



# 双半高斯空心光束的传输特性及其形成研究

董渊\*, 张喜和, 宁国斌, 金光勇, 梁伟, 吕彦飞, 张凯

长春理工大学理学院, 长春 130022

\* E-mail: [custdongyuan@163.com](mailto:custdongyuan@163.com)

收稿日期: 2008-08-26; 接受日期: 2009-09-30

国家自然科学基金资助项目(批准号: KB92009)

**摘要** 提出了一种新型的空心光束—双半高斯空心光束. 建立了双半高斯空心光束在自由空间的传输模型, 模拟得到了不同传输距离处的光场分布, 即在近场开始为三维势阱分布, 当传输到一定距离时, 双半高斯空心光束演化成了实心高斯光束, 呈现出“自聚焦”特性. 实验上设计出分光对偶反射式光学系统, 获得了双半高斯空心光束. 通过对不同距离处垂轴截面光环的光强分布进行测试, 结果表明与双半高斯空心光束传输模型基本相符.

**关键词**

双半高斯空心光束  
三维势阱  
自聚焦  
分光对偶反射

随着空心激光技术在生物学、激光加工和原子冷却等方面得到广泛的应用<sup>[1~4]</sup>, 人们已经利用不同的方法<sup>[5~10]</sup>研制出了各种光强分布形式不同的空心光束, 如双高斯空心光束、反高斯空心光束等等, 它们的共同点都是光强从光束内边缘到中心光强逐渐减弱, 呈渐变式分布, 理论上, 只有空心光束中心上的一点光强才为零. 这必将限制了该种光束在隐身探测、隐形控制等方面的应用. 为了解决空心光束一定区域内光强不为零的问题, 本文提出了一种新型的空心光束—双半高斯空心光束, 该种空心光束在近场垂轴截面光环的光强分布特点是: 光环的空心部分光强全部为零, 而在光环的内边缘光强突然增强, 呈阶越式分布; 从光环的内边缘到光环的外边缘光强呈高斯函数规律减弱, 形成双半高斯分布. 在理论上, 建立了双半高斯空心光束的传输模型, 通过模拟得到了近场、远场光束的二维、三维光场分布. 利用光线追迹法, 设计出分光对偶反射式光学系统. 在实验上得到了双半高斯空心光束, 通过对不同距离处垂轴截面光环的光强分布进行测试, 结果表明双半

高斯空心光束传输模型与实验基本相符.

## 1 双半高斯空心光束的定义及传输特性

双半高斯空心光束在  $z=0$  处的定义为

$$E_n(r, 0) = G_0 \left[ \frac{r^2}{\omega_0^2} \right]^n \exp \left[ \frac{-r^2}{\omega_0^2} \right] \times \left[ 1 - \text{circ} \left( \frac{r}{\omega_0 \sqrt{n}} \right) \right], \quad (1)$$

$n$  取整数, 为空心高斯光束的阶数,  $\omega_0$  为  $n=0$  时的高斯光束的光斑半径,  $G_0$  为与光强有关的常数. 从上式可以看出, 当阶数  $n$  变大时, 双半高斯空心光束的亮环半径增大, 黑斑区域面积增大.

在傍轴近似条件下, 任何高斯光束通过傍轴光学系统传输满足柯林斯公式, 在旋转对称的柱坐标系下柯林斯公式可以表述为

$$E(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \exp \left( -\frac{ikDr^2}{2B} \right) \times \int_0^\infty E_0(r', 0) \times \exp \left( -\frac{ikAr'^2}{2B} \right) J_0 \left( \frac{krr'}{B} \right) r' dr', \quad (2)$$

**引用格式:** 董渊, 张喜和, 宁国斌, 等. 双半高斯空心光束的传输特性及其形成研究. 中国科学 G 辑, 2009, 39(12): 1741—1745

Dong Y, Zhang X H, Ning G B, et al. The research of propagation characteristic and formation of double half-Gaussian hollow beams. Sci China Ser G, 2009, 52(6): 832—837, doi: 10.1007/s11433-009-0098-x

其中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为光波长,  $A$ ,  $B$  和  $D$  为傍轴光学系统的变换矩阵元.

