



## 论 文

# 亚 90 nm 沟道 MOSFET 亚阈值状态下二维电势和阈值电压的半解析模型

孟坚, 柯导明\*, 韩名君

安徽大学电子信息工程学院, 合肥 230601

\* 通信作者. E-mail: kedaoming@sohu.com

收稿日期: 2013-06-13; 接受日期: 2013-08-14

国家自然科学基金 (批准号: 61076086) 和高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20103401110008) 资助项目

**摘要** 本文提出一个亚 90 nm 沟道 MOSFET 在亚阈值状态下的二维电势和阈值电压的半解析模型. 文章首先根据短沟道 MOSFET 在亚阈值状态下的物理模型提出定解问题, 然后用特征函数将由氧化层和空间电荷区衔接条件所得到的超越方程组作正交展开, 得到关于未知量的线性代数方程组, 求出了氧化层和空间电荷区的二维电势、耗尽层厚度和阈值电压的表达式. 该模型不需要适配参数, 运算量小, 避免了方程离散化, 计算精度与数值解精度相同. 文章给出了沟道长度为 90 nm 以下 MOSFET 的电势分布、表面势、耗尽层厚度和阈值电压计算结果, 计算值与二维数值模拟值高度吻合.

**关键词** 亚 90 nm 沟道 MOSFET 二维电势分布 耗尽层厚度 阈值电压 半解析模型

## 1 引言

半导体工艺技术进展导致 MOSFET 的尺寸迅速减小, 当前 MOSFET 尺寸已达到了 22 nm<sup>[1]</sup>. 这样小尺寸的 MOSFET, 其电学特性模型已不能用一维物理结构来近似分析, 至少应当用二维结构去分析. 目前这些小尺寸 MOSFET 的电学特性分析方法有两大类. 一类是数值方法<sup>[2~5]</sup>, 通常用差分法或有限元法解泊松方程和电流连续性方程, 直接计算电流和电势的数值解. 数值模型的优点是计算准确、精度高; 缺点是运算量大, 没有解析表达式. 另一类是解析模型. 由于求解氧化层和空间电荷区的偏微分方程有较大的难度, 部分研究者只计算 Si 表面电势的常微分方程, 可得到准二维模型<sup>[6~8]</sup>. 这些准二维的解析模型使用了一些与实际情况不同的假设和适配参数, 例如 SPICE 程序里的 MOS 模型<sup>[8]</sup>, 适配参数高达两百多个, 给器件电学特性分析和集成电路设计带来了众多不便. 也有研究者提出了更精确的方法, 例如为了求解表面势和阈值电压这两个至关重要的参数, 近似求解亚阈值状态的栅氧化层和空间电荷区的二维电势定解问题<sup>[9,10]</sup>. 为解偏微分方程, 大多数文献首先简化了边界条件, 假设栅至源端和栅至漏端边界的电势是线性分布; 其次, 虽然求出的耗尽层厚度是一个无穷级数表达式, 但为了得到解析解, 耗尽层厚度通常只取一阶项, 所得解与实验结果能较好的符合. 然而随着器件尺寸进入亚 0.1  $\mu\text{m}$  以后, MOSFET 的栅绝缘层在 2 nm 以下, 栅绝缘层边界电势根本不是一维分布. 由于定解问题的解由边界条件和偏微分方程共同决定, 所以这样处理氧化层边界和耗尽层厚度, 会

**引用格式:** 孟坚, 柯导明, 韩名君. 亚 90 nm 沟道 MOSFET 亚阈值状态下二维电势和阈值电压的半解析模型. 中国科学: 信息科学, 2013, 43: 1496–1510, doi: 10.1360/112013-55

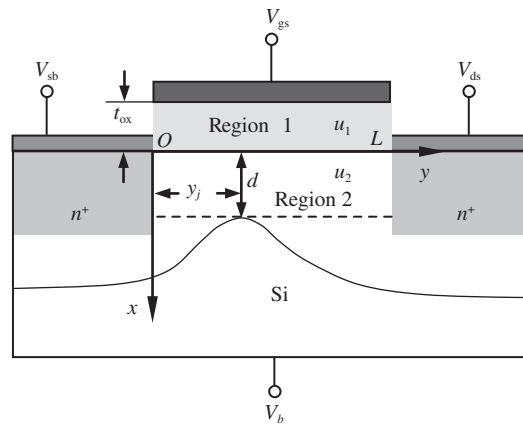


图 1 MOSFET 器件结构坐标示意图

Figure 1 The coordinate scheme of a MOSFET

给电势分布造成大的误差. 而求解耗尽层厚度如果只从无穷级数中取一项, 则更是降低了电势和电流的精度, 文献 [11] 介绍了这个问题的最新进展, 文中给出了氧化层和空间电荷区的定解问题的提法, 讨论了满足定解问题所需要的特征长度, 但并没有求解这个定解问题.

亚阈值状态 MOSFET 电学特性方程的二维定解问题是一个含有衔接条件和可变边界的关于泊松方程的定解问题, 很难求出解析表达式. 原因是根据衔接条件和可变边界条件得到的代数方程组是一组含有无穷级数的超越方程组, 无法直接求解方程中的未知系数. 为解决这个问题, 本文用特征函数展开法将根据氧化层和空间电荷区衔接条件得到的超越方程组作正交展开, 得到含未知量的线性方程组, 首次求出了不用近似边界条件和近似耗尽层厚度的 MOST 氧化层和空间电荷区二维电势和阈值电压的解析表达式. 本文还讨论了沟道长度 90 nm 以下 MOSFET 的耗尽层厚度、表面势和阈值电压的计算方法, 计算结果与二维数值模拟结果高度一致, 从而验证了这个沟道长度 90 nm 以下 MOSFET 二维电势半解析模型的正确性, 且精度与数值模拟结果精度相同.

## 2 MOSFET 二维电势的半解析模型

### 2.1 电势模型建立

下面以 N 型 MOSFET 为例讨论亚阈值区电势的模型, 其坐标系如图 1 所示.

图中 1 区为栅极氧化层, 设其是多晶硅栅, 电势设为  $u_1(x, y)$ . 2 区是 Si 中的空间电荷区, 电势为  $u_2(x, y)$ . 设其氧化层内无固定正电荷, 则 1 区二维电势分布满足拉普拉斯方程

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

文章中的电势参考点都选在禁带中央, 边界条件则为

$$\begin{cases} u_1|_{x=-t_{ox}} = V_{GS}, \\ \frac{\partial u_1}{\partial y}\bigg|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial u_1}{\partial y}\bigg|_{y=L} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $t_{\text{ox}}$  为氧化层厚度;  $L$  为沟道长度; 栅极电势  $V_{\text{GS}} = V_{\text{gs}} + \frac{E_g}{2q}$ ;  $E_g$  为禁带宽度,  $q$  是电子电荷,  $\frac{E_g}{2q}$  是多晶硅栅功函数的影响;  $V_{\text{gs}}$  是栅极外加电压.

