



评述

原子核协变密度泛函理论及其应用专辑

格林函数协变密度泛函理论及其应用

孙亭亭^{①②*}^① 郑州大学物理工程学院, 郑州 450001;^② 北京大学物理学院核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871

* 联系人, E-mail: ttsun@pku.edu.cn

收稿日期: 2015-07-17; 接受日期: 2015-08-12; 网络出版日期: 2015-12-14

国家重点基础研究规划项目 (编号: 2013CB834400), 国家自然科学基金 (批准号: 11175002, 11335002, 11375015, 11461141002, 11405116, 11405090, 11505157) 和国家教育部博士点基金 (编号: 20110001110087) 资助项目

摘要 文章简要介绍了格林函数协变密度泛函理论及其对奇特原子核结构的研究进展. 首先, 文章简要回顾了奇特原子核的研究现状和传统理论处理连续谱遇到的问题. 随后, 系统介绍了格林函数协变密度泛函理论的基本公式, 包括格林函数的相对论平均场 (GF-RMF) 近似和格林函数相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov (GF-RCHB) 等, 详细给出了利用格林函数方法求解径向 Dirac 方程和 RCHB 方程的相关公式. 最后, 介绍了格林函数协变密度泛函理论的应用, 包括利用 GF-RMF 理论研究原子核单粒子共振态, 给出共振态的能量和宽度以及利用 GF-RCHB 理论研究丰中子 Zr 同位素的巨晕现象, 给出密度空间分布的弥散性质以及对晕现象起着重要作用的共振态的能量和宽度等.

关键词 格林函数方法, 协变密度泛函理论, 奇特原子核

PACS: 21.60.Jz, 21.10.-k, 25.70.Ef, 27.60.+j

1 引言

世界范围内放射性束流装置和探测技术的发展促使远离 β 稳定线的奇特原子核成为核物理的一个热点课题. 在奇特原子核中, 实验上发现了很多新的奇特现象, 如晕现象^[1], 新幻数^[2] 和新的激发模式^[3] 等; 同时, 理论上也预言了很多奇特现象, 如巨晕^[4,5], 形变晕和形状退耦^[6,7] 等. 与稳定原子核相比, 奇特原子核表现出很多新性质, 如弱束缚, 束缚态和连续谱耦合, 以及非常弥散的密度空间分布

等^[8-10]. 恰当描述奇特原子核, 理论上必须合理地处理对关联和连续谱, 并且恰当地描述密度空间分布的渐近行为. 本专辑中龙文辉的文章也涉及奇特原子核的研究^[11].

传统的 Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 理论^[12] 是成功描述奇特原子核结构性质的最重要理论之一. 在非相对论框架下, 基于零程 Skyrme 力^[13] 和密度依赖的零程对力^[10], 或有限力程的 Gogny 对力^[14], HFB 理论可以很好地描述原子核的结合能、半径等特征. 在相对论框架下, 相对论连续谱 Hartree-

引用格式: 孙亭亭. 格林函数协变密度泛函理论及其应用. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2016, 46: 012006

Sun T T. Green's function method in covariant density functional theory (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2016, 46: 012006, doi: 10.1360/SSPMA2015-00371

Bogoliubov(RCHB) 理论^[15], 通过在坐标空间求解相对论 Hartree-Bogoliubov(RHB) 方程, 可以微观自洽地处理平均场、对关联和连续谱, 在描述奇特原子核中取得了巨大成功^[16]. 进一步考虑交换项和 π 介子的贡献, Long 等人^[17] 发展了密度依赖的相对论 Hartree-Fock-Bogoliubov(DDRHFB) 理论, 研究了交换项在弱束缚丰中子原子核中的重要作用. 考虑形变效应, Zhou 等人^[6] 建立了形变的相对论 Hartree-Bogoliubov 连续谱 (DRHBc) 理论, 自洽地处理形变、对关联和连续谱效应, 预言了形变晕核并揭示了中子核芯和晕的形状退耦现象^[6,7]. 随后, 通过包含堵塞效应, Li 等人^[18] 将 DRHBc 理论用于描述奇核子体系.

现有的非相对论以及相对论的 H(F)B 理论主要采用基展开方法或直接在坐标空间中求解. 对于奇特原子核, 其密度分布在空间上非常弥散, 为了描述这些原子核, 基展开方法需要非常大的基空间. 对于通常的谐振子基, 由于其局域性, 很难描述奇特原子核弥散的密度分布^[19]. 因此, 人们试图寻找具有恰当渐近行为的基, 如转换谐振子 (THO) 基^[20] 或 Woods-Saxon 基^[6,21] 等. 更为直接的方法是在坐标空间求解^[10,15], 它可以自然地给出密度分布在坐标空间中的渐近行为.

然而, 在坐标空间直接求解的方法中, 人们通常利用离散化方法来处理连续谱^[10,15], 即在求解 H(F)B 方程时, 把连续谱的波函数局限在一定大小的“盒子”内, 强迫其在“盒子”外为 0, 从而人为地将其离散化. 利用这种离散化连续谱的办法来描述奇特原子核存在如下问题: (1) 为了描述弥散的密度分布, 需要非常大的盒子; (2) 除了得到近似的共振态, 还会产生很多没有物理对应的离散态; (3) 无法直接得到连续谱中共振态的宽度.

因此, 为了严格处理 H(F)B 方程中的连续谱, 理论上需要给出连续谱波函数正确的渐近行为. 文献 [22–26] 采用散射态边界条件来处理这个问题. 其中, 文献 [22] 基于 Skyrme HFB 理论, 对丰中子 Ni 同位素链进行了讨论, 研究表明是否考虑连续谱正确的渐近行为对滴线核的描述不同; 文献 [23–26] 基于简单的 Woods-Saxon 势, 讨论了费米面附近弱束缚态及连续谱在对关联中所起的作用. 然而, 上述方法中, 由

于考虑连续变化的连续谱的散射态边界条件, 实际计算的难度较大.

格林函数 (Green's Function, GF) 方法是一种简单有效地考虑连续谱波函数正确渐近行为的方法^[27–31]. 在核物理中, 基于非相对论以及相对论理论框架, 格林函数方法已经被广泛地用于研究连续谱对原子核基态以及激发态性质的影响. 1987 年, Belyaev 等人^[28] 基于 HFB 理论, 建立了由具有连续谱正确渐近行为的单准粒子波函数构造的格林函数. 2001 年, Matsuo^[32] 利用该格林函数发展了包含连续谱的准粒子无规相位近似 (QRPA) 理论, 用于研究滴线附近原子核集体激发中连续谱的贡献. 2009 年, HFB 格林函数还被拓展到耦合道表象, 在轴对称的 Woods-Saxon 势场中, 采用密度依赖的 δ 对力, 对滴线附近形变原子核中的连续谱与对关联进行了研究^[33]. 最近, 张颖等人^[34–36] 将格林函数方法应用到 Skyrme HFB 理论中, 发展了完全自洽的连续谱 Skyrme HFB 方法, 研究连续谱对滴线附近原子核基态性质的影响. 之后, 通过考虑堵塞效应, 格林函数连续谱 Skyrme HFB 理论被拓展到研究奇 A 核的情况^[37]. 相对论框架下, 文献 [38,39] 在基于相对论平均场理论建立的相对论连续谱 RPA 理论中, 利用具有连续谱正确渐近行为的单粒子波函数构造格林函数^[40], 由此计算包含连续谱的响应函数, 研究了连续谱对原子核集体激发性质的贡献. 以上研究发现, 利用格林函数方法处理连续谱具有以下优势: (1) 同一理论平台处理束缚态和连续谱; (2) 可以直接给出连续谱中共振态的能量和宽度; (3) 可以恰当地描述密度空间分布的渐近行为.

近年来, 协变密度泛函理论 (CDFT) 在核结构研究中取得很大的成功, 已成为系统描述原子核结构性质最重要的微观方法之一^[16,41–45]. 本文中, 协变密度泛函理论具体是指球形的相对论平均场 (RMF) 近似和 RCHB 理论. 其中, RCHB 是 RMF 的自然延拓, 它通过 Bogoliubov 准粒子变换处理了对关联, 对平均场和对场给出统一自洽描述, 在稳定原子核及远离 β 稳定线的奇特核基态性质描述上取得了很大成功^[16]: 成功解释了在 ^{11}Li 中发现的晕现象^[9], 预言了 Zr 和 Ca 等中重原子核中存在巨晕现象^[4,5], 证明了连续谱在晕现象中所起的作用; 再现了奇特原

子核中相互作用截面以及电荷交换反应截面等实验结果 [46,47]; 揭示了奇特原子核中存在更好的赝自旋对称性 [48,49]; 预言了超核中的奇特现象 [50,51] 以及超重核区新幻数 [52] 等.

基于协变密度泛函理论, 利用格林函数方法处理连续谱, 我们发展了格林函数的协变密度泛函 (GF-CDFT) 理论 [53,54]. 首先与 RMF 相结合, 文献 [53] 建立了格林函数相对论平均场 (GF-RMF) 理论, 并用于研究原子核的单粒子共振态. 进一步包含对关联, 将格林函数方法与 RCHB 相结合, 文献 [54] 建立了格林函数相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov (GF-RCHB) 理论, 并用于研究丰中子 Zr 同位素的巨晕现象. GF-RCHB 理论在对原子核的平均场、对场以及连续谱给出完全统一自洽描述的同时, 还可以严格地处理连续谱.

2 格林函数协变密度泛函理论

2.1 格林函数方法简介

格林函数是数学物理中一种常用的方法, 又称为源函数或影响函数, 是由英国数学家 George Green 在 1828 年提出的. 在数学上, 格林函数方法主要是用来求解有初始条件或边界条件的非齐次微分方程. 在物理学的多体理论中, 格林函数被用做费曼图中的传播子, 也用来表示各种关联函数. 至今, 格林函数方法在流体力学、电动力学、量子力学、固体物理、凝聚态物理等理论中有着广泛的应用.

对于一个线性微分算符 $\hat{L} = \hat{L}(x)$, 它的格林函数 $\mathcal{G}(x, x')$ 是满足以下点源方程的任意一个解

$$\hat{L}(x)\mathcal{G}(x, x') = \delta(x - x'). \quad (1)$$

格林函数的以上性质可以被用于求非齐次微分方程,

$$\hat{L}(x)\mu(x) = f(x), \quad (2)$$

其中, $f(x)$ 是方程的非齐次项, $\mu(x)$ 是方程待求的解. 如果可以找到满足公式 (1) 算符 $\hat{L}$ 的格林函数, 那么非齐次微分方程 (2) 的解为

$$\mu(x) = \int f(x')\mathcal{G}(x, x')dx'. \quad (3)$$

格林函数也可以用于求解量子力学中的本征方程. 对于坐标 $\mathbf{r}$ 空间的 Schrödinger 或 Dirac 方程,

$$\hat{h}(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i\psi_i(\mathbf{r}), \quad (4)$$

在能量 ε 处的格林函数 $\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ 满足以下点源方程,

$$[\varepsilon - \hat{h}(\mathbf{r})]\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (5)$$

格林函数 $\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ 描述了能量为 ε 的粒子从 $\mathbf{r}$ 到 $\mathbf{r}'$ 的传播子. 如果找到满足公式 (5) 的格林函数, 哈密顿量算符 $\hat{h}(\mathbf{r})$ 的态密度 $\sum_i \delta(\varepsilon - \varepsilon_i)$ 和态的空间分布 $\psi_i^\dagger(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r})$ 等可以用格林函数来求解, 详见 2.2.2 小节. 从态密度中, 可以直接得到单粒子谱.

进一步, 将格林函数方法应用到能量密度泛函理论中时, 原子核密度分布和单粒子谱等可以利用核子满足的运动方程的格林函数给出.

2.2 格林函数相对论平均场理论

2.2.1 RMF 理论

关于 RMF 理论的详细介绍, 可参见文献 [16,41–45]. 在 RMF 理论中, 从包含核子场、介子场及其相互作用的有效拉氏量出发, 在无海近似和相对论平均场近似下, 利用变分原理最终得到核子满足的 Dirac 运动方程

$$[\alpha \cdot \mathbf{p} + V(\mathbf{r}) + \beta(M + S(\mathbf{r}))]\psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i\psi_i(\mathbf{r}), \quad (6)$$

其中, α 和 β 是 Dirac 矩阵, M 是核子质量, $V(\mathbf{r})$ 和 $S(\mathbf{r})$ 是矢量势和标量势. 通常情况下, Dirac 方程在坐标空间 [55] 或基展开的方法 [20,21,56] 进行求解, 得到一系列分离的本征能量 ε_i 和波函数 $\psi_i(\mathbf{r})$. 关于传统的数值求解 Dirac 方程的方法, 周善贵会在本专辑中详细介绍 [57].

传统地在坐标空间求解 Dirac 方程时, 常常是在盒子边界条件下离散化求解 [15]. 这种方法中, 只有当盒子足够大时, 才能恰当地描述奇特原子核弥散的密度空间分布. 此外, 由于连续谱被离散化, 无法直接得到共振态宽度的信息. 为了得到共振态宽度, 必须将 RMF 理论和其他求解共振态的方法结合起来.

2.2.2 格林函数方法在 RMF 理论中的应用

利用格林函数方法求解 Dirac 方程, 可以恰当描述连续谱波函数正确渐近行为, 并直接给出连续谱中单粒子共振态的宽度.

