



电子磁流体模型及 Biermann 电池效应和位移电流效应

王晓钢*, 纪晓飞

北京大学物理学院, 核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871

*联系人, E-mail: xgwang@pku.edu.cn

收稿日期: 2013-06-25; 接受日期: 2013-07-04

国家自然科学基金资助项目(批准号: 10935004, 11261140326)

摘要 电子磁流体(Electron Magnetohydrodynamics, EMHD)理论在空间、天体等离子体物理以及纯电子等离子体物理领域, 特别是磁场的产生、磁力线的重联等重要物理现象的研究中有广泛应用. 近年来对一些空间、天体物理过程的实验室模拟以及相关的激光等离子体物理与高能量密度物理的研究中, 等离子体物理过程的快尺度时空演化导致位移电流效应、Biermann 电池效应等对电子磁流体模型的一些基本假设产生重要的修正. 本文在讨论分析电子磁流体理论模型主要近似的基础上, 研究了 Biermann 电池效应与位移电流引起的效应, 并进一步讨论了这一些效应对一些重要等离子体物理过程的影响.

关键词 电子磁流体, 电子趋肤深度, Biermann 电池效应, 位移电流效应

PACS: 52.30.Cv, 52.30.Ex, 52.35.-g, 52.35.Vd, 52.65.-y

doi: 10.1360/132013-308

1 引言

电子磁流体(Electron Magnetohydrodynamics, EMHD)模型是等离子体流体描述的基本理论模型之一^[1]. 基于等离子体中离子质量远远大于电子质量这一重要物理特性, 电子磁流体模型注重研究远远小于离子特征响应时间和离子运动特征尺度的高频、短波物理过程, 近似地忽略了离子的运动. 因此, 这一模型在空间、天体以及纯电子等离子体物理, 特别是近年来对一些空间、天体物理过程的磁场的产生、磁

力线的重联等重要物理现象的研究中有广泛应用^[2–7]. 这些物理现象的实验室模拟研究也发展很快^[8–11]. 近年来, 大功率、短脉冲激光产生等离子体的实验研究及其对空间、天体现象的实验室模拟发现, 等离子体的非均匀性对电子磁流体模型所描述的物理过程的影响是关键性的, 特别是所谓“Biermann 电池”效应(Biermann Battery Effect) $\nabla n_e \times \nabla T_e$ (这里 n_e 是电子数密度, T_e 是电子温度)^[2], 类似于流体力学中的“斜压效应”(Baroclinic Effect) $\nabla \rho \times \nabla p$ (这里 ρ 是流体密度, p 是流体压强)^[12,13], 是打破电子磁流体模型中“广义涡

引用格式: 王晓钢, 纪晓飞. 电子磁流体模型及 Biermann 电池效应和位移电流效应. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 1299–1305
Wang X G, Ji X F. Electron magnetohydrodynamics (EMHD) and Biermann battery and displacement current effects (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2013, 43: 1299–1305, doi: 10.1360/132013-308

旋”(Generalized Vorticity)“冻结条件”(Frozen-In Condition), 并产生自生磁场的主要原因之一. 这里“广义涡旋”是电子磁流体模型研究的主要物理量, 我们会在正文中详细讨论.

这一重要的等离子体物理效应是由于在快速变化的等离子体和磁场产生过程中导致的小尺度等离子体密度以及电磁场的非均匀性. 这种小尺度不均匀是等离子体参数快尺度时间变化引起的、且进一步导致了等离子体参数在快尺度时间上进一步发生显著变化. 如果等离子体的非均匀性是在电子趋肤深度 $d_e=c/\omega_{pe}$ 的尺度上, 那么其导致的时间变化尺度就大约与电子的等离子体频率 ω_{pe} 相当. 这里 c 是真空中的光速, 而电子等离子体频率 $\omega_{pe}=(4\pi n_e e^2/m_e)^{1/2}$; e 是基本电荷, m_e 是电子静止质量. 这样, 电子磁流体模型所描述的等离子体高频扰动可以达到光学电磁波的频率. 在这种情况下, 通常电子磁流体模型中被忽略的位移电流就变得非常重要. 在这篇文章中, 我们会重点研究电子磁流体理论模型中的 Biermann 电池效应及位移电流效应, 并进一步研究这些效应对一些重要的等离子体物理过程的影响.

