

微加工静电超声传感器的动力学 机制及其建模^{*}

葛立峰

(安徽大学自动化系, 合肥 230039)

摘要 通过对微加工静电超声传感器的动力学机制的深入研究发展了一个空气弹簧支撑的张力板模型 (tensile-plate-on-air-spring, 简称为 TDK 模型). 该模型全面计及了气隙空气弹簧的刚度, 膜片的弯曲刚度和平面张力这三个机械刚度及一个静电负刚度的影响. 根据这个模型通过适当选用传感器的几何结构, 尺寸和材料, 便可获得所需要的基频和带宽, 从而为微加工超声传感器的研究和优化设计提供了一个可靠的理论基础.

关键词 静电超声传感器 微气隙结构 动力学机制 模型

静电或电容超声传感器在机器人, 无损检测, 固体材料的超声发生和检测, 以及生物医学应用等领域展现出广阔的应用前景. 特别是近 10 年来应用微加工技术 (micro-machining-techniques, 简称为 MMT) 实现了用常规机械加工方法所不能达到的对传感器加工的精确控制, 还能将它与外部电路整合在一起构成微机电系统 (micro-electro-mechanical systems, 简称为 MEMS), 极大地改进了传感器的性能. 因此, 搞清微加工超声传感器的工作机制, 建立一个可用于优化设计的可靠理论模型成为亟待解决的问题.

本文作者对用常规机械加工技术制作的 V 形槽背板静电超声传感器的工作机制提出了一个空气弹簧支撑的板模型或简称为 DK 模型, 准确地预测了它的共振频率^[1, 2]. 大量的实验研究显示这种传感器有一个多峰响应和超乎寻常的宽带^[3-6]. 显然, Helmholtz 振子模型^[5], 和基于这个单自由度模型和大量实验数据发展的线性回归公式^[4, 6]不能解释这样复杂的现象. 相反, 空气弹簧支撑的板模型揭示了传感器的基频源自空气弹簧的作用, 相应膜片作刚性活塞式振动, 它的高次谐频相应膜片如同薄板作弯曲振动的各阶振型, 当它的第 2 个共振频率即一阶弯曲振型比较靠近基频时将大大扩展带宽, 这就为实验观察到的复杂现象给出了圆满的解释. 文献[7]认为因为他们研制的具有 U 形槽背板的微加工传感器的气隙比 V 形槽传感器的气隙小得多, 因此 Helmholtz 振子模型是不适用的; 而膜片的弯曲刚度是最重要的因素. 他们进而提出了张力板模型, 但是并没能给出满意的预测结果. 近来本文作者也对这种 U 形槽传感器进行建模, 获得了较好的预测结果, 但并不如对 V 形槽传感器预测的那样令人满意^[8].

本文将深入地考察微加工传感器的更复杂更一般的情形, 在建模中完整地计及影响传感器行为的所有 4 个刚度的影响, 即由气隙空气的压缩刚度, 膜片的弯曲刚度和张力引起的三个机械刚度, 以及一个静电负刚度的影响, 并对这些影响及其相互关系给出完整的物理和数学描述.

1 理论

微加工超声传感器的一个典型子气隙的物理结构示于图 1(a), 其中这个子气隙或是一个长方体, 如 U 形槽传感器^[7], 宽 200 μm , 深 3.75 μm , 或是圆柱体, 倒金字塔或六方体等形状, 如凹坑阵列纹理的传感器^[9~11], 宽度(或直径)通常 40~50 μm , 深度 1~35 μm . 介电材料膜片的厚度通常是 5 μm , 甚至仅 250 nm, 镀金电极厚度仅 50 nm. 由这个子气隙和它上面的子振动膜片构成一个子动力学系统, 而这个子膜片可看作是放置在空气垫上的一块施加有平面张力的薄板.

