中国科学: 技术科学 2010 年 第 40 卷 第 11 期: 1322 ~ 1329
www.scichina.com tech.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

基于贝叶斯理论的多载频 SIAR 雷达频率分集角度测量

赵光辉*, 石光明, 周佳社

西安电子科技大学智能感知与图像理解教育部重点实验室, 西安 710071
* Email: ghzhao@mail.xidian.edu.cn

收稿日期: 2009-06-11; 接受日期: 2010-05-04
国家自然科学基金(批准号: 60776795, 60902079, 60902031)和教育部长江学者及创新团队(批准号: IRT0645)资助项目

摘要 SIAR 雷达采用多载频正交发射、多天线接收模型, 通过频率分集处理, 其接收回波经过变换等效为非均匀空域采样信号, 常规傅里叶变换处理得到的目标谱分析会出现较大的旁瓣效应, 文中先对接收天线位置进行预排序处理, 之后通过贝叶斯后验概率分布准则, 采用 l_2 范数对目标功率谱进行加权约束, 进而获得空间均匀采样阵列回波. 仿真试验给出了目标在不同 SNR、不同外推阵列个数及不同仰角下的谱分析, 仿真结果有效验证了 SIAR 雷达在高分辨角度测量等方面的优势.

关键词
综合脉冲孔径雷达
贝叶斯后验概率分布准则
频率分集
l_2 范数加权约束

1 引言

近年来, 基于多传感器数据和信息融合的 MIMO (Multiple-input Multiple-output)雷达[1~6]取得了快速发展. 虽然 MIMO 雷达的概念是近几年提出的, 但在此之前国内外对综合脉冲孔径雷达(Synthetic Impulse and Aperture Radar, 简称 SIAR)进行了深入的研究和实验[7~9]. 该体制就包含了多发射多接收阵列思想[2]. SIAR 雷达在各周期的发射过程中, 各天线分别发射一组正交基的频率编码即不同载频的信号, 这为雷达目标探测及高分辨谱估计带来了巨大的优势.

而常规谱估计及超分辨算法, 如 MUSIC 法[10]、ESPRIT 法[11]等基于子空间特征结构法会由于相干多径问题而导致天线孔径的降低和波束宽度的展宽, 从而使得角分辨率下降. 因此如何有效地扩大阵列孔径成为阵列信号处理的一大热点. 常规虚拟阵列扩展多是基于信号的高阶累计量, 高阶统计方法不仅能显示一个过程的幅度信息, 而且能显示其相位信息. 它还具有对任何形式的高斯过程的不敏感性, 可以有效地提取出信号中非高斯成份, 最大程度的抑制高斯噪声. Dogan 和 Mendel 指出了四阶累计量[12]从物理意义上具有不损失方向信息的阵元合成功能, 提出了虚拟互相关计算方法. 但其复杂的计算量严重影响了工程中的应用. 于是 Benjamin Friedlander 提出将阵列插值[13~15]应用到波达方向中, 并将宽带聚焦思想应用到阵列虚拟孔径中, 但是该方法仍然是对阵列孔径内的信号回波进行插值, 实际孔径并没有得到扩展.

文中结合 SIAR 雷达多发多收这一特点, 详细分析了多载频 SIAR 雷达频率分集的特点, 通过阵元间距的变换, 将多载频阵列回波转换成同频接收情况下非均匀空域采样回波, 通过对接收阵列进行天线

引用格式: Zhao G H, Shi G M, Zhou J S. Angel estimation via frequency diversity of the SIAR radar based on Bayesian theory. Sci China Tech Sci, 2010, 53: 2581–2588, doi: 10.1007/s11431-010-4025-1

位置排序、插值、l_2 范数约束, 可以得到空域均匀采样回波, 且周期图中的目标能量随着迭代次数的增加而逐渐增强, 文末通过仿真有效地对该方法进行了验证.

2　SIAR 雷达信号模型

基于 SIAR 体制的阵列雷达可采用多种阵列模型结构(线阵或圆阵[7]), 这里为方便问题阐述, 收发端均采用均匀线阵结构, 包含 N_e 个发射天线, N_r 个接收天线, 若收发天线共用, 即 N_e=N_r, 则为单基地 SIAR 雷达, 若天线分置使用, 则为双(多)基地 SIAR 雷达. 为确保对空间的各向同性照射, 每根天线全向辐射一组正交信号[9], 其发射方向图可在接收端通过脉冲、孔径综合[9]形成.

考虑 p 个远场点目标, 若发射采用变频窄带线性调频信号, 第 k 路发射信号为

$$S_k(t)=\mathrm{rect}(t)\exp\left[\mathrm{j}2\pi\left(f_k t-\frac{1}{2}ut^2\right)\right],\ k=1,2,\cdots,N_e, \quad (1)$$

其中 $f_k=f_0+c_k\Delta f$ 为第 k 路发射载频, Δf 为发射信号间的频差, $c_k\in\{-N_e/2,\cdots,N_e/2\}$ 为发射信号频率编码; μ为调频斜率. 假设发射、接收天线与目标之间的距离远大于天线间的度越时间, 窄带情况下, 各路接收回波复包络是固定的. 第 l 路接收天线回波为多路发射信号回波之和.

$$S_l(t)=\sum_{k=1}^{N_e}\sum_{i=1}^{p}\mathrm{rect}(t-\tau_{kli})\times\exp\left[\mathrm{j}2\pi\left(f_k(t-\tau_{kli})-\frac{1}{2}u(t-\tau_{kli})^2\right)\right]+N_l(t), \quad (2)$$