在这篇文章中, 首先, 我们给出传统的(Conventional)电子磁流体模型方程. 然后我们进一步讨论电子磁流体模型的基本性质以及“Biermann 电池”效应对这一模型的修正及其物理意义. 在这一基础上, 我们引入位移电流效应, 研究其对电子磁流体模型的影响. 再进一步讨论其应用. 最后简单总结一下我们得到的结果.

2 电子磁流体(EMHD)模型

基于流体力学的图像、或者直接从统计物理的速度空间分布函数及其满足的方程(如 Vlasov 方程)出发, 我们可以得到“无碰撞”等离子体的“双流体”方程组(Two-fluid Equations):

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{u}_\alpha) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} n_\alpha m_\alpha \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla \mathbf{u}_\alpha \right) \\ = -\nabla p_\alpha + n_\alpha q_\alpha \left[\mathbf{E} + \frac{\mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}}{c} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p_\alpha}{\partial t} + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla p_\alpha = -\gamma_s p_\alpha \nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha, \quad (3)$$

以及

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \left(+ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \equiv \frac{4\pi}{c} \sum_\alpha n_\alpha q_\alpha \mathbf{u}_\alpha \left(+ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right). \quad (4)$$

这里 $\alpha=i, e$ 代表带电粒子的种类. 对 α 类粒子来说: n_α 是粒子数密度, m_α 是粒子质量, q_α 是粒子电荷电量, $\mathbf{u}_\alpha$ 是其流体速度, $p_\alpha = n_\alpha T_\alpha$ 是其理想气体近似下的分压强(其中取适当的能量单位使得玻尔兹曼常数 $k_B=1$). 显然, 磁场 $\mathbf{B}$ 还需要满足约束条件 $\nabla \cdot \mathbf{B}=0$.

对于静电模式, 我们用 Poisson 方程计算电场

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \sum_\alpha n_\alpha q_\alpha, \quad (5)$$

而对电磁模式, 则要用 Faraday 定律

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (6)$$

上面(4)–(6)式中 $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{J}$ 分别是“平均场”(自洽场)意义下的电场强度、磁感应强度和等离子体电流密度.

一般来说, 双流体模型是描述等离子体宏观(大于粒子回旋半径的尺度)运动的有力工具. 特别值得指出的是: 这个理论模型在高频波段也可以应用, 甚至在回旋半径的尺度上也可以得到一些有用的结果. 但是, 由于电子与离子质量之间超过三个数量级的差别, 在具体计算双流体模型时, 会遇到所谓“刚性”问题: 即电子已经完全改变了运动状态, 离子还基本没有动! 这使得我们在计算离子运动尺度下的物理问题时, 耗费大量的计算机时间. 而且由于程序编码本身的精度, 即使经过长时间运算看到了离子的运动, 其结果很可能或者是有很强的数值不稳定性、或者是很难令人相信. 而为了稳定程序编码引进的各种耗散, 往往带来人为的非物理的效应. 即使进行纯理论的解析推导, 也有过程繁杂、且得到的物理图像不清晰的问题. 所以我们经常要做进一步的近似.

因为“刚性”问题是由于电子、离子惯性的显著不同引起的, 即 $m_e/m_i \ll 1$, 所以我们采取的最低阶近似是, $m_e/m_i \rightarrow 0$. 这可以有两种方式. 第一种方式是: 我们在主要考虑电子运动时, 可以认为离子响应是“无穷慢”的, 所以取 m_e 有限但是 $m_i \rightarrow \infty$. 或者说只把离子看成是保持总体电中性的“背景”. 这种近似下离子的运动方程(2)简化成

$$\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \mathbf{u}_i = 0, \quad m_i \rightarrow \infty. \quad (7)$$