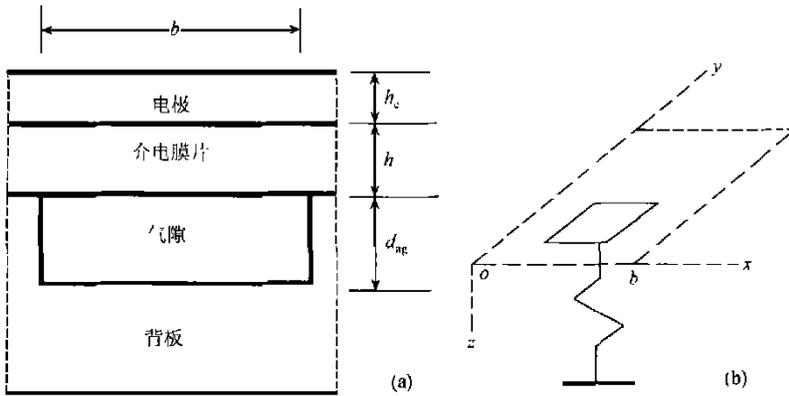


图 1 微加工静电超声传感器的一个典型子气隙的物理结构

(a) 几何结构; (b) 该子气隙看作一个子动力学系统的物理模型

首先考虑这个气腔的膜片一端的声输入阻抗, 它可从经常利用的传输线方法确定^[12,13], 有

$$Z_{A0} = \frac{\rho_0 c_0}{S} \frac{Z_{AL} + j \frac{\rho_0 c_0}{S} \tan kL}{\frac{\rho_0 c_0}{S} + j Z_{AL} \tan kL}, \quad (1)$$

其中 ρ_0 是空气密度, c_0 是空气中声速, S 是子膜片面积, k 为波数, $L = d_{ag}$, 即气隙深度, Z_{AL} 是末端的声阻抗. 由于末端是刚性壁封闭的, 则有 $Z_{AL} \rightarrow \infty$, 因此, (1) 式简化为 $Z_{A0} \approx -j \frac{\rho_0 c_0}{S} \cotg kL$. 考虑气隙深度极小, 满足 $kL < 0.5$, 所以, 该系统可以进一步看作是一个封闭的短管. 上式的余切值可以取它的泰勒展开式的第 1 项, 于是有

$$Z_{A0} \approx -j \frac{\rho_0 c_0}{SkL} = -j \frac{\rho_0 c_0^2}{\omega V} = -j \frac{1}{\omega C_A}, \quad (2)$$

其中 V 是气腔体积, $C_A = \frac{V}{\rho_0 c_0^2}$, 即是该气腔的声顺. 这表明气腔中的空气的作用类似一个无

质量弹簧, 其刚度则为 $K_{ag} = \frac{\rho_0 c_0^2}{d_{ag}}$. 由此可见, 这个子系统的动力学模型可以看作是一个空气弹簧支撑的张力板, 或从声学的观点来看是一个密封有空气的短管, 它的两端分别由振动膜片和作为刚性壁的背板封闭, 其物理模型可用图 1(b) 表示.

对于这样一个动力学模型, 我们可以对子膜的振动用下面的四阶偏微分方程描述,

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho_s \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + R_M \frac{\partial w}{\partial t} + K_{ag} w = P_A + P_E, \quad (3)$$

其中 $w(x, y, t)$ 是膜片振动位移, t 是时间, D 是膜片的弯曲刚度, T 是施加于膜片的平面张力, ρ_s 是膜片的面密度, R_M 是子系统的机械阻尼, K_{ag} 是气隙机械刚度. P_A 是由于传感器向周围介质辐射声所产生的对膜片的压力, 可用加障板刚性活塞假设进行估计. 考虑到传感器工作在 $ka \gg 5$ 范围, a 是传感器半径, 这个负载的声抗部分可忽略, 故有 $P_A = -\rho_0 c_0 \frac{\partial w}{\partial t}$. 另一外力项是由于静电吸引产生的对膜片的压力 P_E , 可以根据文献[1] 应用小信号, 小偏离假设用一阶近似表示

$$P_E \approx - \left[\frac{\epsilon_0 V_0^2}{2x_0^2} + \frac{\epsilon_0 V_0 V_i}{x_0^2} - \frac{\epsilon_0 V_0^2 W_i}{x_0^3} \right], \quad (4)$$

这里为表述清楚采用复变量, 以黑体字母表示, 这样 $V_i = V e^{j\omega t}$ 是时变信号电压, $W_i = w e^{j\omega t}$ 是时变位移分量, V_0 是直流偏置电压, ϵ_0 是空气的介电常数, $x_0 = d_{ag} + w_0 + h/\epsilon_r$ 是两极板间的等效距离, 其中 w_0 是膜片因偏置电压产生的静偏离, ϵ_r 是膜片的相对介电常数. 应该注意到(4)式中最后一项相应一个反向的机械刚度 $K_{neg} = -\frac{\epsilon_0 V_0^2}{x_0^3}$, 它是因静电力引起的, 因此, 我们可以称之为静电负刚度. 应当指出这个负刚度也相应 Hunt 等效电路中的那个负电容^[14].

