自的位置质心旋转, 并在旋转的 h 条线路中找到各自均方误差最小的对应线路, 那么这一共9条线路的均方误差、位置和重力异常插值为

$$(\sigma_{(m_0^l, w_0^l)}, (\lambda_{t_j}^{(m_0^l, w_0^l)}, \phi_{t_j}^{(m_0^l, w_0^l)}), g_{t_j}^{(m_0^l, w_0^l)}), (\lambda_{t_j}^{(m_0^l, w_0^l)}, \phi_{t_j}^{(m_0^l, w_0^l)}),$$

$$(l=1, 2, \dots, 9; j = n-k+1, n-k+2, \dots, n). \quad (8)$$

在第 t_n 时刻上述9条线路的终点位置为: $(\lambda_{t_n}^{(m_0^l, w_0^l)}, \phi_{t_n}^{(m_0^l, w_0^l)})$ ($l=1, 2, \dots, 9$).

依据上述9条线路的终点位置并加权拟合, 得到在第 t_n 时刻潜艇真实位置 $\star$ 对应的匹配点位置. 具体定权如下:

比较9条线路的均方误差, 得到最小均方误差 $\sigma^* = \min(\sigma_{(m_0^l, w_0^l)})$ ($l=1, 2, \dots, 9$). 设定: $N_l = \sigma_{(m_0^l, w_0^l)} / \sigma^*$ ($l=1, 2, \dots, 9$). 那么对应9个待拟合点的权为

$$P_l = \frac{\exp(-0.5 \times N_l)}{\sum_{l=1}^9 \exp(-0.5 \times N_l)}, (l=1, 2, \dots, 9). \quad (9)$$

由9条线路的终点位置加权拟合得到在第 t_n 时刻潜艇真实位置的最优匹配位置为

$$\lambda = \sum_{l=1}^9 (P_l \times \lambda_{t_n}^{(m_0^l, w_0^l)}), \quad \phi = \sum_{l=1}^9 (P_l \times \phi_{t_n}^{(m_0^l, w_0^l)}). \quad (10)$$

3 仿真研究与统计分析

为了分析“最小均方误差旋转拟合法”辅助匹配导航方法的有效性, 并对算法的匹配可靠性和匹配误差进行分析, 在中国海及其邻域选取某条航线进行仿真试验, 航线起止点为: (28°N, 128°E)~(24°N, 132°E).

本研究采用的重力背景场数据库是由卫星测高数据等资料解算得到的中国海及其邻域的重力异常格网数据^[29], 分辨率为 $2' \times 2'$. 假定潜艇按照惯性导航系统指示匀速运动, 潜艇速度20.0 kn/h. INS的有效定位半径39 n mile, 初始位置误差1.5 n mile, 定位精度1.0 n mile/h, 经向和纬向的位置漂移率分别为0.8, 0.6 n mile/h. 这里仿真的初始参数比普通潜艇上携带惯导系统的精度稍低, 但是经过匹配以后定位精度能得到显著的提高, 说明重力匹配辅助导航技术可以降低对惯导系统的定位精度要求, 而惯导系统的定位精度越高则价格显著提高.

仿真过程中重力异常测量值是根据潜艇模拟真实位置、以重力背景数据库基础、双线性内插并加上重力噪声得到, 并假定噪声为10.0 mGal² (包含了重力背景场数据库自身误差、内插误差以及重力仪的测量误差). 旋转角度范围 $\theta = \pm 5^\circ$, 角度间隔 $\Delta\theta = \pm 0.06^\circ$. 与重力场背景数据库相应, 每行驶距离 $2'$ (约2 n mile, 行驶时间间隔6 min)一个观测值, 在给定初始位置和航向后, 模拟计算各个时刻惯导的指示位置和仿真定位结果.

旋转角度范围 θ 和角度间隔 $\Delta\theta$ 对匹配定位精度和计算效率有一定影响. θ 的取值大小参照潜艇航行时间和惯导系统的漂移率, θ 值越大, 潜艇的真实位置在旋转的角度范围之内的置信度越高, 但是匹配计算效率越低; $\Delta\theta$ 的取值大小与匹配长度和重力场背景数据库的分辨率相关, 匹配长度越短、重力场背景库的分辨率越低, 则 $\Delta\theta$ 值可以越大(这里 $\Delta\theta$ 值可

以取得很小,但是无助于匹配精度的提高,反而会使匹配计算效率显著降低).