从而得到(4)中的离子流体速度 $\mathbf{u}_i$; 并从离子的连续

性方程(1)得到式(5)中离子空间分布的数密度 n_i ; 加上描述电子运动的方程组, 就是广义的电子磁流体(EMHD)方程组. 这个模型适用于研究时空尺度在“电子惯性尺度”(电子趋肤深度 d_e 的数量级)的小变化范围和快时间尺度(大约在电子等离子体频率 ω_{pe} 或回旋频率 $\omega_{ce}=eB/m_e c$ 的数量级)的问题. 容易证明, $d_e=(\beta_e/2)^{1/2}\rho_e$; 这里 $\beta_e=8\pi n_e T_e/B^2$ 是电子等离子体比压, 而 $\rho_e=v_e/\omega_{ce}$ 是电子回旋半径(其中 $v_e=(T_e/m_e)^{1/2}$ 是电子热运动速度).

但是在过去的传统电子磁流体理论研究中^[14,15], 人们往往会做进一步的简化: 完全忽略离子的运动, 而假设 $\mathbf{J}=-n_e e \mathbf{u}_e$. 这一假设在线性问题中是“严格”的, 即满足离子的连续性方程(1)以及运动方程(7); 但是在非线性过程中只是一种“选择”. 考虑这一假设, 则在忽略式(4)中的位移电流项的低频流体近似下(相当于不考虑光学电磁波这样的快尺度效应), 容易得到

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -e \nabla \cdot (n_e \mathbf{u}_e) = 0. \quad (8)$$

代入式(1)后可以看到, 电子密度在这一近似下不随时间变化. 如果进一步假设电子是“不可压缩”的, 即假设 $\nabla \cdot \mathbf{u}_e = 0$. 则直接导致电子密度也不随空间变化, 即电子密度 n_e 为常数.

所以, 电子密度 n_e 为常数有两个前提(充分条件):

(1) 忽略了位移电流; (2) 忽略了电子的可压缩性(Electron Compressibility).

引入电子流体的“正则动量” $\mathbf{P}_e = m_e \mathbf{u}_e - e \mathbf{A}/c$, 对式(2)取旋度, 并考虑上述两个条件下电子密度是空间均匀的, 容易得到

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{P}_e) = \nabla \times (\mathbf{u}_e \times (\nabla \times \mathbf{P}_e)). \quad (9)$$

定义“广义涡旋” $\mathbf{\Omega}_e = \nabla \times \mathbf{P}_e$, 式(8)式可以写成

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}_e}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}_e \times \mathbf{\Omega}_e). \quad (10)$$

从 $\mathbf{J} = -n_e e \mathbf{u}_e$ 与忽略了位移电流项的式(4), 可以得到 $\mathbf{u}_e = -c \nabla \times \mathbf{B} / 4\pi n_e$; 代入 $\mathbf{\Omega}_e = \nabla \times \mathbf{P}_e$, 得到

$$\mathbf{\Omega}_e = m_e \nabla \times \mathbf{u}_e - e \mathbf{B} / c = -e(1 - d_e^2 \nabla^2) \mathbf{B} / c. \quad (11)$$

这组方程(10), (11)传统地被称为电子磁流体基本方程. 其主要特性是“广义涡旋” $\mathbf{\Omega}_e$ 被“冻结”在电子流体 $\mathbf{u}_e$ 中.

3 电子磁流体中的波动性质

我们现在来讨论电子磁流体模型的一些主要性

质.

将电子磁流体方程(10), (11)线性化, 我们可以得到具有下面色散关系的电子哨声波(EW)^[15]

$$\omega_{ew} = \frac{k_{\parallel} k d_e^2 \omega_{ce}}{1 + k^2 d_e^2}. \quad (12)$$