在给定单粒子能量 ε 下, Dirac 方程的格林函数应满足公式 (5). 利用 Dirac 方程一组完备的本征态 $\psi_i(\mathbf{r})$ 和本征能量 ε_i , 其格林函数 $\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ 可以表示为 [27, 38, 39, 53]

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) = \sum_i \frac{\psi_i(\mathbf{r}) \psi_i^\dagger(\mathbf{r}')}{\varepsilon - \varepsilon_i}, \quad (7)$$

其中, $\sum_i$ 包括对分离的单粒子束缚态的求和以及对连续谱的积分. 格林函数 (7) 有一系列的能量奇异点, 对应着 Dirac 方程的本征能量 ε_i , 包括负能量的束缚能级和正能量的连续谱. 在单粒子能量复平面上, 这些奇异点 ε_i 分布在能量实轴上, 见图 1. 对应于 Dirac 旋量 $\psi_i(\mathbf{r})$ 的大小分量, 格林函数 (7) 可以表示为一个 2×2 的矩阵形式,

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) = \begin{pmatrix} \mathcal{G}^{(11)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) & \mathcal{G}^{(12)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) \\ \mathcal{G}^{(21)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) & \mathcal{G}^{(22)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

从公式 (7) 出发, 在单粒子能量的复平面上选择一个封闭的积分回路 C_ε , 包含能量奇异点 ε_i , 根据柯西定理, RMF 理论中的标量密度 $\rho_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 和矢量密度 $\rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 可以用格林函数的回路积分得到

$$\begin{aligned} \rho_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}') \\ &= \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_\varepsilon} d\varepsilon [\mathcal{G}^{(11)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) - \mathcal{G}^{(22)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)], \quad (9a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \sum_{i=1}^A \psi_i^\dagger(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}') \\ &= \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_\varepsilon} d\varepsilon [\mathcal{G}^{(11)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) + \mathcal{G}^{(22)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)], \quad (9b) \end{aligned}$$

其中 $\mathcal{G}^{(11)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ 和 $\mathcal{G}^{(22)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ 分别对应格林函数 $\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$ 的“11”和“22”矩阵元, C_ε 是用于积分的路径. 局域矢量密度 $\rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ 在坐标空间 $\mathbf{r}$ 的积分, 可以得到积分回路 C_ε 内的粒子数

$$N = \int d\mathbf{r} \rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r}). \quad (10)$$

对于给定原子核, 公式 (9) 中的积分回路 C_ε 必须仅仅包含占据的束缚能级, 其能量满足 $\varepsilon_i \leq \lambda$ (λ 是费米面), 如图 1 所示. 费米面 λ 最终由核子数来确定.

利用格林函数计算得到各种密度后, 可以得到 Dirac 方程 (6) 中的单粒子势 $V(\mathbf{r})$ 和 $S(\mathbf{r})$, 从而可以得到 Dirac 方程新的格林函数, 利用格林函数又可以得到新的密度. 就这样, 相对论平均场理论中的耦合方程自洽迭代求解.

此外, 在 GF-RMF 理论中, 单粒子谱可以通过态密度 $n(\varepsilon)$ 得到. 态密度的定义式为 [27]

$$n(\varepsilon) = \sum_i \delta(\varepsilon - \varepsilon_i), \quad (11)$$

其中, ε_i 是 Dirac 方程的本征解, ε 沿着单粒子能量实轴取值, $\sum_i$ 包括对分离的束缚态的求和以及对连续谱的积分, $n(\varepsilon)d\varepsilon$ 给出能量范围 $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$ 内的单粒子态的个数. 对于束缚态, 态密度 $n(\varepsilon)$ 只有在能量点 $\varepsilon = \varepsilon_i$ 处才有分布, 为 δ 函数形式, 对于连续谱, 态密度连续分布. 通过态密度, 可以直接得到单粒子谱分布.

通过在单粒子能量 ε 上引入一个无穷小的能量虚部 “ $i\eta$ ”, 利用格林函数 $\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \varepsilon + i\eta)$ 的虚部在坐标空间的积分可以得到单粒子态密度 [53]

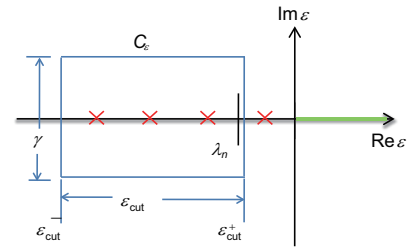


图 1 (网络版彩图) Dirac 方程的格林函数在单粒子能量复平面上积分路径 C_ε 示意图. 矩形回路的高度为 γ , 宽度为 ε_{cut} , 从 $\varepsilon_{\text{cut}}^-$ 到 $\varepsilon_{\text{cut}}^+$. 实轴上负能量区域中的红色叉号表示分离的单粒子束缚态, 正能量区域的绿色粗线表示单粒子连续谱. 虚线表示费米面 λ_n 的位置. 取自文献 [53]

Figure 1 (Color online) Contour path C_ε to perform the integrals of the Green's function for the Dirac equation on the single particle complex energy plane. The path is chosen to be a rectangle with the height γ and the length ε_{cut} from $\varepsilon_{\text{cut}}^-$ to $\varepsilon_{\text{cut}}^+$. The red crosses with $\text{Re} \varepsilon < 0$ denote the discrete single particle bound states and the green thick line with $\text{Re} \varepsilon > 0$ denotes the continuum. The dashed line indicates the approximate position of the Fermi surface λ_n . Taken from ref. [53].

$$n(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \int d\mathbf{r} \text{Im} [\mathcal{G}^{(11)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \varepsilon + i\eta) + \mathcal{G}^{(22)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \varepsilon + i\eta)]. \quad (12)$$

其中, 引入能量虚部 “ $i\eta$ ” 后, 束缚态的态密度由零宽度的 δ 函数分布转变为具有 2η 宽度的洛伦兹函数分布.

2.2.3 径向 Dirac 方程的格林函数的构建

利用格林函数方法求解 Dirac 方程时, 需要构建具有 Dirac 波函数正确渐近行为的格林函数 $\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon)$.

对于球对称体系, Dirac 旋量可以展开为

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} iG_{n\kappa}(r) \\ F_{n\kappa}(r)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \end{pmatrix} Y_{jm}^l(\theta, \phi), \quad (13)$$

其中, Y_{jm}^l 是自旋球谐函数, $G_{n\kappa}(r)/r$ 和 $F_{n\kappa}(r)/r$ 是径向波函数的上下分量, 量子数 κ 被定义为 $\kappa = (-1)^{j+l+1/2}(j+1/2)$. Dirac 方程 (6) 被约化为一个径向方程

$$\begin{pmatrix} \Sigma(r) + M & -\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} \\ \frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r} & \Delta(r) - M \end{pmatrix} \phi_{n\kappa}(r) = \varepsilon_{n\kappa} \phi_{n\kappa}(r),$$

$$\phi_{n\kappa}(r) = \begin{pmatrix} G_{n\kappa}(r) \\ F_{n\kappa}(r) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

其中, 势场 $\Sigma(r) \equiv V(r) + S(r)$, $\Delta(r) \equiv V(r) - S(r)$ 仅依赖于径向坐标.

另外, 在球对称性下, 格林函数和密度也可以展开

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon) = \sum_{\kappa m} Y_{jm}^l(\theta, \phi) \frac{\mathcal{G}_{\kappa}(r, r'; \varepsilon)}{rr'} Y_{jm}^{l*}(\theta', \phi'), \quad (15a)$$

$$\rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\kappa m} Y_{jm}^l(\theta, \phi) \rho_{v,\kappa}(r, r') Y_{jm}^{l*}(\theta', \phi'), \quad (15b)$$

$$\rho_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\kappa m} Y_{jm}^l(\theta, \phi) \rho_{s,\kappa}(r, r') Y_{jm}^{l*}(\theta', \phi'). \quad (15c)$$

根据公式 (9) 和公式 (15), 局域的标量密度 $\rho_s(\mathbf{r}) = \rho_s(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ 和矢量密度 $\rho_v(\mathbf{r}) = \rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ 的径向部分可以表示为

$$\rho_s(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{1}{2\pi i} \sum_{\kappa} (2j+1) \times \oint_{C_{\varepsilon}} d\varepsilon [\mathcal{G}_{\kappa}^{(11)}(r, r; \varepsilon) - \mathcal{G}_{\kappa}^{(22)}(r, r; \varepsilon)], \quad (16a)$$

$$\rho_v(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{1}{2\pi i} \sum_{\kappa} (2j+1) \times \oint_{C_{\varepsilon}} d\varepsilon [\mathcal{G}_{\kappa}^{(11)}(r, r; \varepsilon) + \mathcal{G}_{\kappa}^{(22)}(r, r; \varepsilon)], \quad (16b)$$

其中, $\mathcal{G}_{\kappa}(r, r; \varepsilon)$ 是径向的格林函数, 即径向 Dirac 方程 (14) 的格林函数.

在球对称性下, 单粒子态密度可以写为

$$n(\varepsilon) = \sum_{\kappa} n_{\kappa}(\varepsilon), \quad (17)$$

其中, 轨道 κ 的态密度 $n_{\kappa}(\varepsilon)$ 为

$$n_{\kappa}(\varepsilon) = -\frac{2j+1}{\pi} \int d\mathbf{r} \text{Im} [\mathcal{G}_{\kappa}^{(11)}(r, r; \varepsilon + i\eta) + \mathcal{G}_{\kappa}^{(22)}(r, r; \varepsilon + i\eta)]. \quad (18)$$

在给定单粒子能量 ε 和角动量 κ 下, 径向的格林函数 $\mathcal{G}_{\kappa}(r, r'; \varepsilon)$ 可以构建为 [38–40, 53]

$$\mathcal{G}_{\kappa}(r, r'; \varepsilon) = \frac{1}{W_{\kappa}(\varepsilon)} [\theta(r-r') \phi_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon) \phi_{\kappa}^{(1)\dagger}(r', \varepsilon) + \theta(r'-r) \phi_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon) \phi_{\kappa}^{(2)\dagger}(r', \varepsilon)], \quad (19)$$

其中, $\theta(r-r')$ 是关于径向坐标 r 的阶梯函数, $\phi_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon)$ 和 $\phi_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon)$ 是两个线性独立的 Dirac 旋量

$$\phi_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon) = \begin{pmatrix} g_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon) \\ f_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon) \end{pmatrix}, \quad \phi_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon) = \begin{pmatrix} g_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon) \\ f_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

它们分别从径向 Dirac 方程 (14) 在 $r \rightarrow 0$ 和 $r \rightarrow \infty$ 处波函数的渐近行为出发, 利用 Runge-Kutta 数值积分方法向外和向内进行积分, 得到的全空间的两组独立的 Dirac 方程的解. $W_{\kappa}(\varepsilon)$ 是 Wronskian 函数, 它也是由 $\phi_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon)$ 和 $\phi_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon)$ 给出

$$W_{\kappa}(\varepsilon) = \begin{vmatrix} g_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon) & f_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon) \\ g_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon) & f_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon) \end{vmatrix} = g_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon) f_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon) - g_{\kappa}^{(2)}(r, \varepsilon) f_{\kappa}^{(1)}(r, \varepsilon). \quad (21)$$

可以检验, 构建的格林函数 (19) 满足 Dirac 方程格林函数的定义式 (5). Dirac 波函数在 $r \rightarrow 0$ 和 $r \rightarrow \infty$ 的渐近行为可参考文献 [53].

2.3 格林函数相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov 理论

2.3.1 RHB 理论

RHB 理论是在 RMF 理论的基础上的一个自然延伸, 它是在 RMF 的基础上引入 Bogoliubov 准粒子变换来处理对关联. 在 RMF 中, 由于采用了平均场近似, 从拉氏量导出的核子运动方程不含两体相互作用, 无法自治地考虑对关联. 为了导出对相互作用, 必须量子化介子场, 从而导出一个含有两体相互作用的哈密顿量. 从与 RMF 中相同的拉氏量出发, 对介子场进行正则量子化, 忽略 Fock 项贡献, 则可导出如下 RHB 方程 [58]:

$$\int d\mathbf{r}' \begin{pmatrix} h_D - \lambda & \Delta \\ -\Delta^* & -h_D^* + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_U \\ \psi_V \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \psi_U \\ \psi_V \end{pmatrix}, \quad (22)$$

其中 E 为单准粒子能量, ψ_U 和 ψ_V 分别是准粒子波函数的上下分量, λ 是费米面. Dirac 哈密顿量 h_D 为,

$$h_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = [\alpha \cdot \mathbf{p} + V(\mathbf{r}) + \beta(M + S(\mathbf{r}))] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (23)$$

对势 Δ 由对张量 κ 和对相互作用 V^{pp} 得到

$$\Delta(\mathbf{r}_1 s_1 p_1, \mathbf{r}_2 s_2 p_2) = \sum_{s'_1 p'_1}^{s'_2 p'_2} V^{pp}(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2; s_1 p_1, s_2 p_2, s'_1 p'_1, s'_2 p'_2) \times \kappa(\mathbf{r}_1 s'_1 p'_1, \mathbf{r}_2 s'_2 p'_2), \quad (24)$$

其中指标 $p = 1, 2$ 代表 Dirac 旋量 ψ_U 和 ψ_V 的大小分量. 当采用密度依赖的 δ 对力时,

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \frac{1}{4} [1 - \sigma_1 \sigma_2] \left(1 - \frac{\rho(\mathbf{r})}{\rho_0} \right), \quad (25)$$

对势 (24) 约化为一个简单形式,

$$\Delta(\mathbf{r}) = V_0 \left[1 - \frac{\rho(\mathbf{r})}{\rho_0} \right] \kappa(\mathbf{r}). \quad (26)$$

RHB 方程的解包含正能和负能两个对称的分支, 对于任意一个能量为 $E (E > 0)$ 的准粒子态, 总有一个能量为 $-E$ 的准粒子态与之对应. 因此, 求解 RHB 方程时只需要考虑其中一个分支, 以下我们以正能解分支为例.