其中 $\tau_{kli}=\tau_{0i}-\Delta\tau_{ki}-\Delta\tau_{li}$, $\tau_{0i}=2R_i/C$ 为目标初始距离 R_i 对应的回波延迟; $\Delta\tau_{ki}=d_k\sin(\varphi_i)/C$ 为目标 i 与第 k 路发射天线的波程时延, d_k 为第 k 路发射天线与参考发射阵元的间距; $\Delta\tau_{li}=d_l\sin(\varphi_i)/C$ 为目标 i 与第 l 路接收天线的波程时延, d_l 为第 k 路发射天线与参考发射阵元的间距. 上式简化为

$$S_l(t)\approx\sum_{k=1}^{N_e}\sum_{i=1}^{p}\phi_{kli}\cdot\phi_{R_i}\cdot\phi_{S_i}+N_l(t),\quad i=1,\cdots,p;\ l=1,2,\cdots,N_r, \quad (3)$$

其中 ϕ_{R_i} 是目标初始距离对应的相位项, 且 $\phi_{R_i}=\exp(-\mathrm{j}\pi u\tau_{0i}^2)$, i=1, ⋯, p; ϕ_{kli} 是与阵列天线位置以及目标角度有关的相位项, 且 $\phi_{kli}=\exp(\mathrm{j}2\pi f_k\Delta\tau_{kli})$. $\phi_{S_i}=\exp\left(\mathrm{j}2\pi\left(f_k(t-\tau_{0i})-\frac{1}{2}ut^2+u\tau_{0i}t\right)\right)$ 是与发射信号相对应的回波信号, 其中包含了目标的距离信息. 接下来首先将各接收天线回波与参考发射信号 $\exp\left(-\mathrm{j}2\pi\left(f_0t-\frac{1}{2}\mu t^2\right)\right)$ 进行混频, 之后通过补偿各发射载频差 $\exp(-\mathrm{j}2\pi c_k\Delta ft)$, 并经过通道分离处理获得各接收通道的等效发射信号; 之后经过脉冲综合[9]处理, 上式中与目标距离项相关的相位项均可得到补偿, 补偿后的接收回波为

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{A}(\varphi)\bar{\boldsymbol{S}}+\varepsilon, \quad (4)$$

其中 $\boldsymbol{X}=[x_{11},x_{12},\cdots,x_L]^{\mathrm{T}}$ 为接收回波, L 为多载频 SIAR 雷达接收阵元自由度[6], 其最大值为 $L_{\max}$=N_eN_r, $\boldsymbol{A}(\varphi)=\boldsymbol{A}_e(\varphi)\otimes\boldsymbol{A}_r(\varphi)$ 接收导向矩阵, ⊗为 Kronecker 积, $\boldsymbol{A}_e(\varphi)$为发射导向矩阵, $\boldsymbol{A}_r(\varphi)$为接收导向矩阵, $\boldsymbol{A}_{(k,l)}(\varphi_i)=\phi_{kli}$, $\bar{\boldsymbol{S}}=[s_1,s_2,\cdots,s_p]^{\mathrm{T}}$ 为脉冲压缩后的信号矢量, $s_i=A_i\phi'_{S_i}$, ϕ'_{S_i} 为脉冲压缩后的相位项, $\boldsymbol{\varepsilon}$为接收噪声矩阵. (4)式即为多载频 SIAR 雷达的阵列模型. 将接收回波中单个回波展开有

$$\begin{aligned}x_{lk}&=\sum_{i=1}^{p}s_i\cdot\phi_{kli}+n_{lk}=\sum_{i=1}^{p}s_i\cdot\exp\left[\mathrm{j}2\pi f_k(\Delta\tau_{ki}+\Delta\tau_{li})\right]+n_{lk}\\&=\sum_{i=1}^{p}s_i\cdot\exp\left[\mathrm{j}2\pi\frac{f_k}{f_{0.}}f_{0.}(d_k+d_l)\sin(\varphi_i)/C\right]+n_{lk}\\&=\sum_{i=1}^{p}s_i\cdot\exp\left[\mathrm{j}2\pi\gamma_k(\rho_k+\rho_l)d\sin(\varphi_i)/\lambda_0\right]+n_{lk}\\&=\sum_{i=1}^{p}s_i\cdot\exp\left[\mathrm{j}2\pi d_{kl}\sin(\varphi_i)/\lambda_0\right]+n_{lk},\end{aligned}$$

$$\gamma_k=\frac{f_k}{f_0},$$

$$d=\lambda_0/2,$$

$$d_{kl}=\gamma_k(\rho_k+\rho_l)d, \quad (5)$$

其中 x_{lk} 的下标 lk 最大取值为 $L_{\max}$. γ_k 定义为接收孔径因子, ρ_k = 0, ⋯, N_e−1, ρ_l = 0, ⋯, N_l−1. 由上式对 d_{kl} 的定义可知, SIAR 雷达其接收阵的等效阵元位置经过变换, 按照 d_{kl} 的阵元间距重新分布. 因此, 对于发射频率大于中心载频 f_0 的信号回波, 即 γ_k>1, 则 d_{kl}>d, 对于发射频率小于中心载频 f_0 的信号回波, 可以得到以 d 为阵元间距所得不到的回波信息. 通过融合多载

频的回波信息, 即可获得大量以 d 为阵元间距采样所得不到的目标信息, 接下来就可以通过数据融合处理来获得高精度的角度测量.

由于发射载频取值的随机性, γ_k 将不是一固定值. 转换到天线位置的重新排列, 表现为接收阵的非均匀分布. 图 1(a)为多载频 SIAR 雷达采用 9 根发射天线、7 根接收天线均匀分布情况下, 接收阵孔径扩展后天线位置非均匀分布示意图. 图 1(a)的横坐标为孔径因子, 纵坐标为接收天线的位置坐标, 可见, 随着频率的升高, 整个接收阵的回波信息量是逐渐增大的; 将图 1(a)中天线位置重新排序可以得到图 1(b)所示的阵列数据融合后的接收天线位置. 图中发射信号载频相对于中心载频对称分布, 可见, 随着孔径因子的增大(即图中所绘曲线的斜率), 接收阵元的位置表现为空间非均匀分布.

