



论文

嫦娥一号绕月卫星对月球重力场模型的优化

鄢建国^{①②③*}, 平劲松^{②④*}, KOJI Matsumoto^③, SANDER Goossens^③, 唐歌实^④, 李斐^①, 刘俊泽^④, 李金岭^②

① 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430070;

② 中国科学院上海天文台, 上海 200030;

③ 日本国立天文台 RISE 项目组, 水泽 0230801, 日本;

④ 北京航天指挥控制中心飞行动力学重点实验室, 北京 100094

*E-mail: jgyan@miz.nao.ac.jp, pjs@shao.ac.cn

收稿日期: 2010-09-01; 接受日期: 2011-04-29

国家自然科学基金(批准号: 40974014, 10973031, 40904006)和国家高技术研究发展计划(编号: 2008AA12A210, 2009AA122206)资助项目

摘要 月球重力场是揭示月球内部结构和物质组成的重要信息, 探测月球重力场仍然是绕月探测任务中的重要科学目标之一. 在已有月球重力场模型基础上, 利用嫦娥一号探测数据, 并结合“月女神”一号探测器、月球勘察者(LP)及早期月球探测器轨道跟踪数据, 本文解算得到了高精度月球重力场模型 CEGM02(100 阶次), 在 CEGM01 月球重力场模型基础上对模型进行了优化. 对新模型的分析结果表明, 嫦娥一号卫星轨道跟踪数据的融入, 使得对月球重力场长波长部分的解算精度有显著提高, 相比于 SGM100h 模型在 5 阶以内精度提高约 2 倍, 在 10 阶以内有明显贡献, 在 20 阶内都有贡献. 初步判断这是由于嫦娥一号卫星轨道动量轮卸载的频度不足“月女神”的 1/4, 而同时轨道相对较高所导致. 文中结合 CEGM02 和激光测月观测结果解算了月球平均转动惯量 $0.393446(\pm 0.000006)$, 对月球内部构造研究提供了更强的约束.

关键词 CEGM02, 嫦娥一号, 月球重力场模型, 功率谱, 转动惯量

PACS: 91.10.Fc, 95.40.+s, 91.10.Op, 91.10.Qm, 91.45.Bg

月球重力场是月球科学的一个重要部分, 是研究月球物理性质及内部结构、月球的起源和演化等科学问题的主要的手段^[1]. 高精度月球重力场模型给出的月球主转动惯量可以约束月球内核的大小及状态, 弥补月震观测的不足对月核研究带来的限制或缺陷^[2]. 利用卫星重力方法解析月球卫星轨道信息和重力场模型的同时, 还可以解算月球固体潮 Love 数 k_2 项, 进而结合激光测月(LLR)数据估算月球对地球潮汐力的弹性响应, 作为确定月球内核状态的另一个

重要的约束条件^[3].

对月球重力场的高精度探测研究具有重要的理论意义和应用价值, 是当今国际月球探测的重要科学目标之一. 由于绕月卫星受到了从内到外、从正面到背面的月球全部物质质量的引力作用, 卫星重力方法可以方便地实现对月球重力场的测量. 地球卫星重力测量的历史和经验表明, 利用这种方法进行重力场探测时, 使用连续自由飞行在位于不同轨道上的多颗探测器, 能够实现重力场的高精度、高分辨率、全球覆

引用格式: 鄢建国, 平劲松, KOJI Matsumoto, 等. 嫦娥一号绕月卫星对月球重力场模型的优化. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 870-878
Yan J G, Ping J S, Koji Matsumoto, et al. Optimization on lunar gravity field model using Chang'E-1 orbital tracking data (in Chinese). Sci Sin Phys Mech Astron, 2011, 41: 870-878, doi: 10.1360/132010-868

盖的测量. 在对月球重力场进行探测时, 历史上比较完备的探测是日本于 2007 年 8 月发射的探月计划“月女神”一号和早期美国发射的 LP 探测器, 它们是专门以月球重力场和测月学探测为主要目标的月球探测器. 尽管全部的月球物质质量都对 LP 产生引力作用, 考虑到测控观测量多在月球正面获得, 这时卫星对月球背面重力场短波长成分不敏感, LP 只实现了全月球重力场和正面高分辨率重力场的观测. 而“月女神”一号在上述基础上, 利用四程卫星中继无线电测量技术, 首次实现了对月球背面月球重力场短波长成分的直接测量. 基于“月女神”一号得到的月球重力场模型 SGM90d^[4,5]的精度和分辨率, 相比于 LP 系列模型^[6]在月球背面有显著的改进, 并发现了月球背面的环状包围的质量异常区. 利用 LP 和“月女神”探测器联合获得的月球重力场异常特征为研究月球壳幔结构、均衡补偿状态以及月球二分性等科学问题提供了新的依据^[4]. 最近, 松本晃志利用“月女神”一号整个任务期间的四程多普勒测量数据及历史上月球探测器跟踪数据得到了更高精度的月球重力场模型 SGM100h, 并对月球背面的特征盆地进行了更细致的划分^[7].