对于 $E > 0$ 的准粒子分支, RHB 方程完整的解包括分立的准粒子束缚态和连续谱. 这可以从在 $r \rightarrow \infty$

时 RHB 方程波函数的渐近行为来区分. 对于束缚的原子核有 $\lambda < 0$, 当准粒子能量 $0 < E < -\lambda$ 时, 准粒子波函数 $\psi_U(\mathbf{r}), \psi_V(\mathbf{r})$ 都是定域的, 在 $r \rightarrow \infty$ 时呈现指数衰减的形式, 其解为分立态; 当准粒子能量 $E > -\lambda$ 时, 准粒子波函数 $\psi_V(\mathbf{r})$ 依旧是定域的, 而 $\psi_U(\mathbf{r})$ 是非定域的, 在 $r \rightarrow \infty$ 时呈现出振荡行为, 对应着准粒子连续谱.

由于束缚态和连续谱的区别, 原则上, 人们在用准粒子波函数求粒子密度和对张量时, 应该区分对待

$$\rho_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{0 < E_k < -\lambda} \bar{\psi}_{V,k}(\mathbf{r}) \psi_{V,k}(\mathbf{r}') + \int_{-\lambda}^{\infty} dE \bar{\psi}_{V,k}(\mathbf{r}, E) \psi_{V,k}(\mathbf{r}', E), \quad (27a)$$

$$\rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{0 < E_k < -\lambda} \psi_{V,k}^\dagger(\mathbf{r}) \psi_{V,k}(\mathbf{r}') + \int_{-\lambda}^{\infty} dE \psi_{V,k}^\dagger(\mathbf{r}, E) \psi_{V,k}(\mathbf{r}', E), \quad (27b)$$

$$\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{0 < E_k < -\lambda} \psi_{U,k}(\mathbf{r}) \psi_{V,k}(\mathbf{r}') + \int_{-\lambda}^{\infty} dE \psi_{U,k}(\mathbf{r}, E) \psi_{V,k}(\mathbf{r}', E). \quad (27c)$$

传统理论中, 一般是采用离散化方法处理连续谱, 得到一系列分离的准粒子态. 以下介绍利用格林函数方法处理连续谱.

2.3.2 格林函数方法在 RHB 理论中的应用

对于坐标空间的 RHB 方程,

$$\hat{H}(\mathbf{r}) \Phi_k = E_k \Phi_k, \quad (28)$$

在给定准粒子能量 E 下, 它的格林函数满足

$$[E - \hat{H}(\mathbf{r})] \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (29)$$

利用 RHB 方程一组完备的解, 它的格林函数可以表示为

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \sum_k \left(\frac{\Phi_k(\mathbf{r}) \Phi_k^\dagger(\mathbf{r}')}{E - E_k} + \frac{\bar{\Phi}_k(\mathbf{r}) \bar{\Phi}_k^\dagger(\mathbf{r}')}{E + E_k} \right), \quad (30)$$

其中, 它包括两部分, 一部分与 RHB 方程正能量解 E_k 及波函数 Φ_k 相关, 另一部分与负能量解 $-E_k$ 及其波函数 $\bar{\Phi}_k(\mathbf{r})$ 相关. 对应于 RHB 方程的波函数的粒子 (ψ_V)、空穴 (ψ_U) 分量以及 Dirac 旋量的大、小

分量, RHB 方程的格林函数可以表示成一个 4×4 矩阵的形式

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \begin{pmatrix} \mathcal{G}^{(11)} & \mathcal{G}^{(12)} & \mathcal{G}^{(13)} & \mathcal{G}^{(14)} \\ \mathcal{G}^{(21)} & \mathcal{G}^{(22)} & \mathcal{G}^{(23)} & \mathcal{G}^{(24)} \\ \mathcal{G}^{(31)} & \mathcal{G}^{(32)} & \mathcal{G}^{(33)} & \mathcal{G}^{(34)} \\ \mathcal{G}^{(41)} & \mathcal{G}^{(42)} & \mathcal{G}^{(43)} & \mathcal{G}^{(44)} \end{pmatrix}. \quad (31)$$

在 GF-RCHB 理论中, 利用格林函数求解各种密度及对张量时与 GF-RMF 理论中的做法类似. 从格林函数 (30) 出发, 利用柯西定理, 在准粒子能量的复平面内选择一个积分回路 C_E , 包括能量实轴上的正的准粒子能量奇异点 E_i , 则有:

$$\sum_k \Phi_k(\mathbf{r}) \Phi_k^\dagger(\mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_E > 0} dE \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E), \quad (32)$$

其中, C_E 是积分路径, 见图 2. 上式等号两边都是一个 4×4 的矩阵.

根据公式 (32), 利用格林函数部分矩阵元的回路积分可以得到标量密度 $\rho_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 、矢量密度 $\rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 以及对张量 $\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$

$$\rho_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_E > 0} dE \left[\mathcal{G}^{(33)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) - \mathcal{G}^{(44)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) \right], \quad (33a)$$

$$\rho_v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_E > 0} dE \left[\mathcal{G}^{(33)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) + \mathcal{G}^{(44)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) \right], \quad (33b)$$

$$\kappa(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_E > 0} dE \left[\mathcal{G}^{(31)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) + \mathcal{G}^{(24)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) \right]. \quad (33c)$$

利用格林函数得到各种粒子密度和对张量 (33) 后, 可以得到 RHB 方程 (22) 中的单粒子势 $V(\mathbf{r})$, $S(\mathbf{r})$ 以及对势 $\Delta(\mathbf{r})$ (26), 从而可以得到 RHB 方程新的格林函数, 利用格林函数又可以得到新的密度和对张量. 就这样, RHB 理论自洽迭代求解, 与 RMF 中处理过程类似.

在 GF-RCHB 理论中, 不直接求解方程离散的本征解, 而是得到各种关于准粒子能量的谱分布. 在此, 我们定义占据数密度 $n(E)$ 和配对数密度 $\tilde{n}(E)$, 它们分别表示在某一准粒子能量 E 处, 单位能量内的准

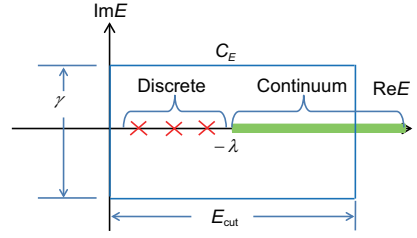


图 2 (网络版彩图) RHB 方程的格林函数在准粒子能量复平面上积分路径 C_E 示意图. 矩形回路的高度为 γ , 长度为 E_{cut} . 实轴上 $0 < E < -\lambda$ 区域的红色叉号表示离散的准粒子态, $E > -\lambda$ 区域的绿色粗线表示准粒子连续谱. 取自文献 [54]

Figure 2 (Color online) Contour path C_E to perform the integrals of the Green's function for the RHB equation on the quasiparticle complex energy plane. The path is chosen to be a rectangle with the height γ and the length E_{cut} . The red crosses with energy $0 < E < -\lambda$ denote the discrete quasiparticle states and the green thick line with $E > -\lambda$ denotes the continuum. λ is the Fermi energy. Taken from ref. [54].

粒子态对粒子数 $\langle N \rangle$ 和配对数 $\langle \tilde{N} \rangle$ 的贡献,

$$\langle N \rangle = \int_0^{E_{\text{cut}}} dE n(E), \quad (34a)$$

$$\langle \tilde{N} \rangle = \int_0^{E_{\text{cut}}} dE \tilde{n}(E). \quad (34b)$$

从公式 (30) 出发, 在准粒子能量 E 上引入一个无穷小虚部 “ $i\eta$ ”, 占据数密度 $n(E)$ 和配对数密度 $\tilde{n}(E)$ 可以用格林函数在坐标空间的积分得到

$$n(E) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\mathbf{r} \text{Im} \left[\mathcal{G}^{(33)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; E + i\eta) + \mathcal{G}^{(44)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; E + i\eta) \right], \quad (35a)$$

$$\tilde{n}(E) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\mathbf{r} \text{Im} \left[\mathcal{G}^{(31)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; E + i\eta) + \mathcal{G}^{(24)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; E + i\eta) \right]. \quad (35b)$$

从占据数密度 $n(E)$ 和配对数密度 $\tilde{n}(E)$, 可以读取准粒子谱的分布, 得到准粒子共振态的能量和宽度. 与 GF-RMF 理论中态密度 $n(\epsilon)$ 不同, 在此定义的准粒子谱中, 只有占据的准粒子态上才有分布.

2.3.3 RCHB 方程的格林函数的构建

为了自洽地描述束缚态、连续谱以及它们之间的耦合, RHB 方程必须在坐标空间下求解, 这又被称为相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov 理论 [9].

在球形情况下, Dirac 旋量波函数 $\psi_U^i(r)$ 和 $\psi_V^i(r)$ 可以展开为

$$\begin{aligned}\psi_U^i &= \begin{pmatrix} \frac{i G_U^{i\kappa}(r)}{F_U^{i\kappa}(r)} \frac{r}{r} \\ \frac{F_U^{i\kappa}(r)}{r} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \end{pmatrix} Y_{jm}^l(\theta, \phi), \\ \psi_V^i &= \begin{pmatrix} \frac{i G_V^{i\kappa}(r)}{F_V^{i\kappa}(r)} \frac{r}{r} \\ \frac{F_V^{i\kappa}(r)}{r} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \end{pmatrix} Y_{jm}^l(\theta, \phi),\end{aligned}\quad (36)$$

RHB 方程约化为以下微分耦合的径向方程, 即 RCHB 方程

$$\begin{cases} \frac{dG_U(r)}{dr} + \frac{\kappa}{r} G_U(r) - (E + \lambda - V(r) + S(r) + M) F_U(r) \\ \quad + r \int r' dr' \Delta(r, r') F_V(r') = 0, \\ \frac{dF_U(r)}{dr} - \frac{\kappa}{r} F_U(r) + (E + \lambda - V(r) - S(r) - M) G_U(r) \\ \quad - r \int r' dr' \Delta(r, r') G_V(r') = 0, \\ \frac{dG_V(r)}{dr} + \frac{\kappa}{r} G_V(r) + (E - \lambda + V(r) - S(r) - M) F_V(r) \\ \quad - r \int r' dr' \Delta(r, r') F_U(r') = 0, \\ \frac{dF_V(r)}{dr} - \frac{\kappa}{r} F_V(r) - (E - \lambda + V(r) + S(r) + M) G_V(r) \\ \quad + r \int r' dr' \Delta(r, r') G_U(r') = 0. \end{cases}\quad (37)$$

在球对称性下, 对格林函数、粒子密度和对张量关于自旋球谐函数展开, 公式 (33) 可以约化为

$$\begin{aligned}\rho_s(r) &= \frac{1}{4\pi r^2} \frac{1}{2\pi i} \sum_{\kappa} (2j+1) \\ &\quad \times \oint_{C_{E>0}} dE \left[\mathcal{G}_{\kappa}^{(33)}(r, r; E) - \mathcal{G}_{\kappa}^{(44)}(r, r; E) \right],\end{aligned}\quad (38a)$$

$$\begin{aligned}\rho_v(r) &= \frac{1}{4\pi r^2} \frac{1}{2\pi i} \sum_{\kappa} (2j+1) \\ &\quad \times \oint_{C_{E>0}} dE \left[\mathcal{G}_{\kappa}^{(33)}(r, r; E) + \mathcal{G}_{\kappa}^{(44)}(r, r; E) \right],\end{aligned}\quad (38b)$$

$$\begin{aligned}\kappa(r) &= \frac{1}{4\pi r^2} \frac{1}{2\pi i} \sum_{\kappa} (2j+1) \\ &\quad \times \oint_{C_{E>0}} dE \left[\mathcal{G}_{\kappa}^{(31)}(r, r; E) + \mathcal{G}_{\kappa}^{(24)}(r, r; E) \right].\end{aligned}\quad (38c)$$

此外, 占据数密度 $n(E)$ 和配对数密度 $\tilde{n}(E)$ 可以约化为

$$n(E) = \sum_{\kappa} n_{\kappa}(E), \quad \tilde{n}(E) = \sum_{\kappa} \tilde{n}_{\kappa}(E), \quad (39)$$