由图 1 的多载频回波阵列融合可知, 对于发射采用多载频的 SIAR 雷达来说, 经过 AD 采样、通道分离、脉冲压缩后的接收回波等效于原接收站的多孔径下的回波之和, 由图 1 可知, 由于载频的对称分布, 回波数据同时包含孔径增大和减少两种情况下的阵列情况, 针对空域采样而言, 接收站得到的是关于目标稀疏特性的散射信息, 若接收站点为多站稀疏分布结构(稀布阵工作模式或称多基地工作模式), 则在宽带(成像)雷达系统中, 可以通过高度分集或分布式特点而得到目标不同视角下的 RCS 散射信息, 从而进一步实现高分辨率单散射点参量估计或高分辨目标二维(三维)像合成, 该特点可归纳为多载频 MIMO 雷达的空域分集特性.

3 基于贝叶斯最大后验概率准则的高分辨谱估计

经过(5)式的变换以及矢量化运算, 接收阵列回波可以表示为

$$y = \boldsymbol{\Phi} \cdot \bar{\boldsymbol{S}} + \varepsilon, \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{\Phi} = \mathrm{vec}(\boldsymbol{A}(\varphi))$ 为(4)式的稀疏方向矩阵 $\boldsymbol{A}(\varphi)$ 经过矢量化处理后得到的导向矢量, 由于多载频的影响, $\boldsymbol{\Phi}$ 中各接收阵元的位置是非均匀分布的, 经过整理排列后的稀疏阵元位置示意图如图 2 所示.

由于 SIAR 存在四维模糊问题[8], 通常在不同的脉冲重复周期(PRT)内采用变频机制以减少目标的距离、多普勒、方位和俯仰间的模糊. 图 2 给出了不同 PRP 下接收阵列的稀疏接收阵元位置示意图, 其中纵坐标代表不同的 PRP. 对于某次 PRP, 取 T_1 行为例, 各彩色单元代表不同的接收天线位置. 由于发射采用多频信号, 经过(5)式变换, 等效于接收阵列的采样信息增加了, 通过坐标变换, 即可得到 T_1 行所示的各彩色阵元. 若发射为随机跳频, 则可以实现空域的随机采样, 具体表现为图 2 各行中接收阵元位置的不同. 本文的研究目的就是在获得空域稀疏 N_l 点采样后(N_l 为图 2 中单次 PRT 下稀疏阵元个数), 优化空域目标频谱, 通过数据融合处理, 以期获得最优的空域分辨率和最低的目标能量扩散, 为此, 需要对(6)式的稀疏空域回波进行一定的优化约束, 假设拟获得 M 点($N_l \ll M$)的高分辨空域频谱, 上述优化问题可以转化为

$$\max\left(\frac{\left|\boldsymbol{Y}_{3\ \mathrm{dB}}\right|^2}{\left|\boldsymbol{Y}_{\mathrm{sidelobe}}\right|^2}\right),\ \ \mathrm{s.t.}\begin{cases} y = \boldsymbol{F}\boldsymbol{Y}, \\ y = \boldsymbol{\Phi} \cdot \bar{\boldsymbol{S}} + \varepsilon, \end{cases} \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{Y}$ 是空域回波 y 的目标空域谱分析, $|\boldsymbol{Y}_{3\ \mathrm{dB}}|^2$ 是空间谱的主瓣能量, $|\boldsymbol{Y}_{\mathrm{sidelobe}}|^2$ 是空间谱的旁瓣能量; $\boldsymbol{F}$ 是由低维变换到高维的离散傅里叶变换矩阵

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{M}\exp[\mathrm{j}2\pi \boldsymbol{P}_v'(0:M-1)/M],$$

其中 $\boldsymbol{P}_v'$ 表示排序后由稀疏阵元位置组成的列矢量. 由于(7)式等效为求解一欠定方程, 因此 $\boldsymbol{Y}$ 的解通常并不唯一, 因此(7)式转化为如何通过较少的空域采样点恢复高分辨的目标谱的问题, 同时要求谱估计中的目标能量不会由于采样点的减少而出现高旁瓣或目标能量泄露等情况. 如此, (7)式转化为稀疏信号频谱高分辨恢复及能量约束问题, 即通过已有的 N_l 点空域稀疏采样, 恢复频域高分辨谱信息.

通常来说, 谱分析是一个线性求逆问题, 其目标是从有限的数据元素中得到理想情况下无限元素对应的谱估计. 现有方法多是对谱估计强加一种基于某种范数的特征约束, 常规的离散回波的傅立叶变换就是一种线性求逆问题, 而带有先验信息的傅立叶变换可认为是某种带宽受限信号外推问题. 基于该代价函数的算法提出可以归结为对数据进行约束的频率加权最小范数问题. 权值的选择可以结合带宽的先验知识及目标回波的频谱结构, 从而可以得到高分辨的空域谱分析. 由于空域回波为稀疏采样分布, 可以将上述模型转换为稀疏信号理论模型进行研究.