亚阈值状态下, 空间电荷区处在耗尽状态或是弱反型状态. 这时反型层电子积聚在 Si-SiO<sub>2</sub> 界面附近, 其密度远小于空间电荷区离化电荷密度, 因此求亚阈值态电荷分布只需考虑 Si 空间电荷区的掺杂离化电荷<sup>[12]</sup>. 假定衬底是均匀掺杂, 浓度为  $N_A$ , 则 2 区电势的二维泊松方程为

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} = \frac{qN_A}{\varepsilon_{\text{si}}}. \quad (3)$$

边界条件是

$$\begin{cases} u_2|_{y=0} = V_S, & u_2|_{y=L} = V_{\text{DS}}, \\ \frac{\partial u_2}{\partial x}\bigg|_{x=d} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

按照物质的本构关系, 1 区和 2 区的衔接条件是

$$\begin{cases} u_1(0, y) = u_2(0, y), \\ \varepsilon_{\text{si}} \frac{\partial u_2}{\partial x}\bigg|_{x=0} - \varepsilon_r \frac{\partial u_1}{\partial x}\bigg|_{x=0} = -Q_S, \end{cases} \quad (5)$$

上述各式中  $\varepsilon_{\text{si}}$  为硅介电常数;  $\varepsilon_r$  为氧化层介质常数;  $d$  为耗尽层厚度;  $Q_S$  是界面电荷. 源极电势和漏极电势分别是  $V_S = V_{\text{sb}} + \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D}{n_i}$  和  $V_{\text{DS}} = V_{\text{ds}} + \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D}{n_i}$ , 式中  $k$  是波尔茨曼常量,  $N_D$  为源、漏掺杂浓度,  $V_{\text{sb}}$  和  $V_{\text{ds}}$  分别为源极和漏极外加电压.

由于栅、源和漏的电场需要空间电荷区中电荷屏蔽, 所以图 1 中的耗尽层厚度  $d$  会随着  $V_{\text{gs}}$ ,  $V_{\text{sb}}$  和  $V_{\text{ds}}$  的变化而改变, 这意味着定解问题中的下边界是变化的. 根据文献 [10,11], 在耗尽层底部边界沿  $y$  方向有一电势极小值点  $(d, y_j)$ , 如图 1 所示. 若忽略耗尽层外的中性区的电势压降, 则该点电势等于衬底电极上电势  $V_B$ , 可表示为

$$\begin{cases} u_2(d, y_j) = V_B, \\ \frac{\partial u_2(d, y)}{\partial y}\bigg|_{y=y_j} = 0, \end{cases} \quad (6)$$

其中  $V_B = V_b - \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}$ ,  $V_b$  为衬底所加电压.

注意, 本文的电势参考点、边界条件和衔接条件与数值模拟所用的边界条件和衔接条件一致<sup>[13]</sup>, 以便计算值与数值解进行对比.

## 2.2 定解问题的解

首先求解区域 1 的定解问题. 用分离变量法解式 (1), 得到特征函数  $Y_n(y)$  是

$$Y_n(y) = \cos \frac{n\pi y}{L}; \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (7)$$

氧化层中的电势为

$$u_1(x, y) = V_G + B_0(x + t_{\text{ox}}) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{\sinh \frac{n\pi(x+t_{\text{ox}})}{L}}{\cosh \frac{n\pi t_{\text{ox}}}{L}} \cos \frac{n\pi y}{L}, \quad (8)$$

式中  $B_0$  和  $B_n$  是待定系数.

再求解 2 区电势. 得到特征函数是

$$Y_n(y) = \sin \frac{m\pi y}{L}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

则 Si 空间电荷区电势是

$$u_2(x, y) = V_S + (V_{DS} - V_S) \frac{y}{L} - \frac{qN_A}{2\varepsilon_{si}} y(L - y) + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \frac{\cosh \frac{m\pi(d-x)}{L}}{\cosh \frac{m\pi d}{L}} \sin \frac{m\pi y}{L}, \quad (10)$$

式中  $A_m$  是待定系数.

公式 (8) 是栅氧化层区域的二维电势分布函数, 式中的  $B_0$  和  $B_n$  为未知量. 公式 (10) 是空间电荷区的二维电势分布函数, 式中的  $A_m$  为未知数. 可由界面衔接条件求解这些未知数. 将  $u_1(x, y)$  和  $u_2(x, y)$  代入衔接条件 (5) 中, 整理得到

$$B_0 t_{ox} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \tanh \frac{n\pi t_{ox}}{L} \cos \frac{n\pi y}{L} = V_S - V_{GS} + (V_{DS} - V_S) \frac{y}{L} - \frac{qN_A}{2\varepsilon_{si}} y(L - y) + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \frac{m\pi y}{L}, \quad (11)$$

$$B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{L} B_n \cos \frac{n\pi y}{L} + \frac{\varepsilon_{si}}{\varepsilon_r L} \left( \sum_{m=1}^{\infty} m\pi A_m \tanh \frac{m\pi d}{L} \sin \frac{m\pi y}{L} \right) = \frac{Q_S}{\varepsilon_r}, \quad (12)$$

公式 (11) 和 (12) 是一组超越函数方程组, 用一般的方法无法求解. 我们已经求出的  $\{\sin \frac{m\pi y}{L}\}$  和  $\{\cos \frac{n\pi y}{L}\}$  都是正交函数族, 所以这个超越函数方程组可以用正交函数展开法求解.

为了求解方便, 令

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n, \\ 0, & m \neq n, \end{cases} \quad (13)$$

将公式 (11) 和 (12) 按照区域 1 或区域 2 的特征函数系展开. 这里选择函数系  $\{\cos \frac{n\pi y}{L}, n = 0, 1, 2, \dots\}$  展开公式 (11) 和 (12), 整理后有

$$B_0 = \frac{V_S - V_{GS}}{t_{ox}} + \frac{V_{DS} - V_S}{2t_{ox}} + \frac{1}{\pi t_{ox}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^m}{m} \left\{ A_m - \frac{2qN_A L^2}{\varepsilon_{si} m^3 \pi^3} [1 - (-1)^m] \right\}, \quad (14)$$

$$B_n = \frac{2(V_S - V_{DS})[1 - (-1)^n]}{n^2 \pi^2 \tanh \frac{n\pi t_{ox}}{L}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m(1 - \delta_{mn})[1 - (-1)^{m+n}]}{\pi(m^2 - n^2) \tanh \frac{n\pi t_{ox}}{L}} \left\{ A_m - \frac{2qN_A L^2}{\varepsilon_{si} m^3 \pi^3} [1 - (-1)^m] \right\}, \quad (15)$$

$$B_0 = \frac{Q_s}{\varepsilon_r} + \frac{\varepsilon_{si}}{\varepsilon_r L} \sum_{m=1}^{\infty} \left( -A_m \tanh \frac{m\pi d}{L} \right) [1 - (-1)^m], \quad (16)$$

$$B_n = \frac{2\varepsilon_{si} L}{\varepsilon_r n \pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \left( A_m \frac{-m\pi}{L} \tanh \frac{m\pi d}{L} \right) \frac{m}{m^2 - n^2} [1 - (-1)^{m+n}] (1 - \delta_{mn}), \quad (17)$$

