

椭圆星系潮汐力作用下的 三轴性与压力各向异性

朱国玄

(中国科学院上海天文台)

P. Stewart

(英国曼彻斯特大学数学系)

摘 要

本文讨论具有自转的 Maclaurin 椭球体在一快速运动的点质量潮汐力作用下,其形状、转动与各向异性压力下的各种关系。椭球体用 20000 个质点的无碰撞系统来模拟,由快速 Fourier 变换可计算得到自治解。

一、引 言

Toomre 等人的工作指出^[1]: 引力潮汐作用能够解释许多特殊星系的各种几何形态。他们的工作是基于限制性三体问题来计算的。这时两个互相作用星系的质量集中在两质点上,而其位置可以用二体问题来求得。点质量周围的恒星是取为无质量的,它们的运动轨道由数值计算得到。采用上面的方法可以解释许多对象的大部分形态,但仍有很多问题不能得到回答。

随着快速电子计算机的出现,潮汐问题可用直接的 N 体方法来作进一步的研究,其中一个星系用大量相同的恒星质点来近似。每一恒星产生的引力势采用对点质量来说为严格成立的牛顿引力势,但需进行软化处理以减少这一近似的人为效应(包括事实上并不存在的比星系寿命要短得多的碰撞时间尺度)。这一方法要求对每一质点来计算所有其它质点对它的作用力,计算所费时间与 N^2 成正比。这样就限制了质点数 $N \leq 2000$ ^[2]。

近来采用的各种变换的方法可以用来计算较多的恒星 $N \leq 100000$ 。在这一方法中先计算引力场中恒星密度,再对所得的物质空间分布进行 Fourier 变换或球面变换,然后解引力势的 Poisson 方程。在 Fourier 变换的情形,Cooley 与 Tukey^[3] 发展了快速离散变换的算法,从质量分布来计算引力,然后得到质点的运动。用新的质量分布,下面过程可以逐次重复。这一方法的优点在于运动方程的计算时间与 N 成比例,而 Poisson 方程的解与 $n^2 \log n$ 成正比。其中 n 为网络空间一方向上的网络节点数。这一方法的缺点在于空间分辨率近似限于 L_M/n , 这里 L_M 为网络空间一方向的长度。并且若不作进一步的修正,不适用于网络空间的外部。而

这是潮汐问题的一个重大关键。因为星系间密近碰撞的结果导致成员星的加热, 这会使成员星的某些从进行有限变换的网络空间中逃逸出去。一个进一步的问题是, 与孤立的几乎稳定的自治问题^[4,5]不同, 在潮汐作用过程中, 两个星系所占据的整个空间是相当大的, 而为了使每一星系有一定的分辨率, 必须使用很大值的网络节点数 n^3 ^[6,7]。显然, 这样不管在某些区域有否质点, 都必须处理整个网络空间。

Albada 与 van Gorkom^[8] 尝试改进这样不经济的使用计算时间。他们用球面调和变换来决定引力势。这一方法已应用到在一相当大的空间区域为轴对称的系统中去了。

一般来说, 在潮汐作用问题中, 除非轴对称的两个星系沿着对称轴碰撞, 否则是不能一直保持其轴对称性的。

新近几年, 椭圆星系受到更多的注意。且发现, 在椭圆星系中并没有足够的自转来维持旋转椭球形状^[9]。这导致更广泛的研究它们事实上是三轴形状的可能性^[10-13]。Binney 认为^[10]: 假设的三轴性是由恒星分布的各向异性压力来维持的。很明显, 椭圆星系中的压力分布不仅与星系形成的方式有关, 而且也与它们演化早期发生的情况有关。Binney 提出^[13]: 椭圆星系能使其初始早期状态发生变化的一个原因是与其它星系的碰撞。也可以期望, 星系间的碰撞在宇宙早期要比现在发生得更频繁^[14]。本文将研究一初始由自转和各向同性压力与自引力平衡的等轴椭圆星系与一以双曲轨道运动的另一星系进行非结合碰撞的结果。