其中 $k_{\parallel}$ 表示平行于初始的平衡磁场的波数分量. 考虑到关系 $d_e^2 \omega_{ce} = d_i^2 \omega_{ci} = d_i V_A$, 在 $d_e \ll 1/k_{\perp} \ll d_i$ 的条件下, 这个结果与霍尔磁流体(Hall MHD)近似下得到的、与动理学阿尔芬波(Kinetic Alfvén Wave, KAW)性质相近的低频“霍尔哨声波”(HW)色散关系^[16]一致

$$\begin{aligned} \omega_{hw} &= k_{\parallel} V_A (1 + k_{\perp}^2 d_i^2)^{1/2} \approx k_{\parallel} V_A k_{\perp} d_i \\ &= k_{\parallel} k_{\perp} d_i^2 \omega_{ci} = k_{\parallel} k_{\perp} d_e^2 \omega_{ce} \approx \omega_{ew}. \end{aligned} \quad (13)$$

这里 $d_i = c/\omega_{pi}$ 是所谓“离子惯性尺度”, $\omega_{pi} = (4\pi n_i e^2/m_i)^{1/2}$ 是离子等离子体频率; 且 $k_{\parallel} \ll k_{\perp} \approx k$. 有意思的是, 电子哨声波色散关系(式(12))是从传统的电子磁流体理论模型得到的, 而“霍尔哨声波”色散关系(式(13))则是在非均匀等离子体条件下(磁场在垂直方向上变化、密度也在该方向上缓变)从霍尔磁流体得到的. 如何来理解二者的一致性呢?

实际上, 如果等离子体的空间特征尺度(比如扰动波长的垂直分量 $k_{\perp}$)远大于电子趋肤深度, 即满足上面近似条件 $d_e \ll 1/k_{\perp} \ll d_i$ 的左端, 有 $d_e^2 \nabla^2 \ll 1$, $\mathbf{\Omega}_e \approx -e \mathbf{B} / c$. 于是电子磁流体方程(10)简化成

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}). \quad (14)$$

即磁力线被“冻结”在电子流体 $\mathbf{u}_e$ 中. 这个方程与理想磁流体(Ideal MHD)欧姆定律 $\partial \mathbf{B} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ 有相同的形式. 只是那里的“磁流体”速度 $\mathbf{u}$ 被这里的电子流体速度 $\mathbf{u}_e$ 所取代. 所以式(14)式给出的物理特性是: 只有电子流体元和磁力线“冻结”在一起, 而离子则没有被“磁化”! 因此, 电子的运动和离子的运动是分离的——这是典型的霍尔效应. 事实上, 如果我们这时考虑离子的运动, 并利用准电中性条件, 电子流体速度就成为 $\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_e - \mathbf{J}/ne$. 将其代入式(14), 容易得到

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla \times \left(\frac{\mathbf{J}}{ne} \times \mathbf{B} \right). \quad (15)$$

这个方程就是霍尔磁流体得到的“广义欧姆定律”, 其右边第二项就是霍尔电场 $c \mathbf{J} \times \mathbf{B} / ne$ 的贡献. 忽略霍尔电场项, 我们就得到理想磁流体的欧姆定律.

霍尔磁流体模型是取 $m_e/m_i \ll 1$ 的最低阶近似,

即 $m_e/m_i \rightarrow 0$ 的另一极端: 取 m_i 有限但是 $m_e \rightarrow 0$; 所以这个模型注重离子的运动, 而把电子的响应看成“即时”的, 完全忽略了电子惯性^[17]. 因此, 霍尔磁流体模型适用于离子惯性尺度 d_i 上的物理问题. 这样, 我们可以把 d_e 尺度的电子磁流体区域作为“内区”(Inner Region), 把 d_i 尺度的霍尔磁流体区域作为“外区”(Outer Region). 当垂直磁力线方向的变化的特征长度 $1/k_\perp$ 从霍尔磁流体区(外区)趋向 d_e , 从电子磁流体区(内区)趋向 d_i ; 则其“内区”的电子磁流体解(式(12))与“外区”的霍尔磁流体解(式(13))就会互相“匹配”. 这正是奇异层(Singular Layer)问题内、外区解的“匹配条件”(Matching Condition). 事实上, 等离子体中的阿尔芬共振(Alfvén Resonance)问题就是一个典型的例子^[18]. 在磁流体的尺度上, 等离子体是非均匀的; 离子惯性尺度的阿尔芬共振层也保持着这种非均匀性(特征尺度为 $1/k_\perp$), 导致斜传播的低频哨声波; 而小到阿尔芬共振层中心的电子趋肤深度的区域, 等离子体(包括磁场)都可以看成是均匀的^[19]. 这就是为什么从传统的电子磁流体理论模型(基于背景等离子体的均匀假设)得到的电子哨声波色散关系(式(12))与非均匀等离子体条件下从霍尔磁流体得到的“霍尔哨声波”色散关系(式(13))在“匹配条件” $d_e \ll 1/k_\perp \ll d_i$ 下是一致的.

