非线性电池阵列的最大功率匹配

程晓舫, 袁旗斌*, 朱文艳, 程子奇

中国科学技术大学热科学和能源工程系, 合肥 230027

* E-mail: qbyuan@mail.ustc.edu.cn

收稿日期: 2017-11-21; 接受日期: 2018-04-24; 网络版发表日期: 2018-05-30

国家自然科学基金(批准号: 50976112)资助项目

摘要 电池功率可表述为自变量与伏安函数(因变量)的乘积. 通过建立电池阵列功率函数, 把阵列在最大功率下的“同工作点匹配”拓展为“线匹配”. 根据电池阵列失配损失的数学描述, 给出了阵列的自变量和因变量匹配准则, 证明了“线匹配”确实存在. 在因变量匹配准则下用级数来研究不同电池, 可得到级数表述中的各系数之比值恒为常数, 给出类函数匹配方法. 再以 Lambert W 函数为媒介, 在类函数匹配方法和实际的电池电流方程之间建立起对应关系, 给出电池参数匹配方法, 可实践指导电池阵列的“线匹配”. 最后给出了光伏阵列的匹配案例.

关键词 电池阵列, 线匹配, 参数匹配, 级数分析, 太阳电池

1 引言

非线性伏安特性电池的电性参数不可能完全相同, 这就导致其伏安特性存在差异, 并使得电池的最大功率点在伏安(V - I)坐标系中会呈现如图1所示的散点特征. 这些电池经串、并联后形成的阵列能够输出的最大功率, 总是小于组成电池阵列的每个电池单独输出的最大功率之和^[1,2], 两者之差定义为失配损失. 于是就有了失配损失的研究.

对于非线性电池阵列的匹配问题, 实践中提出了两种匹配原则: (1) 采用同批次生产的电池单体来构建阵列, 此时各电池的电性参数可视为相同^[3](同函数匹配); (2) 选择最大功率点处有相同电流和电压的电池形成阵列^[4](同工作点匹配). 同函数匹配当然最佳, 但实践中极难实现; 同工作点匹配只是在最大功率点上做到了匹配, 具有很大局限性, 但却成为目前普遍

采用的匹配方法.

对非线性电池阵列的失配问题也已开展了大量的研究工作. 一些学者采取实验研究^[5-8], 其结论不具有说服力; 不少学者采用模拟方法来计算阵列失配损失^[9-11]和提出一些降低失配损失的措施, 比如对电池单体进行筛选分类^[11,12]、配置旁路二极管^[13,14]以及选择合适的串并联结构^[15-17]; 少有学者进行理论研究^[18,19], 其研究结论也未达到指导实践的效果.

本文拟用数学来探讨电池阵列的失配损失问题, 给出可指导实践的阵列匹配方法.

2 阵列匹配的函数分析

2.1 阵列功率函数的建立

电池阵列是电池单体通过串联(电流 I 相同, 视为

引用格式: 程晓舫, 袁旗斌, 朱文艳, 等. 非线性电池阵列的最大功率匹配. 中国科学: 技术科学, 2018, 48: 662-670

Cheng X F, Yuan Q B, Zhu W Y, et al. The maximum power matching of a nonlinear cell array (in Chinese). Sci Sin Tech, 2018, 48: 662-670, doi: 10.1360/N092017-00404

图 1 非线性电池最大功率点的散点特征

自变量; 电压相加 $\sum_{i=1}^N V_i = \sum_{i=1}^N f_i(I)$, 作为因变量)或并联 (电压 V 相同, 视为自变量; 电流相加 $\sum_{i=1}^N I_i = \sum_{i=1}^N f_i(V)$, 作为因变量)的方法构造的, 其功率为电流和电压的乘积:

$$P = \begin{cases} I \sum_{i=1}^N V_i = I \sum_{i=1}^N f_i(I), \\ V \sum_{i=1}^N I_i = V \sum_{i=1}^N f_i(V). \end{cases} \quad (1)$$

可统一写成自变量和阵列因变量的乘积:

$$P(x) = x \sum_{i=1}^N f_i(x). \quad (2)$$

即将电池的伏安特性函数统一写成函数 $y=f_i(x)$ 的形式, 其中 x 为自变量, 伏安特性显函数 $f_i(x)$ 为因变量, 下标 i 表明是电池 i 的伏安特性; 阵列的伏安特性函数便可统一写为电池因变量 $f_i(x)$ 加和, 即

$$Y = F(x) = \sum_{i=1}^N f_i(x).$$

显然, 下标 i 的存在揭示阵列中各电池的伏安特性可以不同. 运用到最大功率点也是如此, 于是就可在图 1 中非线性电池最大功率点的散点特征图上画出一条水平线或垂直线(如图 2 所示), 最大功率散点位于相同水平线 $V=V_m$ 上的各电池可构成匹配的并联阵列, 最大功率散点位于相同垂直线 $I=I_m$ 上的各电池可构成匹配的串联阵列. 这样, 我们就把阵列匹配现状中提出的“同工作点匹配”拓展到“线匹配”.