二、分 析

我们采用在一立方体网络中进行快速 Fourier 变换的方法。这是 James 提出的 L_1 近似^[15]。象上面提及的, 这一方法有其局限性。若不作修正, 它对星系间的潮汐作用分析是不合适的。

首先也是最重要的是, 互扰的条件必须保证不会有很多的质点从网络空间中逃逸。否则逃逸质点的引力会严重影响演化计算。其次, 那些的确逃离网络的质点应继续跟踪, 以使它们再进入网络时可以正确的继续模拟。这样做也保证了对整个系统的能量与角动量的正确计算。

因为我们主要对椭圆星系的性态有兴趣, 故扰动星系不是我们的中心议题。椭圆星系置于网络的中心, 扰动星系取为点质量, 它在某一距离处掠过主星系。在两个星系相对运动的许多组合中, 若椭圆星系初始自转角动量的方向与两星系相对轨道运动角动量的方向一致时, 会在椭圆星系中得到最大的角动量^[16]。这会导致主星系赤道平面有最大的膨胀。由此引起在扰动星系具有给定的运动速度下, 主星系有太多的质点离开网络空间。因此我们限于讨论两个星系的相对运动是在椭圆星系的赤道平面上, 且相对轨道运动角动量反平行于主星系初始自转方向的情形。

椭圆星系初始取为扁率 $\varepsilon = 1 - \frac{c}{a}$ 为 0.4 的 Maclaurin 椭球, 物质为均匀分布的。它系由刚体自转与各向同性压力的适当组合来与自引力相保持平衡。这一系统的解析解曾由 Lyttleton 给出^[17]。

本文做了两个实验。一是由初始条件求得的解析解出发对无扰动的 Maclaurin 椭球体作了演化模拟, 另一为从同样初始条件但有扰动星系作用的情形。

椭圆星系中每一恒星单位质量所受的力为:

$$F_{\text{tot}} = F_{\text{self}} + F_{\text{tidal}},$$

其中 F_{self} 是椭圆星系本身产生的自引力, F_{tidal} 为由扰动质点引起的潮汐力。后者为^[13]:

$$F_x = \frac{GM_c}{r_0^3} \{x(2 - 3\sin^2\theta) + 3y \sin\theta \cos\theta\},$$

$$F_y = \frac{GM_c}{r_0^3} \{3x \sin\theta \cos\theta + y(2 - 3\cos^2\theta)\},$$

$$F_z = -\frac{GM_c}{r_0^3} z.$$

这里 x , y 和 z 为相对于主星系质心量度的主星系中恒星的座标, 而此质心位于网络空间的中心。 y 轴平行于扰动星系假设的直线轨迹方向, 这一轨迹在主星系的赤道平面 (x - y) 上, 离主星系中心的最短距离为在 x 轴上的 p 。 r_0 为扰动质点与主星系中心的距离。主星系的质量为 M_0 , 扰动点质量为 M_c 。 M_0 的初始自转轴沿 z 轴正向, M_c 沿负 y 轴以速度 V 运动。因此 $\theta = \text{tg}^{-1}[(y_0 - Vt)/p]$, 其中 y_0 为扰动星系在 y 轴上的初始位置投影(图 1)。 F_{self} 由总质量为 M_0 的 N 颗恒星所产生的引力势的梯度求得, 而引力势由 Poisson 方程解得。