匹配长度(采样距离)是每次匹配所用的航行路径段的长度,它是采用相关处理技术进行匹配辅助导航中的一个重要参数.匹配长度要选得足够长,实测重力剖面的特征才会明显,但过长的采样距离容易影响点位的整体匹配精度;同时匹配长度又要选得足够短,以便使各次定位之间的漂移保持最小,但采样距离过小难以形成有效匹配.一般最佳匹配长度与航线经过的背景场数据库的特征以及采样间隔等因素有关.本研究通过选定航线对不同匹配长度进行仿真分析,研究“最小均方误差旋转拟合法”在不同采样距离下的匹配可靠性和匹配误差,并与原 TERCOM 算法对比以评判本文算法的优劣.为方便比较,将原 TERCOM 算法简称 A 算法,本文设计的“最小均方误差旋转拟合法”简称 B 算法.

图 5 给出了匹配长度为 25 个测点情况下, A 算法和 B 算法仿真匹配的轨迹(共 172 个测点). INS 模拟误差从初始的 1.5 n mile 一直累积到终点的 18.6 n mile,但是经过匹配以后,两种算法都能显著抑制 INS 的误差积累.图 6 分别为潜艇真实位置处、惯导系统指示位置处以及 A 算法仿真匹配点位置和 B 算法仿真匹配点位置的重力异常值对比.尽管潜艇真实位置处的重力异常与惯导系统指示位置处的对应值差异逐渐增大,甚至到第 90 个周期以后几乎完全偏离,但是经过辅助导航仿真以后,匹配点位置处的重力异常(星号和圆圈)能够与潜艇真实位置处的仪器观测值(红线)很好的拟合,从另一个角度说明了 A 算法和 B 算法进行重力匹配辅助导航的有效性.

为了更直观的对比 A 算法与 B 算法匹配辅助导

航的效果,表 1 给出了不同匹配长度下两种算法的仿真匹配精度统计.“定位误差均值”是指在水平方向上匹配位置与潜艇真实位置之间距离的算数平均值,距离(或定位误差)数值没有正负之分,全部为正,其符号表现出系统性;“定位误差标准差”表征了定位误差相对误差均值的离散度;“定位误差均方差”表征了定位误差相对于真值的离散度(由于采用仿真试验,潜艇的航迹真实位置预先已知,理论上定位误差的真值应该为 0),该项也是评价匹配定位精度最关键的指标.考虑到起始阶段的匹配路径太短造成一些匹配点的定位误差较大,以 3 倍中误差为原则,舍弃了开始的 6 个误差较大的连续仿真匹配点.表 1 中,如果匹配长度采用 15 个测点(每两个测点间距约 2 n mile),则无论采用 A 法或 B 法,由于匹配长度过短,匹配定位精度都最差,甚至超过 4 n mile;随着匹配长度的增加,定位精度逐渐提高,在匹配长度为 25 个测点时,匹配定位精度最高;以后随着匹配长度的进一步加长,匹配定位精度逐渐降低.在同样匹配长度下, B 算法的匹配定位精度明显优于 A 算法,并且随着匹配长度的增加,优势愈加显著.在匹配长度为 25 个测点时, B 算法匹配精度达到最佳值 1.05 n mile,与 A 算法的匹配最佳精度 1.63 n mile 比较,提高约 35.6%,明显优于 A 算法匹配辅助导航的性能,说明了本文设计的“最小均方误差旋转拟合法”辅助导航方法的有效性和优越性.图 7 给出了匹配长度为 25 个测点时,两种不同匹配算法的各个匹配点定位误差的直观比较,在 20 个测点之前,由于匹配长度不够以及重力异常的变化幅度不明显,两种算法的匹配定位误差很大,但是总体来看, B 算法(实线)的定位误差明显低于 A 算法(虚线).