把(1)式中的  $E_n(r, 0)$  当作  $E_0(r', 0)$  代入(2)式, 并利用已知公式:

$$\text{circ}\left(\frac{r}{a}\right) = \sum_{j=1}^m A_j \exp\left(-\frac{B_j}{a^2} r^2\right), \quad (3)$$

其中  $A_j$  和  $B_j$  分别为展开系数和高斯系数.

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \exp(-pt) t^{\nu/2+n} J_\nu(2a^{1/2} t^{1/2}) dt \\ &= n! a^{\frac{\nu}{2}} p^{-(n+\nu+1)} \exp\left(-\frac{a}{p}\right) L_n^\nu\left(\frac{a}{p}\right), \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $L_n^\nu$  为拉盖尔多项式.

积分后, 得到:

$$\begin{aligned} E(r, z) &= \frac{ikAG_0n!}{2B\omega_0^{2n}} \exp(-ikz) \exp\left[\frac{1}{\omega^2} + \frac{ikA}{2B}\right]^{-n-1} \\ &\times S - \frac{1}{2} n! P \sum_{j=1}^m A_j (-Q)^{-n-1} \exp\left(\frac{l^2}{4Q}\right) L_n\left(-\frac{l^2}{4Q}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

(5)式即为(1)式中所定义的双半高斯空心光束在自由空间中的传输解析式. 其中

$$\begin{aligned} s &= \exp\left[-\frac{ikDr^2}{2B}\right] \times \exp\left[-\frac{\left[\frac{kr}{2B}\right]^2}{\left[\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right]}\right] \\ &\times L_n\left[\frac{\left[\frac{kr}{2B}\right]^2}{\left[\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right]}\right], \end{aligned} \quad (6)$$

$$P = \frac{iG_0}{\lambda B\omega_0^{2n}} \times \exp\left(-\frac{ikDr^2}{2B}\right) \exp(-ikz), \quad (7)$$

$$Q = -\frac{ikA}{2B} - \frac{1}{\omega_0^2} - \frac{B_j}{(\omega_0\sqrt{n})}, \quad (8)$$

$$l = \frac{kr}{B}. \quad (9)$$

双半高斯空心光束在自由空间传播的变换矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

把(10)式代入(5)式, 并取  $\omega_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $n = 1$ ,  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ ,  $G_0 = 1$ , 得到双半高斯空心光束分别在  $z = 0.5, 2, 1000 \text{ m}$  处的光强二维、三维光强分布如图 1 所示.

从图 1 中可以看出, 双半高斯空心光束具有独特的传输特性. 即在近场, 双半高斯空心光束的空心区域光强全部为零, 内边缘光线处光强突然增加, 呈阶越式分布, 外壁分布具有一定的坡度, 且按高斯函数规律减弱, 整个空心光束的光场关于传输轴呈圆对称分布, 形成三维势阱; 在远场, 由于光的衍射效应, 在传播过程中光束逐渐演化为实心单高斯光束, 表现出“自聚焦”效应; 随着传输距离的继续延长, 实心单高斯光束的光强开始逐渐下降, 同时光束的光斑变大.

## 2 双半高斯空心光束形成装置——分光对偶反射式光学系统设计方案数学模型的建立

### 2.1 实心高斯激光束中心光线的追迹

以分光对偶反射式光学系统的对称面(即  $xoy$  面)为考察面建立直角坐标系的示意图如图 2 所示.

设原点位于球面对偶反射镜  $\Sigma$  球心  $O(0, 0)$  处, 则球面对偶反射镜在  $xoy$  平面的轨迹方程为

$$x^2 + y^2 = R^2, \quad (11)$$

$R$  为球面对偶反射镜  $\Sigma$  的半径. 分光圆锥的对称轴线位于  $x$  轴上, 锥尖  $A$  处的坐标为  $(l - \frac{R}{2}, 0)$  ( $l$  为  $A$  点距球面对偶反射镜  $\Sigma$  焦点  $o'$  的距离), 具体几何关系如图 2 所示.