尽管 LP 和“月女神”一号在月球重力场领域取得了前所未有的结果, 由于两个计划的探测主要是通过 100 km 高度的极轨道卫星的测量得到的, 而且“月女神”卫星平均 6~9 h 的一次动量轮卸载, 使得她的自由飞行轨道不完全满足实现高精度、高分辨率、全球覆盖的月球卫星重力场测量的条件. 在目前得到的重力场模型中, 只用到了极少量的 800 km 以上飞行的极轨道探测器的观测数据. 为此, 最新的 SGM100h 模型在多方面仍然需要继续优化, 包括: (i) 实现高空间分辨率或高于 100 阶次的模型; (ii) 实现更高精度的长波长或低阶的模型; (iii) 实现对月球边缘重力场的高精度探测; (iv) 消除 65 阶次以上的球谐函数重力场模型系数的强相关性以进一步弱化算法带来的数学效应. 为此获取更高精度和更高分辨率的月球重力场模型仍然是当前和近未来月球探测计划的重要或首要目标^[8,9]. 比如, 于 2009 年 6 月发射的美国新千年重返月球的第一个探测计划 LRO (Lunar Reconnaissance Orbiter)^[8], 将在 50 km 高的圆极轨道在轨运行一年, 其主要科学目标就是获取月面高精度高分辨率地形及月球重力场, 根据已有的测高数据解算得到的地形模型空间分辨率为 100 m, 为目前分辨率最高的地形模型^[10]. 另外, 2011 年美国将发射的月球探测计划

GRAIL (Gravity Recovery and Interior Laboratory), 将主要用于月球重力场探测. 这一计划将采用地球重力场探测计划 GRACE 的卫星-卫星跟踪测量模式^[11], 用于高精度月球重力场模型探测, 预期精度将比日本“月女神”一号计划得到的重力场模型 SGM90d 提高 3 个数量级^[9].

嫦娥一号绕月探测卫星于 2007 年 10 月 24 日发射, 经过调相段、地-月转移段、月球捕获段和环月飞行段等多次轨道调整后, 成为绕月飞行的极轨圆轨道卫星, 轨道平均高度为 200 km^[12]. 嫦娥一号卫星任务期间积累了大量的测距测速跟踪数据, 这类测控数据可以用来进行或参与月球重力场的解算. 在任务前的仿真分析表明, 使用嫦娥一号测控数据可以有效反演 50 阶次以内的月球全球重力场, 而对更高阶次的重力成分不太敏感. 与飞行在 100 km 高度的“月女神”一号主卫星比较, 除了采用了不同几何构型的轨道之外, 嫦娥卫星飞行过程中动量轮卸载的频度是每 24~36 h 一次, 一个完整的自由飞行弧段可以包括 18 圈之多, 是“月女神”的 4~6 倍. 作者利用这些数据, 采用了与“月女神”一号 SGM90d 和 SGM100h 重力场模型解算时同样的定轨与重力分析软件以及相同的时间、地球与天球参考架系统, 独立地解算了月球重力场模型^[13], 验证了数据的有效性. 在此基础上本文进一步结合“月女神”一号、LP 及历史已有的跟踪数据, 进行了高精度月球重力场模型解算, 对现有月球重力场模型进行了优化. 首先简单介绍了绕月探测卫星测量数据的情况, 继而对月球重力场模型解算和结果进行了分析, 并进一步探讨了该模型在月球内部构造研究中的潜在应用.

本文计算采用的解析软件为美国航天局戈达德飞行中心(GSFC/NASA)授权中国科学院上海天文台和日本国立天文台使用的 GEODYNII/SOLVE^[14,15]探测器轨道和中心引力体重力场分析软件. 与“月女神”团队解析 SGM90d 和 SGM100h 重力场模型使用的软件一致, 并且采用了一致的天体力学与天体测量模型以及参数作为输入条件.

1 数据和模型

嫦娥一号月球探测器是中国独立发射的第一颗月球探测卫星, 其主要目标是获取月球表面的三维影像和月面物质分布. 该卫星在入轨成为绕月卫星之后,

嫦娥一号的跟踪测量主要由中国卫星测控网的双程测距测速和中国科学院的天文甚长基线干涉测量(VLBI)网联合实现. 本文使用的数据主要为青岛和喀什两测控站的双程测距测速数据, 数据采样率为 1 s. 测控任务设计其中, 测距标称精度为 2 m, 测速标称精度为 10 mm s⁻¹. 然而事实上, 经过精密定轨标定了测控系统偏差后的残差表明, 嫦娥一号月球探测器的测距精度为 1 m, 测速精度为 3 mm s⁻¹. 参考 LP100h 和 SGM100h 解析中的经验, 在后续月球重力场解算中, 对嫦娥一号卫星跟踪数据的权进行了一定程度的弱化, 并将数据进行了 10 s 平均, 定轨解算弧段长度为一周. 使用 3 mm s⁻¹ 的权重发现并不对结果有改进或破坏. 正常任务期间, 2007 年 12 月每天观测弧段约为 6 h; 2008 年 1 和 2 月每天观测弧段约为 3 h; 3 和 4 月为侧飞期间, 没有安排测控观测; 2008 年 5~11 月每天观测弧段约为 4 h^[13]. 图 1 为测量数据的月面覆盖情况.