在稀疏信号表示理论中, 通常采用 l_0 范数来描述信号的稀疏性, 对于(6)式的 SIAR 模型, 可以理解为,

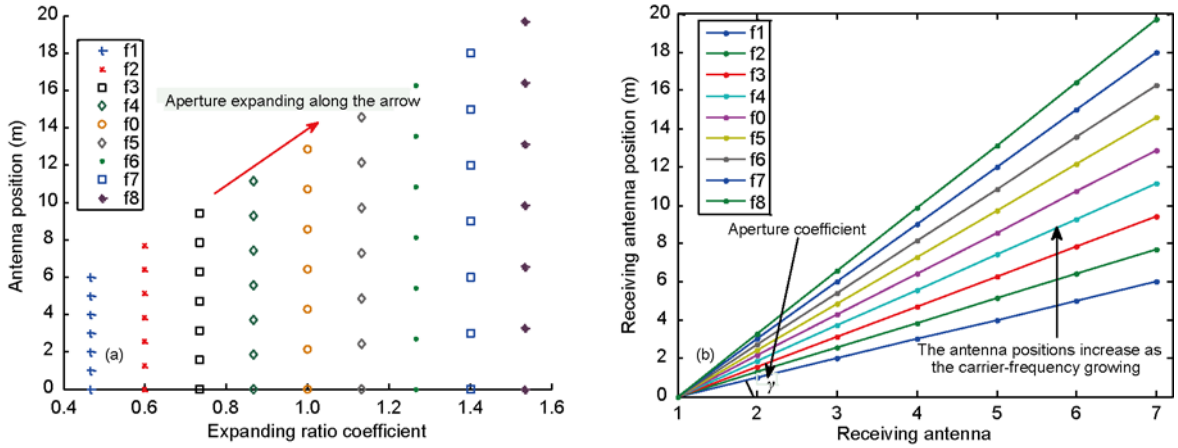

图 1　(a) SIAR 雷达稀疏孔径比例图; (b) SIAR 雷达稀疏接收阵列坐标

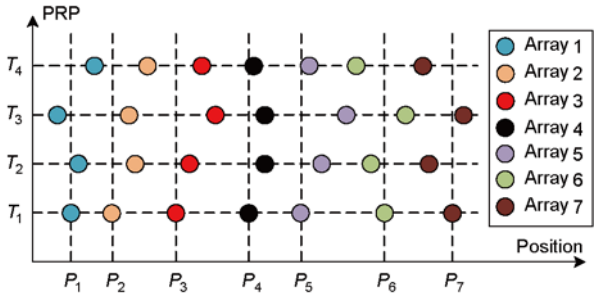

图 2　SIAR 雷达阵列信息融合位置排序

发射采用多载频信号, 空域接收为稀疏回波, 通过约束实现频谱中目标能量突出, 噪声被抑制, 即

$$\sum_{j=1}^{M}\left|Y_j\right|^0=\min, \tag{8}$$

上式可以理解为, 通过接收稀疏空域采样, 获得高分辨谱分析, 同时要求空域谱在目标位置处能量得到最大限度的聚集, 转化为数学表达为: 要求目标谱 $\boldsymbol{Y}$ 的谱密度函数十分尖锐, 且要聚集在目标附近, 谱密度函数随目标距离的远离而迅速减小. 观察(7)式, 离散傅里叶变换矩阵 $\boldsymbol{F}$ 是一个 $M\times N_l$ 的扁矩阵, 从 N_l 个空域采样信息中提取出 M 点的目标谱是一个欠定方程求解问题, 同时也是一个 NP 难的问题, 且考虑到稀疏约束准则设计过程中要求目标谱的稀疏性, 即要求目标谱在 K 个目标位置处有较高的能量, 其余位置处尽可能压低旁瓣, 因此求解(8)式的 l_0 范数问题等效于从 M 点的目标谱中选择 K 个稀疏解, 其选择种类有 C_N^K, 当要求恢复的目标谱点数 N 增加时, 上式的选择将大大增加. 为处理这个 NP 难问题, 本文从另一个角度出发, 通过结合 l_p 范数对空间谱 $\boldsymbol{Y}$ 的贝叶斯最大后验概率进行优化设计, 从而实现了目标谱稀疏性设计要求.

假设(7)式中的噪声与信号相互独立, 根据贝叶斯最大后验概率估计准则(MAP)[16]可以得到 $\boldsymbol{Y}$ 的估计值为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{MAP}}&=\arg\max_{\boldsymbol{Y}}\ln p\left(\boldsymbol{Y}\middle|y\right)=\arg\max_{\boldsymbol{Y}}\left[\ln p\left(y\middle|\boldsymbol{Y}\right)+\ln p\left(\boldsymbol{Y}\right)\right]\\&=\arg\max_{\boldsymbol{Y}}[\ln p_{\varepsilon}\left(y-\boldsymbol{FY}\right)+\ln p\left(\boldsymbol{Y}\right)].\end{aligned} \tag{9}$$

为方便讨论, 这里假设噪声 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 服从高斯分布, 且各噪声矢量间为独立同分布, (7)式中 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的每个元素 $\varepsilon_i(i=1, 2, \cdots, N_l)$ 的分布为

$$p_{\varepsilon(i)}\left(u\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_n^2}\right), \tag{10}$$

其中 σ_n^2 为噪声方差. 如前所述, 扩展后的频域信号 $\boldsymbol{Y}$, 其谱密度函数向目标附近靠近, 由于 Cauchy 分布相比高斯分布具有更好的突变性能[17~20], 这里选择 Cauchy 分布来描述 $\boldsymbol{Y}$ 的谱密度分布情况. 对于频域信号 $\boldsymbol{Y}$ 中每个复变量 Y_i 来说, 考虑噪声分布, 其 l_p 范数下联合 Cauchy 分布为

$$p\left(Y\right)=p\left(Y_1,\cdots,Y_M\right)\propto\prod_{i=1}^{M}\frac{1}{1+\dfrac{\left|Y_i\right|^p}{2\beta^2}}, \tag{11a}$$

$$\ln p\left(\boldsymbol{Y}\right)\propto\sum_{i=1}^{M}\ln\left(1+\frac{\left|Y_i\right|^2}{2\beta^2}\right), \tag{11b}$$

