

热声振荡器的二端口网络模型及起振条件

胡兴华*, 张晓青*, 王惠龄, 舒水明

华中科技大学制冷与低温研究所, 武汉 430074

* 联系人, E-mail: huxh@mail.hust.edu.cn, zhangxq@mail.hust.edu.cn

2008-02-22 收稿, 2008-07-21 接受

国家自然科学基金(批准号: 50576024, 51076013)资助项目

摘要 热声发动机的起振过程是发生在非均匀声介质中的自激振荡过程, 揭示各影响因素之间的耦合关系是热声学基础研究的重要课题. 将热声发动机视为由主动网络与被动网络组成的热声振荡器. 相应地, 推导了组件对应的二端口 Y 参数, 采用负阻模型和反馈模型分别描述了驻波和行波热声发动机, 并给出了对应的二端口网络拓扑, 应用 Nyquist 失稳判据获得了热声振荡器的起振条件. 模型预测的起振参数, 特别是起振频率及模态特征与文献实验报道相符; 此外, 通过拓扑图论证了驻波热声发动机起振于负阻状态、热声——斯特林发动机存在高频模态. 该方法通过考察热声系统的频域响应, 实现了以解析方式反映发动机运行参数和系统结构对起振模态、起振温度的影响; 能避免使用经验频率设计热声系统, 在系统设计阶段提供热稳定性校核的途径.

关键词
热声发动机
二端口
振荡器
Nyquist 判据
起振

利用“热声”效应的热功转换装置可应用于低温制冷、热力发电等领域^[1,2]. 热声发动机所固有的无运动部件、长寿命、环保等优势, 吸引了国内外研究者对不同型式的两类发动机开展了研究^[3]. 遗憾的是, 热声发动机的失稳条件在理论上并未得到很好的解决, 使得一些观测到的实验现象, 如起振模态对充气压力敏感^[4,5]、双阀起振现象^[6]没有得到明确的物理阐释. 目前, 已有少量关于热声发动机频率和起振温度的研究. Tu 等人^[7]利用阻抗传递公式计算了驻波发动机的工作频率; Dai 等人^[8]通过构造人工驻波边界计算了行波发动机的工作频率. 由于上述模型假定发动机业已起振, 故不能用于预测起振温度. 在热声热机研究中, 起振温度定义为能使管内产生自激振荡声场的最低加热温度. Arnott 等人^[9]采用线性、连续温度场分布假设, 运用阻抗、压力传递公式和数值迭代方法求解驻波发动机的复本征频率, 以品质因子在起振时趋于无穷大为判据预测其起振温度和起振频率. 最近, Benavides^[10]运用能量守恒原理建立了气体循环输出功的计算式, 并以起振状态下该输出功大于零为判据预测了行波发动机的起振温度; 该模

型采用经验频率计算式, 故没有考虑起振频率与起振温度之间的耦合以及充气压力对起振模态的影响. 以上两模型的共同之处在于模型中均包含不等式用于判定起振条件.

对已有文献的调查显示, 目前缺乏通用于两类热声发动机的, 可以描述起振频率与起振温度之间耦合关系的方法. 此外, 据文献报道, 对于某些构造的热声发动机, 充气压力是影响起振模态的决定性因素^[4,5], 伴随着声速及热声板叠温度梯度的变化, 振荡模态还可能出现演化^[4-6], 在以往的理论研究中未曾涉及这些效应. 本研究的出发点是考察热声自激振荡过程各影响因素之间的耦合关系, 明确模态生存的条件, 促进对实验现象的理解和主动预测.

1 热声二端口参数与 Nyquist 失稳判据

二端口网络分为主动网络和被动网络, 能够描述由势和流主导的物理过程, 已在电子学、微波工程等领域得到了应用^[11,12]. 热声场中声压和体积流率具备势和流的特征, 热声板叠具有的流放大效应使之可以比拟为主动组件. 在热声学中运用二端口网络方法必

须解决的两个基本问题是: (i) 推导出热声组件对应的二端口参数; (ii) 建立不同型式热声发动机所对应的二端口拓扑结构. 基于上述考虑, 本文将自激振荡的热声发动机视为由主动网络和被动网络组成的热声振荡器, 在推导热声二端口参数的基础上考察相应拓扑结构的频率响应. 由频域稳定性分析工具(Nyquist失稳判据)得到热声振荡器的起振条件. 在热声振荡器中, 主动网络指热声板叠或包含热声板叠的级联组件; 被动网络指除热声板叠外的热声组件(如换热器、谐振管等). 二端口参数按势与流的组合形式不同可分为阻抗参数 Z 、导纳参数 Y 、混合参数 H 、传输参数以及散射参数 S ; 各类参数各自对应一个 2×2 矩阵,