图 2 电池阵列的“同工作点匹配”拓展为“线匹配”

本文旨在讨论各电池的伏安特性函数 $f_i(x)$ 之间在何种关系时, 才能实现“线匹配”?

2.2 阵列失配损失的数学描述

因电池的功率为自变量和因变量的乘积, 电池 i 的最大功率 $p_i(x_{m,i})$ 即为其最大功率点自变量 $x_{m,i}$ 和因变量 $f_i(x_{m,i})$ 的乘积:

$$p_i(x_{m,i}) = x_{m,i} f_i(x_{m,i}). \quad (3)$$

且电池阵列的最大功率 $P(x_M)$ 为阵列最大功率点自变量 x_M 与因变量 $F(x_M)$ 的乘积, 即

$$P(x_M) = x_M F(x_M) = x_M \sum_{i=1}^N f_i(x_M). \quad (4)$$

将电池单体及其阵列的最大功率函数表述式(3)和(4)代入失配损失 ΔP_M 定义式可得

$$\begin{aligned} \Delta P_M &= \sum_{i=1}^N p_i(x_{m,i}) - P(x_M) \\ &= \sum_{i=1}^N x_{m,i} f_i(x_{m,i}) - x_M \sum_{i=1}^N f_i(x_M) \geq 0. \end{aligned} \quad (5)$$

将式(5)中的加和号都提取出来, 就可将阵列的失配损失 ΔP_M 转化为加和号内各个电池的失配损失 $\Delta p_{M,i}$, 即

$$\Delta p_{M,i} = x_{m,i} f_i(x_{m,i}) - x_M f_i(x_M) \geq 0. \quad (6)$$

式(6)揭示, 电池 i 发生功率失配的原因在于自变量 $x_{m,i}$ 偏离到了 x_M 上.

2.3 自变量匹配准则

当 $x_{m,i} = x_M$, 阵列中电池 i 的失配损失 $\Delta p_{M,i}$ 为零. 鉴于 x_M 的数值在阵列构造完成之后才能产生, 以及 $x_{m,i}$ 的数值在阵列构造之前就已存在的事实, 在构造阵列时, 必须建立起阵列中每一块电池关于 $x_{m,i}$ 数值之间的关系, 这个关系应当满足与其等价的下述表述:

$$x_{m,i} = x_{m,i+1} = x_m. \quad (7)$$

即构成阵列的每个电池在最大功率点处的自变量保持相同数值时, 就不会有失配损失. 把式(7)称为电池阵列的自变量匹配准则. 本课题团队的翟载腾等人^[18]、丁金磊等人^[19]曾分别对串并联组件与其电池单体的最大功率点条件式之间的关系进行比较, 获得了与式(7)相同的结论, 但未曾揭示各块电池的伏安特性函数 $f_i(x)$ 之间存在何种关系.

式(7)中各电池自变量相等的匹配准则, 在图2的伏安坐标系中就表现为位于相同水平线或垂直线上各电池的最大功率散点.

2.4 因变量匹配准则

以下关注的是各块电池伏安特性函数 $f_i(x)$ 之间的关系.

令电池的功率 $p_i(x) = xf_i(x)$ 对自变量的一阶导数为零, 并记 $df_i(x)/dx = f'_i(x)$, 可得电池的最大功率点条件式为

$$p'_i(x_{m,i}) = f_i(x_{m,i}) + x_{m,i}f'_i(x_{m,i}) = 0. \quad (8)$$

把式(7)的自变量匹配准则($x_{m,i} = x_{m,i+1}$)引入式(8)中, 得因变量匹配准则:

$$\frac{f_i(x_m)}{f'_i(x_m)} = \frac{f_{i+1}(x_m)}{f'_{i+1}(x_m)}. \quad (9)$$

即构成阵列的每个电池在最大功率点处的因变量数值与其函数微分数值之比应当保持相同. 特别提示, 因变量匹配准则等价于自变量匹配准则.

