

流体流动场协同原理及其在减阻中的应用

陈群, 任建勋*, 过增元

清华大学工程力学系, 北京 100084

* 联系人, E-mail: rjx@tsinghua.edu.cn

2007-11-01 收稿, 2007-12-27 接受

摘要 为了分析流体流动过程, 降低流动阻力, 提出了流动速度与速度梯度在整个流动区域内协同的概念, 认为流体在流动过程中所受的阻力不仅受流动速度和速度梯度的影响, 同时也取决于它们之间的协同程度. 在此基础上, 提出了流体流动过程中的最小机械能耗散原理, 认为在整个流动区域内, 流动速度与速度梯度的协同程度越低, 流体流动过程中的黏性耗散越小, 流体阻力也越小. 同时, 根据最小机械能耗散原理, 在一定约束条件下对黏性耗散函数求极值, 获得了流体流动场协同方程, 求解场协同方程获得了最佳流场, 使流体在流动过程中的黏性耗散取最小值, 流动阻力最低. 最后, 以并联管路的流量分配为例, 根据最小机械能耗散原理对速度分配器进行了优化设计, 降低流体在并联管路中的流动阻力.

关键词
场协同
流动减阻
优化
最小机械能耗散

流动减阻是流体力学中的一项基础研究, 在众多领域都有重要应用价值. 到目前为止, 研究人员提出了多种流阻减阻技术. 对于外流, 为了降低流动阻力, 通常将物体设计成流线型或者提高物体的表面粗糙度来延迟边界层分离; 对于内流, 则是在弯管内插入导流板来避免二次流的出现, 在流体中添加聚合物来增加层流底层的厚度^[1]以及设计微肋表面达到流动减阻的目的^[2~4]. 然而, 目前大部分流动减阻技术的提出都是依靠经验, 设计时缺少统一的理论指导.

为了强化换热, Guo 等人^[5]引入了对流换热区域中速度场和温度场协同的概念, 并提出了场协同原理, 认为在给定流体流量和泵功的前提下, 提高场协同度可以提高系统的对流换热能力. 目前, 对流换热过程中场协同原理已通过数值计算和实验的办法得到了验证^[6,7].

基于动量传递和热量传递的相似性, 本研究首先回顾了对流换热过程中的场协同原理, 然后介绍了流体流动过程中场协同的概念, 它代表了流体在整个流动区域内速度场和速度梯度场的协同程度. 在此基础上, 讨论了流动阻力和流动场协同度之间

的联系. 另外, 为了在给定约束条件下优化流动过程, 本文根据最小机械能耗散原理, 建立了流动场协同方程. 通过求解该场协同方程, 可以得到最佳流场, 使得流体流动阻力最小. 该方法为流动减阻技术的研究提供了理论指导. 最后, 本研究以并联管路的流量分配为例, 介绍了场协同理论在流动流阻中的应用.

1 流体流动的场协同原理

对于二维平板边界层流动, 在整个热边界层内对能量守恒方程求积分, 同时考虑边界层外的热边界条件 $(\partial T / \partial y)_{\delta_{t,x}} = 0$, 可以得到^[5,6]

$$\int_0^{\delta_{t,x}} \rho c_p (U \cdot \nabla T) dy = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_w, \quad (1)$$

式中 ρ 为密度, c_p 为定压比热容, U 为速度矢量, T 为温度, λ 为导热系数, $\delta_{t,x}$ 为热边界层在 x 截面处的厚度. (1) 式等号右边为流体与固体表面间的换热量, 等号左边为速度矢量和温度梯度的点积, 可以写为:

$$\int_0^{\delta_{t,x}} \rho c_p (U \cdot \nabla T) dy = \int_0^{\delta_{t,x}} \rho c_p |U| |\nabla T| \cos \beta dy, \quad (2)$$

式中 β 为速度矢量和温度梯度之间的夹角. 可见, 对

流换热热量不仅与速度和温度梯度的大小有关,还与它们之间的夹角有关.两个矢量间的夹角越小,即在整个换热区域内速度场和温度梯度场的协同程度越好,边界的热流量越大.

传热是一个不可逆过程.在传热过程中,虽然热量是守恒的,但由于热阻的存在,导致物体传热能力的降低,即传热势容耗散.在此基础上, Meng等人^[2]以传热势容耗散取极值为目标推导出了传热过程的场协同方程:

$$\mu \nabla^2 U - \rho U \cdot \nabla U - \nabla P + (C_\Phi A \nabla T + \rho U \cdot \nabla U) = 0. \quad (3)$$

满足方程(3)的速度场与温度梯度场的协同程度最好,其传热性能最优.