如散射参数 S 表示为 $\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$; 不同类型参数之间

可以相互转换^[12]. 附录中给出了主、被动热声组件对应的二端口 Y 参数的推导方法及结果(附录见网络版), 从中可知热声二端口参数包含了热声组件的结构信息(组件长度、孔隙率、孔径), 工作介质信息(工质物性、充气压力)以及组件温度信息. 在推导热声板叠对应的主动网络参数时, 应用了两个常见于热声文献的线性热声假设: (i) 热声板叠温度场沿轴线方向呈线性分布; (ii) 忽略热声板叠端部温度与邻接换热器温度的差异. 以上假设在原动机水平放置时能得到较好的满足. 当原动机倾斜或竖直放置时, 由工作介质密度差导致的封闭空间对流效应将使实际的温度场复杂化, 从理论上定量计算该条件下的温度场还有待于热声学进一步的发展. 不过, 若已确知其温度分布, 可将热声板叠视为由多个分段线性的子热声板叠组成, 仍能应用附录中提供的二端口参数.

对电子振荡器的研究表明, Nyquist失稳判据能够准确判定振荡电路的稳定性^[13,14], 应用Nyquist失稳判据的步骤是: 首先以图解的形式在一个复极平面上从负无穷到正无穷频率上绘制开环传递函数曲线, 然后判断该曲线是否以顺时针环绕点 $(+1, +0j)$, 顺时针穿越实轴的点即为起振点. 与电子振荡器不同, 热声振荡器网络中没有分立的集总元件, 故不方便直接应用拉斯变换绘制Nyquist曲线. 不过, 由自控原理^[15]可知, 频率响应图包含了与Nyquist图相同的信息. Nyquist图中起振点所具有的特征, 在频率响应图中又是如何体现的呢? 分析如下: Nyquist图中, 起振点位于实轴上, 意味着该频率下其开环传递函数值的虚部为零, 此频率称为零相位频率 f_0 ; 起振点位于实轴上顺时针环绕

点 $(+1, +0j)$ 的位置, 意味着零相位频率 f_0 下其开环传递函数值的实部应大于1, 更为重要的是, 在频率穿越 f_0 时开环传递函数曲线由复极平面中的实轴上部区域进入实轴下部区域, 即在 f_0 增加为 f_0 再增为 f_0^+ 的过程中, 其开环传递函数值的虚部由正值变为零值再变为负值; 与此同时, 上述关于顺时针环绕的隐含前提是系统在低频极限下其开环传递函数值的实部小于1, 所有的热声发动机系统在低频极限下均表现为被动网络, 对激励呈现实阻尼衰减效应, 故此前提被自动满足.

若以 $Oltf$ (open-loop transfer function) 代表系统的开环传递函数, 由上述分析可知, 起振点应同时满足下列条件:

$$\text{Mag}(Oltf)_{f_0} > 1, \quad (1a)$$

$$\text{Ph}(Oltf)_{f_0} = 0, \quad (1b)$$

$$\left. \frac{\partial \text{Im}(Oltf)}{\partial f} \right|_{f_0} < 0, \quad (1c)$$

其中, Mag 为幅值, Ph 为相角, (1b)与(1c)式共同保证了频率穿越 f_0 时, $Oltf$ 的虚部由正值变为零值再变为负值. 图1示意了起振点 f_0 在频率响应图中的位置, 图中实线为 $\text{Re}(Oltf)$, 虚线为 $\text{Im}(Oltf)$.

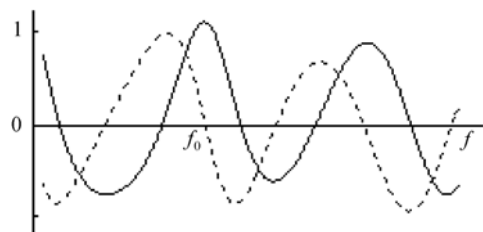


图1 起振点 f_0 在频率响应图中的位置

本文提出的热声频域模型可以解释热声起振机制: 设想系统中存在宽频的白噪声, 一般频率的噪声由于不满足生存条件而衰减, 只有起振点对应的零相位频率噪声能在系统中逐渐放大, 达到宏观上可测量的幅度, 并在系统阻尼的制约下达到稳态值. 对热声热机而言, 可采用阻抗、压力传递公式^[16]或 ΔE ^[17]求得此稳态值.