对因变量匹配准则进行讨论, 会出现以下两种情况:

(1) 若 $f_i(x_m) = f_{i+1}(x_m)$, 则 $f'_i(x_m) = f'_{i+1}(x_m)$. 表明在确保匹配阵列中各电池的自变量和因变量具有相同数值的前提下, 关于因变量的函数微分数值也必须相

同. 实践中采用的“同工作点匹配”见图3, 其数学表述是 $[x_{m,i} = x_{m,i+1}, f_i(x_{m,i}) = f_{i+1}(x_{m,i+1})]$, 但缺少了 $f'_i(x_{m,i}) = f'_{i+1}(x_{m,i+1})$ 的条件限制.

(2) 若 $f_i(x_m) \neq f_{i+1}(x_m)$, 则 $f'_i(x_m) \neq f'_{i+1}(x_m)$. 显然, 这种情况不属于“同工作点匹配”, 但当满足因变量匹配准则时, 也不存在失配损失. 这种情形可称为“类函数匹配”, 关键是如何确定“类函数”的匹配特征.

3 阵列匹配的级数研究

现用级数来表征电池的伏安特性函数, 研究因变量匹配准则式(9), 来确定电池伏安特性函数间的关系, 给出“类函数”的匹配特征.

先考察两块不同电池构成的阵列. 由于电池伏安特性函数中的自变量 x 必为有限值, 所以可用有限项级数来表征这两块电池的伏安特性显函数及其函数微分:

$$\begin{cases} f_i(x) = \sum_{j=0}^{n_1} a_j x^j \\ f_{i+1}(x) = \sum_{j=0}^{n_2} b_j x^j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_i(x) = \sum_{j=1}^{n_1} j a_j x^{j-1} \\ f'_{i+1}(x) = \sum_{j=1}^{n_2} j b_j x^{j-1} \end{cases} \quad (10)$$

只要上述级数项数指标 $n_i > 1$, 就可表征非线性函数了. 定义: $(n_1 \neq n_2)$ 时为异类函数, $(n_1 = n_2 = n)$ 时为同类函数.

将式(10)代入因变量匹配准则式(9)得

图3 “同工作点匹配”阵列中各电池的伏安特性曲线

$$\frac{\sum_{j=0}^{n_1} a_j x_m^j}{\sum_{j=1}^{n_1} j a_j x_m^{j-1}} = \frac{\sum_{j=0}^{n_2} b_j x_m^j}{\sum_{j=1}^{n_2} j b_j x_m^{j-1}}. \quad (11)$$

即两块电池伏安特性函数的级数表述满足式(11), 阵列就能做到匹配。

若($n_1 \neq n_2$), 电池的伏安特性函数为异类函数, 即电池阵列由不同种类的电池构成. 因 a_j 和 b_j 的个数不同, 无法确定伏安特性函数各系数间的关系, 即异类函数无法给出匹配特征. 但只要上述关系成立, 仍然满足自变量匹配准则, 可以实现阵列匹配. 本课题团队的丁金磊等人^[19]和翟载腾等人^[18]曾经研究过这种匹配。

若($n_1 = n_2 = n$), 电池的伏安特性函数为同类函数, 即电池阵列由同一类电池构成. 令 $a_j/b_j = c_j$, 则因变量匹配准则的级数表述式(11)可写为

$$\frac{\sum_{j=0}^n a_j x_m^j}{\sum_{j=1}^n j a_j x_m^{j-1}} = \frac{\sum_{j=0}^n c_j \cdot b_j x_m^j}{\sum_{j=1}^n j b_j x_m^{j-1}} = \frac{\sum_{j=0}^n b_j x_m^j}{\sum_{j=1}^n j b_j x_m^{j-1}}. \quad (12)$$

为确保等号的始终成立, 最简单的方法就是令

$$a_j/b_j = c_j \equiv C. \quad (13)$$

以此可得阵列匹配对其电池伏安特性函数的要求为

$$\frac{f_i(x)}{f_{i+1}(x)} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j x^j}{\sum_{j=0}^n b_j x^j} = \frac{\sum_{j=0}^n c_j \cdot b_j x^j}{\sum_{j=0}^n b_j x^j} = \frac{\sum_{j=0}^n C \cdot b_j x^j}{\sum_{j=0}^n b_j x^j} \equiv C. \quad (14)$$

即阵列匹配条件为构成阵列的每个电池的伏安特性函数间的比值为常数, 亦即“类函数”就是那些具有线性相关性质的级数. 把式(13)称为阵列的“类函数匹配”特征, 式(14)称为“类函数匹配”方法。