β 为广义方差[21], 其 l_p 范数下的定义为

$$\beta=\sqrt{2^{-(2/p)}\frac{\Gamma\left(1/p\right)}{\Gamma\left(3/p\right)}\sigma_Y^2}. \tag{12}$$

当噪声的概率密度函数及信号的谱密度分别服从(10)式和(11)式时, 可以构造基于 MAP 准则的代价函数

$$J(\boldsymbol{Y})=\frac{1}{2\sigma_n^2}\left\|y-\boldsymbol{F}\boldsymbol{Y}\right\|^2+\sum_{i=1}^{M}\ln\left(1+\frac{|Y_i|^p}{2\sigma_Y^2}\right), \tag{13}$$

上式中第一项为噪声的分布, 第二项为对目标谱 $\boldsymbol{Y}$ 施加的谱密度分布函数, 其中目标能量 σ_Y^2 在每次迭代中逐渐得到更新, 这里以 l_p 范数为例来获得目标谱分析的有效估计, 首先对 $\boldsymbol{Y}^*$ 进行求导得

$$\begin{aligned}\frac{\partial J(\boldsymbol{Y})}{\partial \boldsymbol{Y}^*}&=\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{Y}^*}\left[\frac{1}{2\sigma_n^2}\left\|y-\boldsymbol{F}\boldsymbol{Y}\right\|^2+\sum_{i=1}^{M}\ln\left(1+\frac{|Y_i|^p}{2\beta^p}\right)\right]\\&=\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{Y}^*}\left[\sum_{i=1}^{M}\ln\left(1+\frac{|Y_i|^p}{2\beta^p}\right)\right]+\frac{1}{2\sigma_n^2}\boldsymbol{F}^H\left(y-\boldsymbol{F}\boldsymbol{Y}\right),\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial Y_i^*}\left[\sum_{i=1}^{M}\ln\left(1+\frac{|Y_i|^p}{2\beta^p}\right)\right]&=\frac{1}{2\beta^p}\left(1+\frac{|Y_i|^p}{2\beta^p}\right)^{-1}\frac{\partial|Y_i|^p}{\partial Y_i^*}\\&=\frac{1}{2\beta^p}\left(1+\frac{|Y_i|^p}{2\beta^p}\right)^{-1}\frac{|p|}{2}|Y_i|^{p-2}Y_i,\end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{O}=W\boldsymbol{Q}$, $W^{-1}\triangleq\Pi(\boldsymbol{Y})=\mathrm{diag}\left(|Y_i|^{p-2}\right)$,

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{Y}^*}\left[\sum_{i=1}^{M}\ln\left(1+\frac{|Y_i|^p}{2\beta^p}\right)\right]&=\frac{|p|}{\beta^p}\boldsymbol{Q}^{-1}\Pi(\boldsymbol{Y})\boldsymbol{Y}\\&=\frac{|p|}{\beta^p}\boldsymbol{Q}^{-1}W^{-1}\boldsymbol{Y}=\frac{|p|}{\beta^p}\boldsymbol{O}^{-1}\boldsymbol{Y},\end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}\left(1+\frac{|Y_i|^p}{2\beta^p}\right)$, $\lambda=2\sigma_n^2\frac{|p|}{\beta^p}$,

(14)式变为

$$\frac{\partial J(\boldsymbol{Y})}{\partial \boldsymbol{Y}^*}=\lambda\boldsymbol{O}^{-1}(\boldsymbol{Y})\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{F}^H\left(y-\boldsymbol{F}\boldsymbol{Y}\right). \tag{15}$$

求解上式的极值得

$$\boldsymbol{Y}=\left(\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{F}+\lambda\boldsymbol{O}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{F}^H y. \tag{16}$$

通过如下等式变换

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{F}^H\left(\lambda\boldsymbol{I}_N+\boldsymbol{F}\boldsymbol{O}^{-1}\boldsymbol{F}^H\right)=\left(\lambda\boldsymbol{O}^{-1}+\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{F}\right)\boldsymbol{O}\boldsymbol{F}^H\\&\Rightarrow\left(\lambda\boldsymbol{O}^{-1}+\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{F}\right)^{-1}\boldsymbol{F}^H=\boldsymbol{O}\boldsymbol{F}^H\left(\lambda\boldsymbol{I}_N+\boldsymbol{F}\boldsymbol{O}\boldsymbol{F}^H\right)^{-1},\end{aligned} \tag{17}$$

(17)式转变为

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{O}\boldsymbol{F}^H\left(\lambda\boldsymbol{I}_N+\boldsymbol{F}\boldsymbol{O}\boldsymbol{F}^H\right)^{-1}y, \tag{18}$$

表示成迭代方程为

$$\boldsymbol{Y}^{(k)}=\boldsymbol{O}^{(k-1)}\boldsymbol{F}^H\left(\lambda\boldsymbol{I}_N+\boldsymbol{F}\boldsymbol{O}^{(k-1)}\boldsymbol{F}^H\right)^{-1}y, \tag{19}$$

其中 k+1, k 分别表示迭代次数. 重复计算 $\boldsymbol{X}^{(k)}$, 带入下式进行收敛性判断

$$\frac{\left|J\left(\boldsymbol{Y}^{(k+1)}\right)-J\left(\boldsymbol{Y}^{(k)}\right)\right|}{\left[\left|J\left(\boldsymbol{Y}^{(k+1)}\right)\right|+\left|J\left(\boldsymbol{Y}^{(k)}\right)\right|\right]/2}<\delta, \tag{20}$$

其中 δ 为收敛精度. 如果某次迭代结果满足上式, 则说明此次已达收敛, 此时的目标谱即为最大后验概率准则下的最优估计.

当 $p=2$ 时, 代价函数即为对目标功率谱的约束, 可以确保所恢复的周期图中的目标能量逐渐逼近信号的真实能量分布. 通过以上描述, 并结合多载频 SIAR 雷达的处理流程[9], 可以得到如下图 3 所示的多载频 SIAR 雷达高分辨谱估计的设计流程图.