其中 $n_{\kappa}(E)$ 和 $\tilde{n}_{\kappa}(E)$ 是轨道 κ 贡献的占据数密度和配对数密度,

$$\begin{aligned}n_{\kappa}(E) &= -\frac{2j+1}{\pi} \int dr \\ &\quad \text{Im} \left[\mathcal{G}_{\kappa}^{(33)}(r, r; E + i\eta) + \mathcal{G}_{\kappa}^{(44)}(r, r; E + i\eta) \right],\end{aligned}\quad (40)$$

$$\begin{aligned}\tilde{n}_{\kappa}(E) &= -\frac{2j+1}{\pi} \int dr \\ &\quad \text{Im} \left[\mathcal{G}_{\kappa}^{(31)}(r, r; E + i\eta) + \mathcal{G}_{\kappa}^{(24)}(r, r; E + i\eta) \right].\end{aligned}\quad (41)$$

最终, 我们需要构建具有 RCHB 波函数正确渐近行为的格林函数. 在给定准粒子能量 E 和量子数 κ 下, 从 RCHB 方程的准粒子波函数在 $r \rightarrow 0$ 处的渐近行为出发, 利用 Runge-Kutta 数值方法由原点向外积分, 得到全空间的 RCHB 方程的两组独立解 $\phi_{\kappa}^{(r,s=1,2)}(r, E)$. 其中, 参数 $s = 1, 2$ 代表对应于 ψ_U 和 ψ_V 的两个独立的边界条件及其相应的解. 另外, 从 RCHB 方程准粒子波函数在 $r \rightarrow \infty$ 处的渐近行为出发, 由外向原点积分, 也可以得到全空间的方程的另外两组独立解 $\phi_{\kappa}^{(+,s=1,2)}(r, E)$. 其中, $\phi_{\kappa}^{(r,s)}(r, E)$ 和 $\phi_{\kappa}^{(+,s)}(r, E)$ 都为四分量波函数

$$\phi_{\kappa}^{(r,s)}(r, E) = \begin{pmatrix} g_{u,\kappa}^{(rs)} \\ f_{u,\kappa}^{(rs)} \\ g_{v,\kappa}^{(rs)} \\ f_{v,\kappa}^{(rs)} \end{pmatrix}, \quad \phi_{\kappa}^{(+,s)}(r, E) = \begin{pmatrix} g_{u,\kappa}^{(+,s)} \\ f_{u,\kappa}^{(+,s)} \\ g_{v,\kappa}^{(+,s)} \\ f_{v,\kappa}^{(+,s)} \end{pmatrix}.\quad (42)$$

利用 $\phi_{\kappa}^{(r,s)}(r, E)$ 和 $\phi_{\kappa}^{(+,s)}(r, E)$, RCHB 方程的格林函数可以被构造为^[54]

$$\begin{aligned}\mathcal{G}_{\kappa}(r, r'; E) &= \sum_{ss'=1,2} c_{\kappa}^{ss'}(E) \left[\theta(r-r') \phi_{\kappa}^{(+,s)}(r, E) \phi_{\kappa}^{(r,s')\dagger}(r', E) \right. \\ &\quad \left. + \theta(r'-r) \phi_{\kappa}^{(r,s')}(r, E) \phi_{\kappa}^{(+,s)\dagger}(r', E) \right],\end{aligned}\quad (43)$$

其中, $\theta(r'-r)$ 为关于径向坐标的 r 的阶梯函数, 系数 $c_{\kappa}^{ss'}(E)$ 可以表示为 RHB Wronskians 函数的形式:

$$\begin{pmatrix} c_{\kappa}^{(11)} & c_{\kappa}^{(12)} \\ c_{\kappa}^{(21)} & c_{\kappa}^{(22)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{\kappa}^{(r1,+1)} & W_{\kappa}^{(r1,+2)} \\ W_{\kappa}^{(r2,+1)} & W_{\kappa}^{(r2,+2)} \end{pmatrix}^{-1}, \quad (44)$$

在此, RHB 方程的 Wronskians 函数的定义为

$$W_{\kappa}^{(rs, +s')} = g_{u, \kappa}^{(r, s)} f_{u, \kappa}^{(+, s')} - g_{u, \kappa}^{(+, s')} f_{u, \kappa}^{(r, s)} - g_{v, \kappa}^{(r, s)} f_{v, \kappa}^{(+, s')} + g_{v, \kappa}^{(+, s')} f_{v, \kappa}^{(r, s)}. \quad (45)$$

公式 (43) 满足 RHB 方程的格林函数的定义式 (29). RCHB 方程波函数在 $r \rightarrow 0$ 和 $r \rightarrow \infty$ 处波函数的渐近行为参照文献 [54].

3 原子核的单粒子共振态

在奇特原子核中, 中子 (或质子) 的费米面通常非常靠近连续谱的阈值 ($\lambda \sim 0$), 由于对关联的作用, 价核子很容易被散射到连续谱区域, 从而导致连续谱的粒子占据. 连续谱对奇特原子核的结构至关重要, 而其中起主要作用的是那些阈值附近低 l 的共振态. 利用 RCHB 理论, 文献 [9] 给出了中子晕核 ^{11}Li 的微观自洽的描述, 并发现中子晕是由 ^9Li 核芯之外的两个价中子形成的库珀对从单粒子的 $2p_{1/2}$ 轨道散射到连续谱区域的 $2s_{1/2}$ 轨道导致; 文献 [4] 和文献 [5] 分别在 Zr 和 Ca 同位素链中预言了巨晕现象, 它们是由多于两个价核子作为库珀对散射到连续谱区域的 s, p 轨道形成. 此外, 文献 [59] 在 RMF 理论框架下, 利用 BCS 近似处理对关联, 通过仅仅考虑连续谱中共振态的贡献, 也给出了奇特原子核的巨晕. 以上研究表明, 连续谱中的共振态对奇特原子核的结构至关重要.

目前, 单粒子共振态的研究方法主要分为两类: 一种是基于传统的散射理论来确定单粒子共振态的能量和宽度, 如 R 矩阵方法 [60, 61]、 K 矩阵方法 [62]、 S 矩阵方法 [63] 以及 Jost 函数方法 [64, 65] 等; 另一种将求解共振态的问题转化为求解束缚态问题, 然后通过一定的近似得到单粒子共振态, 如耦合常数的解析延拓方法 (Analytic Continuation in the Coupling Constant Method, ACCC) [66–69]、实稳定方法 (Real Stabilization Method, RSM) [70–76]、复标度方法 (Complex Scaling Method, GSM) [77–82] 等. 关于复标度方法对单粒子共振态的研究, 刘泉等人 [83] 会在本专辑中详细介绍.

在过去的几十年, 相对论平均场理论描述稳定核以及远离 β 稳定线的奇特原子核基态性质取得了

很大成功 [16, 41–43]. 与 RMF 理论相结合, 以上很多研究共振态的方法被用于研究原子核的单粒子共振态. 文献 [84] 发展了 RMF-ACCC 理论, 并研究了单粒子共振态的能量和宽度. 利用该理论, 文献 [85, 86] 还研究了单粒子共振态的波函数. 文献 [87] 发展了 RMF-RSM 理论, 并研究了原子核 ^{120}Sn 的共振态. 文献 [88] 和文献 [89] 分别发展了球形和形变的 RMF-CSM 理论, 并广泛用于单粒子共振态的研究 [90]. 此外, 文献 [91] 利用耦合道方法求解了坐标空间的 Dirac 方程, 通过散射相移方法得到四极形变 Woods-Saxon 势中单粒子束缚态和共振态. 文献 [92] 在相对论平均场的框架下, 利用 S 矩阵方法 (RMF-S) 确定原子核共振态, 展示了单粒子共振态在集体巨共振的形成中的重要作用.

格林函数方法 [27, 28] 是另外一种研究共振态的有效方法. 利用格林函数方法, 文献 [34] 在 Skyrme HFB 理论的框架下, 通过准粒子谱研究了单准粒子共振态. 本节中, 利用 GF-RMF 理论研究原子核的单粒子共振态. 以原子核 ^{120}Sn 中子的情况为例, 给出单粒子共振态能量和宽度, 并与 RMF-S 方法 [92]、RMF-CSM 方法 [88]、RMF-RSM 方法 [87] 以及 RMF-ACCC 方法 [85] 的结果进行比较.

计算中, 采用 PK1 [93] 和 NL3 [94] 有效相互作用. 坐标空间的大小为 $R_{\text{max}} = 20 \text{ fm}$, 格点大小为 $dr = 0.1 \text{ fm}$. 利用格林函数求密度 (16) 时, 在单粒子能量的复平面上选取了一个矩形的积分回路 C_ϵ , 见图 1. 回路的高度 $\gamma = 0.1 \text{ MeV}$; 为了包括所有占据的单粒子能级, 积分回路始于势场的底部, 即 $\epsilon_{\text{cut}}^- \sim V(0) + S(0)$, 终止于费米面, 即 $\epsilon_{\text{cut}}^+ \sim \lambda$; 积分回路上的能量格点为 $d\epsilon = 0.005 \text{ MeV}$. 利用以上回路参数计算得到的标量密度 $\rho_s(r)$ 和矢量密度 $\rho_v(r)$ 的精度达 10^{-10} fm^{-3} . 计算态密度 $n_\kappa(\epsilon)$ 时, 公式 (11) 中参数 $\eta = 1 \times 10^{-6} \text{ MeV}$, 能量格点为 $1 \times 10^{-4} \text{ MeV}$. 利用这些参数得到单粒子共振态的能量和宽度的精度达 0.1 keV .

图 3 展现了 GF-RMF 理论得到的原子核 ^{120}Sn 的不同轨道的中子态密度 $n_\kappa(\epsilon)$ 分布. 计算中采用 PK1 有效相互作用, 坐标空间的大小为 $R_{\text{max}} = 20 \text{ fm}$. 作为比较, 在 $\epsilon > 0$ 的连续谱区域, 给出了势场 $V = S = 0$ 时得到的自由粒子态密度分布.

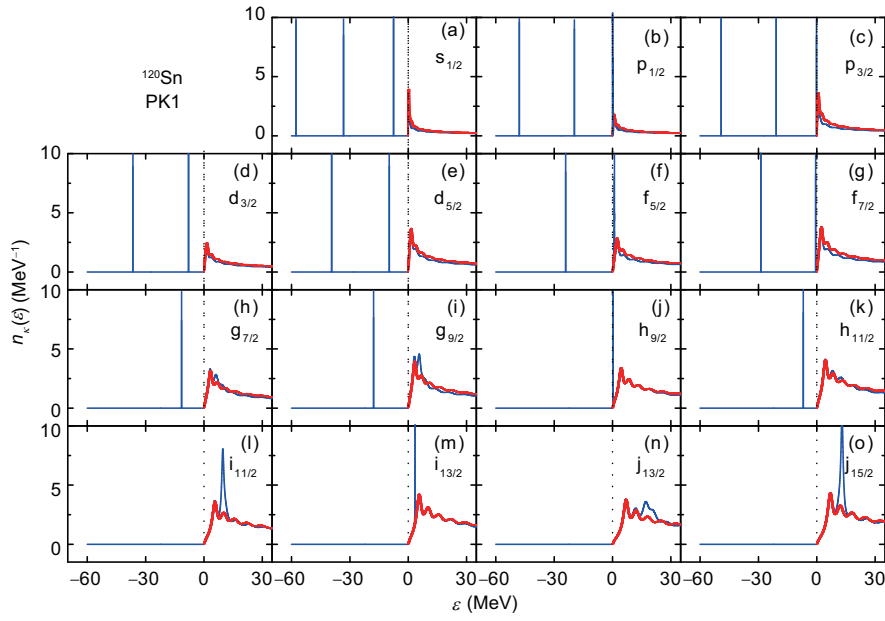


图 3 (网络版彩图) 利用 GF-RMF 理论计算得到的原子核 ^{120}Sn 不同轨道的中子态密度 $n_{\kappa}(\varepsilon)$ 分布 (蓝线). 作为比较, 在 $\varepsilon > 0$ 能量区间中给出了势场 $V = S = 0$ 时的自由粒子的态密度分布 (红线). 计算中采用 PK1 有效相互作用, 坐标空间大小为 $R_{\text{max}} = 20 \text{ fm}$. 取自文献 [53]

Figure 3 (Color online) Neutron density of states $n_{\kappa}(\varepsilon)$ for different orbits κ in ^{120}Sn obtained in the GF-RMF calculations with the effective interaction PK1 and the coordinate space size $R_{\text{max}} = 20 \text{ fm}$ (blue line), and compared with $n_{\kappa}(\varepsilon)$ obtained with $V = S = 0$ in the continuum (red line). The dashed line represents the continuum threshold. Taken from ref. [53].