如果 $a_j = b_j$, ($j = 1, 2, \dots, n$), 即比值恒为1, 这时不同电池有相同伏安特性函数 $f_i(x) = f_{i+1}(x) = f(x)$, 对应着阵列匹配实践中的“同函数匹配”, 其功率函数曲线见图4。

4 类函数匹配的运用

光伏阵列是典型的非线性电池阵列. 将类函数匹

图4 “同函数匹配”阵列及其电池单体的功率特性曲线

配实际运用于光伏阵列, 目的在于获得各块太阳电池伏安特性函数之间的关系. 此处给出已被广泛认可的太阳电池模型的电流方程^[20]:

$$I = I_{ph,i} - I_{0,i} \left[\exp \left(\frac{V + IR_{s,i}}{n_i V_{th}} \right) - 1 \right] - \frac{V + IR_{s,i}}{R_{sh,i}}, \quad (15)$$

式中, $I_{ph,i}$ 为光生电流, $I_{0,i}$ 为二极管反向饱和电流, n_i 为二极管理想因子, $V_{th}(=kT/q)$ 为热电势, T 为电池温度, $k(=1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})$ 为玻尔兹曼常数, $q(=1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$ 为电子电荷, $R_{s,i}$ 为串联内阻和 $R_{sh,i}$ 为并联内阻。

式(15)指出: 在太阳电池的众多电性参数中, 只有电流方程中的5个电性参数 $I_{ph,i}$, $I_{0,i}$, n_i , $R_{s,i}$, $R_{sh,i}$ (简称为太阳电池五参数)与电池伏安特性曲线轨迹相关, 而其他参数(比如填充因子、转换效率、发电功率和最佳工作点等)描述的是电池的整体或主要现象, 与电池伏安特性函数并无直接关系。

若去掉式(15)中各电性参数的下标来构造电池阵列, 等同于“同函数匹配”; 若在保留各电性参数下标的情形下仍然要求保持阵列匹配, 就需要借助“类函数匹配”方法来决定太阳电池五参数中的哪些电性参数必须做到相等。

电池阵列的级数研究给出的“类函数”匹配特征中系数比值个数 j 随级数的项数 n 而变化, 而实际电池的伏安特性函数中只有有限个电性参数. 因此, 必须把有限个电性参数转换为“类函数匹配”的表述形式后, 才能应用“类函数匹配”结论。

借助Lambert W函数^[21]将太阳电池电流方程

式(15)转换为电压关于电流的显式表述 $V_i = f_i(I)$ 或电流关于电压的显式表述 $I_i = f_i(V)$, 再分别代入“类函数匹配”方法考察串并联阵列的匹配与太阳电池五参数间的关系。

4.1 串联阵列的参数匹配方法

在串联阵列中, 电流 I 为自变量, 电压 $V_i = f_i(I)$ 为因变量. 对太阳电池电流方程式(15)使用Lambert W函数转换得电压关于电流的显式表述^[4,22]为

$$V_i = f_i(I) = (I_{ph,i} + I_{0,i})R_{sh,i} - I(R_{s,i} + R_{sh,i}) - n_i V_{th} W(Y_i), \quad (16)$$

式中,

$$Y_i = \frac{I_{0,i} R_{sh,i}}{n_i V_{th}} \exp \left[\frac{(I_{ph,i} + I_{0,i} - I) R_{sh,i}}{n_i V_{th}} \right].$$

将太阳电池的电压显函数式(16)代入“类函数匹配”特征 $a_j/b_j \equiv C$ 可得

$$\begin{aligned} \frac{(I_{ph,i} + I_{0,i})R_{sh,i}}{(I_{ph,i+1} + I_{0,i+1})R_{sh,i+1}} &= \frac{R_{s,i} + R_{sh,i}}{R_{s,i+1} + R_{sh,i+1}} \\ &= \frac{n_i V_{th} W(Y_i)}{n_{i+1} V_{th} W(Y_{i+1})}. \end{aligned} \quad (17)$$

为方便获取五参数间的关系, 令 $W(Y_i) = W(Y_{i+1})$, 有

$$Y_i = Y_{i+1}. \quad (18)$$

联立式(17)和(18), 整理后可得串联阵列匹配时太阳电池五参数间的关系为

$$\begin{cases} \frac{I_{ph,i}}{I_{ph,i+1}} = \frac{I_{0,i}}{I_{0,i+1}} = 1, \\ \frac{n_i}{n_{i+1}} = \frac{R_{s,i}}{R_{s,i+1}} = \frac{R_{sh,i}}{R_{sh,i+1}}. \end{cases} \quad (19)$$