现在来考虑动力学方程(3)的时变部分, 虽然它更加复杂, 但我们仍然可以根据板振动理论^[15] 解出它的特征值:

$$\lambda_{1n} = \sqrt{\frac{T}{2D} \left[\sqrt{1 + \frac{4D(\rho_s \omega_n^2 - K)}{T^2}} - 1 \right]}, \quad (5a)$$

$$\lambda_{2n} = \sqrt{\frac{T}{2D} \left[\sqrt{1 + \frac{4D(\rho_s \omega_n^2 - K)}{T^2}} + 1 \right]}, \quad (5b)$$

这里 $K = K_{ag} + K_{neg}$.

偏置电压和张力的作用使得膜片紧压在背板的脊上, 此外, 某些微加工传感器的膜片与脊甚至与整个背板制作成一个整体, 因此可以认为子膜片是四周固定的. 这样, 我们不难进一步确定相应不同形状子膜的振动的特征方程和特征函数. 本文以一个典型的平行 U 形槽传感器为例作进一步分析. 由于它的子膜片沿 y 轴方向的尺寸比它的 x 轴方向的尺寸大得多, 因而可归结为一个二维问题. 于是根据在 $x=0, b$ 两端固定的边界条件可求出下面的特征方程,

$$2\lambda_{1n} \lambda_{2n} [\cos(\lambda_{1n} b) \cosh(\lambda_{2n} b) - 1] + (\lambda_{1n}^2 - \lambda_{2n}^2) \sin(\lambda_{1n} b) \sinh(\lambda_{2n} b) = 0, \quad (6)$$

并进一步求出相应的各阶弯曲振型的特征函数或本征函数,

$$\phi_n(x, \omega_n) = \sin(\lambda_{1n}x) - \frac{\lambda_{1n}}{\lambda_{2n}} \sinh(\lambda_{2n}x) + \frac{\lambda_{1n} \sinh(\lambda_{2n}b) - \lambda_{2n} \sin(\lambda_{1n}b)}{\lambda_{2n} \cosh(\lambda_{2n}b) - \lambda_{2n} \cos(\lambda_{1n}b)} [\cosh(\lambda_{2n}x) - \cos(\lambda_{1n}x)] \quad (7)$$

由此可见, 这个数学模型给出的特征值包括 T 、 D 和 K 3 个参数, 而以往只有 D 一个参数, 或 TD 或 DK 两个参数^[15]. 因此这个模型可简称为 TDK 模型. 还可见到该模型定量地揭示了影响传感器行为的所有 3 个机械刚度和一个静电负刚度的作用及其相互关系. 进一步考虑到整个传感器的动力学系统可看作是所有这些子系统的组合, 当传感器在发射模式下受到电信号驱动或在接收模式下受到外部声压作用时, 可假设所有这些子系统的膜片以同相位, 同振幅振动, 因此, 根据这个特征方程解出的 ω_n 可看作是传感器的共振频率.