设  $B$  为实心高斯激光束中心入射光线经分光圆锥反射后与  $\Sigma$  的交点, 其坐标  $B$  为  $(x_B, y_B)$ , 则  $B$  点方程满足:

$$x_B + y_B = R^2, \quad (12)$$

直线  $AB$  的方程为

$$y_B = \text{tg} 2\theta \left[ x_B - \left( l - \frac{R}{2} \right) \right], \quad (13)$$

式中  $\theta$  为圆锥锥角的一半.

在三角形  $OAB$  中, 设  $\angle ABO$  为  $\alpha_1$ , 运用正弦定理有

$$\frac{R}{\sin 2\theta} = \frac{\frac{R}{2} - l}{\sin \alpha_1}, \quad (14)$$

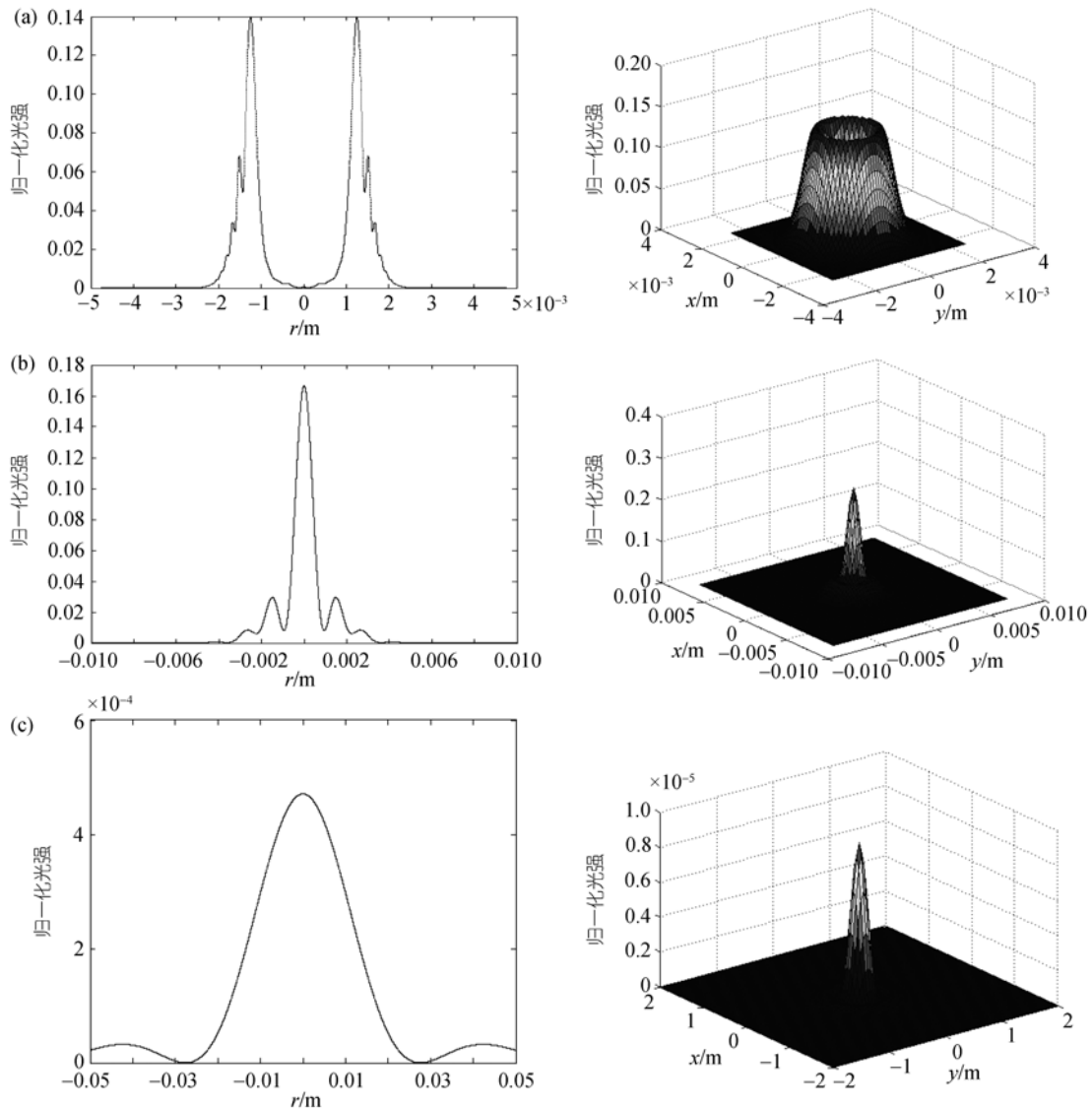


图 1 双半高斯空心光束在不同距离处二维和三维光强分布

(a) 双半高斯空心光束在  $z=0.5$  m 处光强二维和三维光强分布; (b) 双半高斯空心光束在  $z=3$  m 处光强二维和三维光强分布; (c) 双半高斯空心光束在  $z=1000$  m 处光强二维和三维光强分布

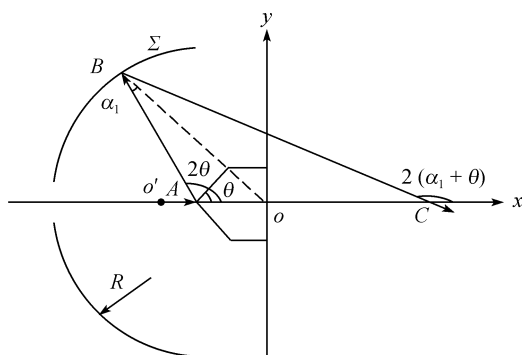


图 2 分光对偶反射式系统中心光线传播过程

$$\alpha_1 = \arcsin \left( \frac{\left( \frac{R}{2} - l \right) \sin 2\theta}{R} \right). \quad (15)$$

设  $C$  点为实心高斯激光束中心光线经球面对偶反射镜反射后与  $x$  轴的交点, 则直线  $BC$  的方程为