联立式 (14) 和 (16), (15) 和 (17), 得到求解  $A_m$  的线性方程组, 为

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=1}^{\infty} [1 - (-1)^m] \left( \frac{-\varepsilon_{\text{si}}}{\varepsilon_r L} \tanh \frac{m\pi d}{L} - \frac{1}{m\pi t_{\text{ox}}} \right) A_m = \frac{V_S + V_{\text{DS}} - 2V_{\text{GS}}}{2t_{\text{ox}}} - \frac{Q_S}{\varepsilon_r} \\ \quad - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^m}{t_{\text{ox}} m \pi} \frac{2qN_A L^2}{\varepsilon_{\text{si}} m^3 \pi^3}, \\ \sum_{m=1}^{\infty} A_m [1 - (-1)^{m+n}] \frac{m(1 - \delta_{mn})}{m^2 - n^2} \left[ 1 + \frac{\varepsilon_{\text{si}} m}{\varepsilon_r n} \tanh \frac{m\pi d}{L} \tanh \frac{n\pi t_{\text{ox}}}{L} \right], \\ \quad = \frac{V_D - V_S}{n^2 \pi} [1 - (-1)^n] + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2qN_A L^2 (1 - \delta_{mn})}{\varepsilon_{\text{si}} m^2 \pi^3 (m^2 - n^2)} [1 - (-1)^m] [1 - (-1)^{m+n}], \\ n = 1, 2, 3, \dots, \end{array} \right. \quad (18)$$

解方程组 (18) 可以得到  $A_m$ . 由于方程组 (18) 有无穷多个未知数, 实际应用中可根据精度取  $m$  项, 即得到  $m$  个方程, 并求出  $A_m$ . 最后将  $A_m$  代入公式 (16) 和 (17), 可求出  $B_0$  和  $B_n$ . 实际计算发现, 若电势精确到小数点后的第二位, 取 40~50 项即可, 这样我们可知  $m \approx 50$ ,  $n \approx 50$ .

### 2.3 MOSFET 的二维电势和耗尽层厚度的计算

公式 (18) 中除了  $A_m$ , 还有耗尽层厚度  $d$  也是未知量, 所以求解方程组 (18) 之前, 必须先确定  $d$ . 由于点  $(d, y_j)$  是电势极小值点, 则有  $\left. \frac{\partial u_2(d, y)}{\partial y} \right|_{y=y_j} = 0$ . 从公式 (10) 可得到

$$\frac{(V_{\text{DS}} - V_S)}{L} - \frac{qN_A}{2\varepsilon_{\text{si}}} (L - 2y_j) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{L} \frac{A_m}{\cosh \frac{m\pi d}{L}} \cos \frac{m\pi y_j}{L} = 0, \quad (19)$$

点  $(d, y_j)$  处的电势等于衬底电极电势  $V_B$ , 于是又有  $u_2(d, y_j) = V_B$ , 这样得到

$$V_S + (V_{\text{DS}} - V_S) \frac{y_j}{L} - \frac{qN_A}{2\varepsilon_{\text{si}}} y_j (L - y_j) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m}{\cosh \frac{m\pi d}{L}} \sin \frac{m\pi y_j}{L} = V_B, \quad (20)$$

这是两个关于  $d$  和  $y_j$  的非线性超越方程, 可用迭代法求解.

将方程 (19) 左边第三项移到另一边, 可得  $y_j$  的迭代表达式是

$$y_j^{(k+1)} = \frac{L}{2} - \frac{(V_{\text{DS}} - V_S) \varepsilon_{\text{si}}}{LqN_A} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi \varepsilon_{\text{si}}}{LqN_A} \frac{A_m}{\cosh \frac{m\pi d^{(k)}}{L}} \cos \frac{m\pi y_j^{(k)}}{L}, \quad (21)$$

同理可从公式 (20) 得到耗尽层厚度  $d$  的迭代表达式是

$$\cosh \frac{\pi}{L} d^{(k+1)} = A_1 \sin \frac{\pi y_j^{(k)}}{L} \left/ \left( V_B - V_S - \frac{V_{\text{DS}} - V_S}{L} y_j^{(k)} + \frac{qN_A y_j}{2\varepsilon_{\text{si}}} (L - y_j^{(k)}) - \sum_{m=2}^{\infty} \frac{A_m \sin \frac{m\pi y_j^{(k)}}{L}}{\cosh \frac{m\pi d^{(k)}}{L}} \right) \right. \quad (22)$$

下面求迭代法求解时所需要的耗尽层厚度初值  $d^{(0)}$ . 设 MOSFET 沟道为无限长, 则 MOSFET 的模型是一维的, 如图 2 所示. 所求定解问题是

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 u_1}{dx^2} = 0, \\ u_1|_{x=-t_{\text{ox}}} = V_{\text{GS}}, \end{array} \right. \quad (23)$$

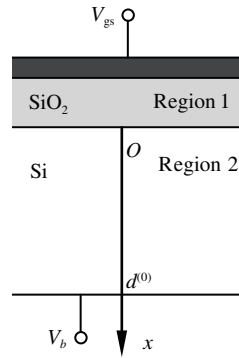


图 2 无限长沟道耗尽层厚度示意图

Figure 2 The schematic diagram of the infinite channel depletion layer thickness

$$\begin{cases} \frac{d^2 u_2}{dx^2} = \frac{qN_A}{\varepsilon_{\text{si}}}, \\ u_2|_{x=d^{(0)}} = V_B, \quad \left. \frac{du_2}{dx} \right|_{x=d^{(0)}} = 0, \end{cases} \quad (24)$$

衔接条件仍然是本构关系式 (5). 方程 (23) 和 (24) 的解是

$$d^{(0)} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{\text{si}}(V_{\text{GS}} - V_B)}{qN_A} + \left(\frac{\varepsilon_{\text{si}}}{\varepsilon_r} t_{\text{ox}}\right)^2} - \frac{\varepsilon_{\text{si}}}{\varepsilon_r} t_{\text{ox}}, \quad (25)$$

用  $d^{(0)}$  作为  $d^{(k)}$  的迭代初值.

从公式 (21) 可见, 电势极小值点在  $\frac{L}{2}$  附近, 于是设  $y_j$  的初值为

$$y_j^{(0)} = \frac{L}{2} - \frac{(V_{\text{DS}} - V_S)\varepsilon_{\text{si}}}{LqN_A} - \beta L, \quad (26)$$

上式中  $\beta$  为经验参数, 可取 0~0.2, 可在程序调试中决定.

图 3 是事后估计法计算电势的流程图. 由于没有任何经验参数的拟合, 参数易决定, 计算简便, 结果与二维数值模拟的结果高度吻合. 该算法需要 5~6 次迭代就可以达到与二维数值模拟精度相同的精度, 详细计算结果见本文的第 4 节.