即光伏串联阵列匹配时, 要求各电池的光生电流和二极饱和电流相同, 把式(19)称为光伏串联阵列的参数匹配方法. 文献[18]也计算出短路电流(实际上应为光生电流)是影响串联组件失配损失最大的参数。

4.2 并联阵列的参数匹配方法

在并联阵列中, 电压 V 为自变量, 电流 $I_i = f_i(V)$ 为因变量. 使用Lambert W函数可将式(15)转换得太阳电池的电流关于电压的显式表述^[4,23]为

$$I_i = f_i(V) = \frac{(I_{ph,i} + I_{0,i})R_{sh,i} - V}{R_{s,i} + R_{sh,i}} - \frac{n_i V_{th}}{R_{s,i}} W(X_i), \quad (20)$$

式中,

$$X_i = \frac{I_{0,i} R_{s,i} R_{sh,i}}{n_i V_{th} (R_{s,i} + R_{sh,i})} \exp \left(\frac{R_{sh,i} (I_{ph,i} R_{s,i} + I_{0,i} R_{s,i} + V)}{n_i V_{th} (R_{s,i} + R_{sh,i})} \right).$$

将太阳电池的电流显函数式(20)代入“类函数匹配”特征 $a_j/b_j \equiv C$ 可得

$$\begin{aligned} \frac{(I_{ph,i} + I_{0,i})R_{sh,i}}{R_{s,i} + R_{sh,i}} &= \frac{1}{R_{s,i} + R_{sh,i}} \\ \frac{(I_{ph,i+1} + I_{0,i+1})R_{sh,i+1}}{R_{s,i+1} + R_{sh,i+1}} &= \frac{1}{R_{s,i+1} + R_{sh,i+1}} \\ &= \frac{\frac{n_i V_{th}}{R_{s,i}} W(X_i)}{\frac{n_{i+1} V_{th}}{R_{s,i+1}} W(X_{i+1})}. \end{aligned} \quad (21)$$

为方便获取五参数间的关系, 令 $W(X_i) = W(X_{i+1})$, 有

$$X_i = X_{i+1}. \quad (22)$$

联立式(21)和(22), 整理后可得并联阵列匹配时太阳电池五参数间的关系为

$$\begin{cases} \frac{n_i}{n_{i+1}} = 1, \\ \frac{I_{ph,i}}{I_{ph,i+1}} = \frac{I_{0,i}}{I_{0,i+1}} = \frac{1/R_{s,i}}{1/R_{s,i+1}} = \frac{1/R_{sh,i}}{1/R_{sh,i+1}}. \end{cases} \quad (23)$$

即光伏并联阵列匹配时, 要求各电池的二极管理想因子相同, 把式(23)称为光伏并联阵列的参数匹配方法. 文献[19]也计算出二极管理想因子是影响并联组件失配损失最大的参数。

5 模拟验证

5.1 太阳电池参数的选择

将太阳电池I和II构成串联阵列以及太阳电池II和III构成并联阵列作为研究对象. 根据串并联阵列参数匹配方法式(19)和(23)来选择太阳电池电性参数的数值(表1).

(1) 串联阵列中, 太阳电池I和II的光生电流和二极饱和反向饱和电流相同, 其余3个电性参数的比值均为0.9, 由此可得其电压显函数式(16)中各项系数的比值也为0.9.

表 1 太阳能电池的电性参数($T=298.15\text{ K}$)

太阳能电池	$I_{ph}\text{ (A)}$	$I_0\text{ (A)}$	n	$R_s\text{ (}\Omega\text{)}$	$R_{sh}\text{ (}\Omega\text{)}$
I	0.5	5	2.16	0.108	27
II	0.5	5	2.4	0.12	30
III	0.4	4	2.4	0.15	37.5

(2) 并联阵列中, 太阳能电池II和III的二极管理想因子相同, 其余4个电性参数的比值均为1.25, 由此可得其电流显函数式(20)中各项系数的比值也为1.25.

5.2 查验电性参数是否满足“类函数匹配”

为验证由光伏串并联阵列参数匹配方法选择的太阳能电池电性参数(表1)是否满足由有限项级数给出的类函数匹配方法, 对太阳能电池I和II的电压显函数 $V=f_i(I)$ 和太阳能电池II和III的电流显函数 $I=f_i(V)$ 分别进行多项式拟合, 其拟合曲线见图5. 显然, 拟合多项式的项数越多, 拟合效果越好, 误差也就越小.