整个流程为: 首先 N_r 路接收回波经过混频, A/D 变换及低通滤波处理, 之后经过通道分离得到稀疏阵列回波, 计算(5)式获得其阵元位置, 进行脉冲综合处理获得目标距离信息, 通过补偿由目标距离引

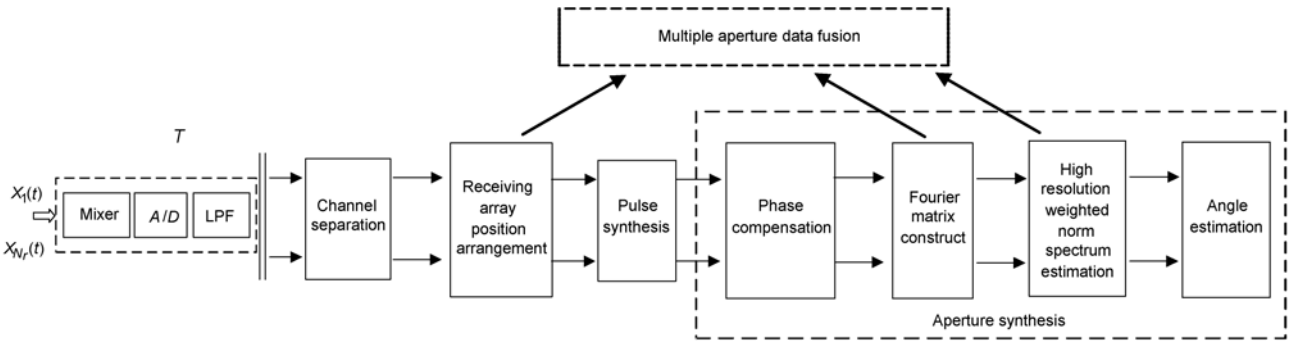

图 3　多载频 SIAR 高分辨谱估计流程

入的相位项, 获得包含各通道角度信息的相位回波, 依据稀疏阵元位置结构按(8)式得到离散傅里叶变维矩阵, 采用(13)式的代价函数得到高分辨目标谱, 搜索谱峰位置获得目标的角度信息. 仿真中为方便对比, 采用 l_2 范数进行试验比较.

4　计算机仿真

为验证本文孔径扩展的有效性和理论分析的正确性, 进行了如下的计算机仿真. 假设多载频 SIAR 雷达采用 10 个发射天线, 11 个接收天线, 各发射阵元同时辐射不同载频的线性调频信号, 调频带宽为 500 kHz, 频差范围为 25 MHz, 信噪比为 10 dB, 噪声方差为 0.2, 服从高斯分布, 发射频率范围为米波段(70~270 MHz). 假设 4 个目标均位于 100 km, 仰角分别为 12.3°, 13.5°, 20.9°和 22.1°. 图 4 给出了采用常规补零 DFT 方法以及文中迭代方法得到的测角结果. 从仿真结果可以看出, 由于多载频 SIAR 雷达接收阵等效为非均匀采样, 阵元间距较大, 常规 DFT 补零运算会造成较高旁瓣, 实验结果不能区分多目标; 经过贝叶斯 l_2 范数迭代处理, 空域采样转变为均匀信号, 其谱分析中的旁瓣效应得到了明显的降低. 经过 7 次迭代得到了 4 个目标的精确谱估计; 图 5 为 7 次迭代过程, 图中迭代收敛精度为 1×10^{-3}. 由于目标函数的设计过程中对目标的功率谱进行了范数加权约束, 因此从图 5 可以发现, 通过迭代处理, 回波功率在保证谱分析的真实性的同时, 对目标位置处能量进行了增强处理, 随着迭代次数的增加, 目标谱中的噪声分量逐渐得到了抑制, 而常规并未引入任何先验信息理论的傅里叶变换, 由于目标角度差很小, 且发射波束较宽而无法区分多目标角度, 同时对环境噪声也不存在任何的抑制作用. 为验证迭代信号的正确性, 设置收敛精度为 1×10^{-6}. 图 6 给出了迭代信号的空域外推回波, 并将结果与原始空域采样进行了比对; 图 7 为各次迭代过程中外推的接收阵列回波. 在实际应用中可通过调节收敛精度来保证算法的实时性.

为验证文中方法在不同孔径和信噪比下的测量的稳健性, 进行了如下的 Monte-Carlo 实验分析. 仿真中采用 9 根发射天线, 7 根接收天线, 发射信号中心载频 110 MHz, 频差 20 MHz, 目标角度 12.301°, 信噪比由−10 dB 变化到 15 dB, 孔径个数由 50 扩展到 190. 图 8 和图 9 为上述仿真条件下的目标角度测量的均方根误差图. 由图 9 可见, 随着扩展孔径个数的提高, 测角误差随着信噪比的提升而逐渐降低, 且孔径扩展越大, 误差降低越多.