这种哨声波色散关系在空间等离子体中快磁重联过程的卫星观测研究中已经被探测到, 与理论结果符合得很好^[20]. 但是值得注意的是, 在磁重联问题中, 电子磁流体应用的电子惯性区域的等离子体非均匀性还是很显著的. 所以卫星观测到的色散关系更符合在离子惯性区斜传播的低频“霍尔哨声波”(式(13))而不是电子磁流体在均匀背景等离子体条件下得到的电子哨声波(式(12)).

显然, 传统的电子磁流体模型假设了电子流体的不可压缩性, 得到电子密度的均匀分布, 限制了模型的应用范围. 在很多情况下, 比如空间等离子体中磁零点附近的物理过程, 因为磁场很弱, 不可压缩电子流体的假设并不成立. 因此我们需要考虑在非均匀等离子体中的电子磁流体理论模型.

4 电子磁流体中的非均匀性 Biermann 电池效应

我们现在来讨论在密度、温度不均匀的等离子体

中, 非均匀性(Nonuniformity)对电子磁流体理论模型的修正.

其他条件不变, 但是考虑等离子体密度、温度的空间变化, 在对式(2)取旋度时, 方程的右边会多出一个“Biermann 电池”项 $\nabla n_e \times \nabla T_e$. 则即方程(10)变为^[21]

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}_e}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}_e \times \mathbf{\Omega}_e) + \frac{1}{n_e} \nabla n_e \times \nabla T_e. \quad (16)$$

在 $d_e^2 \nabla^2 \ll 1$, $\mathbf{\Omega}_e \approx -e\mathbf{B}/c$ 时上式简化成^[22]

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \frac{c}{n_e e} \nabla n_e \times \nabla T_e. \quad (17)$$

严格来说, 因为空间的不均匀性, 线性化求解式(16)(或者式(17))会得到在密度、温度变化方向上的本征方程. 相应的本征值是对应于特定垂直于密度变化方向的波数的等离子体波动频率. 然后我们由密度、温度分布的边界条件确定本征值和本征函数解. 但是如果背景电子密度、温度分布变化的特征尺度远远大于波动在该方向上的变化尺度, 我们可以用“程函”(Eikonal)近似的方法, 近似求解线性化方程.

不失一般性, 假设背景磁场是 z 方向的均匀磁场, 电子流体的背景密度在垂直磁场的 x 方向上变化而背景温度是常数, 对二维电子流体在程函近似下有物理量的波动

$$f_1 = \tilde{f}(x) e^{-i\omega t + ik_y z} = \hat{f} e^{iS(x)} e^{-i\omega t + ik_y z}.$$

其中 $k_x = dS/dx$ 满足 $|dk_x/dx| \ll k_x^2$. 可得

$$\nabla n_e \times \nabla T_e = -ik_\parallel K_n n_e T_{e1} \hat{y}.$$

这里 $1/K_n \equiv n_{e0}/(dn_{e0}/dx)$ 是背景密度变化的特征长度. 代入式(16), 我们得到

$$\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} = \frac{\nabla \times (\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0)}{1 + k^2 d_e^2} + \frac{ick_\parallel K_n T_{e1} \hat{y}}{e(1 + k^2 d_e^2)}. \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{u}_e = -\frac{ick \times \mathbf{B}_1}{4\pi en_{e0}},$$

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0) &= (-ik_\parallel \mathbf{u}_{e\perp} + ik_x u_{ex} \hat{z}) m_e \omega_{ce} \\ &\approx (-ik_\parallel u_{ey} \hat{y} + ik_x u_{ex} \hat{z}) m_e \omega_{ce}. \end{aligned}$$

其中用到条件 $k_\parallel \ll k_x \approx k$. 显然, $\mathbf{B}_{1x}$ 与 $\mathbf{B}_{1z}$ 没有受到 Biermann 电池效应的影响, 仍然可以得到电子哨声波.