图 5 太阳能电池的伏安函数曲线及其拟合曲线. (a) 太阳能电池I和II的电压显函数的拟合曲线; (b) 太阳能电池II和III的电流显函数的拟合曲线

图5(a)可得: 太阳能电池I和II的电压曲线的拟合多项式均为15次多项式, 即级数项数为 $n_1=n_2=15$, 电压曲线拟合多项式的各项系数 a_j^I, b_j^II 见表2, 且其比值 a_j^I/b_j^II 均为0.90, 等于太阳能电池I和II电压显函数的比值. 拟合曲线与电流曲线间的最大误差分别为0.0090和0.0100, 其比值同样等于0.90.

图5(b)可得: 太阳能电池II和III的电流曲线只需采用8次多项式来拟合, 即级数项数为 $n_2^*=n_3^*=8$. 电流曲线拟合多项式的各项系数 a_j^II, b_j^III 见表3, 且其比值 a_j^II/b_j^III 均为1.25, 等于太阳能电池II和III电流显函数的比值. 拟合曲线与电压曲线间的最大误差分别为 3.7131×10^{-4} 和 2.9705×10^{-4} , 其比值同样为1.25.

显然, 表1中的太阳能电池电性参数满足“类函数匹配”, 验证了级数研究给出的类函数匹配方法及由此推出的串并联阵列参数匹配方法的正确性.

5.3 验证阵列是否匹配

由表1中太阳能电池电性参数值可计算出各太阳能电池的最大功率点的数值见表4, 太阳能电池I和II及其串联阵列的 $P-I$ 曲线和太阳能电池II和III及其并联阵列的 $P-V$

表 2 太阳能电池I和II电压函数的拟合多项式的各项系数

项数	系数 a_j^I	系数 b_j^{II}	a_j^I/b_j^{II}
I^0	0.6359	0.7066	0.90
I^1	0.0407	0.0452	0.90
I^2	-35.7348	-39.7053	0.90
I^3	1972.871	2192.078	0.90
I^4	-58394.87	-64883.19	0.90
I^5	1050775.92	1167528.80	0.90
I^6	-12387143.80	-13763493.11	0.90
I^7	100122692.30	111247435.89	0.90
I^8	-570149175.86	-633499084.29	0.90
I^9	2318638245.73	2576264717.48	0.90
I^{10}	-6744877584.13	-7494308426.81	0.90
I^{11}	13879553697.80	15421726330.90	0.90
I^{12}	-19647284783.97	-21830316426.64	0.90
I^{13}	18102047683.56	20113386315.07	0.90
I^{14}	-9702285010.27	-10780316678.02	0.90
I^{15}	2270721917.91	2523024353.23	0.90

表3 太阳电池II和III电流函数的拟合多项式的各项系数

项数	系数 a_j^{II}	系数 b_j^{III}	$a_j^{\text{II}}/b_j^{\text{III}}$
V^0	0.4978	0.3984	1.25
V^1	-0.0356	-0.0285	1.25
V^2	0.1708	0.1366	1.25
V^3	-3.5696	-2.8557	1.25
V^4	31.8945	25.5156	1.25
V^5	-146.0106	-116.8085	1.25
V^6	353.3432	282.6746	1.25
V^7	-430.1423	-344.1138	1.25
V^8	198.2906	158.6325	1.25

表4 太阳电池的最大功率点参数值($T=298.15\text{ K}$)

太阳电池	$I_m\text{ (A)}$	$V_m\text{ (V)}$	$I'_m\text{ (}\Omega^{-1}\text{)}$	$V'_m\text{ (}\Omega\text{)}$	$p_m\text{ (W)}$
I	0.4270	0.4693	-0.9098	-1.0991	0.2004
II	0.4270	0.5214	-0.8189	-1.2211	0.2226
III	0.3416	0.5214	-0.6552	-1.5263	0.1781

曲线见图6.