以下, 我们以 $s_{1/2}$ 和 $j_{15/2}$ 轨道的情况为例, 通过分析单粒子态密度的分布, 并与自由粒子的态密度进行比较, 来阐述在 GF-RMF 理论框架中如何得到单粒子束缚能级和连续谱中的单粒子共振态. 对于 $s_{1/2}$ 轨道, 从图 3(a) 可以看到, 在单粒子能量 $\varepsilon < 0$ 的区域, 出现三个分立的类 δ -函数的峰, 分别对应于束缚的单粒子能级 $1s_{1/2}$, $2s_{1/2}$, 和 $3s_{1/2}$. 在 $\varepsilon > 0$ 的能量区域, 态密度连续分布, 同时在能量靠近零的位置出现一个峰, 其结构与势场取 $V = S = 0$ 时得到的 $s_{1/2}$ 轨道中子态密度非常类似. 对于 $s_{1/2}$ 轨道, 其离心位垒为零, 当 $V = S = 0$ 时, s 波是自由波函数. 在一维空间 $[0, L]$ 运动的质量为 m 的自由粒子, 其态密度是能量的函数 $n(\varepsilon) = \frac{L}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon}}$ [95]. 从这个公式看, 当能量 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时, 自由粒子的态密度趋近于无穷大. 以上表明了原子核 ^{120}Sn 的 $s_{1/2}$ 中子的态密度在连续谱中的峰, 实质上就是非共振连续谱. 图中这两种情况下得到的态密度峰高度的差别来自于有限深势阱的影响. 不同于 $s_{1/2}$ 轨道, $j_{15/2}$ 轨道的态密度在 $\varepsilon < 0$ 能量区间没有峰, 即没有束缚态, 见图 3(o). 相反, 轨道

$j_{15/2}$ 的中子态密度在连续谱区间能量为 12.95 MeV 处有个非常明显的峰. 除了这个峰, 图中还有一些小峰, 这些峰与势场 $V = S = 0$ 时得到的中子态密度完全重合, 这证明了这些峰对应着一般的非共振的连续谱, 而能量 12.95 MeV 处的峰是一个单粒子共振态.

对原子核 ^{120}Sn 所有轨道做相同的分析, 最终在 $s_{1/2}$, $p_{1/2}$, $p_{3/2}$, $d_{3/2}$, $d_{5/2}$, $f_{5/2}$, $f_{7/2}$, $g_{7/2}$, $g_{9/2}$, 和 $h_{11/2}$ 轨道中发现存在单中子束缚态, 在 $p_{1/2}$, $f_{5/2}$, $h_{9/2}$, $i_{11/2}$, $i_{13/2}$, $j_{13/2}$, 和 $j_{15/2}$ 轨道中发现存在明显的单中子共振态. 对于存在单粒子共振态的轨道, GF-RMF 计算得到的态密度在势场 $V = S = 0$ 时得到的 $n_{\kappa}(\varepsilon)$ 本底之上共有共振峰存在.

从单粒子态密度分布, 可以直接读取单粒子谱, 包括单粒子束缚态的能量和单粒子共振态的能量和宽度.

表 1 中列出了原子核 ^{120}Sn 中子的单粒子束缚态能量, ε_{GF} 是格林函数方法的结果, 通过读取态密度 (图 3) 在能量 $\varepsilon < 0$ 区域的峰值得到, ε_{box} 是在盒子边界条件离散化方法得到的结果, $|\Delta\varepsilon|$ 是两者能量

表 1 原子核 ^{120}Sn 中子的单粒子束缚态能量. ϵ_{GF} 是 GF-RMF 的结果, 通过读取中子态密度 (图 3) 峰值得到; ϵ_{box} 是在盒子边界条件下离散化方法的结果; $|\Delta\epsilon|$ 是两种框架下能量差. 单位是 MeV. 取自文献 [53]

Table 1 Neutron single particle energies for the bound states in ^{120}Sn . ϵ_{GF} is given by the GF-RMF method which are obtained by extracting peak energies of $n_{\kappa}(\epsilon)$ in Figure 3, ϵ_{box} is the result by the discretized method with the box boundary condition, and $|\Delta\epsilon|$ represents the difference between the results by the two methods. All quantities are in MeV. Taken from ref. [53]

nl_j	正宇称			nl_j	负宇称		
	ϵ_{GF}	ϵ_{box}	$ \Delta\epsilon $		ϵ_{GF}	ϵ_{box}	$ \Delta\epsilon $
1s _{1/2}	-57.7043	-57.7043	0.0000	1p _{3/2}	-49.2053	-49.2053	0.0000
1d _{5/2}	-39.3590	-39.3590	0.0000	1p _{1/2}	-47.9166	-47.9166	0.0000
1d _{3/2}	-36.5029	-36.5029	0.0000	1f _{7/2}	-28.7538	-28.7538	0.0000
2s _{1/2}	-33.2498	-33.2498	0.0000	1f _{5/2}	-24.0787	-24.0787	0.0000
1g _{9/2}	-17.8306	-17.8306	0.0000	2p _{3/2}	-20.9125	-20.9125	0.0000
1g _{7/2}	-11.4990	-11.4990	0.0000	2p _{1/2}	-19.5882	-19.5882	0.0000
2d _{5/2}	-9.7489	-9.7489	0.0000	1h _{11/2}	-6.9592	-6.9592	0.0000
2d _{3/2}	-7.9307	-7.9307	0.0000	2f _{7/2}	-0.5708	-0.5692	0.0016
3s _{1/2}	-7.5663	-7.5663	0.0000	3p _{3/2}	-0.1371	-0.0820	0.0551

差. 从表中 $|\Delta\epsilon|$ 可以清楚地看到, 对于深束缚能级, 格林函数方法和离散化方法的结果在 0.1 keV 量级相同. 但是, 对于弱束缚的能级 2f_{7/2} 和 3p_{3/2}, 两种方法得到的单粒子能量存在比较大的差别, 这是由于盒子边界条件在目前坐标空间大小下不能恰当描述弱束缚能级波函数的正确渐近行为, 因而不能准确地确定能级位置. 为了解决此问题, 可以采用单粒子波函数正确的渐近行为, 要么在非常大的坐标空间中进行求解.

单粒子共振态的能量和宽度可以直接从态密度分布中读取. 单粒子共振态的宽度被定义为态密度中共振峰的半高宽. 读取共振态的宽度时, 我们会去掉态密度中非共振连续谱的本底, 即在势场 $V = S = 0$ 时得到的态密度.

表 2 中, 列出了 GF-RMF 理论采用 PK1 有效相互作用, 通过态密度 (图 3) 给出的原子核 ^{120}Sn 的单中子共振态的能量和宽度, 并与 RMF-RSM^[87] 方法的结果进行比较. 从表中可以看出, 格林函数方法可以给出与实稳定方法非常一致的结果. 为了与 RMF-S 方法^[92]、RMF-CSM 方法^[88] 以及 RMF-ACCC 方法^[85] 已有结果进行比较, 在表 2 中, 还列出基于 NL3 有效相互作用 GF-RMF 理论得到的 ^{120}Sn 共振

态的能量和宽度. 从表中可以看出, 除了非常靠近连续谱阈值的 p_{1/2} 共振态, 在 NL3 参数下格林函数方法也给出与其他方法非常一致的结果.

本节中, 以原子核 ^{120}Sn 的中子的情况为例, 通过分析单粒子态密度分布, 给出所有单中子共振态的分布, 并直接读取共振态的能量和宽度. 研究发现: 格林函数方法可以给出与其他方法一致的单粒子共振态的结果, 表明格林函数方法是一种非常有效、可靠的研究单粒子共振态的方法.

4 丰中子 Zr 同位素链的巨晕现象

自实验上发现第一例晕核以来, 晕现象以及奇特原子核的研究一直是核物理研究的一个热点课题. 1985 年, Tanihata 与合作者通过测量相互作用截面发现 ^{11}Li 具有异常大的半径, 其空间尺度与由 208 个核子所组成的 ^{208}Pb 相当^[1]. 进一步研究表明, ^{11}Li 具有一个致密的 ^9Li 核芯, 最外层两个价中子像晕一样笼罩在核芯周围, 空间分布范围很大, 形成了低密度的纯中子物质, 因此被形象地称为“中子晕”, ^{11}Li 被称为“晕核”. 此后, 在其他原子核中也发现了晕存在的一些证据, 例如, ^6He , ^8He , ^{11}Be , ^{14}Be , ^8B , ^{17}B , ^{19}B ,

表 2 分别利用 GF-RMF 方法、RMF-S 方法 [92]、RMF-CSM 方法 [88]、RMF-RSM 方法 [87] 以及 RMF-ACCC 方法 [85] 给出的 ^{120}Sn 中子共振态 $p_{1/2}$, $h_{9/2}$, $f_{5/2}$, $i_{13/2}$, $i_{11/2}$ 和 $j_{15/2}$ 的能量和宽度 $\varepsilon(\Gamma)$. 计算中采用 PK1 和 NL3 有效相互作用. 能量和宽度的单位是 MeV. 取自文献 [53]

Table 2 Energies and widths $\varepsilon(\Gamma)$ of single-neutron resonant states in ^{120}Sn obtained by different methods. RMF-GF, RMF-S [92], RMF-CSM [88], RMF-RSM [87], and RMF-ACCC [85] respectively represent results from the Green's function method, the scattering phase-shift method, the real stabilization method, the complex stabilization method, and the analytical continuation in the coupling constant approach based on the RMF theory with PK1 and/or NL3. All quantities are in MeV. Taken from ref. [53]

		$p_{1/2}$	$h_{9/2}$	$f_{5/2}$	$i_{13/2}$	$i_{11/2}$	$j_{15/2}$
PK1	GF-RMF	0.031(0.086)	0.251(0.0001)	0.887(0.064)	3.469(0.003)	9.700(1.272)	12.956(1.375)
	RMF-RSM	—	—	0.870(0.064)	3.469(0.005)	9.811(1.275)	12.865(1.027)
NL3	GF-RMF	0.017(0.109)	0.232(0.0002)	0.685(0.042)	3.264(0.003)	9.465(1.214)	12.588(1.340)
	RMF-S	0.176(0.316)	0.229(0.000)	0.657(0.031)	3.261(0.004)	9.751(1.384)	12.658(1.051)
	RMF-RSM	—	—	0.674(0.030)	3.266(0.004)	9.559(1.205)	12.564(0.973)
	RMF-CSM	—	—	0.670(0.020)	3.266(0.004)	9.597(1.212)	12.578(0.992)
	RMF-ACCC	0.072(0.000)	0.232(0.000)	0.685(0.023)	3.262(0.004)	9.600(1.110)	12.600(0.900)

^{15}C , ^{19}C , ^{22}C , ^{22}N , ^{23}N , ^{23}O , ^{17}Ne , ^{29}Ne , ^{31}Ne , ^{37}Mg , ^{38}Mg , ^{27}P 和 ^{29}S 等 [96–101].

目前观测到的晕核, 只有一个或两个晕核子. 1998 年, Meng 等人 [4] 利用完全自洽的相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov 理论预言在质量数 $A > 122$ 的 Zr 同位素中可能存在多达六个晕核子的巨晕现象. 巨晕是核物理中非常有趣的现象, 它是由多于两个价核子被散射到连续谱中所形成的. 2002 年, 在质量数 $A > 60$ 的丰中子 Ca 同位素以及丰中子的 Ne, Na 和 Mg 同位素中预言也可能存在巨晕现象 [5, 102]. 此外, 文献 [103] 利用 RCHB 理论, 从双中子分离能、均方根半径、密度分布、单粒子能级、包括连续谱在内的能级占据几率等方面详细分析 Ca 同位素晕核和巨晕核的性质; 文献 [59] 基于 RMF 理论, 利用 BCS 近似处理对关联, 通过仅仅包含连续谱中共振态的贡献, 也再现了 Zr 同位素中的巨晕现象; 文献 [104, 105] 利用非相对论的 Skyrme HFB 理论, 对 Zr 和 Ca 同位素的巨晕也做了讨论. 之后, Long 等人 [17] 利用相对论 Hartree-Fock-Bogoliubov 理论在 Ce 同位素中也预言存在巨晕. 以上研究中, 都揭示了连续谱对丰中子巨晕的形成起着至关重要的作用, 然而其连续谱都是被近似地处理为离散态. 最近, 在非相对论的 Skyrme HFB 理论框架下, Zhang 等人 [35] 利用格林函数方法恰当处理连续谱, 研究了丰中子的 Zr 同位素链中巨晕的形成.

本节中, 基于相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov 理论, 利用格林函数方法严格处理连续谱, 给出丰中子的 Zr 同位素巨晕现象的相对论描述.

计算中, 平均场部分采用 PK1 有效相互作用 [93], 对场采用密度依赖的 δ 对力 (25). 其中, 饱和密度 $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$, 对力强度 $V_0 = -325 \text{ MeV fm}^3$, 是通过拟合 D1S Gogny 对力给出的对能来确定的. 准粒子空间的能量截断是 $E_{\text{cut}} = 120 \text{ MeV}$, 角动量截断是 $j_{\text{cut}} = 19/2$. 坐标空间的大小为 $R_{\text{max}} = 20 \text{ fm}$, 格点间距是 $dr = 0.1 \text{ fm}$. 利用格林函数求密度和对张量时 (38), 在准粒子能量复平面的正能量区域选取了一个矩形积分回路 C_E , 如图 2 所示. 其中, 回路的高度 $\gamma = 0.1 \text{ MeV}$, 宽度为准粒子能量截断 E_{cut} . 积分回路上能量格点间距 $dE = 0.01 \text{ MeV}$. 此外, 积分回路穿过准粒子能量实轴时, 为了跳过准粒子连续谱, 开了一个非常小的窗口, 大小选为 $1 \times 10^{-6} \text{ MeV}$. 在以上积分回路参数下, 得到的原子核粒子密度和对张量的精度达 $1 \times 10^{-8} \text{ fm}^{-3}$. 利用格林函数计算准粒子谱时, 公式 (41) 中参数 $\eta = 1 \times 10^{-6} \text{ MeV}$, 能量格点为 $1 \times 10^{-4} \text{ MeV}$. 利用这些参数得到的准粒子束缚态能量以及共振态的能量和宽度的精度达 0.1 keV .