稳态、无体积力作用的流体流动过程,其动量方程为

$$\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (4)$$

式中 P 为压力, μ 为动力黏性系数, u_i, u_j 分别为速度矢量在 i, j 方向上的分量.在整个流动区域 Ω 内对方程(4)积分:

$$\int_{\Omega} \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV = -\int_{\Omega} \frac{\partial P}{\partial x_i} dV + \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) dV, \quad (5)$$

式中 V 为流体流动区域的体积, (5)式右边第二项可用格林公式转化为面积分:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) dV = \int_{\Gamma} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot n dS, \quad (6)$$

式中 Γ 为流体流动区域的边界, S 为流动区域边界的表面积, n 为单位外法向矢量.将方程(6)代入(5)中有:

$$\int_{\Omega} \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV = -\int_{\Omega} \frac{\partial P}{\partial x_i} dV + \int_{\Gamma} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot n dS. \quad (7)$$

定义 $D = V/S$ 为特征长度,通过引入下列无量纲变量:

$$\bar{u}_i = \frac{u_i}{u_{in}}, \bar{u}_j = \frac{u_j}{u_{in}}, \nabla \bar{u}_i = \frac{\nabla u_i}{u_{in}/D}, d\bar{V} = \frac{dV}{V}, d\bar{S} = \frac{dS}{S}.$$

则方程(7)可写为

$$-\frac{D}{\rho u_{in}^2} \int_{\Omega} \frac{\partial P}{\partial x_i} d\bar{V} = -\frac{\mu}{\rho u_{in}^2} \int_{\Gamma} \nabla \bar{u}_i \cdot n d\bar{S} + \int_{\Omega} \bar{U} \cdot \nabla \bar{u}_i d\bar{V}, \quad (8)$$

方程(8)左边表示 x_i 方向的无量纲压力梯度为

$$DC_i = -\frac{D}{\rho u_{in}^2} \int_{\Omega} \frac{\partial P}{\partial x_i} d\bar{V}. \quad (9)$$

方程(8)右边第二项为无量纲速度和无量纲速度梯度

之间的点积在整个流动区域内的积分:

$$FS_m = \int_{\Omega} \bar{U} \cdot \nabla \bar{u}_i d\bar{V} = \int_{\Omega} |\bar{U}| |\nabla \bar{u}_i| \cos \beta_m d\bar{V}, \quad (10)$$

式中 β_m 为速度矢量和速度梯度间的夹角. FS_m 的值不仅与速度和速度梯度有关,还与它们之间的夹角有关(即它们之间的协同程度有关).与对流换热过程中场协同数的定义类似^[5], FS_m 称为流体流动过程中的场协同数,代表整个流动区域内的速度场和速度梯度场之间的场协同程度. β_m 越大,则 FS_m 数越小,说明速度场和速度梯度场的协同程度越差.

引入场协同数的概念后,方程(8)可写为

$$DC_i \cdot Re = -\int_{wall} \nabla \bar{u}_i \cdot n d\bar{S} + Re \cdot FS_m. \quad (11)$$

由(11)式可见,无量纲压力梯度不仅与速度场和速度梯度场有关,还与它们之间的协同程度有关.当流体的进口流量或速度给定时,速度场和速度梯度场在整个流动区域内的协同程度越差,则流体的流动阻力越小.

2 流体流动的场协同方程

流动过程中流体所受的阻力来源于机械能的黏性耗散.因此,在给定约束条件下流体流动过程中,流动阻力最小的最佳速度场可以通过对黏性耗散函数求最小值获得.这是一个典型的函数极值问题,可以在给定的约束条件下(如质量守恒)构建一个拉格朗日函数:

$$\Pi = \iiint_{\Omega} [\Phi + B \nabla \cdot \rho U] dV, \quad (12)$$

式中 B 为拉格朗日乘子, Φ 为黏性耗散函数:

$$\Phi = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

(12)式对变量 B 求变分,可得:

$$\nabla \cdot \rho U = 0. \quad (14)$$

(12)式对速度矢量 U 求变分,可得

$$\mu \nabla^2 U + \frac{1}{2} \nabla B = 0. \quad (15)$$

方程(14)和(15)中含有两个未知变量,因此可以在给定边界条件下求得未知变量的在整个流动区域内的分布.然而,流体流动同时满足 N-S 方程:

$$\rho U \cdot \nabla U = -\nabla P + \mu \nabla^2 U + F. \quad (16)$$

对比方程(15)和(16),可以得到如下关系

$$B = -2P, \quad (17)$$

$$F = \rho \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U}. \quad (18)$$

联合方程(16)和(18), 可得

$$\rho \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \rho \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U}. \quad (19)$$

由(19)式可见, 附加体积力 F 抵消了流体流动过程中的惯性力. 将含有该附加体积力的 N-S 方程称为流体流动场协同方程. 在给定边界条件下, 求解场协同方程可获得最佳速度场, 使得流体流动过程中的黏性耗散最小.