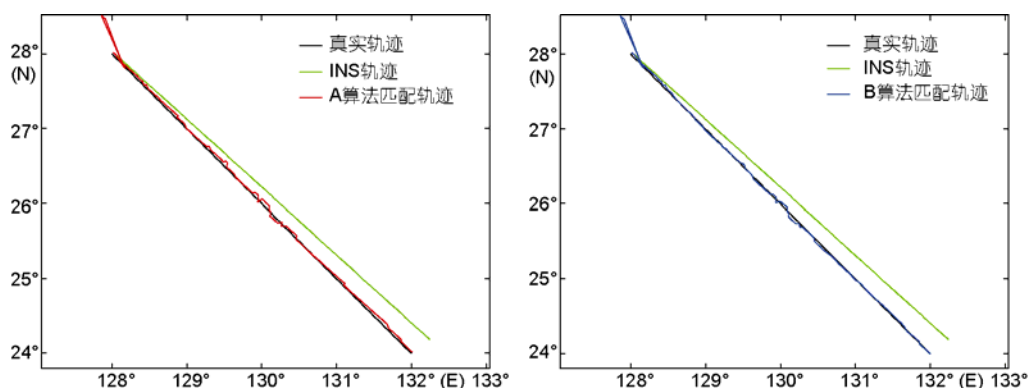


图 5 两种不同匹配算法仿真匹配轨迹

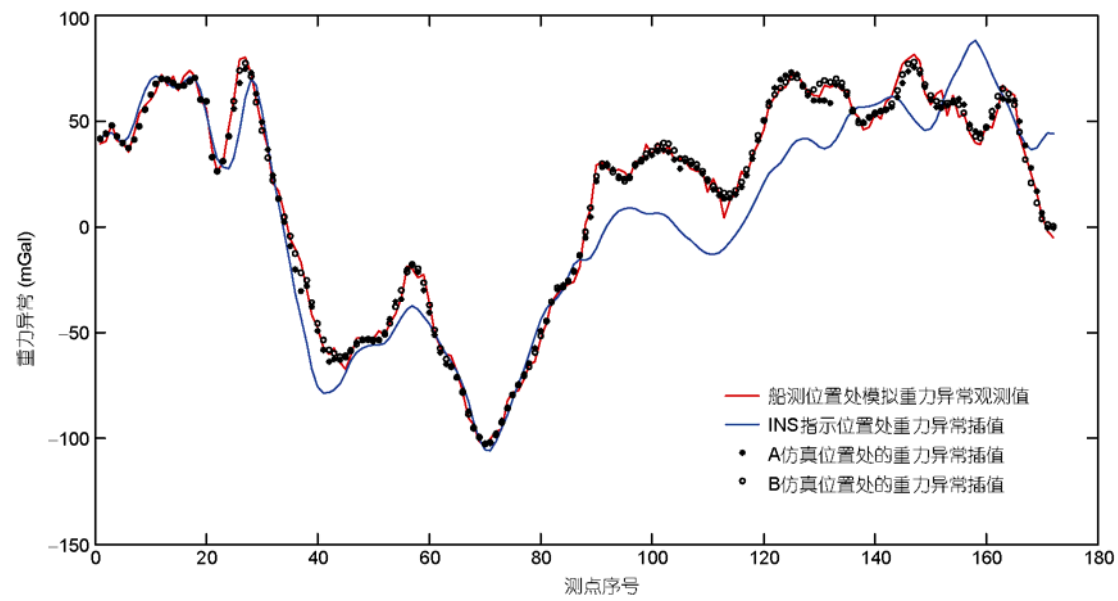


图6 “最小均方差旋转拟合法”仿真匹配位置处重力异常值比较
每个测点序号代表 6 min 时长

表1 不同采样长度下两种匹配算法定位精度比较

匹配采用测点数	匹配算法	定位误差均值 (n mile)	定位误差标准差 (n mile)	定位误差均方差 (n mile)
15	A	1.97	3.80	4.28
	B	1.62	3.86	4.18
20	A	1.50	0.62	1.63
	B	0.93	0.75	1.20
25	A	1.52	0.68	1.67
	B	0.85	0.61	1.05
30	A	1.64	0.80	1.83
	B	0.89	0.59	1.07
35	A	1.87	0.96	2.11
	B	0.93	0.58	1.10