$$y = \operatorname{tg}(\theta + \alpha_1)(x - x_B) + y_B, \quad (16)$$

令(16)式中  $y=0$ , 则  $C(x_C, 0)$  中的  $x_C$  满足:

$$\operatorname{tg} 2(\theta + \alpha_1)(x_C - x_B) + y_B = 0. \quad (17)$$

2.2 实心高斯激光束边缘光线的追迹

由于整个系统具有轴对称性, 我们只对实心高斯激光束的一条边缘光线在分光对偶反射式光学系统中传播过程进行了光线追迹, 其示意图如图 3 所示.

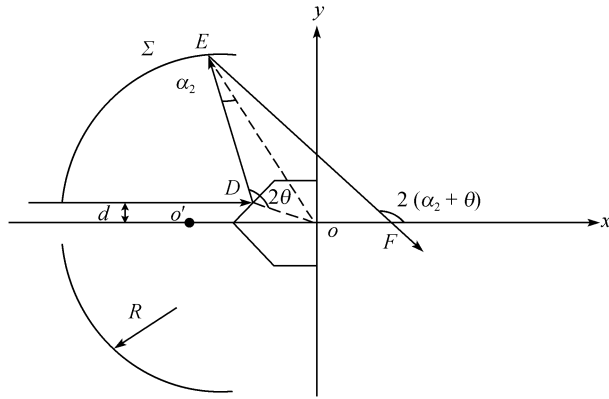


图 3 分光对偶反射式系统边缘光线传播过程

图中  $d$  为平行入射实心高斯激光束的半宽度,  $D$  点为边缘光线与分光圆锥表面的交点, 设  $D$  点坐标为  $D(x_D, d)$ , 其中

$$x_D = \left( l + \frac{d}{\tan \theta} \right) - \frac{R}{2}. \tag{18}$$

设  $E$  点为边缘光线经分光圆锥反射后与球面对偶反射镜  $\Sigma$  的交点, 则  $E(x_E, y_E)$  同时满足:

$$x_E^2 + y_E^2 = R^2, \tag{19}$$

$$y_E = \tan 2\theta (x - x_D) + d, \tag{20}$$

在三角形  $ODE$ , 设  $\angle DEO$  为  $\alpha_2$ , 运用正弦定理有

$$\frac{R}{\sin 2\theta} = \frac{\frac{R}{2} - \left( l + \frac{d}{\tan \theta} \right)}{\sin \alpha_2}, \tag{21}$$