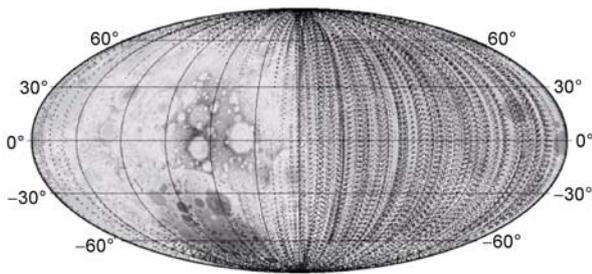


图 1 嫦娥一号跟踪数据月面覆盖图

左侧为月球背面, 右侧为月球正面

Figure 1 Selenographical distribution of Chang'E-1 orbital tracking data. Left is lunar farside and right is nearside.

为了检验和确认上述嫦娥一号跟踪数据用于重力场解析的有效性和结果模型的特征, 本文中作者基于动力法精密定轨解算月球重力场模型的原理及策略. 在“嫦娥一号”测控数据精度和覆盖均有限的条件下, 独立使用嫦娥一号月球探测器 6 个月的在轨运行双程测距测速跟踪数据, 成功得到了 50 阶次月球重力场模型 CEGM01^[16]. 并通过多种方式, 如重力场模型频谱特性、实测数据定轨残差、月球重力场异常特征、与地形的相关性及导纳值, 对解算得到的 CEGM01 月球重力场模型进行了分析评价, 分析了相应的物理特性和效果. 结果证明了模型解算过程的有效性. 文献[16]还确认, 单独使用嫦娥一号的测距测速

跟踪数据解析月球低阶重力场时, 18 阶次以上的模型误差与模型本身的差异不显著, 而 18 阶次以下的部分, 模型误差比 CEGM01 模型本身小很多, 表明上述测控数据对低阶重力场部分更敏感, 有希望在融合使用更多的历史测控数据解析月球重力场中发挥作用. 该项工作为我国开展后续的月球重力场探测试验打下了良好的基础.

本文使用的“月女神”一号数据包括中继星、VRAD 星及主卫星的双程测距测速数据, 中继星与主卫星的四程测速数据, 其中“月女神”一号主卫星双程测距测速数据由日本宇航局的全球地面网 (GN) 11 m 口径天线获得. 位于日本中部白田深空站的 64 m 口径天线也参与了主卫星的部分时段的跟踪. 中继星和 VRAD 星的双程测距测速数据以及中继星-主卫星-地面测站间的四程测速数据仅由白田深空站 64 m 口径天线获得. 本文直接采用文献[9]的定权值.

解算中用到的历史数据还包括美国 1960 年代发射的 Apollo15 与 Apollo16 子卫星、Lunar Orbiter I-V 及 Celestine 等探测器的轨道跟踪数据, 均由美国 JPL/NASA 深空网跟踪站获得. 此外还包括 LP 正常任务段跟踪数据. 上述各探测器跟踪数据的类型、权重、数据量及解算中平均弧段长度等如表 1 所示^[6,7]. 数据的权重主要根据测量数据的精度而定, 同时采用了 LP 月球系列重力场模型求解中数据的定权方式^[6].

绕月卫星精密定轨和月球重力场模型解算中用到重力场球谐函数表达形式^[1,17,18]:

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[\sum_{n=0}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right], \quad (1)$$

式中 r, λ, φ 分别是月心球坐标系下月理坐标系中的向径和经纬度, GM 为月球引力常数, R 为参考球半径(文中取为 1738.0 km), \bar{C}_{nm} 和 \bar{S}_{nm} 为待估计的完全正则化斯托克斯参数, 这里也称为位系数, \bar{P}_{nm} 为 n 阶 m 次正则化连带勒让得函数.

这里重力场的解算通过动力法定轨解析得到, 即探测器精密定轨和重力场模型解算同时完成, 其中全局参数包括 2~100 阶次的重力场位系数和月球二阶引位 Love 数 k_2 , 局部参数包括各弧段探测器初始轨道根数、每个站每个跟踪弧段测距测速系统偏差、用于模拟卫星动量轮卸载的经验加速度在轨道面径向/

表1 月球重力场解算中各探测器跟踪数据取权基本情况

Table 1 Weight of each spacecraft tracking data in lunar gravity field solution

探测器名称	跟踪数据类型	数据量	测量数据权重	平均弧段长度
嫦娥一号	双程测距	224240	1 m	24 h
	双程测速	224190	10 mm s ⁻¹	
	四程测速	78004	1 mm s ⁻¹	
“月女神”一号 主卫星	双程测速(白田)	1786747	1 mm s ⁻¹	12 h
	双程测速(GN)		2 mm s ⁻¹	
“月女神”一号 中继星	双程测速	159225	1 mm s ⁻¹	2.6 d
	双程测距	150470	5 m	
“月女神”一号 VLBI星	双程测速	42502	1 mm s ⁻¹	2.4 d
	双程测距	35567	5 m	
LO-I	双程测速	36735	4.5 mm s ⁻¹	12 h
	三程测速	3867	4.5 mm s ⁻¹	
LO-II	双程测速	42376	4.5 mm s ⁻¹	12 h
	三程测速	5370	4.5 mm s ⁻¹	
LO-III	双程测速	15175	4.5 mm s ⁻¹	12 h
	三程测速	1957	4.5 mm s ⁻¹	
LO-IV	双程测速	19390	4.5 mm s ⁻¹	12 h
	三程测速	1780	4.5 mm s ⁻¹	
LO-V	双程测速	13397	4.5 mm s ⁻¹	12 h
	三程测速	2260	4.5 mm s ⁻¹	
Apollo 15 子卫星	双程测速	28986	4.5 mm s ⁻¹	8 h
	三程测速	16522	4.5 mm s ⁻¹	
Apollo 16 子卫星	双程测速	15459	4.5 mm s ⁻¹	8 h
	三程测速	15584	4.5 mm s ⁻¹	
Clementine	双程测速	354020	3 mm s ⁻¹	2 d
	双程测速	5091	6 m	
LP	双程测速	3155182	2 mm s ⁻¹	2 d