3 场协同理论在流动减阻中的应用

图 1 为二维并联流动通道示意图. 管路首先在左上角分成两条平行支路, 然而在右下角汇合, 形成一个正方形的流体通道, 其尺寸为: $L_c = H_c = 10 \text{ mm}$, $L_{in} = L_{out} = 4 \text{ mm}$, $W_U = W_D = W_L = W_R = 1 \text{ mm}$. 管壁厚度忽略不计. 空气以 5 m/s 的速度从左上部水平流进, 从右下角流出, 其密度和动力黏度分别为 1.225 kg/m^3 和 $1.7894 \times 10^{-5} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$.

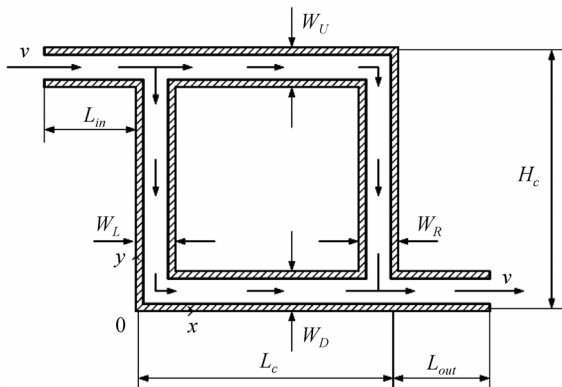


图 1 含两条平行支路的通道结构示意图

采用商业软件 FLUENT 6.0 数值求解流动过程的控制方程, 获得流体在并联通道内的速度场. 数值计算过程中压力与速度的解耦采用 SIMPLEC 算法, 控制方程中的对流项和扩散项的离散均采用 QUICK 格式, 场协同方程中的附加体积力的添加采用 FLUENT 软件中的用户自定义函数(UDF)功能.

图 2 为优化前空气在左上角分岔处附近流线的数值计算结果. 受惯性的影响, 大部分空气直接流进上面的支路, 其他气体则向下弯曲流进左边的支路. 在这两个支路内, 空气流量不相等. 另外, 在左边支路中存在一个较大的逆时针方向涡. 上述两方面的

原因直接导致了流体在整个流动区域内存在较大的黏性耗散. 对于该工况, 流体在整个区域内的黏性耗散为 0.18 W , 进、出口的压力降为 47.4 Pa .

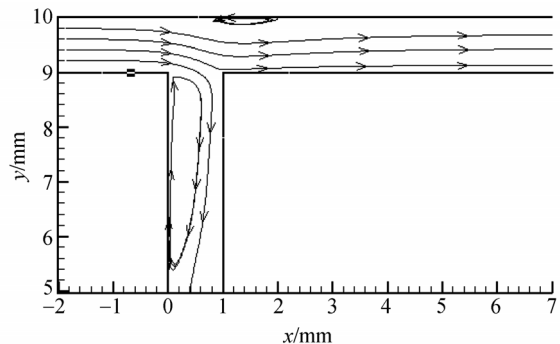


图 2 优化前左上角分岔处附近的空气流场

图 3 为求解流动场协同方程得到的左上角分岔处附近的最佳空气流线. 此时, 一半的空气流进上面的支路, 另一半则向下弯曲, 流进左边支路. 并且, 这两个支路内的空气量相同. 另外, 在分岔处附近没有涡流, 因此流体流动的黏性耗散和压降都较小.

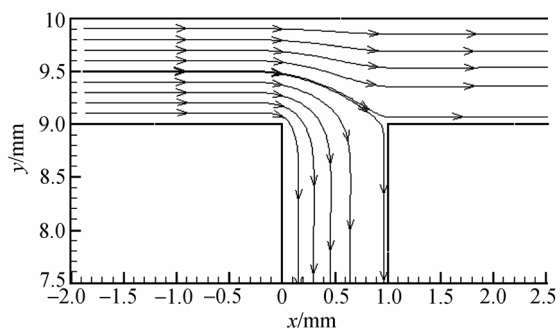


图 3 优化后左上角分岔处附近的空气流场

在实际工程应用中, 分岔处的最佳流线可以给速度分配器的设计提供指导, 使得速度分配器不仅能够以适当的比例分配流体在各支路中的流量, 而且使得因添加速度分配器造成的附加局部黏性阻力达到最小. 例如, 以图 3 中的最佳结果为指导, 沿着流体在左上部分岔处的中间流线放置了一个速度分配器, 如图 4 所示. 图 5 为含速度分配器时左上部分岔处附近的空气流场. 空气在上面的支路和左边的支路中的流量几乎相同, 这与理论预测的最优流场很接近. 另外, 与没有速度分配器的结果相比, 左边管路内的逆时针涡流较小, 达到了减小流动阻力的