则

$$\alpha_2 = \arcsin \left[ \frac{\left[ \frac{R}{2} - \left( l + \frac{d}{\tan \theta} \right) \right] \sin 2\theta}{R} \right]. \tag{22}$$

设  $F$  点为边缘光线经球面对偶反射镜反射后与  $x$  轴的交点, 则直线  $EF$  的方程为

$$y = \tan 2(\theta + \alpha_2)(x - x_E) + y_E, \tag{23}$$

令(23)式中  $y = 0$ , 则  $F(x_F, 0)$  中的  $x_F$  满足:

$$\tan 2(\theta + \alpha_2)(x_F - x_E) + y_E = 0. \tag{24}$$

综上所述各式, 即可求出满足不等式  $|x_F - x_C| \leq \varepsilon$  ( $\varepsilon$  为一常数) 条件时的  $\theta, R$  和  $l$  值. 令  $\varepsilon$  等于 0, 即可使入射到系统中的实心激光束经过两次反射后在主光轴上会聚到一点.

3 双半高斯空心光束实验产生及光强测试

根据上面所建立的数学模型, 选取  $\varepsilon \leq 0.0001$  mm,  $d = 0.5$  mm, 并利用 matlab7.0 软件模拟仿真, 得到了多组数据. 我们选取了其中结构较为合理的一组数据(具体数值为:  $60^\circ$ , mm, mm), 把双半高斯空心光束实验装置设计成分光对偶反射式光学系统, 该系统由同轴的分光圆锥和球面对偶反射镜以及一个双半高斯空心光束耦合输出透镜组成. 平行入射的实心高斯激光束通过球面对偶反射镜中心后照射在分光圆锥反射面上, 再经球面对偶反射镜内表面反射后, 在主光轴上会聚于一点, 并使双半高斯空心光束耦合输出透镜的焦点与此会聚点重合, 在双半高斯空心光束耦合输出透镜出射面处形成双半高斯空心光束. 双半高斯空心光束的形成装置如下图所示.

在实验上, 由 LD 泵浦 Nd: YAG 倍频固体激光器发射的实心高斯激光束经准直后由图 4 所示的光学系统出射后获得的不同距离处双半高斯空心光束的垂直截面光环及其相对光强分布如图 5 所示.

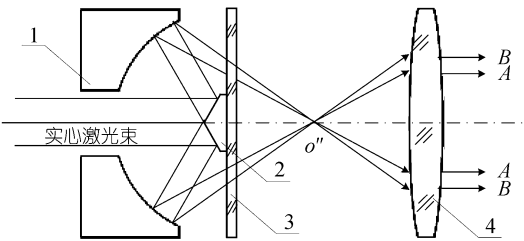


图 4 分光对偶反射式光学系统

1 为球面反射镜; 2 为分光圆锥; 3 为玻璃平板; 4 为输出耦合镜

从上图中可以看出, 经测试得到的双半高斯空心光束传输规律与理论上的推导在总体的趋势上是一致的, 这说明我们所建立的模型(5 式)可以用来表征由分光对偶反射式光学系统所产生的双半高斯空心光束在自由空间中的传输规律.