为验证文中方法在不同目标角度下测量的有效性, 进行了如下的 Monte-Carlo 实验分析. 假设目标距离为 100 km, 发射基频、阵列个数、信噪比等参量同图 8. 图 10 为目标位于不同角度时测量误差随信噪比的变化图. 图 11 为给定信噪比为 10 dB 时目标俯仰角的测量结果. 由于采用米波段信号, 接收波束较宽, 在图 10 和图 11 的信号设计中均考虑了地面多径反射的影响. 图 11 中给出了目标仰角由 0.1°变化到 10°过程中, 采用 Capon 法进行角度测量的结果. 同时, 为方便对比, 给出了常规相控阵雷达的测量误差结果. 从仿真结果可以看出, 随着目标角度的增大,

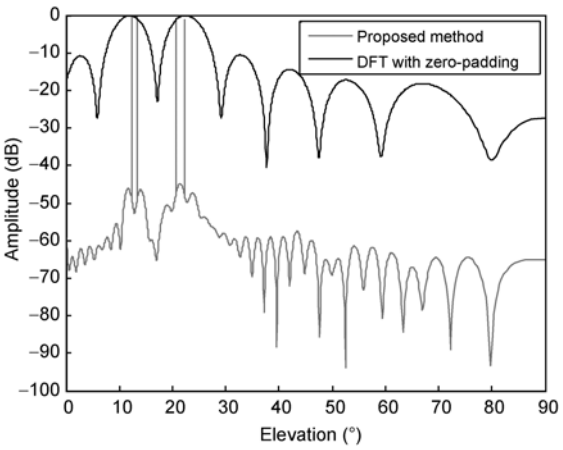

图 4　多目标分辨率分析

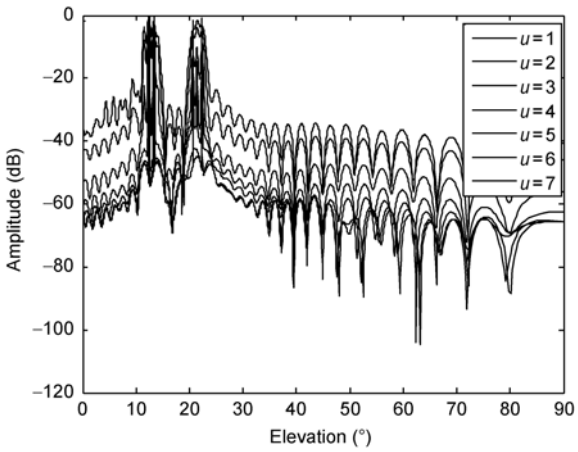

图 5　目标角度迭代结果

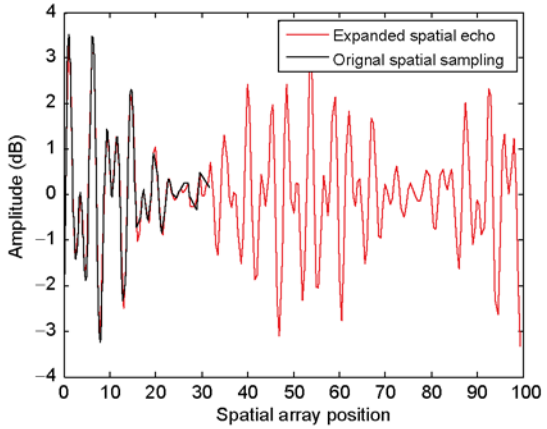

图 6　原始回波与外推回波对比图

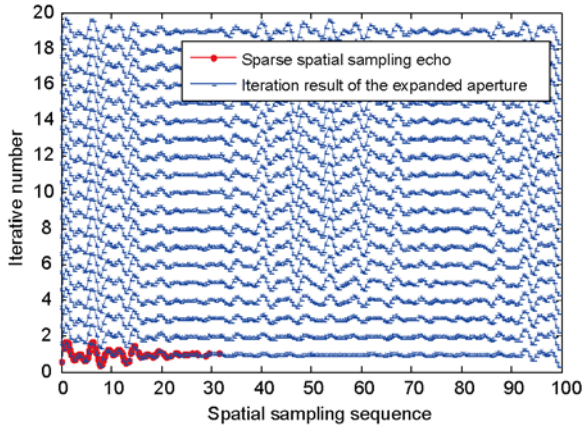

图 7　外推阵列回波各次迭代结果

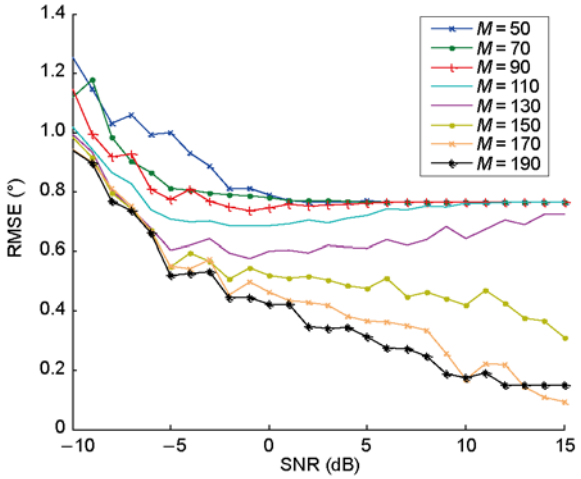

图 8　测角误差随信噪比变化曲线

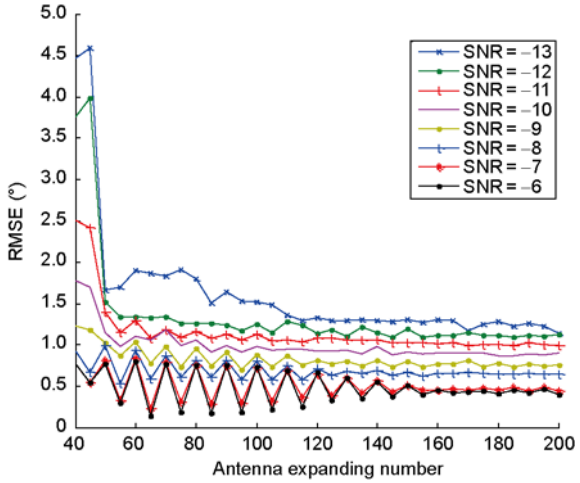

图 9　测角误差随孔径外推个数变化曲线

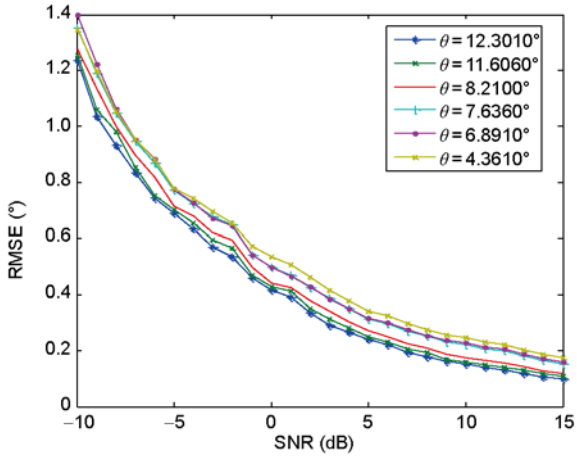

图 10　不同仰角下测角误差随信噪比变化曲线

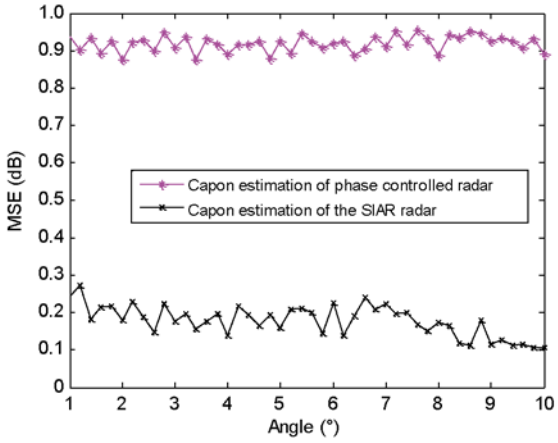

图 11　SIAR 雷达与相控阵雷达测角误差图

多载频 SIAR 雷达经过接收阵列的融合外推处理, 其角度测量精度得到了极大的提高, 从而体现出其在测角精度及稳健性相比常规相控阵雷达的优越性, 测量结果进一步验证了文中方法的正确性.

5 结论

本文研究了基于加权范数约束的多载频SIAR雷达孔径扩展问题, 给出了多发多收频率分集体制下非均匀空间采样的接收阵模型, 通过插值、贝叶斯加权范数约束, 得到了空间均匀采样阵列回波. 针对低频回波信号中相干信号对角度测量的影响, 重点分析了低载频情况下多目标的角度测量问题, 给出了随 SNR、外推阵元个数及角度变化情况下 Monte-Carlo 实验, 仿真结果进一步验证了文中方法的有效性及稳健性.

参考文献

1 Fishler E, Haimovich A, Blum R, et al. MIMO radar: an idea whose time has come. In: Proc 2004 IEEE Radar Conf, Philadelphia, PA, 2004

2 Hammad A K, Wasim Q M, David J E, et al. Ultra wideband multiple-input multi-output radar. In: IEEE International Radar Conference. Virginia: IEEE, 2005

3 Forsythe K W, Bliss D W, Fawcett G S. Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar: performance issues. In: Proceedings of IEEE Radar Conference, 2004

4 Fuhrmann R, Geoffrey S A. Transmit beamforming for MIMO radar systems using partial signal correlation. In: Proceedings of IEEE Radar Conference, 2004

5 Frank C R, Scott C, Dennis W, et al. Mimo radar theory and experimental results. In: Proceedings of IEEE Radar Conference, 2004

6 Bliss D W, Forsythe K W. Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar and imaging: degrees of freedom and resolution. In: Proceedings of 37th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, 2003