对于 $\mathbf{B}_{1y}$, 可以分两种情况讨论.

对于非常小的初始“种子磁场”导致的“自生”磁

场问题, $\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0$ 是可以忽略的, 则有

$$-i\omega B_{1y} \approx \frac{ick_{\parallel} K_n T_{e1}}{e(1+k^2 d_e^2)}. \quad (19)$$

对电子流体, 线性化式(3), 得到

$$\begin{aligned} \frac{T_{e1}}{T_{e0}} &= -\frac{n_{e1}}{n_{e0}} - i \frac{K_n u_{ex}}{\omega} - i \frac{\gamma_s \nabla \cdot \mathbf{u}_e}{\omega} \\ &= -i \frac{(\gamma_s - 1) \nabla \cdot \mathbf{u}_e}{\omega} = \frac{c K_n k_{\parallel}}{4\pi e n_{e0} \omega} (1 - \gamma_s) B_{1y}. \end{aligned}$$

代入式(19), 容易得到

$$\omega^2 \approx (\gamma_s - 1) \frac{K_n^2 d_e^2}{1 + k^2 d_e^2} k_{\parallel}^2 v_e^2. \quad (20)$$

显然, 对 $\gamma_s > 1$ 的电子流体, 这是一个密度梯度引起的沿磁力线传播的“热波”; 但是对 $\gamma_s < 1$ (特殊的“绝热”) 的电子流体, 会导致可压缩性 $\nabla \cdot \mathbf{u}_e$ 引起的不稳定性.

一般情况下, $\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0$ 是不能忽略的. 从(18)我们不难得到

$$\omega^2 \approx \omega_{ew}^2 + (\gamma_s - 1) \frac{K_n^2 d_e^2}{1 + k^2 d_e^2} k_{\parallel}^2 v_e^2. \quad (21)$$

这里 ω_{ew} 由(12)式给出. 可见一般情况下, “Biermann 电池”效应引起的线性修正是很小的 ($K_n d_e \ll 1$). 但是在非线性阶段, 这一项可以变得非常重要. 比如在磁场自生过程的初始阶段, $\mathbf{B}$ 只是一个很小的种子磁场, 则磁场的增长 $\partial \mathbf{B} / \partial t$ 主要来自 Biermann 电池效应的贡献, 即使等离子体的“平均场”(Mean Field)密度、温度分布基本是均匀的, 在非线性阶段 Biermann 电池效应的二阶起伏关联 $\langle \mathbf{k}_T \times \mathbf{k}_n \tilde{n}_e \tilde{T}_e \rangle$ 的贡献也可以是很显著的 (这里 $\mathbf{k}_T$, $\mathbf{k}_n$ 分别是温度、密度扰动的“波数”). 所以 Biermann 电池效应被作为“发电机”(Dynamo)效应^[23]以外的另一种在等离子体中诱发自生磁场的主要机制.

5 电子磁流体中位移电流效应

如果等离子体的非均匀性是在电子趋肤深度 $d_e = c/\omega_{pe}$ 的尺度上, 那么其导致的时间变化尺度就大约与电子的等离子体频率 ω_{pe} 相当, 则电子磁流体模型所描述的等离子体高频扰动可以达到光学电磁波的频率. 在这种情况下, 通常电子磁流体模型中被忽略的位移电流就变得非常重要. 我们现在就来讨论位移电流效应的影响.

为简化起见, 我们限于讨论均匀背景的电子磁流体模型.