2 预测和结果

传感器的共振频率是传感器最基本的性能参数, 它的准确预测对于传感器的研究和优化设计具有十分重要的意义. 因此, 我们首先应用上述理论模型, 以表 1 所示的 U 形槽背板传感器的一组数据为例, 对它的固有频率进行预测. 这里, 应当特别注意到对于 U 形槽背板传感器, 它的气隙深度(3.75 μm)比文献[1]研究的 V 形槽背板传感器的气隙深度(250 μm)小得多, 因此负刚度的作用已不能忽略. 静电负刚度减弱空气弹簧刚度的作用, 从而使这个动力学系统的固有频率降低. 令人感兴趣的是根据这个特征方程解出的最低频率(记作 ω_0 , 相应 $\lambda_0=0$)并不等于零, 显然我们不能把它忽略, 但它却使其相应的本征函数值(记作 ϕ_0)为零. 我们也许只能给出以下的物理解释, 即是说在这个频率, 子膜片本身各点并没有相对运动, 而是作刚性活塞似的振动, 它应是基频. 用更高的频率 $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots$ 计算出的 $\phi_1, \phi_2, \phi_3 \dots$ 显示出弯曲振动的各阶振型. 图 2 所示为根据(6)和(7)式计算出的特征曲线和本征函数. 可见由这个理论模型预测的基频是 307.599 kHz, 相应膜片作刚性活塞似振动, 第 2 个共振频率是 528.419 kHz, 相应膜片作弯曲振动的一阶振型, 第 3 个共振频率是 1074.01 kHz, 相应膜片作弯曲振动的二阶振型, 以下类推.

表 1 U 形槽背板传感器的一组典型数据

几何尺寸	膜片材料	镀金电极	张力	空气介质	电参数
h (5 μm)	ρ (1 395 kg/m^3)	ρ_g (19 700 kg/m^3)	T (100 N/m)	ρ_0 (1.21 kg/m^3)	V_0 (250 V)
h_c (75 nm)	E (4.48×10^9 N/m^2)	E_g (80.6×10^9 N/m^2)		c_0 (344 m/s)	C_0 (4 101 pF)
d_{ag} (3.75 μm)	ν (0.4)	ν_g (0.4)		ϵ_0 (8.85×10^{-12} F/m)	
b (200 μm)	ϵ_r (3.4)				
a (25.4 mm)					

实验测定传感器的共振频率的方法一般有两种, 一种用常规的电测量方法直接测出传感器的输入电阻抗或电导纳. 另一种是测量它的声发射响应(或发射灵敏度), 这种方法是将被测传感器作为发射器, 另一个预先用参考传感器校准过的压电或电容传感器作为接收器, 测出在被测传感器声轴定距离(如 1 m)处的声压. 文献[7]根据输入电导纳测量报告的基频是 520 kHz, 但是发射灵敏度测量的结果却显示有两个共振峰, 依次在约 280 kHz 和 520 kHz. 他们虽

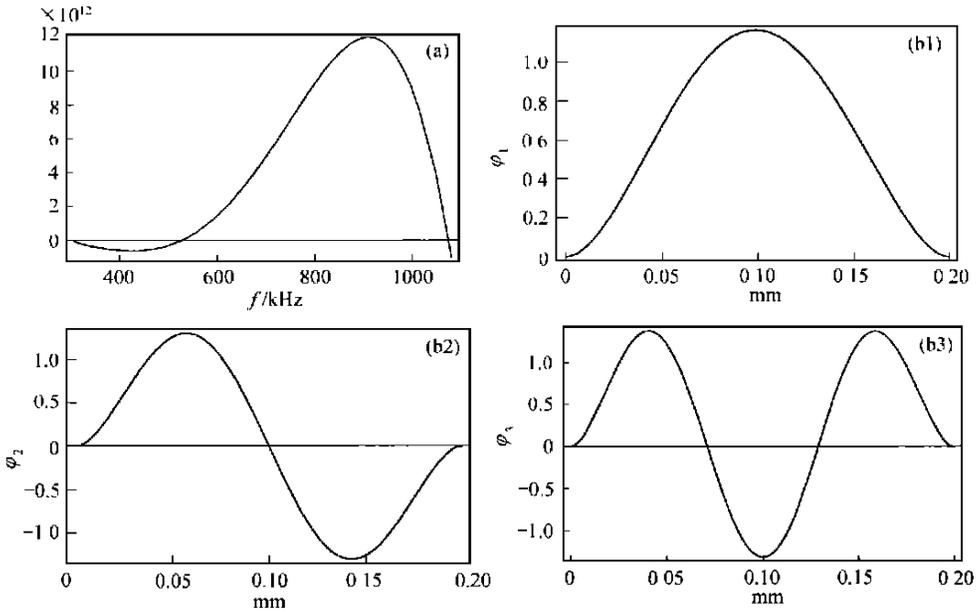


图 2 一个典型的 U 形槽背板静电超声传感器

(a) 特征曲线, 3 个交点是特征方程的前 3 个根, 第 1 个根是基频, 307.599 kHz (b) 子膜片 ($b=0.2$ mm) 的弯曲振动振型: (b1) 一阶振型, 528.419 kHz (b2) 二阶振型, 1 074.01 kHz 和 (b3) 三阶振型, 1 894.25 kHz