沿迹/法向 3 个方向上的常数分量以及太阳光压系数. 在正常任务期间嫦娥一号卫星的姿态调整频率相对较低, 约一天 1 次, 并且在此处的解算中尽量剔除了姿态调整时间段的数据. 而在“月女神”一号的任务期间, 主卫星姿态调整频率为一天 3~4 次, 导致卫星轨道的连续弧段变短, 每个弧段在经度方向上的覆盖范围比嫦娥一号卫星小 3~4 倍, 对重力场中的长波长解析带来限制. 文中解算策略为, 对每个探测器每个弧段均生成观测量对全局参数和局部参数的法方程矩阵, 对各探测器的所有弧段的法方程矩阵单独融合为一个法方程矩阵, 在此基础上将各探测器的法方程矩阵融合得到总的法方程矩阵, 最后通过分块求逆的方法得到重力场位系数的估值^[17].

解算过程中利用到的惯性系为月心 J2000, 历表为 JPL DE421^[17]. 考虑到的动力学模型有先验重力场模型、太阳光压、N 体摄动及地球扁率的间接摄动等, 计算中选取的先验重力场模型为 SGM100g^[17].

2 解算结果及分析

为了判定解析的有效性, 本文作者先利用分析软件系统独立地重现了 SGM90d 和 SGM100h 的重力场位系数的估值和模型误差的估值, 再分 3 次先后引入 2, 6, 10 个月的嫦娥一号测量数据并入法方程矩阵, 利用上述解析过程对 100 阶次的重力场进行解析, 发现重力场位系数在得到改进的同时, 模型误差随着引入嫦娥一号测量数据的增加, 逐步减小. 图 2 给出了包括最后一步引入全部 10 个月嫦娥一号测距测速数据的解算模型与先验重力场模型的功率谱密度曲线, 即阶方差 σ_n (sig) 与误差阶方差 δ_n (sigvar) 曲线图, 二者的计算公式分别为^[18]

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2)}{2n+1}}; \delta_n = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^n (\sigma_{\bar{C}_{nm}}^2 + \sigma_{\bar{S}_{nm}}^2)}{2n+1}}, \quad (2)$$

式中 \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} 是 n 阶 m 次完全正则化的位系数, $\sigma_{\bar{C}_{nm}}$,

$\sigma_{\delta_{mm}}$ 分别是相应位系数的方差, 用于表示重力场在频率域中的强度, 误差阶方差则可以反映重力场的误差.

图 2 中左图给出了 CEGM02(100 阶次) 与 SGM100h (100 阶次) 的阶方差和误差阶方差, 同时给出了 LP100K(100 阶次)模型作为比较. 选取 LP100K 进行比较的原因在于, LP100K 模型解算中利用到了 LP 所有正常任务段的数据和历史跟踪数据, 与 SGM100h 和 CEGM02 模型解算中的历史数据源和解析软件、流程、天体力学和天体测量模型与参数都一致. 通过与 LP100K 的比较, 可以更清楚地显示出月球背面跟踪数据和嫦娥一号轨道跟踪数据在重力场模型解算中的贡献. 右图给出了分别利用嫦娥一号跟踪数据解算得到的模型位系数阶方差曲线, 可以明显看出随着数据量的增加, 低阶项位系数精度有明显提高.

SGM100h 的解算用到 SELENE 所有的四程测速和双程测距测速数据, 以及历史跟踪数据, 含有丰富的重力场信息. 嫦娥一号卫星轨道高度为 200 km, 相比于 SELENE 主卫星和 LP 正常任务段 100 km 高的轨道, 对从观测量中有效分离重力场长波长信息有利. CEGM02 模型对 20 阶次以下的部分有改善, 20 阶次以上部分主要来自 LP 和“月女神”一号卫星的贡献.

嫦娥一号卫星在 200 km 高的轨道上飞行十个月积累的跟踪数据主要包含了来自月球重力场长波段即中低阶次的引力效应. 由图 2 中的模型误差阶方

差曲线图可以看出, 相比于 SGM100h, CEGM02 模型, 在 5 阶以内精度提高约 2 倍, 在 10 阶以内有明显贡献. “月女神”一号四程测速数据提供的月球背面重力场信息可以直接解算到 70 阶次, 进行更高阶次的解算则需要引入 Kaula 约束^[7]. 本文解算中采用了与 SGM100h 模型解算一致的 Kaula 约束常数 3.6×10^{-4} .

图 3 和图 4 分别给出了利用三个重力场模型位系数协方差矩阵计算得到的重力场异常和月球大地水准面误差分布, 分别截止到 10 阶次和 25 阶次. 可以看出, 对重力场长波段误差而言, SGM100h 和 CEGM02 比 LP100K 有显著改进, 融入嫦娥一号跟踪数据对重力场长波段的精度改进也较为显著. LP100K、SGM100h 和 CEGM02 截断至 10 阶次的重力场异常误差的 rms 值分别为 0.38, 0.021 和 0.005 mgal, 大地水准面误差的 rms 值分别为 0.49, 0.03 和 0.007 m. 这一数据与图 2 中位系数误差阶方差曲线反映的低阶项位系数精度的改进一致.