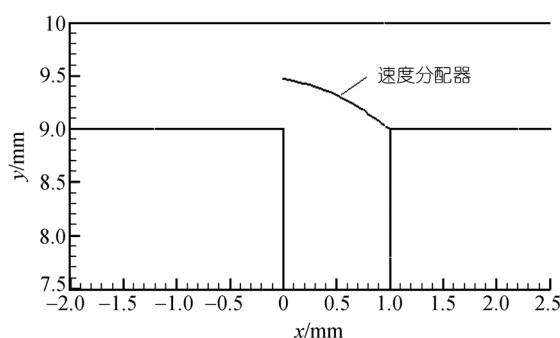


图 4 左上部分岔处附近的速度分配器结构示意图

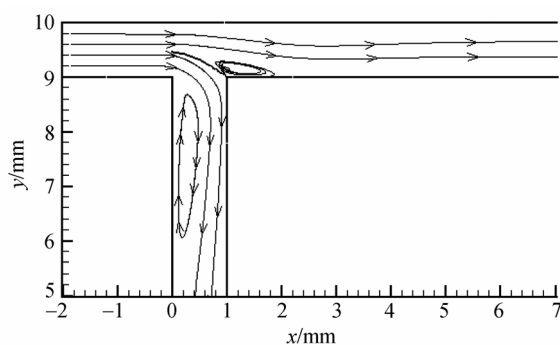


图 5 含速度分配器时左上部分岔处附近的空气流场

效果. 对于该工况, 流体流动的黏性耗散为 0.17 W, 相对于优化前的结果, 在流量不变的前提下黏性耗散降低 35%, 并且进、出口的压降从 47.4 Pa 降到了 44.9 Pa.

总之, 求解流动场协同方程得到的最佳速度场, 能够指导速度分配器的设计, 最终减小流动阻力.

4 结论

流体流动过程中, 流动阻力的大小不仅与速度场和速度梯度场有关, 还取决于它们之间的协同程度. 在给定进口流量或进口速度时, 速度场和速度梯度场在整个流动区域内的协同程度越差, 流动阻力越小.

在给定约束条件下, 根据最小机械能耗散原理, 推导出了流动场协同方程来优化流体流动过程. 在给定流量的前提下, 通过求解该场协同方程, 可以获得最佳流场, 使得流体流动阻力最小.

以含并联管路的流体流动为例, 介绍了最小机械能耗散原理在流动减阻中的应用, 分析表明在最佳流场的指导下, 通过在分岔处设置一个适当的速度分配器, 可以在流体流量给定的前提下, 流动阻力减小 5%.

参考文献

- 1 Li P W, Kawaguchi Y, Yabe A. Transitional heat transfer and turbulent characteristics of drag-reducing flow through a contracted channel. *J Enhanc Heat Transf*, 2001, 8(1): 23—40
- 2 Gaudet L. Properties of riblets at supersonic speed. *Appl Sci Res*, 1989, 46(3): 245—254 [\[DOI\]](#)
- 3 Neumann D, Dinkelacker A. Drag measurements on V-grooved surfaces on a body of revolution in axial flow. *Appl Sci Res*, 1991, 48(1): 105—114 [\[DOI\]](#)
- 4 Wang J J, Lan S L, Chen G. Experimental study on the turbulent boundary layer flow over riblets surface. *Fluid Dyn Res*, 2000, 27(4): 217—229 [\[DOI\]](#)
- 5 Guo Z Y, Tao W Q, Shah R K. The field synergy (coordination) principle and its applications in enhancing single phase convective heat transfer. *Int J Heat Mass Tran*, 2005, 48(9): 1797—1807 [\[DOI\]](#)
- 6 Tao W Q, He Y L, Wang Q W, et al. A unified analysis on enhancing single phase convective heat transfer with field synergy principle. *Int J Heat Mass Tran*, 2002, 45(24): 4871—4879 [\[DOI\]](#)
- 7 Meng J A, Liang X G, Li Z X. Field synergy optimization and enhanced heat transfer by multi-longitudinal vortexes flow in tube. *Int J Heat Mass Tran*, 2005, 48(16): 3331—3337 [\[DOI\]](#)