然没有给出这些测量的误差分析和不确定度表述, 但指出由于所用的参考传声器的灵敏度在 300 kHz 以下是不变的, 因而可以认为 300 kHz 以下的结果是可信的, 还指出他们尚不能理解他们的模型在更高的频率与测量值存在较大差异的原因. 文献[7] 根据他们发展的张力板模型报告的对基频的理论预测值是 495 kHz, 这个频率在他们的模型中是膜片作弯曲振动的一阶振型的共振频率. 表 2 列出共振频率的理论预测值和实验结果.

表 2 共振频率的预测值和实验结果

共振频率/kHz	基频	第 2 个共振频率(一阶弯曲振型)
理论预测值	308	528
实验结果	(1) 电导纳测量 (2) 发射灵敏度测量	520
	280	520

显然, 根据本文发展的理论模型的预测值与实验结果更一致. 这个模型也能对这两个共振峰给出适当的解释, 第 1 个峰应是真正的基频, 相应膜片作活塞式振动, 第 2 个峰相应膜片作弯曲振动的一阶振型. 从声发射响应的测量结果来看, 理论预测值比实验结果略高, 这可从测量的误差分析作出解释. 实际上, 除参考传声器的影响外, 超声波在空气中的衰减和散射会随频率增加变得非常显著. 实验中, 接收传感器是放置在距被测传感器 1 m 处的, 对于这样的距离, 频率为 300 kHz 和 500 kHz 时的超声衰减分别约为 18 dB 和 44 dB^[9]. 这将导致测量结果比传感器真正的固有频率低. 理论上, 电导纳测量应该比声发射响应测量更能准确确定共振频率, 但是它却没有能够测出第 1 个峰, 这可能是由于测量系统的分辨率不够, 或者可能膜

片在这个共振频率的振动位移太小, 而第 2 个峰相应弯曲振动的一阶振型, 会引起较大的电抗变化, 从而被检测出来。

带宽是传感器的又一个重要性能指标, 它对于必须具有高分辨率的声显微和声成像技术来说尤其重要。不难看到, 根据这个理论模型我们可以通过适当选择传感器的几何结构和尺寸使它的这两个峰靠近来获得宽带。这一发现为宽带传感器的研制指出了—个便捷有效的方法。此外, 理论预测和实验结果的一致也再次表明, 对于具有密封气隙结构的静电超声传感器, 空气弹簧的作用具有基本的重要性, 它决定传感器的基频。虽然微加工传感器的气隙比用常规机械加工制作的 V 形槽传感器的气隙小得多, 但这种传感器的这一基本行为特征并不改变。只不过如上面静电负刚度的定义表明的, 气隙更小、偏置电压更大, 则负刚度更大, 以致更多的减弱空气弹簧刚度的作用, 从而导致固有频率特别是基频更多的降低。这一发现也是十分有意义的, 它意味着我们可以仅仅通过调节偏置电压和气隙深度来改变 K 值以获得所需要的基频。

3 结论

微加工静电超声传感器的复杂结构使得对它的工作机制的理解变得十分困难。本文从它的动力学机制这一关键问题进行研究, 成功地提出了一个空气弹簧支撑的张力板模型。这个模型完整计及 3 个机械刚度即气隙空气弹簧的刚度, 膜片弯曲刚度和张力, 和一个因静电力引起的静电负刚度的影响, 发展出—个特征化的数学描述, 从而清楚地揭示了所有 4 个刚度对传感器行为影响的定量关系。这样, 根据这个模型我们不仅可以准确预测基频和更高的相应膜片作弯曲振动的一系列共振频率, 而且还可以通过适当选用传感器的几何结构, 尺寸和材料, 定量调节这 4 个刚度的大小来获得所需要的基频和带宽。因此这个模型为这种微加工传感器的研究和优化设计提供了一个可靠的理论基础。