为了检验模型在应用中的可靠性和有效性, 这里采用 LP 卫星的重建轨道与基于不同重力场模型的外推轨道比较的方法实施. 比较弧段为 LP 正常任务段 1998 年 5 月 21~22 日两天弧段 1 与同年 6 月 23~24 日两天弧段 2. 比较时, 首先得到两个弧段的重建轨道 (不同重力场模型得到的重建轨道的差异极小, 可忽略), 然后利用不同的重力场模型把弧段 1 得到的精密星历外推至 6 月 23 日与弧段 2 重建轨道的星历进行比

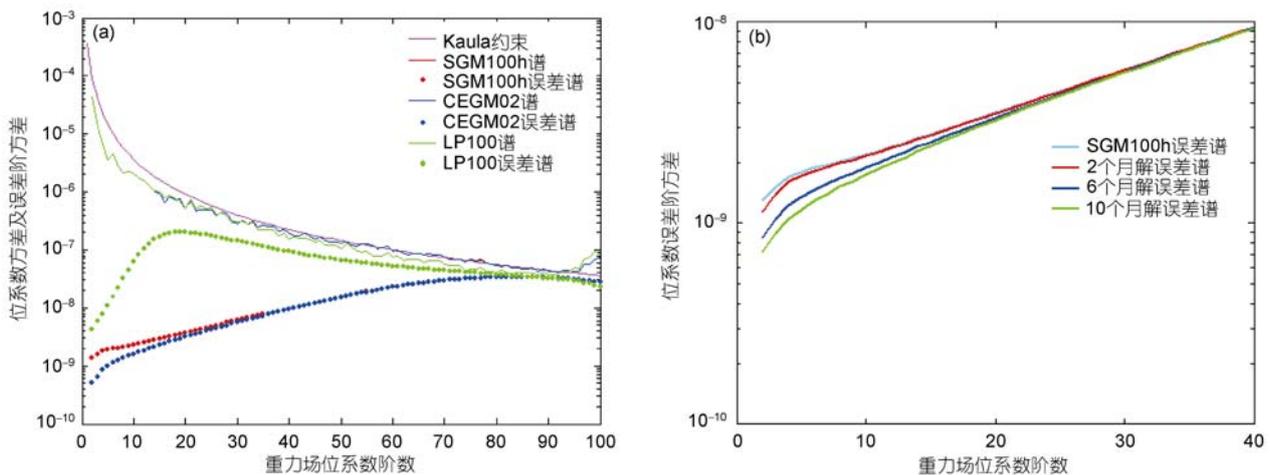


图 2 重力场位系数阶方差及误差阶方差曲线图

(a) 各模型位系数方差及误差阶方差; (b) 利用不同时段嫦娥一号跟踪数据得到的重力场模型误差阶方差, 图中截断至 40 阶

Figure 2 rms coefficient power and error degree variances. Left is variances of three gravity field models, and right is rms error degree variances of gravity field model up to degree 40 using different tracking time spans of Chang'E-1.