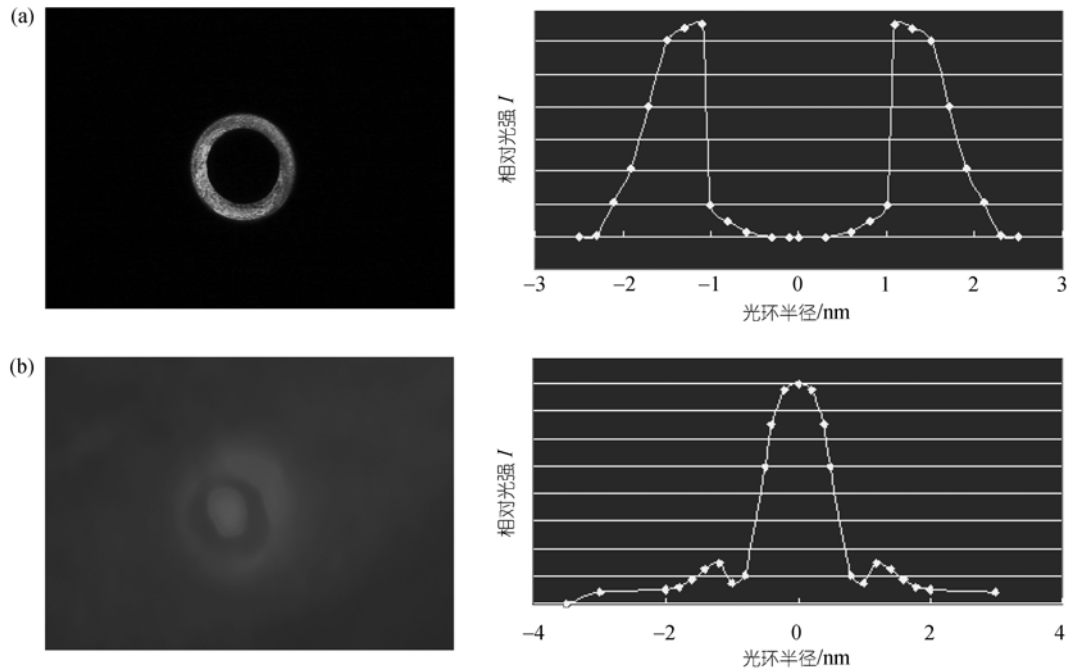


图 5 不同距离处双半高斯空心光束的垂轴截面光环及其相对光强分布

(a) 在  $z=0.52$  m 处的双半高斯空心光束垂轴截面光环及其光强分布; (b) 在  $z=3.02$  m 处的双半高斯空心光束垂轴截面光环及其光强分布

## 4 结论

我们提出了一种新型的空心光束—双半高斯空心光束. 建立了双半高斯空心光束在自由空间中的传输模型, 模拟出在不同距离处双半高斯空心光束的二维、三维光场分布, 结果表明经分光对偶反射式光学系统所产生的双半高斯空心光束具有独特的传输特性, 即在近场为三维势阱分布; 在远场, 由于光

的衍射效应, 在传播过程中双半高斯空心光束逐渐演化为实心单高斯光束, 表现出自聚焦效应; 随着传输距离的继续延长, 实心单高斯光束的光强开始逐渐下降, 同时光束的光斑不断变大. 利用光线追迹法, 设计出分光对偶反射式光学系统. 在实验上得到了双半高斯空心光束, 并对不同距离处垂轴截面光环的光强分布进行了测试, 验证了双半高斯空心光束传输模型的正确性.

## 参考文献

- 1 朱江峰, 魏志义, 王鹏. 利用充氦气的空心光纤产生高能量环形脉冲的实验研究. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2008, 38(5): 507—511
- 2 Yin J, Gao W, Zhu Y, et al. Generation of dark hollow beams and their applications. Prog Opt, 2003, 44: 119—204
- 3 Yang J C, Lu X H, Lin Q, et al. Hollow Gaussian beams and their propagation properties. Opt Lett, 2003, 28: 1084—1086[DOI]
- 4 Yang J C, Lin Q. Hollow elliptical Gaussian beam and its propagation through aligned and misaligned paraxial optical systems. J Opt Soc Am A, 2004, 21: 1058—1065[DOI]
- 5 Wang X, Littman M G. Laser cavity for generation of variable-radius rings of light. Opt Lett, 1993, 18(10): 767—768[DOI]
- 6 Herman R M, Wiggins T A. Production and uses of diffractionless beams. Opt Soc Am A, 1991, 8: 932—942[DOI]
- 7 Lee H S, Atewart B W, Choi K, et al. Holographic nondiverging hollow beam. Phys Rev A, 1994, 49: 4922—4927[DOI]
- 8 Paterson C, Smith R. Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms. Opt Commun, 1996, 124(2): 121—130[DOI]
- 9 Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E L O, et al. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. Opt Commun, 1992, 96: 122—132
- 10 Ning G B, Liang Z. Dynamic laser outer refraction. Acta Opt Sin, 1998, 18: 1399—1403