表4和图6指出: (1) 串联阵列中的太阳电池I和II的最大功率点位于同一条电流线上, 即最大功率点电流相同($I_{m,1} = I_{m,2} = I_m$), 满足自变量匹配准则; 虽然它们的最大功率点函数值 $V_m = f(I_m)$ 不同, 但其与函数微分数值 $V'_m = f'(I_m)$ 之比值相同($V_{m,1}/V'_{m,1} = V_{m,2}/V'_{m,2}$), 满足因变量匹配准则. 于是, 串联阵列的最大功率点电流 $I_M=0.4270\text{ A}$ 时, 阵列的最大输出功率 $P_{M,\text{ser}}$ 为太阳电池I和II的最大功率之和, 即

$$\begin{aligned} P_{M,\text{ser}} &= p_{m,1} + p_{m,2} = (0.2004 + 0.2226)\text{ W} \\ &= 0.4230\text{ W}. \end{aligned} \quad (24)$$

串联阵列的失配损失 $\Delta P_{M,\text{ser}}$ 为零.

(2) 并联阵列中的太阳电池II和III的最大功率点位于同一条电压线上, 即最大功率点电压相同($V_{m,2} = V_{m,3} = V_m$), 满足自变量匹配准则; 虽然它们的最大功率点函数值 $I_m = f(V_m)$ 不同, 但其与函数微分数值 $I'_m = f'(V_m)$ 之比值相同($I_{m,2}/I'_{m,2} = I_{m,3}/I'_{m,3}$), 满足因变量匹配准则. 于是, 并联阵列的最大功率点电压 $V_M=0.5214\text{ V}$ 时, 阵列的最大输出功率 $P_{M,\text{par}}$ 为太阳电池II和III的最大功率之和, 即

图6 光伏串并联阵列的功率曲线. (a) 串联阵列的 P - I 曲线; (b) 并联阵列的 P - V 曲线

$$\begin{aligned} P_{M,\text{par}} &= p_{m,2} + p_{m,3} = (0.2226 + 0.1781)\text{ W} \\ &= 0.4007\text{ W}. \end{aligned} \quad (25)$$

并联阵列的失配损失 $\Delta P_{M,\text{par}}$ 为零.

因此, 太阳电池构成的串并联阵列均不存在失配损失, 即分别满足串并联阵列参数匹配方法的光伏串并联阵列均处于匹配状态.

6 结论

非线性电池伏安特性的差异使其最大功率点在伏安(V - I)坐标系中呈现为无规律的散点, 通过建立电池阵列功率函数指出了各电池的最大功率散点位于水平或垂直线上时, 构成的阵列匹配, 即将阵列在最大功率下的“同工作点匹配”拓展为“线匹配”.

对非线性电池及其阵列的最大功率点进行函数分析得: 一个基本准则——自变量匹配准则, 以及一个重要准则——因变量匹配准则. 自变量匹配准则证明了“线匹配”的存在, 因变量匹配准则的讨论指出了“同工

作点匹配”的理论不足.

用有限项级数来表征电池的伏安特性显函数研究因变量匹配准则得:“类函数匹配”方法——阵列中各电池的伏安特性显函数间的比值是常数. 当该比值常数为1时, 各电池的伏安特性函数相同, 这就是实际做法“同函数匹配”的理论依据.

以Lambert W函数为媒介, 在级数阶数 n 不确定的

类函数匹配方法和电性参数数目确定的电池电流方程间建立起对应关系, 给出电池参数匹配方法(串联阵列只需光生电流 I_{ph} 和二极管反向饱和电流 I_0 相同, 并联阵列只需二极管理想因子 n 相同), 可实践指导电池阵列的“线匹配”.

最后, 以光伏阵列的匹配案例对匹配准则、类函数匹配方法和参数匹配方法进行了模拟验证.