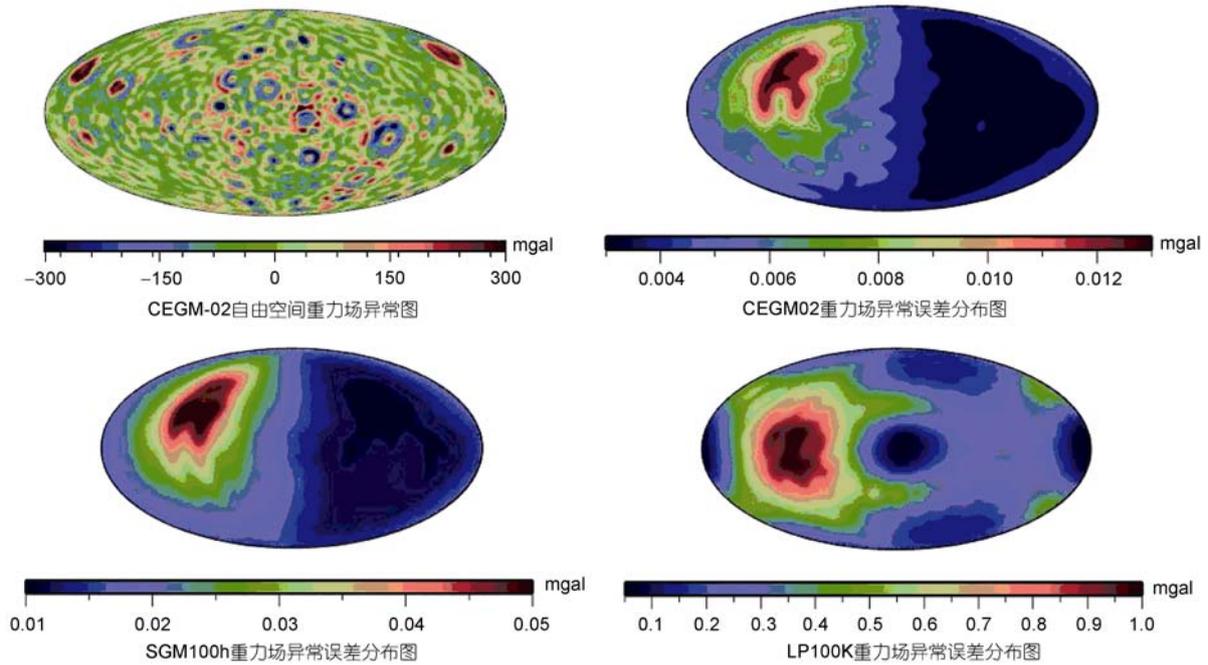


图3 CEGM02模型重力场异常以及各模型截断至10阶次的重力场异常误差分布图

重力场异常图对称中心为(180°E, 0°N); 误差图的对称中心为(270°E, 0°N), 左边为月球背面、右边为月球正面

Figure 3 CEGM02 gravity anomaly and gravity anomaly errors of each model up to degree 10. The symmetrical center of gravity anomaly figure and gravity anomaly error figures are 180°E, 0°N and 270°E, 0°N respectively.

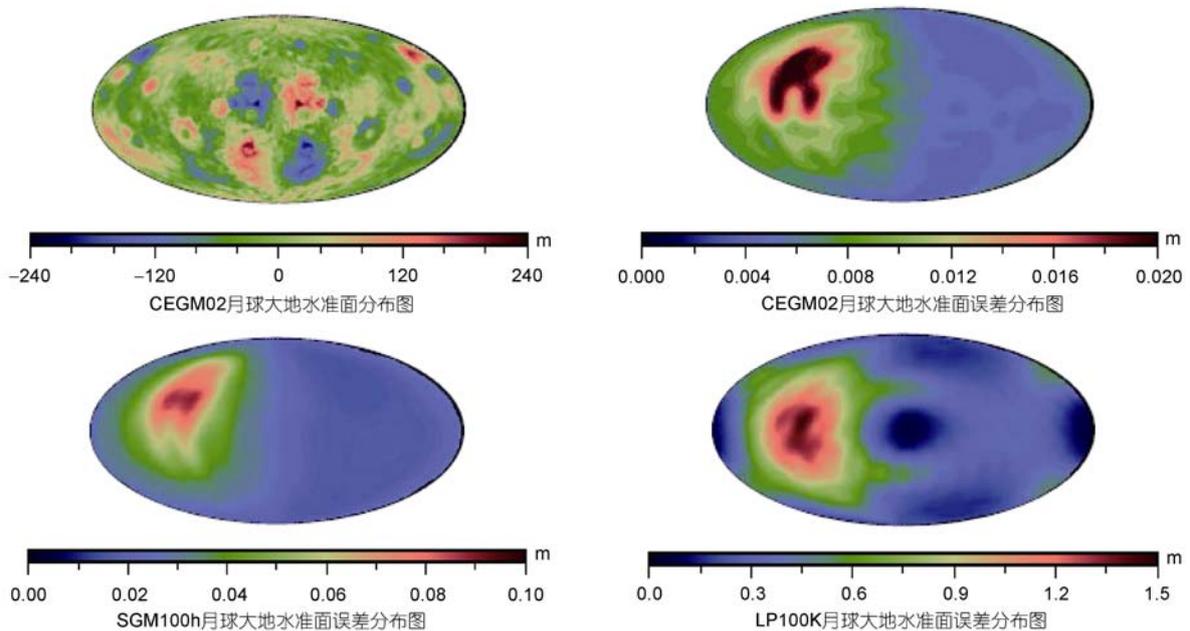


图4 CEGM02模型月球大地水准面以及各模型截断至10阶次的月球大地水准面误差分布图

月球大地水准面分布图对称中心为(180°E, 0°N); 误差图的对称中心为(270°E, 0°N), 左边为月球背面、右边为月球正面

Figure 4 CEGM02 selenoid and selenoid errors of each model up to degree 10. The symmetrical center of selenoid figure and selenoid error figures are 180°E, 0°N and 270°E, 0°N respectively.

较. 表 2 给出了基于不同重力场模型外推结果与重建轨道在轨道面径向、沿迹及法向 3 个正交方向上差值的 RMS 值. 相比于 LP100K 和 SGM100h, CEGM02 在沿迹及法向方向上的 RMS 存在明显的改进. 对 LP 探测器, 由于没有大气阻力作用, 轨道沿迹方向上的误差主要由重力场误差引起, 而长时段弧段外推轨道误差则由重力场低阶项误差引起, 轨道差异在沿迹方向上的减小说明了嫦娥一号轨道跟踪数据对月球重力场低阶次系数解算精度的改进效果是可靠的.

表 2 不同模型预报轨道与重建轨道差异的比较

Table 2 Differences of predicted orbit and reconstructed orbit of different models

轨道矢量方向	径向(m)	沿迹(m)	法向(m)
LP100K	3.16	1563.25	50.80
SGM100h	9.55	1556.46	15.44
CEGM02	8.50	1366.64	15.33

通过卫星跟踪数据解算得到的高精度月球重力场模型可以提供月球转动惯量信息. Apollo 计划在月面放置了 4 个月震仪, 运行期间接收到了大量月球深震信息, 通过对 P 波和 S 波走时信息的分析, 可以加强对内部构造特别是月壳的了解. 由于 S 波强烈衰减, 无法提供月球更深部的信息^[2]. 目前对月核成分和半径的了解主要通过月球转动惯量和物理天平动信息^[19,20]. LLR 可以得到月球天平动参数 β 和 γ , 结合月球重力场 2 阶项位系数信息, 可以解算得到月球转动惯量及平均转动惯量 A, B, C 和 I, 计算公式如下^[2]:

$$\beta = \frac{C-A}{B}, \quad \gamma = \frac{B-A}{C},$$

$$J_2 = \frac{2C-A-B}{2MR^2}, \quad C_{22} = \frac{B-A}{4MR^2}, \quad (3)$$

$$I = \frac{A+B+C}{3},$$

式中 M 为月球质量, R 为月球平均半径, J_2 和 C_{22} 分别为月球重力场二阶项位系数, 其中 J_2 取为二阶项带谐位系数的负值.