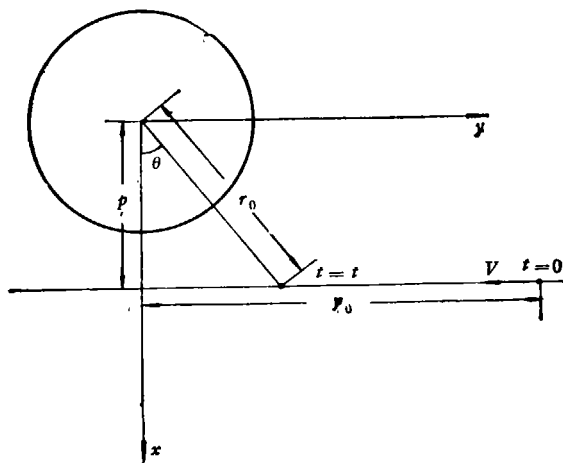


图 1 互扰系统示意图

较方便的是用无量纲速度与时间来计算, 这些已在附录中给出。由附录可知, 它们是基于解空间中网络节点间距为一单位来定义的, 而在网络一方向上总长为 32 单位。

N 颗恒星组成的椭圆星系模拟在 M_c 最接近主星系前做了 82 步, 而在此之后约做了 1000 步。对 N 体系统本文研究了其在潮汐作用下的各种总体性质与局部性质。在总体方面, 包括 M_0 相对于网络空间中心处的动能、势能、角动量、惯性矩及相应的主方向和整个图形的物质转动速度与图案转动速度等等。在局部方面, 有主星系内部区域的密度分布, 二阶弥散速度张量的特征值及相应的主方向。

对 M_c 的运动, 我们选择其运动方向垂直于 x 轴, 沿负的 y 轴方向。选择这一条件的原因正如同上面所说的, 是为了使负的角动量转移到主星系。应该注意的是, 在刚体近似中, 并没有角动量转移给 M_0 。这是因为在初始时刻 x 和 y 方向的惯性半径是相同的, 它们的相互抵消

造成四极矩为零。然而实际情况会象我们将要看到的, 主星系是变形的, 大致情形比简单模型所讨论的要复杂得多。

在本文中 N 为 20000, n 为 32。

三、结 果

在下文, 符号 T 表示时间步长数, 它为 0.04 时间单位(参见附录)。

首先讨论 Virial 系数, 它由下式定义

$$C = (2K/W - 1) \times 100\%$$

这里 K 和 W 分别表示 M_0 的动能和势能。显然, 在初始平衡条件下 $C = 0$ 。图 2 给出了 C 随时间 T 的变化关系。

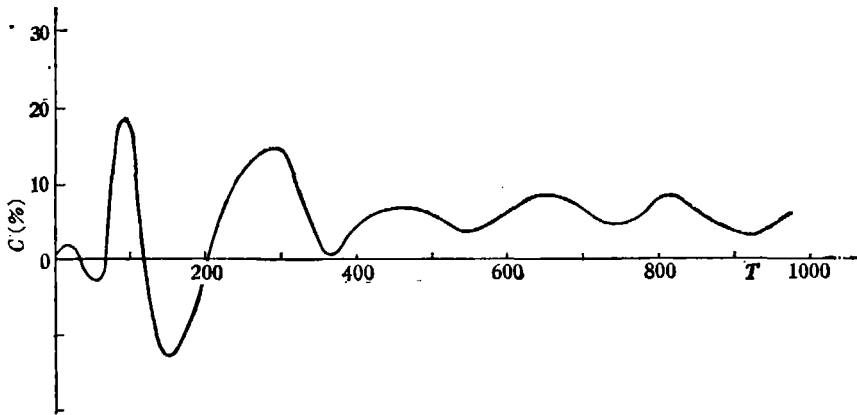


图 2 Virial 系数 C 与 T 的关系

在最接近主星系时, 也即 $T = 82$, C 接近其最大值, 约为 8%。这意味这时的动能比在 $T = 0$ 时的平衡值要大。随着时间的推移, C 的振荡逐渐消失。而图形稳定到 C 为 5% 的值。应该记住的是, 主星系的 C 值是不会变成零的, 它只是参与整个互扰系统使之达到新的平衡态, 以使整个互扰系统的 C 值为零。主星系 C 值的起伏发生于约 80 个积分步长时间。