参考文献

- Bucciarelli Jr. L L. Power loss in photovoltaic arrays due to mismatch in cell characteristics. *Sol Energy*, 1979, 23: 277–288
- 刘素梅. 光伏方阵失配现象研究. 硕士学位论文. 汕头: 汕头大学, 2008. 3
- 翟载腾. 任意条件下光伏阵列的输出性能预测. 博士学位论文. 合肥: 中国科学技术大学, 2008. 57–65
- 丁金磊. 太阳能电池 $I-V$ 方程显式求解原理研究及应用. 博士学位论文. 合肥: 中国科学技术大学, 2007. 77–81
- Alonso-García M, Ruiz J, Chenlo F. Experimental study of mismatch and shading effects in the $I-V$ characteristic of a photovoltaic module. *Sol Energy Mater Sol Cells*, 2006, 90: 329–340
- Martínez-Moreno F, Muñoz J, Lorenzo E. Experimental model to estimate shading losses on PV arrays. *Sol Energy Mater Sol Cells*, 2010, 94: 2298–2303
- Forníes E, Naranjo F, Mazo M, et al. The influence of mismatch of solar cells on relative power loss of photovoltaic modules. *Sol Energy*, 2013, 97: 39–47
- Spertino F, Ciocia A, Di Leo P, et al. A power and energy procedure in operating photovoltaic systems to quantify the losses according to the causes. *Sol Energy*, 2015, 118: 313–326
- Lorente D G, Pedrazzi S, Zini G, et al. Mismatch losses in PV power plants. *Sol Energy*, 2014, 100: 42–49
- Wurster T S, Schubert M B. Mismatch loss in photovoltaic systems. *Sol Energy*, 2014, 105: 505–511
- Evans R, Kim K H, Wang X, et al. Simplified technique for calculating mismatch loss in mass production. *Sol Energy Mater Sol Cells*, 2015, 134: 236–243
- Iannone F, Noviello G, Sarno A. Monte Carlo techniques to analyze the electrical mismatch loss in large-scale photovoltaic generators. *Sol Energy*, 1998, 62: 85–92
- 宋菁, 徐青山, 祁建华, 等. 光伏电池运行失配模式及特性分析. 电力系统及其自动化学报, 2010, 22: 119–123
- Shirzadi S, Hizam H, Wahab N I A. Mismatch losses minimization in photovoltaic arrays by arranging modules applying a genetic algorithm. *Sol Energy*, 2014, 108: 467–478
- Pareek S, Dahiya R. Output power maximization of partially shaded 4×4 PV field by altering its topology. *Energy Procedia*, 2014, 54: 116–126
- 刘祝鸿, 陈鸣. 太阳能电池组件中电池的失配现象研究. 太阳能学报, 2012, 12: 2074–2079
- Kaushika N, Rai A. An investigation of mismatch losses in solar photovoltaic cell networks. *Energy*, 2007, 32: 755–759
- 翟载腾, 程晓舫, 丁金磊, 等. 电性参数对串联太阳能电池失配损失的影响. 中国电机工程学报, 2006, 26: 42–45
- 丁金磊, 程晓舫, 翟载腾, 等. 太阳能电池模型参数对并联组件输出特性的影响. 太阳能学报, 2007, 28: 1312–1316
- Lappalainen K, Valkealahti S. Effects of PV array layout, electrical configuration and geographic orientation on mismatch losses caused by moving clouds. *Sol Energy*, 2017, 144: 548–555
- Lambert J H. Observationes variae in Mathesin Puram. *Acta Helv Phys Math Anat Bota-Med*, 1758, 3: 128–168
- Ding J, Radhakrishnan R. A new method to determine the optimum load of a real solar cell using the Lambert W-function. *Sol Energy Mater Sol Cells*, 2008, 92: 1566–1569
- Gao X, Cui Y, Hu J, et al. Lambert W-function based exact representation for double diode model of solar cells: Comparison on fitness and parameter extraction. *Energy Convers Manage*, 2016, 127: 443–460

The maximum power matching of a nonlinear cell array

CHENG XiaoFang, YUAN QiBin, ZHU WenYan & CHENG ZiQi

Department of Thermal Science and Energy Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China

The cell power can be expressed as the product of the independent variable and the voltage-current function (dependent variable). The maximum power points of different cells are shown as irregular scattered points in the voltage-current coordinates that have mismatch loss for connecting in array. Through setting up the power function of cell array, this paper points out the matching conditions of cell array is that the maximum power points of each cell locate in a same horizontal or vertical line. And the matching method of cell array is expanded to “line matching” by “same working point matching” under the maximum power. According to the mathematical description of mismatch loss of cell array, the independent variable and dependent variable matching criterion of the array without mismatch loss is given. The independent variable matching criterion proves that the method of “line matching” does exist and the dependent variable matching criterion reveals the shortcomings of the method of “same working point matching”. Using the series with finite terms to study different cells under the dependent variable matching criterion, that reveals the ratio of each coefficient in the expression of the series are constant and obtains the matching method of “same class function matching” that the ratio of the voltage-current function of each cell in a array is constant. Taking the medium of the Lambert W function establishes the corresponding relationship between the “same class function matching” method of uncertain number of series order and the cell voltage-current equation of determine the number of cell parameters, and deduces the method of “cell parameters matching” that only the photoelectric current and the diode reverse saturation current are the same in a series array and the parallel array is the same as the diode ideal factor, which can practically guide the “line matching” method of cell array. Finally, the feasibility and correctness of the matching methods are confirmed by the simulation experiment of solar cell.

cell array, line matching, parameters matching, series study, solar cell

doi: [10.1360/N092017-00404](https://doi.org/10.1360/N092017-00404)