综上所述, 正交函数展开法和迭代法求解电势的优点是: 首先它没有数值解法的离散过程, 是一个点对应的算法, 因此它保留了计算过程的原始计算精度, 消除了选择离散方法和离散过程带来的系统误差和截断误差. 其次, 对于设定的器件物理结构, 公式 (14), (15), (18), (21) 和 (22) 直接给出了计算电势的表达式, 可直接计算二维电势分布.

### 3 表面势和阈值电压的半解析模型

表面势和阈值电压可以从公式 (8) 中求出. 令  $u_1(x, y)$  中的  $x = 0$ , 得到硅表面势为

$$\psi_s(y) = V_{\text{GS}} + B_0 t_{\text{ox}} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \text{th} \frac{n\pi t_{\text{ox}}}{L} \cos \frac{n\pi y}{L}. \quad (27)$$

下面讨论  $B_0$  的物理意义. 取一高斯面包围栅电极下底面, 如图 4 所示. 应用高斯定理有

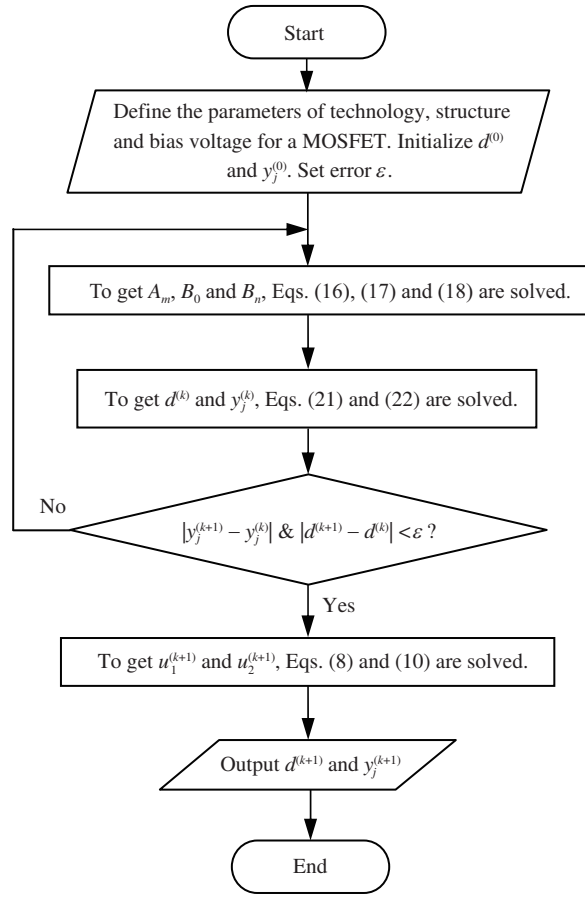


图 3 事后估计法计算电势的流程图

Figure 3 The flowchart of computing potential using a later estimation method

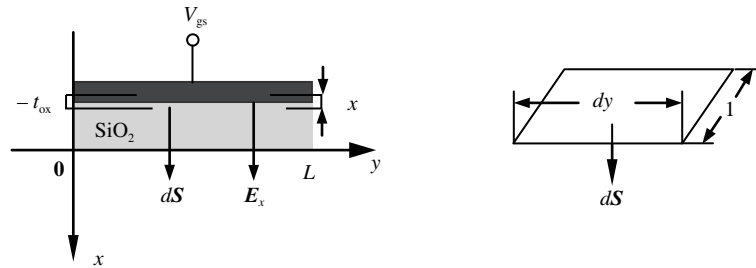


图 4 计算栅电极电荷的示意图

Figure 4 The calculation sketch diagram of charge for the gate electrode

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_r}{\varepsilon_r}. \quad (28)$$

由于电极内部场强为零, 当  $\Delta x \rightarrow 0$ , 得到

$$\int_0^L E_x|_{x=-t_{ox}} dy = \frac{Q_r}{\varepsilon_r}, \quad (29)$$

又有

$$E_x|_{x=-t_{\text{ox}}} = -\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x=-t_{\text{ox}}} = -\left[B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{L} \frac{B_n}{\cosh \frac{n\pi t_{\text{ox}}}{L}} \cos \frac{n\pi y}{L}\right], \quad (30)$$

上式代入公式 (29), 有

$$Q_r = -\varepsilon_r B_0 L. \quad (31)$$

又因为  $Q_r$  是栅电容极板上的电荷, 所以它与 Si 体内栅控制的电荷符号相反, 数量相等. 故有

$$Q_r = qN_A d L - \int_0^L Q_s(y) dy, \quad (32)$$

上式中  $Q_s(y)$  是界面电荷. 注意, 这里的  $d$  并不是整个耗尽层厚度, 而是栅控制的耗尽层电荷等效厚度. 它的物理意义是如果把栅控制的耗尽层电荷看成一个立方体, 则立方体长为  $L$ , 宽为  $W$ , 耗尽层厚度, 即立方体的高为  $d$ . 为了进一步清晰公式 (32) 的物理意义, 令  $Q_s(y)=0$ . 将公式 (32) 代入公式 (31), 则有

$$B_0 = -\frac{qN_A d}{\varepsilon_r}, \quad (33)$$

上式表明  $B_0$  是单位体积内的电位移.

将公式 (33) 代入公式 (27), 令单位面积电容是  $C_{\text{ox}} = \varepsilon_r/t_{\text{ox}}$ , 则有表面势表达式

$$\psi_s(y) = V_{\text{GS}} + \frac{E_g}{2q} - \frac{qN_A d}{C_{\text{ox}}} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \text{th} \frac{n\pi t_{\text{ox}}}{L} \cos \frac{n\pi y}{L}, \quad (34)$$

上式中最后一项是  $y$  的函数, 所以表面势并不是一个常数. 前面的计算过程可看到公式 (34) 中  $d$  和  $B_n$  与外加电压、器件的物理结构有关, 所以表面势是一个复杂的函数. 但是, 第 4 节的计算结果表明它是只有一个最小值点的凹函数.