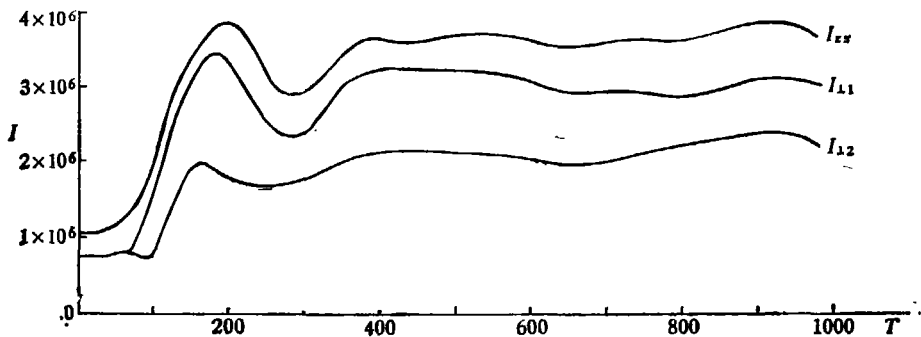


图 3 主星系的主惯性矩在潮汐力作用下的变化

图 3 给出了主惯性矩随 T 的变化。角动量是一直沿 z 轴的, 初始时刻对 z 轴的惯性矩要

比对与 z 轴相垂直的其它两轴的惯性矩要大,且对其它两轴的惯性矩是相等的。这也意味着,对 M_0 的初始形状,我们选的是扁球体。

在 $T = 82$ 以后,即最接近主星系以后,主星系的惯性矩在约 80 个积分步长时间内有上升趋势,这相应于星系的膨胀。两个初始相等的惯性矩开始拉开,其中之一接近于对 z 轴的惯性矩值,这延迟到 $T = 180$ 。在约 400 步后,惯性矩稳定下来,而绕旋转轴的惯性矩为最大。由于三个惯性矩大小不等,显然主星系成为三轴的。

现在来研究物质转动速度 Ω_m ,它由下式确定

$$I_{zz}\Omega_m = H,$$

其中 I_{zz} 为对自转轴的惯性矩, H 为 M_0 对 z 轴的角动量,它们都是时间的函数。由图 4 看出, Ω_m 从 $T = 0$ 时的初值直到 $T = 200$ 这一段时间内是单调减小的,在此之后基本上保持不变。

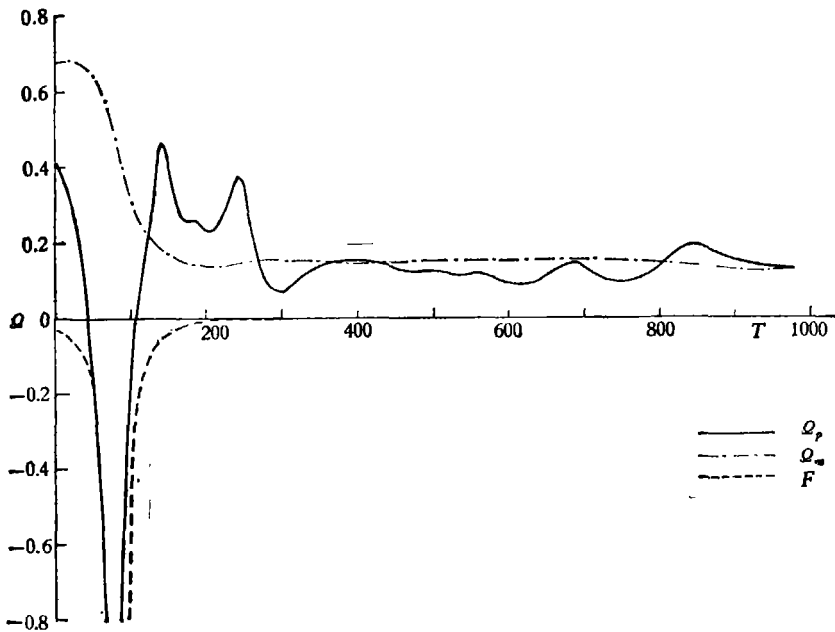


图 4 Ω_p , Ω_m 和 F 随时间的变化

现在把 Ω_m 与图案转动速度 Ω_p 相比较。图案转动角速度 Ω_p 为惯性矩张量的主轴在 $x-y$ 平面内的转动角速度。由图 4 看出,不象物质角速度 Ω_m , Ω_p 在扰动星系密近碰撞的过程中发生时正时负的非常迅速变化。特别使人感兴趣的是在 $T = 400$ 以后,图案角速度与物质角速度几乎是同样的,只是图案角速度稍有起伏,这表示最后的形态几乎是稳定的。