2 负阻型与反馈型热声振荡器

2.1 负阻型热声振荡器

图2给出了驻波热声发动机的结构示意图及对应的负阻振荡器拓扑图. 在图2(b)中, 负阻振荡器被划分为两部分: 左边箭头所指为等效单端口主动网络;

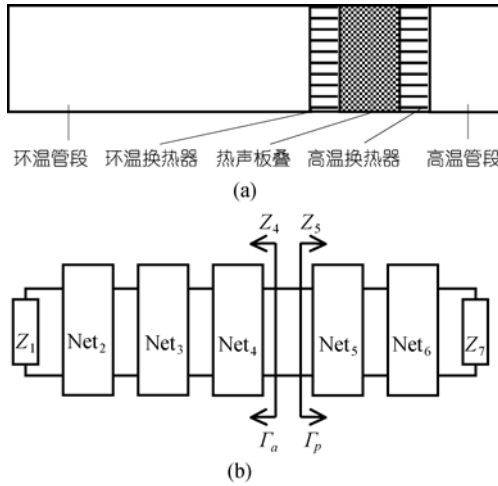


图2 驻波热声发动机的负阻振荡器模型

(a) 结构示意图; (b) 对应的二端口拓扑图

右边箭头所指为等效单端口被动网络。

图2中符号从 Net_2 到 Net_6 分别是对应驻波发动机的环温管段、环温换热器、热声板叠、高温换热器、高温管段的二端口网络; Z_1 和 Z_7 代表终端阻抗; Z_4 和 Z_5 代表对应端口的等效输出阻抗。

终端阻抗定义采用边界层理论, 计算公式为^[18]:

$$Z^{-1} = \frac{e^{-i\pi/4}(\gamma-1)}{\rho_0 c^2} \left(\frac{2\pi f \kappa}{\rho_0 c_p} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

上式中 f 为频率, γ 为气体比热比, c 为当地声速, ρ_0 为气体静态密度, κ 为气体导热系数, c_p 为气体定压比热。

应用Nyquist判据, 需要量化对应二端口拓扑结构的开环传递函数。对于由单端口主动网络和单端口被动网络组成的拓扑结构, 其开环传递函数可表示为 $\Gamma_a \Gamma_p$ ^[14,19], Γ_a 为主动网络端口反射系数; Γ_p 为被动网络端口反射系数; Γ 定义为反射波向量与入射波向量之比, 通常条件下为复数, 其计算式为:

$$\Gamma = \frac{Z_{\text{out}} - Z_0}{Z_{\text{out}} + Z_0}, \quad (3)$$

上式中, Z_{out} 为该端口的输出阻抗, Z_0 为传输线特征阻抗, 对热声热机而言, 特征阻抗为对应压力下静态密度与当地声速的乘积, 为实数。

计算 Γ_a 和 Γ_p 应首先求取对应端口的等效输出阻抗 Z_4 和 Z_5 , 而等效输出阻抗的计算需多次应用输出阻抗计算公式^[11]

$$Z_{\text{out}} = \frac{1 + y_{11}Z_s}{y_{22} + (y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21})Z_s}, \quad (4)$$

上式中, y_{ij} ($i, j = 1, 2$)为对应二端口的 Y 参数, Z_s 为对应二端口的源阻抗。

计算 Z_4 的步骤: 先由 Z_1 和 Net_2 的 Y 参数计算出 Z_2 , 再依次计算出 Z_3 和 Z_4 ; 计算 Z_5 的步骤: 先由 Z_7 和 Net_6 的 Y 参数计算出 Z_6 , 再计算出 Z_5 。若网络被进一步细分, 仍按照以上介绍的链式规则计算。

依据前述分析, 可以确定负阻热声振荡器的起振条件为:

$$\text{Mag}(\Gamma_a \Gamma_p)_{f_0} > 1, \text{Ph}(\Gamma_a \Gamma_p)_{f_0} = 0, \left. \frac{\partial \text{Im}(\Gamma_a \Gamma_p)}{\partial f} \right|_{f_0} < 0. \quad (5)$$

由于 $\Gamma_a \Gamma_p$ 的计算需要所有组成热声振荡器的主、被动二端口网络的参数以及终端阻抗值, 故该传递函数反映了热声发动机构造、工作介质、频率以及温度之间内在的耦合关系。值得指出的是, 由于热声板叠的温度梯度影响主动网络 Net_4 的二端口参数, 进而影响 $\Gamma_a \Gamma_p$ 值, 说明 $\Gamma_a \Gamma_p$ 值包含了进行热稳定性分析所必须的温度信息。Arnott等人^[9]的驻波发动机实验数据用来验证负阻热声振荡器的起振条件。该文献报道的发动机结构参数列于表1中, 工作介质为氦气, 环温管段、环温换热器温度通过水冷保持在 20°C , 7个充气压力分别为143, 170, 184, 198, 212, 239, 308 kPa。