还可以看到对于密封气隙结构的静电传感器, 空气弹簧刚度具有基本的重要性。由特征值和特征方程可见传感器的基频主要由空气弹簧刚度决定, 对于微小气隙情形还必须计及静电负刚度的影响; 而更高的共振频率主要由膜片的弯曲刚度和张力决定。这表明张力并不是必须的, 这是很有意义的, 因为在传感器制作中施加张力是较难精确控制的。这样, 动力学控制方程中的 T 项可以拿掉, 这个 TDK 模型从而蜕变为先前由文献[1] 给出的描述 V 形槽传感器的 DK 模型。显然, 这个模型也适用于文献[9, 10] 发展的凹坑阵纹理的微加工硅传感器, 它们也具有密封的微气隙结构。而对于具有开放的较大气隙结构的静电传感器, 如常规的电容传声器, 弹性恢复力依赖张力, 空气弹簧的作用相应可以忽略。这样, 动力学方程中的 D 和 K_{ag} 项就可以拿掉, 成为—个二阶偏微分方程, 这个 TDK 模型就进一步蜕变为电容传声器采用的张力膜模型, 相应地可称之为 T 模型。因此, 本文发展的这个先验的理论模型具有普遍意义, 可以看作是对各种静电传感器普遍适用的—个一般化模型。

参 考 文 献

- 1 葛立峰. 微气隙结构静电超声传感器的理论模型. 科学通报, 1997, 42(22): 2 387~2 390
- 2 Ge L F. DK model for electrostatic ultrasonic transducers with V-grooved backplates. J Acoust Soc Am, 1996, 100(4): 2 809

- 3 Carr H, Wykes C. Diagnostic measurements in capacitive transducers. *Ultrasonics*, 1993, 31(1): 13~20
- 4 Rafiq M, Wykes C. The performance of capacitive ultrasonic transducers using V-grooved backplates. *Meas Sci Technol*, 1991, 2: 168~174
- 5 Hietanen J, Stor-Pellinen J, Luukala M. A model for an electrostatic ultrasonic transducer with a grooved backplate. *Meas Sci Technol*, 1992, 3: 1 095~1 097
- 6 Mattila P, Tsuzuki F, Vaataja H, et al. Electroacoustic model for electrostatic ultrasonic transducers with V-grooved backplates. *IEEE Trans UFFC*, 1995, 42: 1~7
- 7 Anderson M J, Hill J A, Fortunko C M, et al. Broadband electrostatic transducers; Modeling and experiments. *J Acoust Soc Am*, 1995, 97(1): 262~272
- 8 Ge L F. Modelling of electrostatic ultrasonic transducers with micro air-gap structures. *Proc The 16th International Congress on Acoustics and 135th ASA Meeting*, 1998, 1 081~1 082. *J Acoust Soc Am*, 1998, 103(5): 2 870
- 9 Suzuki K, Higuchi K, Tanigawa H. A silicon electrostatic ultrasonic transducer. *IEEE Trans UFFC*, 1989, 36: 620~627
- 10 Schindel D W, Hutchins D A, Zou L, et al. The design and characterization of micromachined air-coupled capacitance transducers. *IEEE Trans UFFC*, 1995, 42: 42~50
- 11 Haller M I, Khuri-Yakub B T. A surface micromachined electrostatic ultrasonic air transducer. *IEEE Trans UFFC*, 1996, 43(1): 1~6
- 12 Kinsler L E, Frey A R, Coppens A B, et al. *Fundamentals of Acoustics*. 3rd ed. NY: John Wiley & Sons, 1982
- 13 Ge L F. Impedance characteristics of transducers and reciprocity calibration. *J Acoust Soc Am*, 1989, 86: 210~214
- 14 Hunt H V. *Electroacoustics*. The Acoustical Society of America, 1982
- 15 Leissa A. *Vibration of Plates*. Natl Aeron and Space Admin. Washington D.C. 1969; NY: Acoust Soc Am, 1993
- 16 Bass H E, Sutherland L C, Piercy J, et al. Absorption of sound by the atmosphere. In: Mason W P, Thurston R N, ed. *Physical Acoustics*. NY: Academic Press, 1984. 17