图 4 中的虚线 F 表示扰动星系 M_c 相对于 M_0 中心的角速度随时间 T 的变化。由此看出: Ω_p 的减小是与在约 100 个时间步长的相互作用特征时间内扰动星系经过 M_0 的速度密切相关的。在图上未标出的 Ω_p 与 F 的极小值分别为 -1.9 和 -3.1 ,两者都发生于 $T \approx 80$ 。

在详细研究主星系内部区域的局部性质之前,先来看一下在决定某些参数(例如中间的密度矩)时的精度问题。把空间区域分成几个组会自动的产生仅包含少量质点数的部分。一般

来说,误差是与 n_i^{-1} 成正比的^[9], 这里 n_i 为分割后某组内的星数。这在星系的外部区域是特别麻烦的,因为那里密度较低。为此我们仅限于讨论内部区域。此外,甚至虽然在某些地方有大量的质点,但若张量的对角线分量相互很接近时,二阶速度张量主方向的确定也会受到很大的影响。这一点在以往的文献中并未得到强调。

为了使弥散速度的各向异性的讨论更方便,我们定义各向异性因子

$$A = (z_1 - z_3)/(z_1 + z_2 + z_3),$$

这里 z 是由 $v_i v_i$ 乘积项对系综平均所产生的矩阵特征根的平方根,而 v_i 是在网络参考系中一个质点相对于它所处的网格中所有质点平均速度而言的第 i 速度分量。 z_1 和 z_3 为这样求得的三个量中的最大和最小。为与主星系的总体几何形状相联系,也计算和讨论了与速度弥散度张量特征值相对应的主方向。

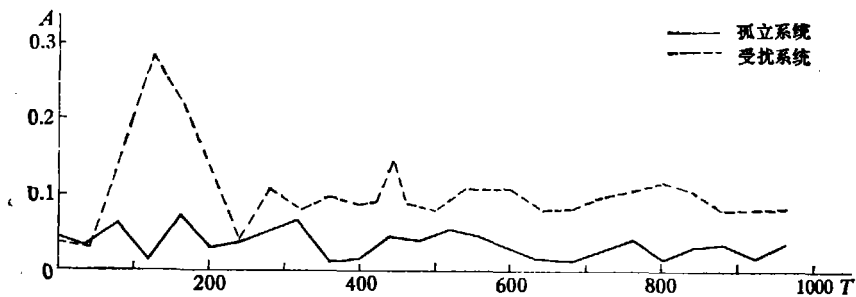


图 5 各向异性因子 A 在受扰与孤立两种情况下的比较

首先讨论其中心处于主星系中心的立方网格,其长度为五个网络间隔长度。图 5 给出了未扰动情形与扰动情形下 A 随 T 的变化。在未扰动情形, A 有起伏现象。而对扰动情形,从最接近时刻起,一般要比未扰动情形升高很多,并且稳定在一高水平的各向异性。最大各向异性发生的时刻 $T = 120$ 大约是在扰动星系最接近主星系后的不到 80 个积分步长时间。这一性质也发生在离主星系中心为 7.5 单位长度的区域。表 1 给出了最后 650 步内时间平均 F 的未扰与扰动情形下的 A 。其中 $\bar{A}_i$ 与 $\bar{A}_{ni}$ 分别为受扰与无扰情形的时间平均值。由表看出,各向异性因子的最大差值发生在星系中心,但在所有情形下作为互扰的结果都有显著增长的各向异性。差值中估计误差为 0.01 或更小。另一有兴趣的数值为恰好在最接近时刻后 A 的极值与最后 650 步中 A 的时间平均值的差,在中心附近的 ± 7.5 区域内,它为 0.23 ± 0.05 。