表1 Arnott 实验样机结构参数

组件	长度/mm	孔径/mm	孔隙率
环温管段	1290.00	42.58	0.992
环温换热器	16.43	1.016	0.530
热声板叠	50.80	0.770	0.690
高温换热器	17.53	1.016	0.610
高温管段	230.70	42.750	1.000

在文献^[9]图2(a)中, 对应不同充气压力的起振温度实验值(194, 185.8, 184.8, 184.3, 185.5, 188, 194°C)有 10°C 的浮动, 但将这些值代入负阻模型计算得到的 $\Gamma_a \Gamma_p$ 值稳定在1.02。这说明不同的参数组合对应的起振阈值相同, 表明不等式 $\text{Mag}(\Gamma_a \Gamma_p)_{f_0} > 1$ 正确揭示了起振过程必须满足的约束条件, 可以将之作为预测起振温度的依据, 用于确定在设定结构下较低起振温度对应的充气压力; 将这些起振温度值代入(5)式得到的7个零相位频率, 即起振频率值为: 319.8, 318.4, 318.0, 317.7, 317.5, 317.2, 317.0 Hz。通过与文献^[9]图2(b)比较, 显示预测值略高于实验值,

偏差在 1% 以内, 且变化趋势吻合. 由此说明(5)式可以作为起振判据预测设定结构及工质参数条件下的起振温度和起振频率.

此外, 为验证驻波发动机的负阻特性, 将工况 (143 kPa, 194 K, 319.8 Hz) 代入模型计算出等效单端口主动网络的输出阻抗: $Re(Z_4) = -27.0$, 表明驻波发动机起振时的确处于负阻状态, 将其类比为负阻型振荡器是合理的. 而且, 计算显示随着热声板叠热端温度上升, $Re(Z_4)$ 始终为负值且绝对值增大, 这就可以解释为什么发动机有负荷时(如驱动制冷机时)的起振温度比空载时要高. 这是因为制冷机二端口网络的等效输出阻抗使得被动网络总输出阻抗的正实部增大, 即 $Re(Z_5)$ 增大, 自激振荡系统需克服自身阻尼才能起振, 故驱动制冷机时需要更高的加热温度才能起振.

驻波热声发动机并非总是以基频模态起振. Zhou和Matsubara^[20]的实验报道当谐振管相对板叠太长时, 驻波发动机有可能以第二模态起振. Atchley和Kuo^[4]也报道过, 在他们的驻波发动机中, 存在以第二模态起振区域, 其特征是较低的充气压力及较高的起振温度. (5)式可以揭示充气压力和系统配置对起振模态的影响. 下面分两个方面加以说明: (i)并非所有的发动机结构均存在第二模态起振区. 在表 1 提供的结构参数以及以氦气为工质的前提下, 应用(5)式在充气压力为(80 kPa, 1000 kPa)的范围内进行仿真, 得到的起振频率均为基频模态, 可见在Arnott等人^[9]的实验样机中并不存在第二模态区, 他们也没有报道过在其样机中存在第二模态起振. (ii)原本不存在第二模态起振区的发动机构造, 在改变设计后有可能出现以第二模态起振的参数组合. 举例而言, 按照文献报道的经验延长谐振管长度, 将表 1 中的环温管段由初始的 1.29 m 倍增为 2.58 m, 其他结构参数、工质和环温均不变. 对应不同充气压力, (5)式计算出的起振频率, 部分对应基频模态而另一部分对应第二模态. 如充气压力为 101 kPa 时, 以第二模态起振, 频率为 357.0 Hz, 对应的起振温度为 350°C; 充气压力为 202 kPa 时, 以基频模态起振, 频率为 176.9 Hz, 对应的起振温度为 195°C; 与文献报道的第二模态起振区的特征相符. 作者使用一个二重循环代码得到上述数据. 该代码的内层循环变量为频率, 外层循环变量为温度; 内层负责计算传递函数, 外层负责判断是否出现起振点, 若无就步进温度值直至出现

起振点.

在以热声方式利用热能时, 尤其是利用低品位热能(工业余热、太阳能等)时, 热声发动机的运行参数和结构参数均应在设计阶段加以优化, 避免出现精心制造的系统无法在应用场合下起振的局面, (5)式为系统热稳定性校核提供了途径, 将那些起振温度预测值高于热源温度的设计方案淘汰掉.