定义阈值电压  $V_{\text{th}}$  是 Si 表面电势最小值  $\psi_s(y_{s\min})$  等于  $2\varphi_f = 2\frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}$  时所对应的栅电压  $V_{\text{gs}}^{[6]}$ , 设最小值坐标为  $y_{s\min}$ , 从公式 (34) 可得到阈值电压表达式是

$$V_{\text{th}} = V_{\text{FB}} + 2\varphi_f + \frac{qN_A d}{C_{\text{ox}}} - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \text{th} \frac{n\pi t_{\text{ox}}}{L} \cos \frac{n\pi y_{s\min}}{L}, \quad (35)$$

式中  $V_{\text{FB}} = -\frac{E_g}{2q}$ , 为平带电压. 为了对比, 我们将经典的阈值电压表达式<sup>[11]</sup> 写在下面

$$V_{\text{th}} = V_{\text{FB}} + 2\varphi_f + \frac{qN_A d}{C_{\text{ox}}}, \quad (36)$$

公式 (35) 与经常见到的经典阈值电压表达式 (36) 相似, 前三项似乎与一维模型的表达式 (36) 相同, 但是实际上是有所区别的. 因为一维表达式中的耗尽层厚度  $d$  仅仅由栅电压决定, 而公式 (34) 中耗尽层厚度  $d$  则由公式 (16), (17) 和 (18) 解出, 为  $d = -\frac{\varepsilon_r B_0}{qN_A}$ , 它与漏、源、栅电压和器件尺寸等因素有关, 所以公式 (35) 中的  $V_{\text{FB}} + 2\varphi_f + \frac{qN_A d}{C_{\text{ox}}}$  相当于电荷分享模型中的短沟道效应结果. 这样公式 (35) 第 4 项的物理意义是:  $-\sum_{n=1}^{\infty} B_n \text{th} \frac{n\pi t_{\text{ox}}}{L} \cos \frac{n\pi y_{s\min}}{L}$  反映了 DIBL 效应等因素对阈值电压的影响. 公式 (35) 综合了短沟道效应、DIBL 效应等效应的结果, 是一个精确的阈值电压表达式.

由于公式 (35) 第 4 项的系数  $B_n$  要由公式 (14), (15) 和 (18) 解出, 而且公式 (35) 第 4 项是一个无穷级数, 所以阈值电压表达式 (35) 实际上是一个特殊函数, 写不出它的初等函数表达式. 由此可见,



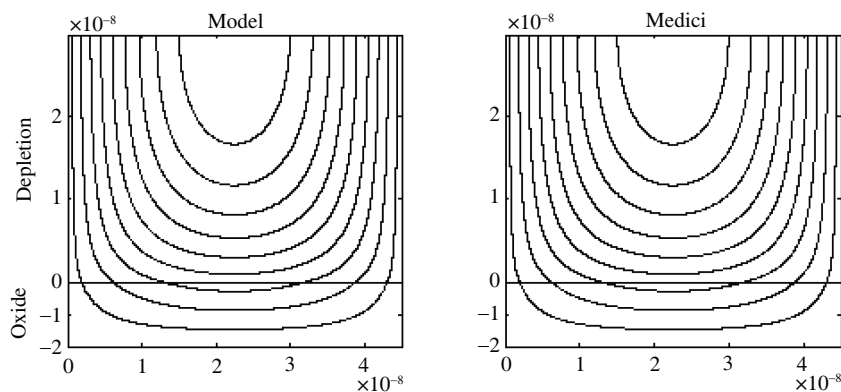


图 5 沟道长度为 45 nm,  $N_A = 3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{ds} = 0 \text{ V}$ ,  $V_{gs} = 0 \text{ V}$  MOSFET 的等势线. 耗尽层的左端为源电极, 右端为漏电极

**Figure 5** The equipotential lines of a MOSFET with the 45 nm channel length under  $N_A = 3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{ds} = 0 \text{ V}$  and  $V_{gs} = 0 \text{ V}$ . The left side of the depletion layer is a source electrode and the right side is a drain electrode.

通常我们见到的用初等函数表达的短沟道 MOSFET 阈值电压表达式用于亚 90 nm MOSFET 时精度是不够的.

求解阈值电压可以用二分法, 算法如下: 设定  $V_{sb}$  和  $V_{ds}$ , 逐步增加  $V_{gs}$ , 解出  $B_n$  和  $d$ ; 将  $B_n$  和  $d$  代入公式 (34) 或 (27), 用二分法确定表面势的最小值点  $y_{s \min}$ , 当  $\psi_s(y_{s \min})$  等于  $2\varphi_f$  时, 用公式 (35) 可以计算出阈值电压  $V_{th}$ .

## 4 模型计算结果与数值分析对比

对于给定的结构参数, 用 Matlab 编程计算耗尽层厚度表达式 (19) 与 (20) 以及未知系数方程组式 (18), 然后将其带入公式 (8) 和 (10), 可以得到电势的二维分布. 再用公式 (27) 和 (35) 可以求出表面势和阈值电压. 为验证模型的正确性, 用二维数值模拟软件 Medici 对器件特性进行模拟对比. 模拟和计算的所用的 MOSFET 源、漏掺杂浓度  $N_D = 1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ , 氧化层厚度  $t_{ox} = 2 \text{ nm}$ , 源端偏置电压  $V_{sb} = 0 \text{ V}$ .

### 4.1 MOSFET 的二维电势分布

图 5 和图 6 的等势线按照图 1 所示的坐标系绘制, 横坐标是  $y$  沿沟道方向; 纵坐标是  $x$  沿厚度方向. 注意氧化层的纵坐标单位长度是  $10^{-9} \text{ m}$ , 耗尽层的纵坐标单位长度是  $10^{-8} \text{ m}$ , 将它们画在一起是为了便于比较.

图 5 是不同偏置电压下的等势线和数值模拟的等势线对比图示. 图中 MOSFET 的  $L = 45 \text{ nm}$ ,  $N_A = 3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{ds} = 0 \text{ V}$ ,  $V_{gs} = 0 \text{ V}$ . 由 Medici 模拟可得阈值电压是 0.3443 V, 器件工作在亚阈值区. 此时的等势线是一簇分布均匀、源极和漏极对称的曲线, 共 9 条等势线. 栅电极下是第一条等势线为 0.44 V, 向耗尽层方向等势线标号增加, 但电势依次减小 0.1 V, Medici 给出的结果如表 1 所示. 由于计入了功函数, 所以栅的电势并不是零, 而是  $V_{GS} = 0 + \frac{E_g}{2q}$ . 硅衬底也用电势表示, 为  $V_B = 0 - \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}$ , 是一负数. 对比图 5 可见, 模型和 Medici 结果符合度较高.

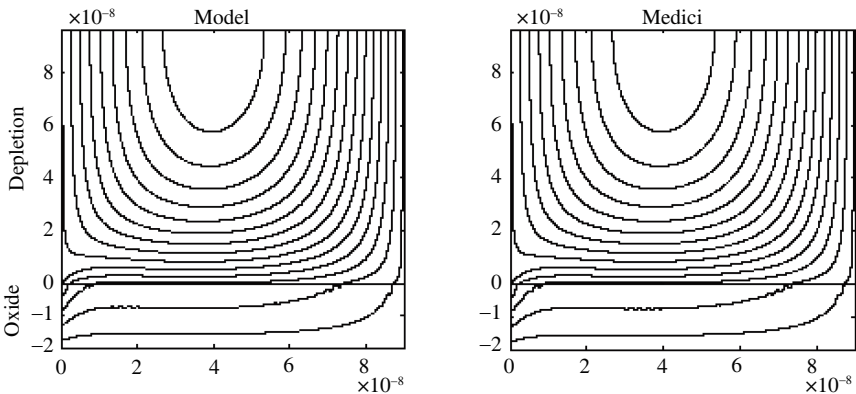


图 6 沟道长度为 90 nm,  $N_A = 8 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{ds} = 0.5 \text{ V}$ ,  $V_{gs} = 0.3 \text{ V}$  MOSFET 的等势线. 耗尽层的左端为源电极, 右端为漏电极