表 1

网格中心 (网络间隔单位)	$\bar{A}_{ni}$	$\bar{A}_i$
0, 0, 0	0.03	0.10
0, -6, 0	0.05	0.10
0, +6, 0	0.05	0.10
-6, 0, 0	0.06	0.09
+6, 0, 0	0.04	0.09
0, 0, -6	0.07	0.10
0, 0, +6	0.08	0.11

现在转向二阶速度弥散度张量特征根的研究。图 6 给出了对角线张量三个主方向上的均方根速度随 T 的变化。这是在中心区域, 但既有受扰情形也有未扰情形。扰动造成了这些量相对于未扰情形的暂时下降, 在约最接近时刻后的 80 个积分步长时达到极小。以后这一量稍有恢复, 但都比未扰情形要低。

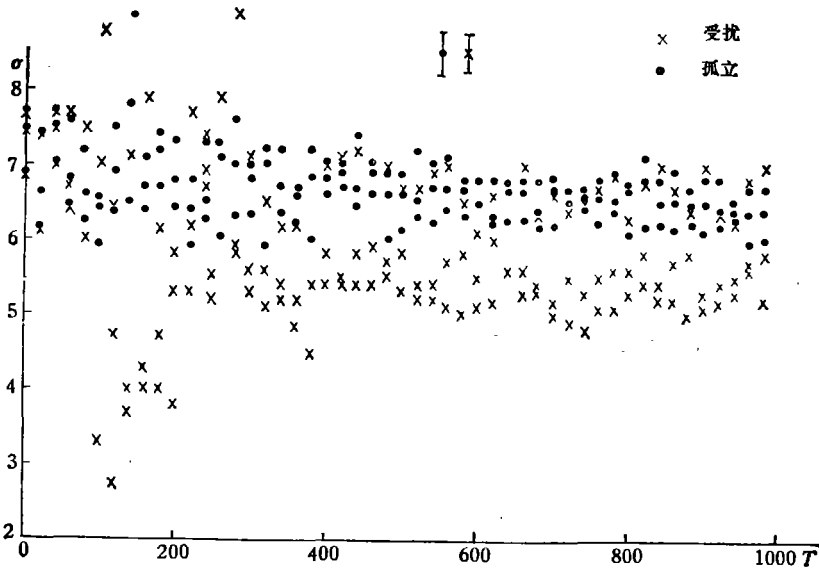


图 6 主星系中心区域速度弥散张量主值的均方根速度的变化

下面讨论对角线速度弥散度张量的主方向及其与系统总体几何形状的关系。

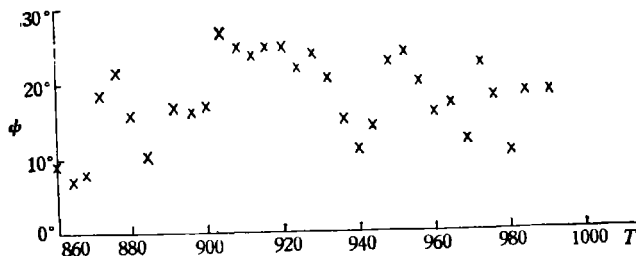


图 7 主星系的最小惯性矩方向与最大速度弥散度主方向的夹角随时间的变化

总体形状的取向由惯性矩张量主轴的方向余弦所确定。图 7 给出了在 $T = 860$ 至 1000 间最小惯性矩方向与最大速度弥散度特征方向间夹角的变化。由图 7 看出, 这一夹角仅约 18° , 因此这两方向有很一致的排列。事实上, 这是在初始互扰轨道平面的 $x-y$ 面内。惯性矩与速度弥散度其它特征向量的排列看不出有这样密切的相关。曾做过一速度张量比为 $4.5:5.5:6.5$ 的误差模拟。而对弥散速度张量中所期待的误差^[19], 在特征向量间夹角估计中的均方根误差约为 12° 。所以可以说, 在最小惯性矩的特征方向与最大弥散速度的特征方向间有很好的一致性。值得注意的是, 任何两特征值的大小越接近, 那在决定其特征向量的方向上的误差也越