将 $\mathbf{J} = -n_e e \mathbf{u}_e$ 代入包括位移电流项的式(4), 得到

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_e &= -\frac{c \nabla \times \mathbf{B}}{4\pi e n_e} + \frac{1}{4\pi e n_e} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ &= -\frac{c \nabla \times \mathbf{B}}{4\pi e n_e} - \frac{1}{4\pi e n_e} \frac{\partial}{\partial t} \left[\nabla \phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} \right]. \end{aligned}$$

这里 ϕ 是静电势. 将这个结果代入广义涡旋, 得到

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_e &= m_e \nabla \times \mathbf{u}_e - \frac{e \mathbf{B}}{c} \\ &= -\frac{e}{c \omega_{pe}^2} \left[\omega_{pe}^2 + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right) \right] \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (22)$$

代入(10), 线性化后求色散关系, 得到

$$\omega \left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2 + k^2 c^2} \right] = \omega_{ew} = \frac{k_{\parallel} k d_e^2 \omega_{ce}}{1 + k^2 d_e^2}. \quad (23)$$

在低频段, $\omega \ll \omega_{pe}$, 我们仍然得到电子哨声波解 $\omega \approx \omega_{ew}$; 在高频段 $\omega \sim \omega_{pe}$, 我们得到光学电磁波解 $\omega^2 \approx \omega_{pe}^2 + k^2 c^2$. 可以看出, 对于高频波动, (22)式中的光学电磁波传播因子 $D(\partial/\partial t, \nabla) = \partial^2/\partial t^2 - c^2 \nabla^2 + \omega_{pe}^2$ 会迅速将扰动涡旋“抹平”; 也就是说, 迅速将小尺度起伏传播出其产生的区域. 因此, 在位移电流效应比较显著的区域, 小尺度 ($\sim d_e$) 的电磁湍流很难发展起来. 这对于等离子体湍流、磁场产生、磁力线湍性重联等重要的等离子体物理问题, 都有关键性的影响.

6 讨论与总结

在这篇文章中, 我们从双流体模型给出传统的电子磁流体方程, 然后进一步讨论了这个模型的基本性质以及“Biermann 电池”效应和位移电流效应对这一模型的修正及其物理意义. 我们发现, 对 $\gamma_s > 1$ 的电子流体, 电子流体的密度梯度的“Biermann 电池”效应会引起的沿磁场传播的“热波”; 对 $\gamma_s < 1$ 的电子流体, 则会导致可压缩性 $\nabla \cdot \mathbf{u}_e$ 引起的不稳定性而诱发磁场的增长. 而位移电流效应产生的光学电磁波传播因子会迅速将小尺度起伏传播出其产生的区域. 因此, 在位移电流效应比较显著的区域, 小尺度 ($\sim d_e$) 的电磁湍流很难发展起来.

“Biermann 电池”效应与位移电流效应的综合作用会产生更多的小尺度快传播的运动模式甚至不稳定性. 这些模式的非线性发展会对一些重要的等离

子体物理过程如磁场的产生、磁力线的重联产生重要影响, 特别是解释一些爆炸式(Explosive)发展的天体

物理与高能量密度物理过程. 这方面的研究会是一个非常有发展前景的领域.