**Figure 6** The equipotential lines of a MOSFET with the 90 nm channel length under  $N_A = 8 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{ds} = 0.5 \text{ V}$  and  $V_{gs} = 0.3 \text{ V}$ . The left side of the depletion layer is a source electrode and the right side is a drain electrode

表 1 Medici 数据文件给出的图 5 等势线电势分布值

**Table 1** The values of the equipotential lines given by Medici data file in Figure 5

| Equipotential line number | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     |
|---------------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| Potential/V               | 0.44 | 0.34 | 0.24 | 0.14 | 0.04 | -0.06 | -0.16 | -0.26 | -0.36 |

图 6 是 MOSFET 的  $L = 90 \text{ nm}$ ,  $N_A = 8 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{ds} = 0.5 \text{ V}$ ,  $V_{gs} = 0.3 \text{ V}$  时的等势线. 由 Medici 模拟可得阈值电压是 0.3775 V, 器件工作在亚阈值区, 由图可知, 由于外加了偏置电压, 耗尽层等势线簇的底部偏向源极, 共 14 条等势线. 等势线标号次序与图 6 相同, 栅电极下是第一条等势线, 电势为 0.86 V, 向耗尽层方向等势线标号增加, 但电势依次减小 0.1 V, 第 14 条线的电势是 -0.44 V. 对比图 5 的模型和 Medici 结果可以看到两者符合度较高. 由图可知, 不同于以往模型 [9,13] 所做的假设, 氧化层边界电势与线性分布相差甚远.

4.2 MOSFET 表面势的计算结果

图 7 和图 8 中, 星号是表面势  $\psi_S$  数值模拟结果, 实线表示表面势表达式 (34) 的计算结果. 这里我们是按文献 [7] 所用的方法提取  $\psi_S$  的数值模拟结果, 即直接从数值模拟器所给的 Si 表面电势随沟道长度变化曲线中提取所需要位置的表面势, 然后用 Matlab 将这些数值与模型算出的结果合成在一起, 作出了图 7 和图 8. 图 7 是 45~65 nm 三种不同沟道长度下的表面势  $\psi_S$  分布. 由图 7 可知, 这三种沟道长度的 MOSFET 的表面势都是凹函数, 均只有一个极小值点, 此极值点会随着漏极偏压而改变位置, 在  $V_{ds} = 0.3 \text{ V}$  时, 表面势最小值点向源端偏移, 三种不同沟道长度下的结果均和 Medici 表面势模拟结果高度一致. 由此可见公式 (34) 或 (27) 精确地描述了亚 0.1  $\mu\text{m}$  MOSFET 的表面势.

图 8 是 45 nm 高  $k$  栅 NMOSFET 在不同栅压时的表面势, 栅介质层用文献 [14] 中的 HfAlON 材料, 其等效栅氧化层厚度 EOT 为 1.7 nm. 由图可见, 公式 (36) 也准确地模拟了高  $k$  栅 NMOSFET 的表面势.

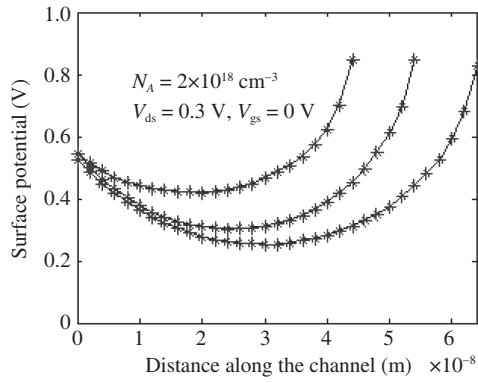


图 7  $L=40$  nm,  $L=50$  nm 和  $L=65$  nm 三种不同沟道长度下的 MOSFET 的表面势

**Figure 7** The surface potential profiles of MOSFETs with  $L = 40$  nm,  $L = 50$  nm and  $L = 65$  nm

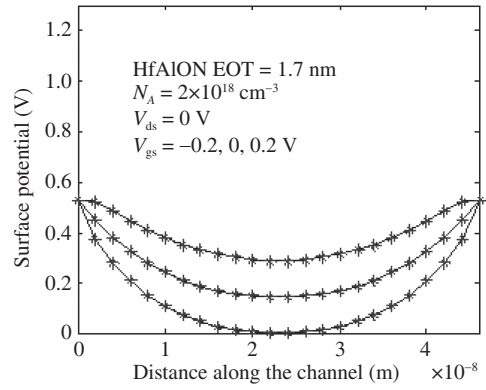


图 8 45 nm 高  $k$  栅 NMOSFET 在不同栅压时的表面势

**Figure 8** The surface potential of a 45 nm high  $k$  gate NMOSFET with gate voltage as a parameter

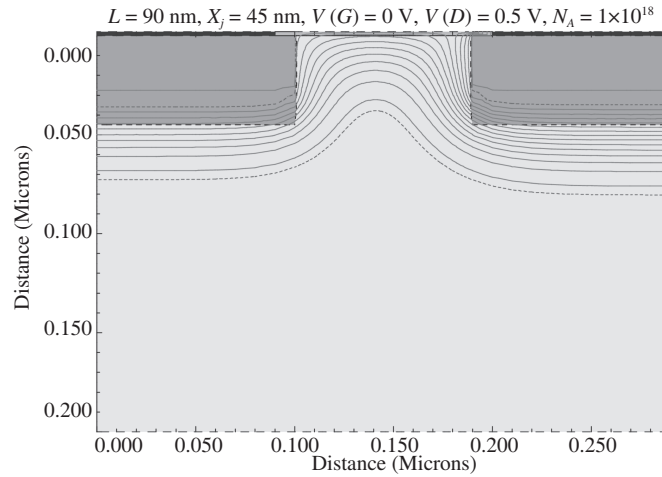


图 9 Medici 模拟的等势线

**Figure 9** The equipotential lines simulated by Medici

#### 4.3 耗尽层厚度的计算结果

按照 ITRS<sup>[15]</sup> 实际工程中 MOSFET 的结深应当取  $x_j = 0.55 \times L \pm 25\%$ , 或者是  $x_j = 0.40 \times L$ . 这里我们以沟道长度是  $L = 90$  nm 为例, 取结深 45 nm, 来说明耗尽层的提取. 取图 1 所示的坐标系, 横坐标  $y$  沿沟道的方向; 纵坐标  $x$  指向 Si 体内. Medici 模拟如图 9 所示.

从 Medici 的输出文件中可以知道图中等势线族最下面的虚线是电势  $V_B$  的等势线. 由于场强垂直于等势线, 从虚线顶部周围的等势线可见, 这些位置都有  $\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=d} \approx 0$ , 而虚线顶部则满足  $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$  和  $u = V_B$ . 由公式 (6) 可知, 从虚线顶部到 Si-SiO<sub>2</sub> 界面就是整个耗尽层的厚度.