根据 LLR 观测得到的天平动信息, 结合不同重力场模型 2 阶项位系数, 表 3 给出了平均转动惯量的计算值.

由表 3 可以看出, CEGM02 解算得到的平均转动惯量相比于 SGM100h, 精度略有改进, 计算结果与 Williams 给出的值比较接近. 平均转动惯量给出月球密度径向分布积分约束, 是用于推断月核成分和大小

的一个重要地球物理量^[21]. 根据 CEGM02 平均惯性矩的误差信息, 假设月核半径为 300 km^[22], 月核密度的解算误差可以约束至 0.08 gm cm⁻³.

表 3 不同模型的平均惯性矩

Table 3 Average moment of inertia of different models

	平均惯性矩	方差(5 倍形式误差)
LP100K ^[6]	0.393120	0.00016
SGM100h ^[5]	0.393493	0.00008
CEGM02	0.393446	0.00006

3 讨论与结论

通过对嫦娥一号、“月女神”一号、LP 及历史积累月球探测器跟踪数据的融合处理和分析, 解算得到了 100 阶次的新月球重力场模型 CEGM02. 解算结果表明, 增加嫦娥一号轨道跟踪数据后, 对现有月球重力场模型中低阶次位系数解算精度有显著改进. 通过阶方差及误差阶方差计算, CEGM02 相比于 SGM100h 在 5 阶项以内精度上改进达 2 倍, 在 10 阶以内有明显贡献, 在 20 阶内都有贡献. 通过重力场异常及 LP 长期轨道预报误差检验表明本文模型是合理可靠的, 可以作为我国未来月球探测中的参考模型使用.

通常情况下进行卫星重力场探测时, 卫星飞行高度越低对重力场响应越敏感. 以上解析过程还表明, 同时采用飞行在不同轨道的探测器进行重力场反演时, 分离出引力效应中的长波部分的能力还与卫星自由飞行弧段的长短有关. 比如在“月女神”任务中, 由于主卫星的自由飞行弧段长度只有 6~9 h, 如果仅仅使用主卫星的双程和四程多普勒数据, 在重力场低阶上有较大的损失. 这时候, 如果引入连续不间断自由飞行在 100×2400 km 高的中继卫星多普勒观测量, 尽管观测机会不多, 使得低阶重力场的精度可以提高 2 倍多. 后者的测量数据总量不多, 每周两次, 每次数小时. 简单地延续上述分析过程, 加入 200 km 高度的嫦娥一号卫星的测量数据后, 由于卫星连续自由飞行的弧长可以达到 24~36 h, 对重力场低阶项有进一步的改进.

在整理本文的过程中, 本文得到的具有自主知识产权的 CEGM02 模型, 从 2010 年 10 月开始已经成功用于我国嫦娥-2 号探测卫星的测控任务事前分析和任务实施阶段的卫星轨道测控中.

在后续工作中将考虑使用包括“月女神”一号和

嫦娥一号的 VLBI 观测在内的全部数据, 预计可以继续提高月球重力场模型精度, 目前正在开展这方面的工作. 另外, 利用模型的 2 阶项的位系数, 并结合 LLR

给出的天平动信息, 计算了月球平均惯性矩, 分析得到了月核密度误差约束, 这些可作为月球内部构造研究方面的参考.

致谢 嫦娥一号轨道跟踪数据是由中国卫星测控网和 VLBI 网获得并提供, “月女神”一号跟踪数据由日本国立天文台 RISE/SELENE 项目组提供, 历史探测器轨道跟踪数据由 NASA 的 PDS 网站提供. 文中的计算分析工作分别在中国科学院上海天文台和日本国立天文台的服务器上完成. GEODYNII/SOLVE 软件的使用得到了 GSFC/NASA 的支持.