大。这些误差是由决定中间值时的不确定性所产生的。

若用物理术语来解释这一点, 即惯性矩张量最小特征向量的方向当然也是物体最大空间延伸的方向。由此知道, 最大的压力分量形成了形状的长轴。在中心区域, 不存在显著的转动, 这一结果意味着沿长轴几乎全由压力来支持自引力。在中心附近 ± 7.5 区域内的其它地方, 这也是正确的。由此可得结论, 质量分布的长轴在中心区域与速度椭球的长轴是共转的。

关于物质运动速度问题, 象上面已提及的, 在星系中心不存在纯运动。但当向外面区域考察时, 观测到了纯转动速度。然而在由中心向外延伸时, 不同网格内的总体速度是很复杂的。在 ± 7.5 区域的网格内, 象所期望的, 其总体速度垂直于自转轴, 但看来相对于总体形状的长轴并没有什么特殊的倾向。

四、结 论

20000 个质点模拟表明, 初始由自转与各向同性压力使之构成平衡的扁球体在潮汐作用下会成为一三轴体。演化到后期, 其图案角速度与物质角速度在平均的意义上变成相等。在内部区域 (± 7.5), 速度弥散椭球的长轴与物质分布的长轴共转。在最接近时刻以后, 形状趋向于稳定所需的时间约为 20 个质点跨越时间。最后的图形要比原先的大。在中心区域三个主方向上的热运动速度在最接近时刻以后约 80 个积分步长时间内减少到极小, 以后三个弥散速度中的两个相对于未扰动情况继续减小, 而第三个 (也即最大的), 其值在未扰动结果上下摆动, 且其方向与三轴形状的长轴方向相一致。Spitzer 的分析认为^[19]: 在潮汐作用过程中, 引力势是保持不变的, 特别是球形位势在最接近时刻以后不会变成三轴形状的。从现在的模拟结果看出, 这一结论并不正确。

本文仅讨论了许多可能相互作用轨道中的一种情形。正在做一更全面的研究, 包括在最后图形中相对未扰状态时一些恒星质点轨道性质的分析。在自洽情形下甚至对孤立星系中恒星轨道性质的理解, 我们也有所不足。现在许多工作是在共转或无转动参考系中为固定的引力势下进行的^[20]。令人感兴趣的一个问题为组成星系的大部分恒星究竟是有规则的轨道呢还是只有随机的轨道。若是后者, 那么 Jeans 定理就不能应用, 且虽然星系演化时间尺度仍很长, 可事实上它们决不能处于稳定状态。

附 录

引力势 ϕ 的无量纲化为:

$$\bar{\phi} = \phi L (4\pi G M_*)^{-1},$$

其中 $M_* = M_0/N$ 为星系中每一质点的质量, L 为一个网络间隔的长度 (三方向中每一方向有 32 个网格), G 为引力常数。 ϕ 的 Poisson 方程可改写为:

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial \nu^2} = n_c.$$

这里 n_c 为质点数密度, ν 为相对 M_0 固定中心以网络间隔数为模的空间位置向量, 也即以 L 除以真实空间的位置向量。运动方程则为

$$\frac{\partial^2 \nu}{\partial \tau^2} = -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \nu} + \bar{F}_{\text{tidal}},$$

其中 τ 为本文中所用的无量纲时间, 它可写成

$$\tau = (4\pi G M_* L^{-3})^{1/2} t.$$

而 t 为真实时间, $\bar{F}_{\text{tidal}}$ 为由扰动质量 M_c 产生的无量纲潮汐力, 可表为:

$$\bar{F}_{\text{tidal}} = \frac{\kappa}{(1 + \alpha^2 \tau_1^2)^{3/2}} [\alpha_1 v_x + \beta v_y, \beta v_x + \alpha_2 v_y, -v_z].$$

这里

$$\kappa = \frac{1}{4\pi} \frac{M_c}{M_D} \left(\frac{L}{p} \right)^3 N,$$

$$\tau_1 = 3.28 - \tau,$$

$$\alpha_1 = 2 - 3 \sin^2 \theta,$$

$$\alpha_2 = 2 - 3 \cos^2 \theta,$$

$$\beta = 3 \sin \theta \cos \theta,$$

$$\nu = (v_x, v_y, v_z) \equiv (x, y, z)/L.$$

(x, y, z) 为相对于 M_0 质心的主星系中任一点的真实位置. 在文中, 当提到 x, y, z 时, 实际上是作为 ν 分量的简写而引入的.