2.2 反馈型热声振荡器

行波热声发动机^[21,22]包括环路发动机与热声—斯特林发动机. 不同于驻波热声发动机, 行波热声发动机没有明确的终端, 故无法将之等效为单端口的网络拓扑; 另一方面, 行波热声发动机也没有明确的输入和输出端口, 使其传递函数难以定义. 然而, 从结构上看, 可认为行波热声发动机存在明显的声反馈回路, 这个特征启发作者将之视为反馈型振荡器. 若将反馈型热声振荡器视为一个自封闭的网络, 则其开环形式就会出现两个明确的端口, 这将给组件建模和传递函数确定带来便利. 图 3 给出了两种行波热声发动机的结构示意图及对应的反馈型热声振荡器通用网络拓扑图. 图中符号 Net_1 , Net_2 , Net_3 分别是对应环温换热器、热声板叠、高温换热器的二端口网络; Net_4 和 Net_5 对应高温和环温管段的二端口网络. 对环路发动机而言, 高温管段与环温管段之间没有明确的边界统称为谐振管, Net_6 和 Z 代表负载条件下的阻抗匹配网络和声负荷, 空载时该支路消失. 对热声—斯特林发动机而言, Net_6 和 Z 代表谐振管和声容; 为清晰起见, 其负载条件下的阻抗匹配网络和声负荷没有在图中示出.

图 3(c)清楚地显示, 在热声—斯特林发动机中设置的谐振管支路实际上可视为一种被动阻抗控制技术的应用, 通过子网络(Net_6 和 Z)的输出阻抗影响系统的声阻抗传递过程, 一个优良的网络设计将最终适度增大热声板叠所在位置的声阻抗, 从而达到减小速度、减少黏性耗散的目的. 另一方面, 在特定的条件下子网络(Net_6 和 Z)也有可能不起作用. 此时谐振管支路与主回路汇合处为速度节点, 子网络(Net_6 和 Z)的输出阻抗趋于无穷大, 对主网络而言相当于子网络开路. 在此条件下, 热声—斯特林发动机的网络拓扑退化为对应的环路发动机网络拓扑, 其起振模态自然就不归于通常将之视为 $1/4$ 波长系统^[10]所对应的低频模态, 而是其对应的高频模态. 这种理

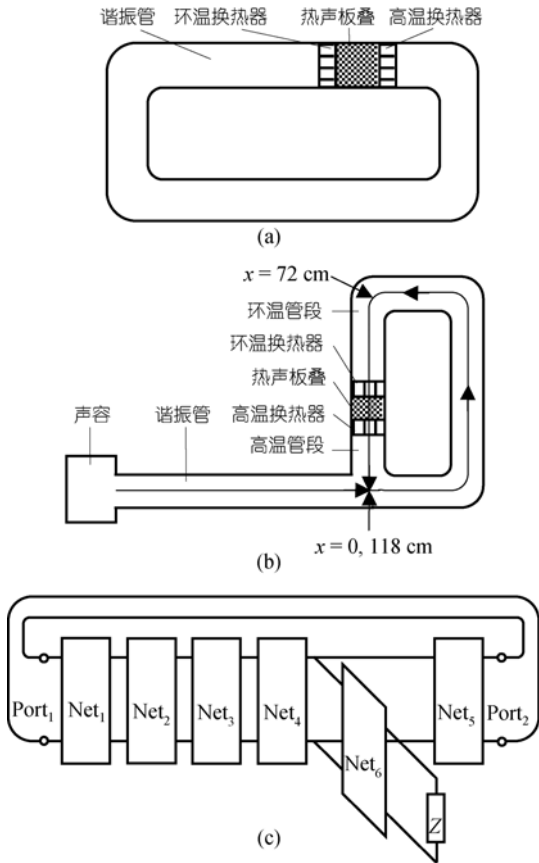


图3 行波热声发动机的反馈型振荡器模型

(a) 环路发动机结构示意图; (b) 热声—斯特林发动机结构示意图;
(c) 通用的二端口网络拓扑图

论上的可能性已经在实验中被观测到。Yu等人^[5]报道在他们的热声—斯特林发动机中, 对应不同的充气压力, 会出现高、低两个振荡模式。理论分析和实验都显示热声—斯特林发动机存在以高频起振的可能, 故在热声—斯特林发动机设计时, 不应主观臆断其工作频率, 而应通过起振条件确定其起振模式。值得指出的是, 应该避免热声—斯特林发动机工作于高频模式, 因为子网络(Net_6 和 Z)的额外损耗将使其效率低于对应的环路发动机。