图 4 展示了 $A = 118 - 140$ 质量区 Zr 同位素的双中子分离能 $S_{2n}(N, Z) = E_{\text{tot}}(N - 2, Z) - E_{\text{tot}}(N, Z)$ 和正则基中 Zr 同位素费米面附近的中子单粒子能级结构. 从图 4(a) 中可以明显地看到, 双中子分离能从

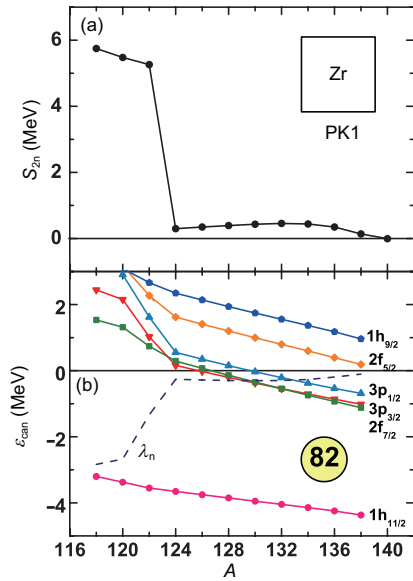


图 4 (网络版彩图)(a) 由 GF-RCHB 理论得到的丰中子 Zr 同位素的双中子分离能 S_{2n} . 取自文献 [54]. (b) 由离散化方法得到的正则基中费米面附近的单中子能级结构, 图中虚线是中子费米面 λ_n . 与文献 [4] 类似, 但采用 PK1 有效相互作用

Figure 4 (Color online) (a) Two-neutron separation energy S_{2n} for the neutron-rich Zr isotopes obtained in the GF-RCHB calculations. Taken from ref. [54]. (b) Neutron canonical single-particle levels ϵ_{can} around the Fermi surface obtained in the discretized RCHB calculations. The dashed line denotes the neutron Fermi surface λ_n . Similar figure can be seen in ref. [4].

原子核 ^{122}Zr 到 ^{124}Zr 经过 $N = 82$ 大壳后急速减小了约 5 MeV, 之后在相当大的质量范围内数小于 1 MeV, 直到 ^{140}Zr 处由正变负. 表明目前采用的参数下, Zr 同位素链的中子滴线核是 ^{138}Zr . 从 ^{124}Zr 到 中子滴线核, 这些原子核都是非常弱束缚的体系. 如果把 ^{122}Zr 看作一个核芯, 其中子恰好填满 $N = 82$ 的壳, 那么在其上添加的价中子就将填充到 $N = 82$ 满壳之上的弱束缚单粒子能级上, 并且对关联容易将这些弱束缚能级上的价中子散射到连续谱区. 从图 4(b) 中可以看到, $N = 82$ 大壳之上在连续谱阈值 $\epsilon = 0$ 上下有四条单中子能级 $2f_{7/2}$, $3p_{3/2}$, $3p_{1/2}$ 和 $2f_{5/2}$. 随着质量数增加, 这些能级逐渐从连续谱区进入负能区.

图 5(a) 和 (b) 中分别展现了 GF-RCHB 理论计算得到的 Zr 同位素链的中子方均根半径

$$r_{n,\text{rms}} = \sqrt{\frac{\int 4\pi r^4 \rho_n(r) dr}{\int 4\pi r^2 \rho_n(r) dr}}, \quad (46)$$

和相应的中子密度分布 $\rho_n(r)$, 并与离散化方法的结

果进行比较. 图中实心圆和实线为格林函数方法的结果, 空心圆和虚线为离散化方法的结果. 图 5(a) 中实线为经验公式 $r_n = r_0 N^{1/3}$ 预言的中子半径变化曲线, 其中 $r_0 = 0.34 \text{ fm}$ 是由拟合图中深束缚原子核 $^{118,120,122}\text{Zr}$ 的中子半径得到. 从图中非常清楚地看到, 从原子核 ^{124}Zr 开始, 原子核中子半径急速增长, 远远偏离了经验公式. 相应地, 图 5(b) 中显示, 与 ^{122}Zr 相比, $^{124}-^{138}\text{Zr}$ 的中子密度分布非常弥散, 有一个长长的尾巴.

以上结果表明, GF-RCHB 理论可以再现 Zr 同位素链的巨晕现象, 得到与文献 [4, 35] 一致的结果. 此外, 比较图中格林函数方法和离散化方法的结果, 发现格林函数方法可以更好地描述丰中子原子核弥散的密度分布.

为了进一步分析图 5 中丰中子原子核 $^{124}-^{138}\text{Zr}$ 异常增大的中子半径, 图 6 给出不同轨道对原子核总

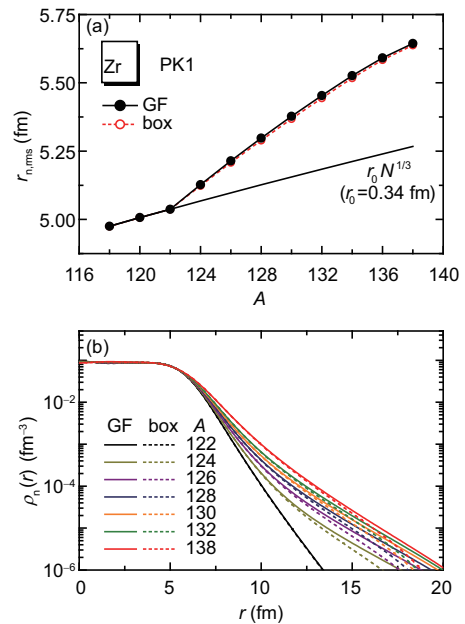


图 5 (网络版彩图) 由 GF-RCHB 理论计算得到的丰中子 Zr 同位素的 (a) 中子方均根半径 $r_{n,\text{rms}}$, 和 (b) 中子密度分布 $\rho_n(r)$, 并与离散化方法的结果比较. 图中实心圆和实线为格林函数方法的结果, 空心圆和虚线为离散化方法的结果. 取自文献 [54]

Figure 5 (Color online) (a) Neutron root-mean-square (rms) radius $r_{n,\text{rms}}$ and (b) neutron density $\rho_n(r)$, for the neutron-rich Zr isotopes. The filled circles and the solid lines are the results of the GF-RCHB calculation while the open circles and the dotted lines are those obtained in the discretized RCHB calculation. Taken from ref. [54].

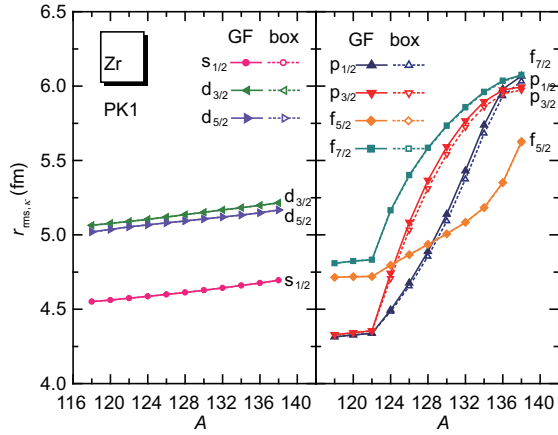


图 6 (网络版彩图) 由 GF-RCHB 理论计算得到的丰中子 Zr 同位素的 s, p, d, 和 f 轨道的中子方均根半径 $r_{\text{rms},\kappa}$, 并与离散化方法的结果比较. 图中实心点和实线为格林函数方法的结果, 空心点和虚线为离散化方法的结果. 取自文献 [54]

Figure 6 (Color online) Neutron root-mean-square radius $r_{\text{rms},\kappa}$ of the s, p, d, and f orbits in the neutron-rich Zr isotopes. The filled symbols are the results obtained in the GF-RCHB calculations while the open symbols are the results obtained in the discretized RCHB calculations. Taken from ref. [54].

中子半径的贡献, 即 $r_{\text{rms},\kappa}$

$$r_{\text{rms},\kappa} = \sqrt{\frac{\int 4\pi r^4 \rho_{\kappa}(r) dr}{\int 4\pi r^2 \rho_{\kappa}(r) dr}}, \quad (47)$$

其中, $\rho_{\kappa}(r)$ 是轨道 κ 贡献的粒子密度分布, 与总的粒子密度满足关系式 $\rho(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\kappa} (2j+1) \rho_{\kappa}(r)$. 图中只给出轨道 s, p, d, f 的结果. 从图 6 中可以清晰地看到, 丰中子原子核 $^{124-138}\text{Zr}$ 异常大的中子半径主要是由弱束缚的 p, f 轨道导致, 它们在 ^{122}Zr 之后迅速增大, 而其他轨道半径缓慢增加.

图 7 中, 以丰中子原子核 ^{128}Zr 为例, 给出不同轨道对总的中子密度分布的相对贡献 $\rho_{\kappa}(r)/\rho(r)$ 随着径向距离 r 变化的关系. 图中虚线和实线分别代表正负宇称轨道的贡献. 从图中可以非常清楚地看到, 在 $r > 10$ fm 的区域, 原子核总的密度主要来自于 $p_{3/2}$, $p_{1/2}$, $f_{7/2}$ 和 $f_{5/2}$ 这四个轨道的贡献, 即这四个轨道对丰中子原子核 ^{128}Zr 弥散的密度分布起着最主要作用. 对于 $A > 122$ 的其他原子核, 具有与 ^{128}Zr 中相同结论.

在 GF-RCHB 理论框架下, 可以直接给出准粒子谱分布. 图 8 展示了利用 GF-RCHB 理论得到的 ^{128}Zr

在 0–5 MeV 准粒子能量范围内不同轨道的 (a) 中子占据数密度 $n_{\kappa}(E)$ 和 (b) 中子配对数密度 $\tilde{n}_{\kappa}(E)$. 图中黑色实线为准粒子连续谱阈值 $-\lambda$. 比较图 (a) 和 (b), 发现占据数密度与配对数密度分布十分相似, 但峰的高度和宽度不同, 它们分别与粒子的占据 (ψ_{ν}^2)

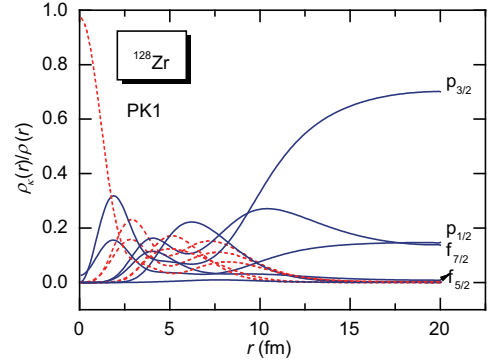


图 7 (网络版彩图) 由 GF-RCHB 理论计算得到的原子核 ^{128}Zr 中不同轨道对总的中子密度的相对贡献 $\rho_{\kappa}(r)/\rho(r)$. 虚线和实线分别代表正负宇称轨道的贡献. 取自文献 [54]

Figure 7 (Color online) Compositions of the total neutron density from different orbits $\rho_{\kappa}(r)/\rho(r)$ as a function of the radial coordinate r for ^{128}Zr by the GF-RCHB theory. The solid lines denote the negative-parity states, and the dashed lines the positive-parity states. Taken from ref. [54].

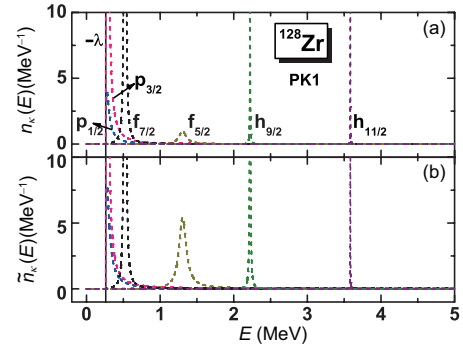


图 8 (网络版彩图) 由 GF-RCHB 理论计算得到 ^{128}Zr 在 0–5 MeV 准粒子能量范围内不同轨道的 (a) 中子占据数密度 $n_{\kappa}(E)$ 和 (b) 中子配对数密度 $\tilde{n}_{\kappa}(E)$. 图中黑色实线是准粒子连续谱阈值 $E = -\lambda$. 取自文献 [54]

Figure 8 (Color online) (a) Neutron occupation number density $n_{\kappa}(E)$ and (b) neutron pairing number density $\tilde{n}_{\kappa}(E)$ within quasi-particle energy range 0–5 MeV for different orbits κ in ^{128}Zr by the GF-RCHB theory. The black solid line represents the threshold of the quasi-particle continuum $E = -\lambda$. Taken from ref. [54].

和配对 ($\psi_U \psi_V$) 的情况有关. 对于丰中子原子核 ^{128}Zr , 其中子费米面非常接近于零, 准粒子的连续谱阈值非常低 $-\lambda = 0.295 \text{ MeV}$, 所有的准粒子态都处在连续谱区域 $E > -\lambda$, 其中的峰为准粒子的共振态. 图 8 中给出的阈值附近的准粒子谱与图 4 中给出的费米面附近的单粒子能级相对应, 准粒子能量 E 与单粒子能级 ϵ 满足的关系 $E = \sqrt{(\epsilon - \lambda)^2 + \Delta^2}$. 其中, 对于图 4 中非常靠近费米面的弱束缚单粒子能级 $3p_{1/2}$, $3p_{3/2}$, $2f_{7/2}$ 和 $2f_{5/2}$, 相应的准粒子峰非常靠近准粒子连续谱阈值, 而且这些峰具有较大的宽度; 对于深束缚的单粒子能级 $1h_{11/2}$ 和处于连续谱区域的 $1h_{9/2}$, 相应的准粒子峰离连续谱阈值比较远, 准粒子峰非常窄. 准粒子共振态的宽度反映了与连续谱发生耦合的程度, 宽度越大, 说明受对关联的影响越大. 从准粒子谱分布上, 我们可以直接读取准粒子共振态的能量和宽度.