参考文献

- 1 Kingsep A S, Chukbar K V, Yankov V V. Reviews of Plasma Physics. New York: Consultants Bureau, 1990
- 2 Biermann L. Über den ursprung der magnetfelder auf sternern und im interstellaren raum. Z Naturforsch, 1950, 5(a): 65–71
- 3 Mestel L, Roxburgh I W. On the thermal generation of toroidal magnetic fields in rotating stars. Mon Not Roy Astr Soc, 1962, 136: 615–626
- 4 Masuda S, Kosugi T, Hara H, et al. A loop-top hard X-ray source in a compact solar flare as evidence for magnetic reconnection. Nature, 1994, 371(6497): 495–497
- 5 Phan T D, Gosling J T, Davis M S, et al. A magnetic reconnection X-line extending more than 390 Earth radii in the solar wind. Nature, 2006, 439(7073): 175–178
- 6 Xiao C J, Wang X G, Pu Z Y, et al. In situ evidence for the structure of the magnetic null in a 3D reconnection event in the Earth's magnetotail. Nature Phys, 2006, 2(7): 478–483
- 7 Xiao C J, Wang X G, Pu Z Y, et al. Satellite observations of separator-line geometry of three-dimensional magnetic reconnection. Nature Phys, 2007, 3(9): 609–613
- 8 Stenzel R L, Urrutia J M, Strohmaier K D. Nonlinear electron magnetohydrodynamics physics I. Whistler spheromaks, mirrors, and field reversed configurations. Phys Plasmas, 2008, 15(4): 042307
- 9 Urrutia J M, Stenzel R, Strohmaier K D. Nonlinear electron magnetohydrodynamics physics II. Wave propagation and wave-wave interactions. Phys Plasmas, 2008, 15(4): 042308
- 10 Li C K, Séguin F H, Frenje J A, et al. Observation of megagauss-field topology changes due to magnetic reconnection in laser-produced plasmas. Phys Rev Lett, 2007, 99(5): 055001
- 11 Zhong J Y, Li Y T, Wang X G, et al. Modelling loop-top X-ray source and reconnection outflows in solar flares with intense lasers. Nature Phys, 2010, 6(12): 984–987
- 12 Charney J G. The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. J Meteor, 1947, 4: 135–162
- 13 Eady E. Long waves and cyclone waves. Tellus, 1949, 1(3): 33–52
- 14 Das A, Diamond P H. Phys Plasmas, 2000, 7(1): 170–177
- 15 Biskamp D, Schwarz E, Zeiler A, et al. Electron magnetohydrodynamic turbulence. Phys Plasmas, 1999, 6(3): 751–758
- 16 Wang X G, Bhattacharjee A, Ma Z W. Collisionless reconnection: Effects of Hall current and electron pressure gradient. J Geophys Res, 2000, 105(2): A27633
- 17 Wang X, Bhattacharjee A. Nonlinear dynamics of the $m=1$ instability and fast sawtooth collapse in high-temperature plasmas. Phys Rev Lett, 1993, 70(11): 1627–1630
- 18 Chen L, Hasegawa A. Plasma heating by spatial resonance of Alfvén wave. Phys Fluids, 1974, 17(7): 1399–1403
- 19 Luan Q B, Shi Y P, Wang X G. Mode conversion and whistler wave generation on an Alfvén resonance layer in high beta plasmas. Chin Phys Lett, 2012, 29(8): 085201
- 20 Huang S Y, Zhou M, Sahraoui F, et al. Wave properties in the magnetic reconnection diffusion region with high: Application of the k-filtering method to cluster multi-spacecraft data. J Geophys Res, 2010, 115: A12211
- 21 Shukla P K, Stenflo L. Electron magnetohydrodynamics of inhomogeneous plasmas. Phys Lett A, 1999, 259(1): 49–52
- 22 Kulsrud R M. Plasma Physics for Astrophysics. Princeton: Princeton University Press, 2005
- 23 Larmor J. How could a rotating body such as the Sun become a magnet? Rep British Assoc, 1919, 87: 159–160

Electron magnetohydrodynamics (EMHD) and Biermann battery and displacement current effects

WANG XiaoGang^{*} & JI XiaoFei

State Key Laboratory of Nuclear Physics & Technology and School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China

Electron magnetohydrodynamics (EMHD) theory is extensively applied in astrophysical and space plasma studies, particularly in important physical processes such as magnetic field generation and/or reconnection. In recent laboratory simulation of certain space and astrophysical phenomena, and related laser plasma and high energy density physics researches, effects of displacement current and/or Biermann battery on conventional EMHD model are found significant. Based on analysis of EMHD approximations, in this paper, we study those effects on EMHD model and related important plasma physical processes.

electron MHD, electron skin depth, Biermann battery effect, displacement current effect

PACS: 52.30.Cv, 52.30.Ex, 52.35.-g, 52.35.Vd, 52.65.-y

doi: 10.1360/132013-308