量化图 3(c)对应的开环传递函数是应用Nyquist 失稳判据的前提。Randall和Hock已推导出对于自封闭的单个二端口, 其开环传递函数 G 可用其散射参数 S 表示为^[23]

$$G = (S_{21} - S_{12}) / (1 - S_{11}S_{22} + S_{12}S_{21} - 2S_{12}), \quad (6)$$

若能将图 3(c)中由 5 个级联的二端口网络和子网络 (Net_6 和 Z)构成的拓扑等效为具有端口 1 和端口 2 的二端口, 就可以应用(6)式。图 4 示意了该过程所涉及

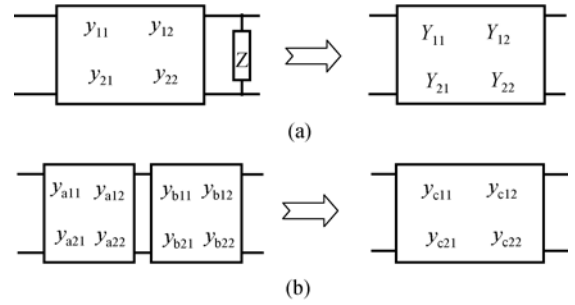


图4 二端口合并示意图

的两种等效合并, 具体的等效过程分为 3 个步骤:

(i) 计算子网络(Net_6 和 Z)对主网络的影响。这对应图 4(a)的情形, 计算公式为:

$$Y_{22} = y_{22} + \frac{1}{Z}, \quad \text{其余参数不变}, \quad (7a)$$

$$Z = \frac{1 + y_{11}Z_c}{y_{22} + (y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21})Z_c}, \quad (7b)$$

$$Z_c = \frac{\rho_0 c^2 A_c}{i2\pi f V}, \quad (7c)$$

(7a)式可由 Y 参数与等效导纳的关系导出, 将之应用于 Net_4 就可以计算子网络对主网络的影响; (7b)式中的 $y_{ij} (i, j = 1, 2)$ 对应 Net_6 的参数, Z_c 为声容抗; (7c)式中, V 为声容腔的体积, A_c 为与声容腔相连的谐振管截面积, A_c 的出现保证了量纲的一致。

(ii) 以 Net_1 为起点, 从左到右, 依次进行级联合并。这对应图 4(b)的情形, 计算公式为^[24]:

$$Y_{11c} = Y_{11a} - \frac{Y_{12a}Y_{21a}}{Y_{22a} + Y_{11b}} \quad (8a)$$

$$Y_{22c} = Y_{22b} - \frac{Y_{12b}Y_{21b}}{Y_{22a} + Y_{11b}} \quad (8b)$$

$$Y_{21c} = -\frac{Y_{21a}Y_{21b}}{Y_{22a} + Y_{11b}} \quad (8c)$$

$$Y_{12c} = -\frac{Y_{12a}Y_{12b}}{Y_{22a} + Y_{11b}} \quad (8d)$$

(iii) 级联合并完成后, 将等效二端口的 Y 参数转换为 S 参数^[12,24]。

对开环传递函数 G 应用 Nyquist 失稳判据, 得到反馈型热声振荡器的起振条件为

$$\text{Mag}(G)_{f_0} > 1, \quad \text{Ph}(G)_{f_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \text{Im}(G)}{\partial f} \right|_{f_0} < 0 \quad (9)$$

从上述等效步骤中可知, G 值的计算涉及了所有组成反馈型热声振荡器的主、被动网络参数以及声容

抗值, 即该传递函数同样也反映了热声发动机构造、工作介质、频率以及温度之间内在的耦合关系. 与同 $\Gamma_a \Gamma_p$ 值的特征一样, 由于热声板叠的温度梯度影响主动网络 Net_2 的二端口参数, 进而影响级联合并的结果, 从而最终影响 S 参数, 故 G 值包含了进行热稳定性分析所必须的温度信息.