表 3 中列出了 GF-RCHB 理论得到的 ^{128}Zr 连续谱阈值附近的准粒子态的能量 E_{GF} 和宽度 Γ , 它们是由通过读取图 8 中中子占据数密度 $n_{\kappa}(E)$ 和配对数密度 $\tilde{n}_{\kappa}(E)$ 的峰值和半高宽得到. 作为比较, 表中也列出了离散化方法得到的准粒子能量 E_{box} . 从表中可以看到, 从占据数密度 $n_{\kappa}(\epsilon)$ 和配对数密度 $\tilde{n}_{\kappa}(\epsilon)$

表 3 由 GF-RCHB 理论得到的 ^{128}Zr 中连续谱阈值附近准粒子态的能量 E_{GF} 和宽度 Γ , 并与离散化方法的结果 E_{box} 比较. 格林函数方法给出的能量和宽度是通过读取图 8 中的中子占据数密度 $n_{\kappa}(E)$ 和中子配对数密度 $\tilde{n}_{\kappa}(E)$ 的峰值及半高宽得到. 能量和宽度的单位为 MeV. 取自文献 [54]

Table 3 Energies E_{GF} and widths Γ for the quasiparticle states near the continuum threshold of ^{128}Zr which are extracted from the neutron occupation number density $n_{\kappa}(E)$ and the neutron pairing number density $\tilde{n}_{\kappa}(E)$ in Figure 8 obtained by the GF-RCHB calculations, in comparison with the quasiparticle energy E_{box} obtained by the discretized RCHB calculations. All quantities are in MeV. Taken from ref. [54]

	$n_{\kappa}(E)$		$\tilde{n}_{\kappa}(E)$		E_{box}
	E_{GF}	Γ	E_{GF}	Γ	
$p_{3/2}$	0.3934	0.1082	0.3948	0.1098	0.4872
$p_{1/2}$	0.4075	0.1799	0.4100	0.1836	0.5548
$f_{7/2}$	0.7527	0.0183	0.7527	0.0183	0.7640
$f_{5/2}$	1.3973	0.1250	1.3975	0.1263	1.4136
$h_{9/2}$	2.3266	0.0055	2.3266	0.0055	2.3271
$h_{11/2}$	3.6676	0.0004	3.6676	0.0004	3.6689

得到的单准粒子态的能量和宽度都非常接近, 特别是对于比较窄的准粒子态 $h_{9/2}$ 和 $h_{11/2}$, 能量和宽度在 0.1 keV 量级上都是一样的. 比较格林函数方法和离散化方法给出的准粒子态能量, 我们发现, 对于比较靠近连续谱阈值的弱束缚的 p, f 准粒子态, 两种方法给出的准粒子能量相差比较大; 而对于远离连续谱阈值的相对深束缚的 h 准粒子态, 两种方法给出的准粒子能级在 0.01 MeV 上是一致的. 这是由于在离散化方法中, 利用盒子边界条件描述连续谱不准确, 特别是对于连续谱阈值附近的准粒子态. 此外, 离散化方法无法直接给出单准粒子的共振态宽度的信息.

本节中, 利用 GF-RCHB 理论再现了丰中子的 Zr 同位素的巨晕现象. 与离散化方法相比, 格林函数方法更能恰当地描述了奇特晕核的弥散的密度空间分布. 此外, 还可以给出了对巨晕起着非常重要作用的共振态的能量和宽度.

5 总结及展望

基于放射性核束物理前沿领域的重要研究热点, 针对奇特原子核中涉及的连续谱耦合及其渐近行为等问题, 文章介绍了格林函数协变密度泛函理论及其对奇特原子核结构的研究进展.

首先, 文章回顾了奇特原子核的研究现状以及现有理论工具处理连续谱时存在的问题, 进而引入格林函数方法, 并介绍其在核物理研究中的广泛应用.

然后, 文章介绍了格林函数协变密度泛函理论的基本公式, 包括格林函数的相对论平均场近似和格林函数的相对论连续谱 Hatree-Bogoliubov 等. 给出利用具有连续谱正确渐近行为的格林函数求解径向 Dirac 方程和 RCHB 方程的相关公式.

最后, 文章介绍了新发展的格林函数协变密度泛函理论在原子核结构研究中的应用. 包括:

(1) 利用 GF-RMF 理论研究原子核单粒子共振态. 以原子核 ^{120}Sn 的中子的情况为例, 通过分析单粒子态密度分布, 并与自由粒子的态密度进行比较, 阐述了在 GF-RMF 理论框架下如何辨别出连续谱中的单粒子共振态, 并给出共振态的能量和宽度, 得到

了与已有的散射相移方法、耦合常数的解析延拓方法、实稳定方法以及复标度方法一致的单粒子共振态的结果, 表明了 GF-RMF 是一种非常可靠且有效的研究原子核单粒子共振态的方法.

(2) 利用 GF-RCHB 理论研究丰中子 Zr 同位素的巨晕现象. 通过分析双中子分离能、中子方均根半径以及密度分布等, GF-RCHB 理论再现了丰中子的 Zr 同位素的巨晕现象, 证实了费米面附近的弱束缚能级以及处于连续谱中的低能单粒子能级 $2f_{7/2}$, $3p_{3/2}$,

$3p_{1/2}$ 和 $2f_{5/2}$ 对巨晕的形成起到至关重要的作用. 与离散化方法相比, GF-RCHB 理论通过严格处理连续谱, 可以恰当描述密度空间分布的弥散行为, 还可以直接给出了对巨晕起着重要作用的共振态的能量和宽度.

目前格林函数方法只用于球形的协变密度泛函理论中. 在以后的工作中, 可以进一步将该理论拓展到形变情况. 此外, 可以在目前的理论框架下引入超子自由度, 用于研究奇特超核.

致谢

诚挚感谢我的博士生导师孟杰教授在本工作中的耐心指导, 感谢合作者张双全副教授、张颖博士和胡金牛副教授的无私帮助. 感谢孟杰教授、张双全副教授和张颖博士在本文准备过程中给予的宝贵建议. 感谢第六期“原子核物理中的协变密度泛函理论”讲习班与会同行对工作有益的讨论和建议.

参考文献

- 1 Tanihata I, Hamagaki H, Hashimoto O, et al. Measurements of interaction cross sections and nuclear radii in the light p -shell region. *Phys Rev Lett*, 1985, 55: 2676–2679
- 2 Ozawa A, Kobayashi T, Suzuki T, et al. New magic number, $N = 16$, near the neutron drip line. *Phys Rev Lett*, 2000, 84: 5493–5495
- 3 Adrich P, Klimkiewicz A, Fallot M, et al. Evidence for pygmy and giant dipole resonances in ^{130}Sn and ^{132}Sn . *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 132501
- 4 Meng J, Ring P. Giant halo at the neutron drip line. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 460–463
- 5 Meng J, Toki H, Zeng J Y, et al. Giant halo at the neutron drip line in Ca isotopes in relativistic continuum Hartree-Bogoliubov theory. *Phys Rev C*, 2002, 65: 041302
- 6 Zhou S G, Meng J, Ring P, et al. Neutron halo in deformed nuclei. *Phys Rev C*, 2010, 82: 011301
- 7 Li L L, Meng J, Ring P, et al. Deformed relativistic Hartree-Bogoliubov theory in continuum. *Phys Rev C*, 2012, 85: 024312
- 8 Dobaczewski J, Flocard H, Treiner J. Hartree-Fock-Bogoliubov description of nuclei near the neutron-drip line. *Nucl Phys A*, 1984, 422(1): 103–139
- 9 Meng J, Ring P. Relativistic Hartree-Bogoliubov description of the neutron halo in ^{11}Li . *Phys Rev Lett*, 1996, 77: 3963–3966
- 10 Dobaczewski J, Nazarewicz W, Werner T R, et al. Mean-field description of ground-state properties of drip-line nuclei: Pairing and continuum effects. *Phys Rev C*, 1996, 53: 2809–2840
- 11 Long W H, Yang S, Li J J. Pairing phase transition within finite-temperature relativistic Hartree-Fock-Bogoliubov approach (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2016, 46: 012009 [龙文辉, 杨申, 李佳杰. 基于有限温度的相对论 Hartree-Fock-Bogoliubov 理论的对关联相变研究. *中国科学: 物理学力学天文学*, 2016, 46: 012009]
- 12 Ring P, Schuck P. *The Nuclear Many-Body Problem*. Berlin: Springer-Verlag, 1980
- 13 Vautherin D, Brink D M. Hartree-Fock calculations with Skyrme's interaction. I. Spherical nuclei. *Phys Rev C*, 1972, 5: 626–647
- 14 Berger J F, Girod M, Gogny D. Time-dependent quantum collective dynamics applied to nuclear fission. *Comp Phys Commun*, 1991, 63: 365–374
- 15 Meng J. Relativistic continuum Hartree-Bogoliubov theory with both zero range and finite range Gogny force and their application. *Nucl Phys A*, 1998, 635: 3–42
- 16 Meng J, Toki H, Zhou S G, et al. Relativistic continuum Hartree Bogoliubov theory for ground-state properties of exotic nuclei. *Prog Part Nucl Phys*, 2006, 57: 470–563
- 17 Long W H, Ring P, Van Giai N, et al. Relativistic Hartree-Fock-Bogoliubov theory with density dependent meson-nucleon couplings. *Phys Rev C*, 2010, 81: 024308
- 18 Li L L, Meng J, Ring P, et al. Odd systems in deformed relativistic Hartree Bogoliubov theory in continuum. *Chin Phys Lett*, 2012, 29: 042101
- 19 Zhou S G, Meng J, Yamaji S, et al. Deformed relativistic Hartree theory in coordinate space and in Harmonic Oscillator basis. *Chin Phys Lett*, 2000, 17: 717–719
- 20 Stoitsov M V, Nazarewicz W, Pittel S. New discrete basis for nuclear structure studies. *Phys Rev C*, 1998, 58: 2092–2098