角度

$$\theta = \arctan(\alpha \tau_1),$$

其中

$$\alpha^2 = V^2 L^3 p^{-2} (4\pi G M_*)^{-1},$$

V 为 M_c 的运动速度, p 为 M_c 相对于 M_0 质心的最近距离.

以网络间隔数为单位, 初始 Maclaurin 椭球的短轴和长轴分别为 7.1 和 11.9. 短轴与自转方向一致, 且平行于 x 轴. κ 和 α 分别为 1.6 与 3.6. 这样主星系的初始无量纲自转角速度为 0.6586, 扰动质点的初始位置 $\theta_0 \approx 85^\circ$. 在确定的 M_0 及 L 下, 由 κ 和 α 可决定三个参数 M_c/M_0 , $\bar{V}$ 和 $\bar{p}$ 中的两个. 因此在这三个参数中的任意一个给定时, 其它两个量都可由 κ 和 α 决定. 不难证明: 当 M_c/M_0 从 1 增加到 3 时, $\bar{p}$ 从 10 增加到 14 左右, 而 $\bar{V}$ 总是在 36 左右摆动. 而主星系在初始时刻的最大自转速度约为 7.8. 由此看出, 潮汐力的作用还是很显著的.

运动方程的积分是用无量纲时间步长 $\Delta\tau = 0.04 T$ 做的, 在文中称为 $\tau/0.04$. 使用这样选择的 α 值, 潮汐力在约 300 个积分步长内是有效的.

参 考 文 献

- [1] Toomre, A. and Toomre, T., *Ap. J.*, 178(1972), 623.
- [2] Aarseth, S. J., *The Gravitational N-body Problem* (Ed. Lecar, M.), 1970, 373.
- [3] Cooley, J. W. and Turkey, J. W., *Math. Comp.*, 19(1965), 297.
- [4] Hohl, F., *Astr. J.*, 83(1978), 768.
- [5] Schwarzschild, M., *Ap. J.*, 232(1979), 236.
- [6] Stewart, P., *Investigating the Universe*, Reidel, (Ed. Kahn, F. D.), 1981, 385.
- [7] Mifler, R. H. and Smith, B. F., *Ap. J.*, 235(1980), 421.
- [8] van Albada, T. S. and van Gorkom, J. H., *Astr. and Ap.*, 54(1977), 121.
- [9] Illingworth, G. and Schechter, P. L., *Ap. J.*, 256(1982), 481.
- [10] Binney, J., *M. N. R. A. S.*, 190(1980), 421.
- [11] de Zeeuw, T., *Prod. Third Moriond Astrophysics Meeting La Plagne* (Ed. Andouze, J.), 1983.
- [12] Wilkinson, A. and James, R. A., *M. N. R. A. S.*, 199(1982), 171.
- [13] Binney, J., *Phil. Trans. R. Soc. London*, A296(1980), 329.
- [14] Toomer, A., *Evolution of Galaxies and Stellar Populations* (Eds. Tinsley, B. M. and Lorson, R. B.),

Yale Univ. Obs., 1977, 40.

- [15] James, R. A., *J. Comp. Phys.*, 25(1977), 71.
- [16] Wright, A. E., *M. N. R. A. S.*, 157(1972), 309.
- [17] Lyttleton, R. A., *The Stability of Rotating Liquid Masses*, CUP, 1953.
- [18] Spitzer, L., *Ap. J.*, 127(1958), 17.
- [19] Trumpler, R. J. and Weaver, H. F., *Statistical Astronomy*, Dover, 1962.
- [20] Binney, J., Kormendy, J. and White, S. D. M., *Morphology and Dynamics of Galaxies 12th Advanced Course*, Saas-Fee, 1982.