图 10 给出了模型的耗尽层厚度与栅压和漏压的关系, 星号表示数值模拟结果, 实线是模型计算结果. 图 10(a) 为  $L = 90$  nm,  $V_{ds} = 0.3$  V, 耗尽层厚度随栅压  $V_{gs}$  的变化情况. 图 10(b) 是  $L = 45$  nm,  $N_A = 3 \times 10^{18}$  cm<sup>-3</sup>,  $V_{gs} = 0$  V, 耗尽层厚度随漏压  $V_{ds}$  变化的情况. 由图可知, MOSFET 的耗尽层厚度计算值与数值模拟值完全一致.

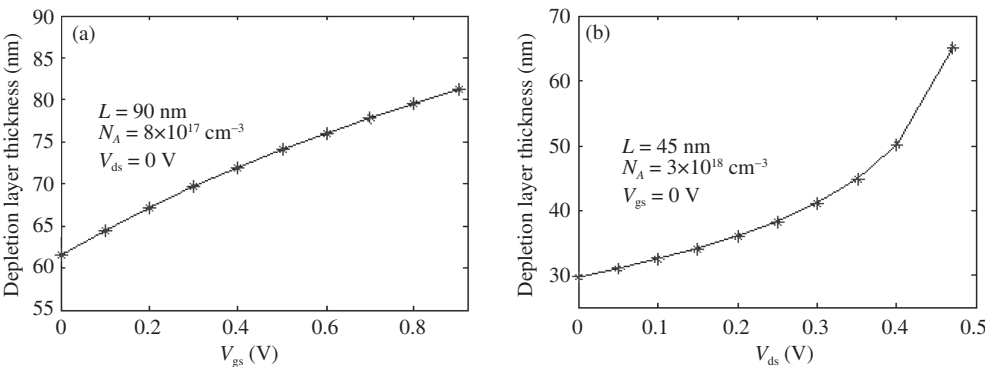


图 10 (a) 耗尽层厚度随栅压  $V_{gs}$  变化的曲线; (b) 耗尽层厚度随漏压  $V_{ds}$  变化的曲线

Figure 10 (a) Comparison of the model and simulation results for the dependence of depletion layer thickness on  $V_{gs}$ ; (b) comparison of the model and simulation results for the dependence of depletion layer thickness on  $V_{ds}$

表 2 图 10(a) 的耗尽层厚度  $d$  的变化率 (nm/V)

Table 2 The change rate of depletion layer thickness  $d$  in Figure 10(a)

| $V_{gs}$                   | 0.2  | 0.4  | 0.6 | 0.8  |
|----------------------------|------|------|-----|------|
| $\Delta d / \Delta V_{gs}$ | 25.5 | 22.5 | 19  | 16.5 |

表 3 图 10(b) 的耗尽层厚度  $d$  的变化率 (nm/V)

Table 3 The change rate of depletion layer thickness  $d$  in Figure 10(b)

| $V_{ds}$                   | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\Delta d / \Delta V_{ds}$ | 30  | 30  | 50  | 90  | 200 |

表 2 和表 3 分别是耗尽层厚度  $d$  随  $V_{gs}$  和  $V_{ds}$  的变化率. 显然  $\Delta d / \Delta V_{gs}$  随  $V_{gs}$  增加较缓, 而  $\Delta d / \Delta V_{ds}$  随  $V_{ds}$  增加很快, 特别在  $V_{ds} = 0.4$  V 时,  $\Delta d / \Delta V_{ds}$  达到 200 nm/V. 注意, 由于功函数的作用, 此时图 10(b) 的实际栅电压并不为零. 这是因为  $V_{gs}$  对耗尽层的影响受到氧化层的屏蔽, 沟道很短时  $V_{ds}$  直接加在耗尽层上, 这样  $\Delta d / \Delta V_{ds}$  比  $\Delta d / \Delta V_{gs}$  大得多, 当  $V_{ds}$  较大时会引发漏感应势垒降低效应 (DIBL), 所以 DIBL 效应仍将是亚 90 nm 沟道 MOSFET 的沟道长度极限的决定因素之一.

4.4 MOSFET 的阈值电压计算结果

图 11 是阈值电压  $V_{th}$  的对比图示. 图中的星号是 Medici 给出的数值分析结果, 实线是公式 (35) 的计算结果. Medici 提供常数电流法和外推法两种阈值电压的模拟结果 [13]. 常数电流法是规定某一个电流下的栅源电压  $V_{gs}$  为其阈值电压; 而外推法则是从漏源电流  $I_{ds}$  与栅源电压  $V_{gs}$  特性曲线的最大斜率处线性外推而得到, 这与经典的阈值电压定义是一致的. 由于这个模型不提供电流表达式, 这里的数值分析得到的阈值电压是 Medici 外推法模拟结果. 图 11(a) 是  $L = 32$  nm,  $V_{sb} = 0$  V,  $V_{ds} = 0$  V,  $V_{th}$  随掺杂浓度的变化; 图 11(b) 为  $N_A = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{sb} = 0$  V,  $V_{ds} = 0$  V,  $V_{th}$  随沟道长度  $L$  的变化; 图 11(c) 是  $L = 90$  nm,  $N_A = 6 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  时  $V_{th}$  随漏极偏压  $V_{ds}$  的变化. 由图可知阈值电压  $V_{th}$  与 Medici 数值分析结果完全一致.