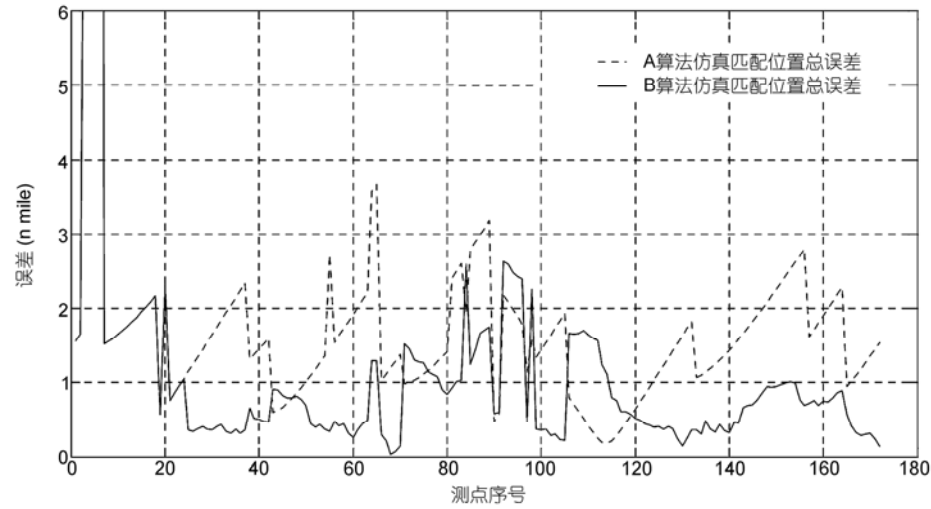


图7 两种不同匹配算法仿真匹配位置误差
说明同图6

在同样条件下, 设定 Kalman 滤波方程中的系统噪声为 $q=1.0 \text{ mGal}^2$, 观测噪声 $r=1.0 \text{ mGal}^2$, 对该线路基于 SITAN 算法进行仿真试验, 与 A 算法和 B 算法一样, 由于前 13 个测点的重力异常变化幅度不大, 特征不明显, 造成该部分定位精度较差. 舍弃该 13 个测点后并对最终匹配结果统计分析, 具体定位效果为: 定位误差均值为 1.29 n mile 、定位误差标准差为 0.71 n mile 、定位误差均方差为 1.48 n mile . 以定位误差均方差为衡量指标, 尽管 SITAN 算法的匹配定位精度优于 A 算法的最佳匹配定位精度, 但是与 B 算法相比, 其定位精度还是要低约 30%.

4 结语

本文提出了一种新的重力匹配辅助导航方法, 即最小均方误差旋转拟合法. 以卫星测高资料得到

的重力异常 $2' \times 2'$ 格网数据为基础, 在随机过程理论基础上, 通过仿真试验, 统计结果表明, 相比原 TERCOM 算法和 SITAN 算法, 最小均方误差旋转拟合法的匹配定位精度提升约 0.5 n mile , 改善率达到 30%~35%. 这些都说明采用本文方法后, 重力匹配辅助导航最终匹配点的可靠性和定位误差能得到进一步的改善.

即使在采用同样方法的情况下, 不同线路其最终的匹配定位精度也不尽相同, 重力辅助导航的定位精度与背景场数据分辨率和精度、沿航线的重力场特征、重力仪的测量精度、采样间隔和匹配长度等很多方面相联系^[30,31]. 本文主要从匹配算法的角度, 以内部检核的方式对本文设计的匹配辅助导航算法的匹配可靠性和定位精度进行了统计分析, 未来可考虑实际海上试验, 并联合 GPS 等高精度定位系统对仿真匹配的有效性进行外部检核.

致谢 感谢审稿专家提出的宝贵意见.