Ueda等人^[25]的实验数据用来验证反馈型热声振荡器的起振条件. 该热声—斯特林发动机结构参数为: 声容腔体积为 $2.0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$, 谐振管管长 1.04 m, 主环路管长 1.18 m, 管路直径为 40 mm, 热声板叠长 35 mm, 孔隙率约为 0.82, 等效孔径 0.14 mm. 该文献报道当热声板叠处于优化位置 (中心位置位于 $x = 0.9 \text{ m}$, 位置示意图 3(b)), 在大气压和 18°C 环温时, 起振频率为 41 Hz, 起振温度为 210°C . 文献中没有给出换热器的结构参数, 如果将两换热器参数设置为长 1.5 cm、孔隙率 0.7、孔径 2.0 mm, 则(9)式给出的预测值为: 起振频率 41.9 Hz, 起振温度 210°C . 为了揭示换热器对起振温度的影响, 作为参照设想一种理想化的换热器: 此换热器材质具有高热容且极薄, 能实现对工作介质的有效换热且不占用管内空间, 也就是说它能以不可见的方式维持热声板叠所需的温差. 计算时将 Net_1 , Net_3 视为孔隙率为 1 的空管, (9)式给出的预测值为: 起振频率 43.0 Hz, 起振温度 170°C . 170°C 可视为在该发动机结构配置及对应充气压力下的最低极限起振温度. 任何实际的换热器都将为振荡器网络引入实阻抗, 导致起振温度高于该极限值; 也就是说所有的被动网络都将为主动网络带来负载效应. 为降低热声振荡器的起振温度应在小孔径前提下尽量提高孔隙率, 而实际上能达到的程度则要受到结构型式、材质性能和加工工艺等因素的制约. 此外, (9)式给出了大气压下, 主回路对应的环路发动机的起振频率约为 287 Hz, 该频率属环路长度 ($L = 1.18 \text{ m}$) 所对应的基频模态.

本节介绍了一种用于调查热声发动机稳定性问题的频域方法, 该方法涉及“组件二端口参数”、“开环传递函数”、“网络拓扑型式”及“Nyquist 失稳判据”4个基础, 前3个方面的研究进展都将提高该方法的准确性和适用性, 换言之, 该方法具有开放的理论框架. 同时应该指出的是, 在目前的工作中没有考虑一些难以在理论上处理的非理想效应, 这些非理想效应

包括热声板叠与换热器连接处存在的局部阻力损失, 在非水平放置条件下由密度差主导的对流效应等, 对这些非理想效应的定量研究还有待于热声学的发展. 就目前而言, 可以从二端口网络拓扑的角度对其影响做定性分析. 局部阻力损失将为热声板振荡器拓扑引入呈实阻抗的被动网络, 破坏热声叠端部温度与邻接换热器温度的连续性, 导致实际起振温度高于预测值; 而对流效应将使热声板叠温度呈准线性分布, 从而改变主动网络参数, 进而影响起振参数. 作者认为存在两种途径可进一步完善目前的工作. 一方面, 可以结合实验在起振条件中引入经验系数使起振参数值, 特别是起振温度值预测的更加准确, 类似的指导思想也存在于电子振荡器设计中; 另一方面, 可结合 CFD 技术发展一种时—频域方法处理更复杂的问题.

3 结论

本文在推导热声组件对应的二端口 Y 参数基础上, 将热声振荡器与电子振荡器相比拟, 实现了使用二端口网络方法分析热声稳定性的目标. 文中首次给出了两类热声振荡器对应的二端口网络拓扑图, 提出了基于 Nyquist 失稳判据的起振条件. 通过拓扑图, 在理论上论证了驻波热声发动机起振于负阻状态、热声—斯特林发动机存在高频模态. 起振条件涉及了影响热声自激振荡过程的结构参数和运行参数, 可用于预测起振频率和起振温度; 更为重要的是, 起振条件能够揭示热声发动机运行参数和系统构造对起振模态的影响, 这是以往的理论研究未曾涉及的. 与此同时, 起振条件还可为热声起振机制、发动机负载效应、工作压力优选、换热器优化原则提供理论解释. 预测值与文献数据的比较显示该方法通用于现存的两类热声发动机. 此方法的工程意义在于能避免使用经验频率设计热声系统, 在系统设计阶段提供热稳定性校核的途径, 促进以热声方式有效利用热能. 另一方面, 本文的主要局限性源自线性、连续温度场分布假设, 与瞬态温度场时域模型相结合发展一种时—频域方法将是未来努力的方向. 由于热声自激振荡是发生在非均匀声介质中的过程, 故本文的原理对于研究其他非均匀介质中的振荡现象也具有理论上的参考价值.

致谢 感谢郭方中教授关于网络及热声的讨论.