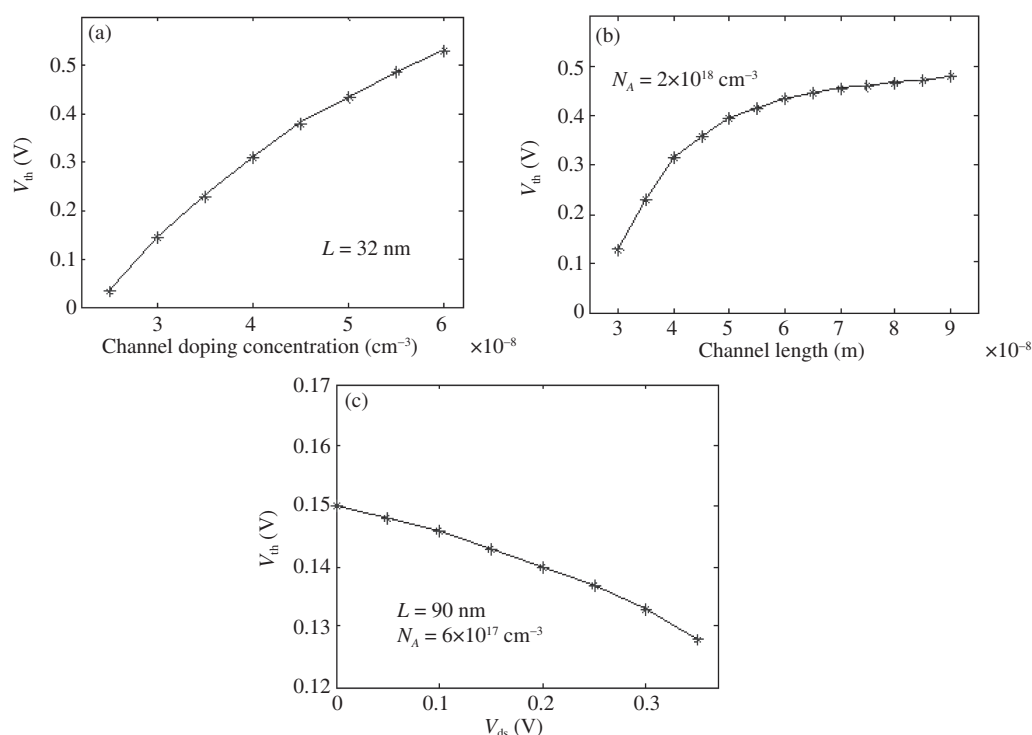


图 11 (a)  $L=32 \text{ nm}$  的阈值电压  $V_{th}$  随掺杂浓度的变化曲线; (b)  $N_A=2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  的阈值电压  $V_{th}$  随沟道长度的变化曲线; (c)  $L=90 \text{ nm}$ ,  $N_A=6 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  的阈值电压  $V_{th}$  随漏极偏压  $V_{ds}$  的变化

**Figure 11** (a) Comparison of the model and simulation results for the dependence of threshold voltage on doping concentration under  $L = 32 \text{ nm}$ ; (b) comparison of the model and simulation results for the dependence on channel length under  $N_A = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ; (c) comparison of the model and simulation results for the dependence on drain voltage under  $L = 90 \text{ nm}$  and  $N_A = 6 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

## 5 结论

本文根据短沟道 MOSFET 在亚阈值状态下的物理模型提出定解问题, 然后用特征函数将定解问题所产生的超越方程组作正交展开, 提出了一个亚 90 nm 沟道 MOSFET 在亚阈值状态下的二维电势、表面势和阈值电压的半解析模型. 文章给出了氧化层和空间电荷区的二维电势、耗尽层厚度和阈值电压的表达式. 该模型不需要适配参数, 运算量小, 避免了方程离散化, 用本文提出的模型计算得到的结果与 Medici 数值分析结果高度一致. 该方法也可用于其他 MOSFET 结构, 如双栅、LDMOS 和 SOI MOSFET 等的二维电势模型中.

## 参考文献

- 1 Intel 22nm 3-D Tri-Gate Transistor Technology. 2011, 5. <http://newsroom.intel.com/docs/DOC-2032>
- 2 Kasai R, Yokoyamak K, Yoshiia A, et al. Threshold-voltage analysis of short and narrow-channel MOSFET's by three dimensional computer simulation. IEEE Trans Elec Devi, 1982, 29: 870-876
- 3 Hadji D, Marechal Y. Finite element and monte carlo simulation of submicrometer silicon n-MOSFET's. IEEE Trans Mag, 1999, 35: 1809-1812

- 4 Rios R, Mudanai S, Shih W K, et al. An efficient surface potential algorithm for compact MOSFET models. IEDM Tech Dig, 2004, 12: 755–758
- 5 He J, Chan M S, Zhang X. A physics-based analytic solution to the MOSFET surface potential from accumulation to strong-inversion region. IEEE Trans Elec Devi, 2006, 53: 2008–2016
- 6 Liu Z H, Hu C, Huang J H, et al. Threshold voltage model for deep-submicrometer MOSFETs. IEEE Trans Elec Devi, 1993, 40: 86–95
- 7 Baishya S, Allik A, Sarkar C K. A subthreshold surface potential model for short-channel MOSFET taking into account the varying depth of channel depletion layer due to source and drain junction. IEEE Trans Elec Devi, 2006, 53: 507–514
- 8 Xi X, Dunga M, He J, et al. BSIM 4.5.0 MOSFET model. Berkeley: University of California, 2004
- 9 Pandey P, Pal B B, Jit S. A new 2-D model for the potential distribution and threshold voltage of fully depleted short-channel Si-SOI MESFETs. IEEE Trans Elec Devi, 2004, 51: 246–254
- 10 Ratnakumar K N, Meindl J D. Short-channel MOST threshold voltage model. IEEE Sol Stat Circ, 1982, 17: 937–948
- 11 Xie Q, Xu J, Yuan T. Review and critique of analytic models of MOSFET short-channel effects in subthreshold. IEEE Trans Elec Devi, 2012, 59: 1569–1579
- 12 Jayadeva G S, DasGupta A. Analytical approximation for the surface potential in n-channel MOSFETs considering quantum-mechanical effects. IEEE Trans Elec Devi, 2010, 57: 1820–1828
- 13 MEDICI version a user guide. Synopsys Company, 2007
- 14 Wu C H, Hung B F, Albert C, et al. HfAlON n-MOSFETs incorporating low-work function gate using ytterbium silicon. IEEE Elec Devi Lett, 2006, 27: 454–456
- 15 The Semiconductor Industry Association. The International Technology Roadmap for Semiconductors: 2003 Edition Executive Summary, 2003

## A 2-D semi-analytical model for electric potential and threshold voltage of the sub-90 nm channel MOSFET in subthreshold state

MENG Jian, KE DaoMing\* & HAN MingJun

*School of Electrons and Information Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China*

\*E-mail: kedaoming@sohu.com

**Abstract** A 2D semi-analytical model for electric potential and threshold voltage of the sub-90 nm channel MOSFET in subthreshold state is presented in this paper. First, a definite problem is given according to the physical model of the Short Channel MOSFET in sub-threshold state, and then the transcendental equations obtained by using the connected condition of oxide layer and space charge region are expanded by the characteristic function. The results are linear algebraic equations about unknown quantities. The 2D electric potential expressions of oxide layer and space charge region, depletion thickness and threshold voltage are obtained by the model. The model is free of adapter parameters, its calculation amount is small, the equation discretion is avoided and the result is as accurate as the numerical solution. The potential distribution, surface potential, depletion thickness and threshold of the MOSFET whose channel length is shorter than 90 nm have been calculated in this paper. It is shown that the calculated results are highly coincident with the 2D numerical simulations.

**Keywords** sub-90 nm channel MOSFET, 2-D potential distribution, depletion layer thickness, threshold voltage, semi-analytical model



**MENG Jian** was born in 1969. He received the Ph.D. degree in circuit and system from Anhui University, Hefei, in 2007. Currently, he is an associate professor at Anhui University. His research interest includes micronanoelectronic device modeling and electronic circuits.



**KE DaoMing** was born in 1954. He received the Ph.D. degree in semiconductor physics and devices from Southeast University, Nanjing, in 1992. Currently, he is a professor at Anhui University. His research interest includes modeling and simulation of semiconductor devices and semiconductor power device physics.