

一种圆弧曲线的直接放样法

厦门大学数学系数学专业 73 级工农兵学员

一、问题的提出

画圆或圆弧本来用圆规或类似的画圆器械即可解决,但在工程施工中(如冷作放样或土木建筑中放样),常常遇到施工条件的限制(如场地限制),不可能用圆规直接作出,而必须采用近似的放样方法. 例如,在冷作放样中常遇到大直径的贮罐(如煤汽罐)和圆顶锥台(如高炉皮、钢水罐)等都涉及画出大圆弧曲线;又如,在土木建筑施工中也常遇到圆弧曲线的现场放样等问题(如在影剧院工程中,观众席位根据设计要求,每一排都组成一个同心圆弧,然而圆弧半径往往二倍于剧场的进深,因之无法直接用画圆工具画出). 这些问题,在数学上的反映是:已知圆弧的弦长($2S_0$)和拱高(h_0),求作这个圆弧.

目前,常用放样法有坐标放样法,弦点放样法,拱弦等分放样法以及弦分放样法等. 下面介绍我们到工厂和施工现场,在向工人老师傅学习的基础上,根据施工需要,提出的一种比较方便的弦切角放样法. 经实践表明,其工效可比其他方法提高一倍以上,且基本上不受场地的限制,并便于设计简单工具进行机械放样.

二、弦切角放样法

已知:弦长 $AB = 2S_0$, 拱高 h_0 .

1. 作法(图 1):

由 A, B, C 三点构成 $\triangle ABC$, 作 $\angle A'AC = \angle CAB$, $\angle B'BC = \angle CBA$, 在 AB 上取二点 D, E , 使 $BD = AE$, 分别以 B, A 两

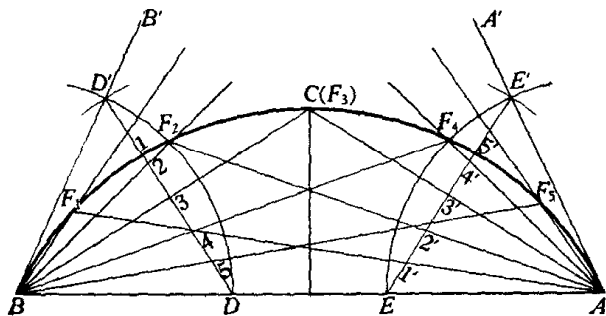


图 1

点为圆心, BD 长为半径画圆弧分别交 BB' 、 AA' 于 D', E' 两点, 连结 DD' 及 EE' . 再把弦 DD' 和 EE' 进行适当等分, 并加以编号(一个由上而下, 一个则由下而上). 然后分别连结 A_i' 和 B_i ($i = 1, 2, \dots$), 其交点 F_i 即为所求作圆弧上的点. 最后, 依次圆滑地连结 $B, F_1, F_2, \dots, A$ 诸点, 即近似地画出所求圆弧.

2. 证.

由平面几何得知,

$$\angle B'BA = \angle A'AB$$

是弦切角, 又由作法知

$$\triangle 1BD' \cong \triangle 1'AE,$$

所以

$$\angle D'B1 = \angle EA1'.$$

因此

$$\begin{aligned} \angle BF_1A &= 180^\circ - \angle F_1BA - \angle F_1AB \\ &= 180^\circ - \angle B'BA \\ &= 180^\circ - \angle CAB - \angle CBA \\ &= \angle BCA, \end{aligned}$$

所以, F_1 在所求作的圆弧上. 同理, F_i 在所

本文 1974 年 9 月 22 日收到.

求作的圆弧上。

3. 注记:

(1) 如果采用等分 $\angle A'AC$ 及 $\angle ABC$ (图 2), 则作出的点也与上法一样。

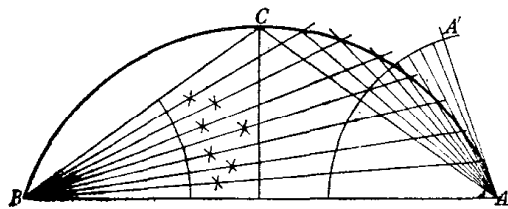


图 2

(2) 也可不等分角或弦, 而依序(一个由上而下, 一个由下而上) 分别作出相同的角, 只要所作之角间隔较为均匀, 并足够密, 则所得之交点也符合要求。

例如 图 3, 作 $\angle CB1 = \angle 1'AC$, $B1$ 与 $A1'$ 相交于 F_1 , 又作 $\angle 1B2 = \angle 1'A2'$, $B2$ 与 $A2'$ 的交点为 F_2 , 那么, F_1 、 F_2 两点都在所求圆弧上。

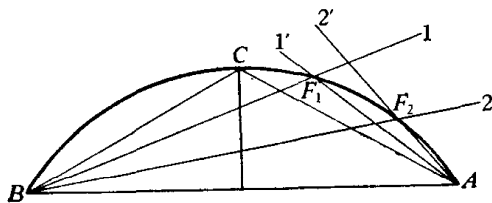


图 3

三、机械放样法的设想

由于求作的圆弧曲线的弦长 $\overline{AB}$ 和拱高 $\overline{OC}$ 是已知的, 因而圆周角 $\angle AOB$ 是定值,

根据弦切角放样法的原理, 我们可以设计一种角度尺, 运用机械方法直接作出大圆弧。

角度尺(根据需要可在现场做), 其角度调节到 $\angle AOB$ (图 4), 在角度尺顶点下面装上划线针(或其他划线工具)。角度尺的一边与杆(1)一端固定连接, 而另一端则与 A 点作滑动的铰链连接(它既可绕 A 点转动, 又可滑动), 杆(1)的长度略比弦 AB 长。杆(2)的一端与 B 点成可转动连接, 而另一端穿过角度尺, 可沿角度尺的套筒滑动。杆(2)的长度略长于 $\sqrt{\left(\frac{1}{2} \text{弦长}\right)^2 + \text{拱高}^2}$ 。这样在转动中角度尺顶点划线针的轨迹, 就是所求作的圆弧。

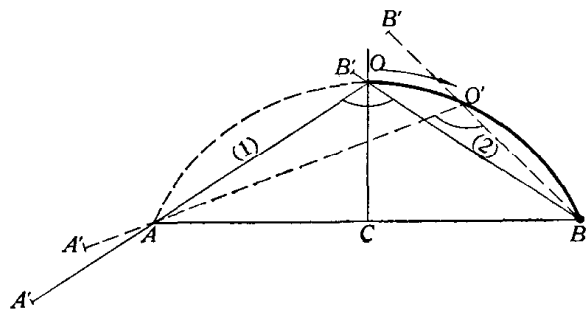


图 4

在实际施工中, 可能由于求作的圆弧曲线弦较长, 因而工具较大, 使用不甚方便, 此时可先找出圆弧上的各等分点(譬如 4 等分), 然后分几次逐段画出。