参考文献

- 1 Kaula W M. The gravity field of the Moon. *Science*, 1969, 166: 1591–1598
- 2 Williams J G, Boggs D H. Lunar core and mantle. What does LLR see? In: *Proceedings of the 16th International Workshop on Laser Ranging*, Poznan: Poland, 2009. 101–120
- 3 Williams J G. A scheme for lunar inner core detection. *Geophys Res Lett*, 2007, 34: L03202
- 4 Namiki N, Takahiro I, Matsumoto K, et al. Farside gravity field of the Moon from four-way Doppler measurement of SELENE(Kaguya). *Science*, 2009, 323: 900–905
- 5 Goossens S, Matsumoto K, Ishihara Y, et al. Analysis of tracking data and results from Kaguya (SELENE) satellites for lunar gravity field estimation. *Eos Trans, AGU, Fall Meet Suppl*, 2008, 89(53): Abstract P31B-1400
- 6 Konopliv A S, Asmar W, Carranza E, et al. Recent gravity models as a result of the lunar prospect mission. *Icarus*, 2001, 150: 1–18
- 7 Matsumoto K S, Goossens Y, Ishihara Y, et al. An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data: Revealing the farside gravity features. *J Geophys Res*, 2010, 115, E06007, doi: 10.1029/2009JE003499
- 8 Mazarico E, Lemoine F G, Neumann G A, et al. Preparations for Lunar Reconnaissance Orbiter gravity and altimetry missions. *Eos Trans, AGU, Fall Meet Suppl*, 2008, 89(53): Abstract P31B-1401
- 9 Zuber M T, Smith D E, Alkalai L, et al. Outstanding questions on the internal structure and thermal evolution of the moon and future prospects from the grail mission. In: *39th Lunar and Planetary Science Conference (Lunar and Planetary Science XXXIX)*, League City, Texas, 2008. 1074
- 10 Smith D E, Zuber M T, Neumann G A, et al. Initial observations from the Lunar Orbiter Laser Altimeter. *Geophys Res Lett*, doi:10.1029/2010GL043751, in press
- 11 Tapley B D, Bettadpur S, Watkins M et al. The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results. *Geophys Res Lett*, 2004, 31: L09607, doi:10.1029/2004GL019920
- 12 Ouyang Z Y. Scientific objectives of chinese lunar exploration project and development strategy (in Chinese). *Adv Earth Sci*, 2004, 19(3): 351–358 [欧阳自远. 我国月球探测的总体科学目标与发展战略. *地球科学进展*, 2004, 19(3): 351–358]
- 13 Yan J G, Ping J S, Li F, et al. Chang'E-1 precision orbit determination and lunar gravity field solution. *Adv Space Res*, 2010, 46: 50–57
- 14 Rowlands D D, Marshall J A, McCarthy J, et al. GEODYN II System Description. Vols. 1-5. Contractor Report, Hughes STX Corp. Greenbelt, Maryland, 1997
- 15 Ullman R E. SOLVE Program: Mathematical Formulation and Guide to User Input. Hughes/STX Contractor Report, Contract NAS5-31760. NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 1994
- 16 Yan J G, Li F, Ping J S, et al. Lunar gravity field model CEGM-01 based on tracking data of Chang'E-1 (in Chinese). *Chin J Geophys*, 2010, 53(12): 2843–2851 [鄢建国, 李斐, 平劲松, 等. 基于“嫦娥一号”跟踪数据的月球重力场模型 CEGM-01. *地球物理学报*, 2010, V53(12): 2843–2851]
- 17 Heiskanen W A, Moritz H. *Physical geodesy*. Bull Géodésique, 1967, 86(1): 491–492
- 18 Kaula W M. *Theory of Satellite Geodesy. Applications of Satellite to Geodesy*. Waltham, Mass: Blaisdell Pub. Co., 1966
- 19 Dickey J O, Bender J E, Faller J E, et al. Lunar laser ranging: A continuing legacy of the Apollo program. *Science*, 1994, 265: 482–490
- 20 Williams J G. DE421 lunar orbit, physical librations, and surface coordinates. JPL IOM 335-JW, DB, WF-20080314-001, March 14, 2008
- 21 Wieczorek M A, Jolliff B L, Khan A, et al. The constitution and structure of the lunar interior. *Rev Mineral Geochem*, 2006, 60: 221–364

- 22 Ananda M P, Ferrari A J, Sjogren W L. An improved lunar moment of inertia determination: A proposed strategy. *Earth Moon Planets*, 1977, 17: 101–120

Optimization on lunar gravity field model using Chang'E-1 orbital tracking data

YAN JianGuo^{1,2,3*}, PING JinSong^{2,4*}, KOJI Matsumoto³, SANDER Goossens³,
TANG GeShi⁴, LI Fei¹, LIU JunZe⁴ & LI JinLing²

¹ State Key Laboratory of Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430070, China;

² Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Science, Shanghai 200030, China;

³ VLBI Observatory of National Astronomical Observatory of Japan, Mizusawa 0230801, Japan;

⁴ Space Flight Dynamic Laboratory, Beijing Aerospace Command Center, Beijing 100094, China

Lunar gravity field is important information to reveal lunar internal structure and element composition, as well as one of the key scientific objects of lunar exploration mission. Using Chang'E-1 orbital tracking data, and in combination with orbital tracking data of SELENE, Lunar Prospector (LP) and historical spacecraft, a high accuracy lunar gravity field model CEGM02 is developed, improvements are shown compared to CEGM01 and other historical models. Analyses show that Chang'E-1 orbital tracking data contribute to long wavelength of lunar gravity field because of its higher orbit altitude than SELENE main orbiter. When compared CEGM02 with SGM100h, there are improvements by a factor of about 2 below degree 5, significant improvements up to degree 10, and contribution to all coefficients until degree 30. Lunar mean moment of inertia $0.393446 (\pm 0.000006)$ is presented by combining degree 2 coefficients of CEGM02 with lunar laser range results, which can be served as a rather strong constraint in lunar internal structure research.

CEGM-02, Chang'E-1, lunar gravity field model, power spectrum, moment of inertia

PACS: 91.10.Fc, 95.40.+s, 91.10.Op, 91.10.Qm, 91.45.Bg

doi: 10.1360/132010-868