- 21 Zhou S G, Meng J, Ring P. Spherical relativistic Hartree theory in a Woods-Saxon basis. *Phys Rev C*, 2003, 68: 034323
- 22 Grasso M, Sandulescu N, Van Giai N, et al. Pairing and continuum effects in nuclei close to the drip line. *Phys Rev C*, 2001, 64: 064321
- 23 Hamamoto I, Mottelson B R. Pair correlation in neutron drip line nuclei. *Phys Rev C*, 2003, 68: 034312
- 24 Hamamoto I, Mottelson B R. Weakly bound $s_{1/2}$ neutrons in the many-body pair correlation of neutron drip line nuclei. *Phys Rev C*, 2004, 69: 064302
- 25 Hamamoto I. Effective pair gap of weakly bound neutrons in deformed nuclei. *Phys Rev C*, 2005, 71: 037302
- 26 Hamamoto I. Pair correlation in deformed neutron-drip-line nuclei: The eigenphase formalism and asymptotic behavior. *Phys Rev C*, 2006, 73: 044317
- 27 Economou E N. *Green's Function in Quantum Physics*. Berlin: Springer-Verlag, 2006
- 28 Belyaev S T, Smirnov A V, Tolokonnikov S V, et al. Pairing in nuclei in the coordinate representation. *Sov J Nucl Phys*, 1987, 45: 1263–1278
- 29 Shepard J R, Rost E, McNeil J A. Nonspectral Dirac random-phase approximation for finite nuclei. *Phys Rev C*, 1989, 40: 2320–2336
- 30 Shlomo S, Bertsch G. Nuclear response in the continuum. *Nucl Phys A*, 1975, 243: 507–518
- 31 Wehrberger K, Beck F. Relativistic random-phase approximation longitudinal response function for quasielastic electron scattering. *Phys Rev C*, 1988, 37: 1148–1154
- 32 Matsuo M. Continuum linear response in coordinate space Hartree-Fock-Bogoliubov formalism for collective excitations in drip-line nuclei. *Nucl Phys A*, 2001, 696: 371–395
- 33 Oba H, Matsuo M. Continuum Hartree-Fock-Bogoliubov theory for weakly bound deformed nuclei using the coordinate-space Green's function method. *Phys Rev C*, 2009, 80: 024301
- 34 Zhang Y, Matsuo M, Meng J. Persistent contribution of unbound quasiparticles to the pair correlation in the continuum Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov approach. *Phys Rev C*, 2011, 83: 054301
- 35 Zhang Y, Matsuo M, Meng J. Pair correlation of giant halo nuclei in continuum Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov theory. *Phys Rev C*, 2012, 86: 054318
- 36 Zhang Y, Matsuo M, Meng J. Asymptotic form of neutron Cooper pairs in weakly bound nuclei. *Phys Rev C*, 2014, 90: 034313
- 37 Sun T T, Matsuo M, Zhang Y, et al. Odd-even staggering of neutron radii for neutron-rich mg isotopes in continuum Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov theory. *arXiv:1310.1661*
- 38 Daoutidis J, Ring P. Continuum random-phase approximation for relativistic point coupling models. *Phys Rev C*, 2009, 80: 024309
- 39 Yang D, Cao L G, Tian Y, et al. Importance of self-consistency in relativistic continuum random-phase approximation calculations. *Phys Rev C*, 2010, 82: 054305
- 40 Tamura E. Relativistic single-site Green function for general potentials. *Phys Rev B*, 1992, 45: 3271–3278
- 41 Serot B D, Walecka J D. The relativistic nuclear many-body problem. *Adv Nucl Phys*, 1986, 16: 1–327
- 42 Ring P. Relativistic mean field theory in finite nuclei. *Prog Part Nucl Phys*, 1996, 37: 193–263
- 43 Vretenar D, Afanasjev A V, Lalazissis G A, et al. Relativistic Hartree-Bogoliubov theory: Static and dynamic aspects of exotic nuclear structure. *Phys Rep*, 2005, 409: 101–259
- 44 Niksic T, Vretenar D, Ring P. Relativistic nuclear energy density functionals: Mean-field and beyond. *Prog Part Nucl Phys*, 2011, 66: 519–548
- 45 Meng J, Guo J Y, Li J, et al. Covariant density functional theory in nuclear physics. *Prog Phys*, 2011, 31: 4–336
- 46 Meng J, Tanihata I, Yamaji S. The proton and neutron distributions in Na isotopes: The development of halo and shell structure. *Phys Lett B*, 1998, 419: 1–6
- 47 Meng J, Zhou S G, Tanihata I. The relativistic continuum Hartree-Bogoliubov description of charge-changing cross section for C, N, O and F isotopes. *Phys Lett B*, 2002, 532: 209–214
- 48 Meng J, Sugawara-Tanabe K, Yamaji S, et al. Pseudospin symmetry in relativistic mean field theory. *Phys Rev C*, 1998, 58R: 628–631
- 49 Meng J, Sugawara-Tanabe K, Yamaji S, et al. Pseudospin symmetry in Zr and Sn isotopes from the proton drip line to the neutron drip line. *Phys Rev C*, 1999, 59: 154–163
- 50 Lü H F, Meng J. Hyperon haloes in Λ hypernuclei in the relativistic continuum Hartree-Bogoliubov theory. *Chin Phys Lett*, 2002, 19: 1775–1778
- 51 Lü H F, Meng J, Zhang S Q, et al. Neutron halos in hypernuclei. *Eur Phys J A*, 2003, 17: 19–24
- 52 Zhang W, Meng J, Zhang S Q, et al. Magic numbers for superheavy nuclei in relativistic continuum Hartree-Bogoliubov theory. *Nucl Phys A*, 2005, 753: 106–135
- 53 Sun T T, Zhang S Q, Zhang Y, et al. Green's function method for single-particle resonant states in relativistic mean field theory. *Phys Rev C*, 2014, 90: 054321
- 54 Sun T T. Giant halos in neutron-rich Zr isotopes by the Green's function relativistic continuum Hartree-Bogoliubov theory. To be published.
- 55 Horowitz C J, Serot B D. Self-consistent hartree description of finite nuclei in a relativistic quantum field theory. *Nucl Phys A*, 1981, 368:

503–528

- 56 Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. Relativistic mean field theory for finite nuclei. *Ann Phys*, 1990, 198: 132–179
- 57 Zhou S G. Single particle states in the Fermi sea and Dirac sea in spherical nuclei (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2016, 46: 012003 [周善贵. 费米海与狄拉克海中的单粒子态 —— 从球形核狄拉克方程说起. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2016, 46: 012003]
- 58 Kucharek H, Ring P. Relativistic field theory of superfluidity in nuclei. *Z Phys A*, 1991, 339: 23–35
- 59 Sandulescu N, Geng L S, Toki H, et al. Pairing correlations and resonant states in the relativistic mean field theory. *Phys Rev C*, 2003, 68: 054323
- 60 Wigner E P, Eisenbud L. Higher angular momenta and long range interaction in resonance reactions. *Phys Rev*, 1947, 72: 29–41
- 61 Hale G M, Brown R E, Jarmie N. Pole structure of the $j^\pi = \frac{3}{2}^+$ resonance in ^5He . *Phys Rev Lett*, 1987, 59: 763–766
- 62 Humblet J, Filippone B W, Koonin S E. Level matrix, ^{16}N β decay, and the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ reaction. *Phys Rev C*, 1991, 44: 2530–2535
- 63 Taylor J R. *Scattering Theory: The Quantum Theory on Nonrelativistic Collisions*. New York: John Wiley and Sons, 1972
- 64 Lu B N, Zhao E G, Zhou S G. Pseudospin symmetry in single particle resonant states. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 072501
- 65 Lu B N, Zhao E G, Zhou S G. Pseudospin symmetry in single-particle resonances in spherical square wells. *Phys Rev C*, 2013, 88: 024323
- 66 Kukulín V I, Krasnopolsky V M, Horacek J. *Theory of Resonances: Principles and Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic, 1989
- 67 Tanaka N, Suzuki Y, Varga K. Exploration of resonances by analytic continuation in the coupling constant. *Phys Rev C*, 1997, 56: 562–565
- 68 Tanaka N, Suzuki Y, Varga K, et al. Unbound states by analytic continuation in the coupling constant. *Phys Rev C*, 1999, 59: 1391–1399
- 69 Cattapan G, Maglione E. From bound states to resonances: Analytic continuation of the wave function. *Phys Rev C*, 2000, 61: 067301
- 70 Hazi A U, Taylor H S. Stabilization method of calculating resonance energies: Model problem. *Phys Rev A*, 1970, 1: 1109–1120
- 71 Fels M F, Hazi A U. Calculation of energies and widths of compound-state resonances in elastic scattering: Stabilization method. *Phys Rev A*, 1971, 4: 662–674
- 72 Fels M F, Hazi A U. Calculation of energies and widths of resonances in inelastic scattering: Stabilization method. *Phys Rev A*, 1972, 5: 1236–1249
- 73 Taylor H S, Hazi A U. Comment on the stabilization method: Variational calculation of the resonance width. *Phys Rev A*, 1976, 14: 2071–2074
- 74 Mandelshtam V A, Ravuri T R, Taylor H S. Calculation of the density of resonance states using the stabilization method. *Phys Rev Lett*, 1993, 70: 1932–1935
- 75 Mandelshtam V A, Taylor H S, Ryabov V, et al. Stabilization theory for computing energies and widths of resonances. *Phys Rev A*, 1994, 50: 2764–2766
- 76 Kruppa A T, Arai K. Resonances and the continuum level density. *Phys Rev A*, 1999, 59: 3556–3561
- 77 Ho Y K. The method of complex coordinate rotation and its applications to atomic collision processes. *Phys Rep*, 1983, 99: 1–68
- 78 Gyarmati B, Kruppa A T. Complex scaling in the description of nuclear resonances. *Phys Rev C*, 1986, 34: 95–102
- 79 Kruppa A T, Lovas R G, Gyarmati B. Complex scaling in the cluster model: Resonances in ^8Be . *Phys Rev C*, 1988, 37: 383–389
- 80 Kruppa A T, Heenen P H, Flocard H, et al. Particle-unstable nuclei in the Hartree-Fock theory. *Phys Rev Lett*, 1997, 79: 2217–2220
- 81 Arai K. Resonance states of ^{12}C in a microscopic cluster model. *Phys Rev C*, 2006, 74: 064311
- 82 Guo J Y, Yu M, Wang J, et al. A relativistic extension of the complex scaling method using oscillator basis functions. *Chin Phys C*, 2010, 181: 550–556
- 83 Liu Q, Shi M, Guo J Y. Progress in research of the complex scaling method (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2016, 46: 012007 [刘泉, 仕敏, 郭建友. 复标度方法研究共振态的进展. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2016, 46: 012007]
- 84 Yang S C, Meng J, Zhou S G. Exploration of unbound states by analytical continuation in the coupling constant method within relativistic mean field theory. *Chin Phys Lett*, 2001, 18: 196
- 85 Zhang S S, Meng J, Zhou S G, et al. Analytic continuation of singleparticle resonance energy and wave function in relativistic mean field theory. *Phys Rev C*, 2004, 70: 034308
- 86 Zhang S S, Zhang W, Zhou S G, et al. Relativistic wave functions for singleproton resonant states. *Eur Phys J A*, 2007, 32: 43–49
- 87 Zhang L, Zhou S G, Meng J, et al. Real stabilization method for nuclear single-particle resonances. *Phys Rev C*, 2008, 77: 014312
- 88 Guo J Y, Fang X Z, Jiao P, et al. Application of the complex scaling method in relativistic mean-field theory. *Phys Rev C*, 2010, 82: 034318
- 89 Liu Q, Guo J Y, Niu Z M, et al. Resonant states of deformed nuclei in the complex scaling method. *Phys Rev C*, 2012, 86: 054312
- 90 Zhu Z L, Niu Z M, Li D P, et al. Probing single-proton resonances in nuclei by the complex-scaling method. *Phys Rev C*, 2014, 89: 034307
- 91 Li Z P, Meng J, Zhang Y, et al. Single-particle resonances in a deformed dirac equation. *Phys Rev C*, 2010, 81: 034311
- 92 Cao L G, Ma Z Y. Exploration of resonant continuum and giant resonance in the relativistic approach. *Phys Rev C*, 2002, 66: 024311
- 93 Long W H, Meng J, Giai N V, et al. New effective interactions in relativistic mean field theory with nonlinear terms and density-dependent meson-nucleon coupling. *Phys Rev C*, 2004, 69: 034319

- 94 Lalazissis G A, Konig J, Ring P. New parameterization for the Lagrangian density of relativistic mean field theory. *Phys Rev C*, 1997, 55: 540–543
- 95 Wang Z C. *Thermodynamics and Statistical Physics* (in Chinese). Beijing: Higher Education Press, 2008 [汪志诚. 热力学统计物理. 北京: 高等教育出版社, 2008]
- 96 Tanihata I. Nuclear structure studies from reaction induced by radioactive nuclear beams. *Prog Part Nucl Phys*, 1995, 35: 505–573
- 97 Ozawa A, Suzuki T, Tanihata I. Nuclear size and related topics. *Nucl Phys A*, 2001, 693: 32–62
- 98 Tanihata I, Savajols H, Kanungo R. Recent experimental progress in nuclear halo structure studies. *Prog Part Nucl Phys*, 2013, 68: 215–313
- 99 Takechi M, Ohtsubo T, Fukuda M, et al. Interaction cross sections for Ne isotopes towards the island of inversion and halo structures of ^{29}Ne and ^{31}Ne . *Phys Lett B*, 2012, 707: 357–361
- 100 Kobayashi N, Nakamura T, Kondo Y, et al. Observation of a p -wave one-neutron halo configuration in ^{37}Mg . *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 242501
- 101 Watanabe S, Minomo K, Shimada M, et al. Ground-state properties of neutron-rich Mg isotopes. *Phys Rev C*, 2014, 89: 044610
- 102 Zhang S Q, Meng J, Zhou S G, et al. Giant neutron halo in exotic calcium nuclei. *Chin Phys Lett*, 2002, 19: 312–314
- 103 Zhang S Q, Meng J, Zhou S G. Proton magic number and giant halo in relativistic continuum Hartree-Bogoliubov theory (in Chinese). *Sci Sin Ser G-Phys Mech Astron*, 2003, 33: 289–316 [张双全, 孟杰, 周善贵. 相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov 理论中的质子幻数核及巨晕. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2003, 33: 289–316]
- 104 Grasso M, Yoshida S, Sandulescu N, et al. Giant neutron halos in the non-relativistic mean field approach. *Phys Rev C*, 2006, 74: 064317
- 105 Terasaki J, Zhang S Q, Zhou S G, et al. Giant halos in relativistic and nonrelativistic approaches. *Phys Rev C*, 2006, 74: 054318

Green's function method in covariant density functional theory

SUN TingTing^{1,2*}

¹ School of Physics and Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;

² School of Physics and State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology, Peking University, Beijing 100871, China

This article provides a brief review on the Green's function covariant density functional theory (GF-CDFT), and its application for the nuclear structure. By reviewing the research status of exotic nuclei and the problems of traditional theory in treating continuum, the Green's function method in nuclear physics is introduced. The GF-CDFT theory is then presented in detail, including a short introduction to the Green's function method, Green's function relativistic mean field (GF-RMF) theory, and Green's function relativistic continuum Hartree-Bogoliubov (GF-RCHB) theory, in which the detailed equations in solving the radial Dirac equation and RCHB equation by Green's function method are given. As to applications, GF-RMF theory is applied to study the single-particle resonant states, in which the energies and widths for the resonant states of ^{120}Sn are provided; GF-RCHB theory is applied to study the giant halos in the neutron-rich Zr isotopes, in which the extended density distribution as well as the energies and widths of the resonant states playing important roles for giant halos are well described.

Green's function method, covariant density functional theory, exotic nuclei

PACS: 21.60.Jz, 21.10.-k, 25.70.Ef, 27.60.+j

doi: 10.1360/SSPMA2015-00371