7 Dorey J, Garnier G, Auvray G. RIAS, synthetic impulse and antenna radar. In: Proceedings of International Conference on Radar, Paris, 1989. 556—562

8 保铮, 张庆文. 一种新型的米波雷达-综合脉冲与孔径雷达. 现代雷达, 1995, 17: 1—13

9 赵光辉, 陈伯孝, 朱守平. 基于 SIAR 体制的单基地 MIMO 雷达方向综合及测角性能分析. 中国科学: 技术科学, 2009, 39: 181—192

10 Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. IEEE T Antenn Propag, 1986, 34: 276—280

11 Roy R, Paulraj A, Kailath T. ESPRIT-A subspace rotation approach to estimation of parameter of cisoids in noise. IEEE Trans on ASSP, 1986, 34: 1340—1342

12 Dogan M C, Mendel J M. Applications of cumulants to array processing-part I: Aperture extension and array calibration. IEEE T Sign Proc, 1995, 43: 1200—1216

13 Friedlander B. The interpolated Root-MUSIC algorithm for drection finding. Europ J Sign Proc, 1993, 30: 15—29

14 Friedlander B. Direcrtion finding with an interpolated array. Proc IEEE Int Conf Acoust Speech Signal Processing, Albuquerque, New Mexico, 1990. 2951—2954

15 Weiss A J, Friedlander B. Performance analysis of diversely polarized antenna arrays. IEEE Trans Signal Processing, 1991, 39: 1589—1603

16 Rao B D, Engan K, Cotter S F, et al. Subset selection in noise based on diversity measure minimization. IEEE Trans Signal Process, 2003, 51: 760—770

17 Mauricio D S, Tadeusz J U, Colin J W. Interpolation and extrapolation using a high-resolution discrete Fourier transform. IEEE SP, 1998, 46: 31—38

18 Williams E J. Cauchy-distributed functions and a characterization of the Cauchy distribution. Annal Math Statis, 1969, 40: 1083—1085

19 Hanson K M, Wolf D R. Estimators for the Cauchy distribution. Max Entro Bayes Meth, 1996. 255—263

20 Hanson K M. Introduction to Bayesian image analysis. Proc SPIE, 1898. 716—731

21 Varanasi M K, Aazhang B. Parametric generalized Gaussian density estimation. J Acoust Soc Amer, 1989, 86: 1405—1412