参考文献

- 1 刘承香. 水下潜器的地形匹配辅助定位技术研究. 博士学位论文. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2003
- 2 戴全发. 重力匹配导航仿真研究. 博士学位论文. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 2007
- 3 Rice H, Kelmenson S, Mendelsohn L. Geophysical navigation technologies and applications. IEEE, Position Location and Navigation Symposium, 2004. 618–624
- 4 刘繁明, 成怡. 重力/惯性匹配导航系统得仿真研究. 中国惯性技术学报, 2005, 13: 22–29
- 5 袁书明, 孙枫, 刘光军, 等. 重力图形匹配技术在水下导航中德应用. 中国惯性技术学报, 2004, 12: 13–17
- 6 彭富清, 霍立业. 海洋地球物理导航. 地球物理学进展, 2007, 22: 759–764
- 7 Lowreys J A. Passive navigation using inertial navigation sensors and maps. Naval Eng J, 1997, 5: 245–251
- 8 Bishop C. Gravitational field maps and navigational errors. IEEE J Ocean Eng, 2002, 27: 726–737
- 9 Hugh R, Steven K, Louis M. Geophysical navigation technologies and applications. IEEE, 2004: 618–624
- 10 Warren G H, Stanley K J. Error analysis of two new gradiometer-aided inertial navigation systems. J Spacecraft, 1976, 13: 340–347
- 11 Metzger E H, Jircitano A. Inertial navigation performance improvement using gravity gradient matching techniques. AIAA Guidance and Control Conference, 1975
- 12 Christopher J. Precision free-inertial navigation with gravity compensation by an onboard gradiometer. J Guid Control Dyn, 2006, 29: 704–712
- 13 Zhang F Z, Chen X W, Sun M, et al. Simulation study of underwater passive navigation system based on gravity gradient. IEEE, 2004: 3111–3113
- 14 Ling X, Jie M, Li Z, et al. Submarine navigation based on gravity gradient-terrain matching. Proc SPIE, 2007, 6790: 4S1–4S6
- 15 Kim A, Golnaraghi M F. Initial calibration of an inertial measurement unit using an optical position tracking system. IEEE, Position Location and Navigation Symposium, 2004. 96–101
- 16 Jircitano A, Dosch D E. Gravity aided inertial navigation system. US Patent, 5339684. 1994-08-23
- 17 Chew S L, Dmytrasz J N, Gatta J, et al. Passive navigation system. US Patent, 5912643. 1999-06-15
- 18 熊正南, 蔡开仕, 武风德, 等. 21 世纪美国战略潜艇导航技术发展综述. 舰船科学技术, 2002, 24: 30–36
- 19 Hays K M, Schmidt R G, Wilson W A, et al. A Submarine navigator for the 21st century. IEEE, Position Location and Navigation Symposium, 2002. 179–188

- 20 许大欣. 利用重力异常匹配技术实现潜艇导航. 地球物理学报, 2005, 48: 812–816
- 21 王虎彪, 王勇, 许大欣, 等. 重力垂直梯度导航值特征分布与可导航性分析. 测绘学报, 2010, 39: 364–369
- 22 Wang Z G, Bian S F. A local geopotential model for implementation of underwater passive navigation. Prog Natur Sci, 2008, 18: 1139–1145
- 23 李斐, 束蝉方, 陈武. 高精度惯性导航系统对重力场模型的要求. 武汉大学学报——信息科学版, 2006, 31: 508–511
- 24 王志刚, 边少锋. 基于 ICCP 算法的重力辅助惯性导航. 测绘学报, 2008, 37: 147–157
- 25 吴太旗, 黄谟涛, 边少锋, 等. 直线段的重力场匹配水下导航新方法. 中国惯性技术学报, 2007, 15: 202–205
- 26 夏冰, 蔡体菁. 一种重力辅助导航系统故障诊断与容错方法. 中国惯性技术学报, 2009, 17: 102–106
- 27 闫利, 崔晨风, 吴华玲. 基于 TERCOM 算法的重力匹配. 武汉大学学报——信息科学版, 2009, 34: 261–264
- 28 Golden J P. Terrain contour matching (TERCOM): A cruise missile guidance aid. In: Wiener T F, ed. Image Processing for Missile Guidance, 1980. 10–18
- 29 Andersen O, Knudsen P, Trimmer R. Improved high resolution altimetric gravity field mapping (KMS2002 Global Marine Gravity Field). In: Sanso F, ed. A Window on the Future of Geodesy. IAG Symposium, 2005. 326–331
- 30 程力, 张雅杰, 蔡体. 重力辅助导航匹配区域选择准则. 中国惯性技术学报, 2007, 15: 559–563
- 31 冯浩, 晏磊, 张飞舟, 等. 基于辅助惯性导航的数据地图特征分析. 北京邮电大学学报, 2004, 27: 23–27