参考文献

- 1 Dai W, Luo E C, Hu J Y, et al. A heat-driven thermoacoustic cooler capable of reaching liquid nitrogen temperature. *Appl Phys Lett*, 2005, 86: 224103[[doi](#)]
- 2 Backhaus S, Tward E, Petach M. Traveling-wave thermoacoustic electric generator. *Appl Phys Lett*, 2004, 85: 1085[[doi](#)]
- 3 陈国邦, 汤珂, 金滔. 热声发动机及其驱动脉管制冷机研究进展. *科学通报*, 2004, 49(9): 825—834
- 4 Atchley A A, Kuo F M. Stability curves for a thermoacoustic prime mover. *J Acoust Soc Am*, 1994, 95(3): 1401—1404 [[doi](#)]
- 5 Yu Z B, Li Q, Chen X, et al. Investigation on the oscillation modes in a thermoacoustic stirling prime mover: Mode stability and mode transition. *Cryogenics*, 2003, 43(12): 687—691[[doi](#)]
- 6 Penelet G, Gaviot E, Gusev V, et al. Experimental investigation of transient nonlinear phenomena in an annular thermoacoustic prime-mover: observation of a double-threshold effect. *Cryogenics*, 2002, 42(9): 527—532[[doi](#)]
- 7 Tu Q, Li Q, Wu F, et al. Network model approach for calculating oscillating frequency of thermoacoustic prime mover. *Cryogenics*, 2003, 43(6): 351—357[[doi](#)]
- 8 Dai W, Luo E C, Yu G Y. A simple method to determine the frequency of engine-included thermoacoustic systems. *Cryogenics*, 2006, 46(11): 804—808[[doi](#)]
- 9 Arnott W P, Belcher J R, Raspet R, et al. Stability analysis of a helium-filled thermoacoustic engine. *J Acoust Soc Am*, 1994, 96(1): 370—375[[doi](#)]
- 10 Benavides E M. An analytical model of self-starting thermoacoustic engines. *J Appl Phys*, 2006, 99(11): 114905 [[doi](#)]
- 11 Gatland H B. *Electronic engineering applications of two-port networks*. Oxford: Pergamon, 1976
- 12 Devendra K M. *Radio-Frequency and Microwave Communication Circuits: Analysis and design*. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 2004
- 13 Nguyen N M, Meyer R G. Start-up and frequency stability in high-frequency oscillators. *IEEE J Solid State Circ*, 1992, 27(5): 810—820[[doi](#)]
- 14 Jackson R W. Criteria for the onset of oscillation in microwave circuits. *IEEE Trans Microw Theor Tech*, 1992, 40(3): 566—569[[doi](#)]
- 15 Driels M. *Linear Control System Engineering*. New York: McGraw-Hill Inc, 1996
- 16 Arnott W P, Bass H E, Raspet R. General formulation of thermoacoustics for stacks having arbitrarily shaped pore cross sections. *J Acoust Soc Am*, 1991, 90(6): 3228—3237[[doi](#)]
- 17 Ward W C, Swift G W. Design environment for low amplitude thermoacoustic engines. *J Acoust Soc Am*, 1994, 95(6): 3671—3672[[doi](#)]
- 18 Pierce A D. *Acoustic: An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. New York: McGraw-Hill Inc, 1981
- 19 Gilmore R, Besser L. *Practical RF circuit design for modern wireless systems volume II: Active circuits and systems*. Artech House Inc, 2003
- 20 Zhou S W, Matsubara Y. Experiment research of thermoacoustic prime mover. *Cryogenics*, 1998, 38(8): 813—822[[doi](#)]
- 21 Yazaki T, Iwata A, Mackawa T, et al. Traveling wave thermoacoustic engine in a looped tube. *Phys Rev Lett*, 1998, 81(15): 3128—3131[[doi](#)]
- 22 Backhaus S, Swift G W. A thermoacoustic-Stirling heat engine: Detailed study. *J Acoust Soc Am*, 2000, 107(6): 3148—3166[[doi](#)]
- 23 Randall M, Hock T. General oscillator characterization using linear open-loop S-parameters. *IEEE Trans Microw Theor Tech*, 2001, 49(6): 1094—1100[[doi](#)]
- 24 Hejhall Roy. RF small signal design using two-port parameters. Motorola semiconductor application note AN215A, Motorola Inc, 1993
- 25 Ueda Y, Biwa T, Mizutani U, et al. Acoustic field in a thermoacoustic Stirling engine having a looped tube and resonator. *Appl Phys Lett*, 2002, 81(27): 5252—5254[[doi](#)]
- 26 Raspet R, Brewster J, Bass H E. A new approximation method for thermoacoustic calculations. *J Acoust Soc Am*, 1998, 103(5): 2395—2402[[doi](#)]

附录

作者采用一阶差分方法整理 Raspet 等人的热声方程组^[26]得到主动网络的二端口 Y 参数为:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{iA} \left(\frac{1}{l} - \frac{B}{2} - \frac{k^2 l}{4} \right) & \frac{1}{iA} \left(-\frac{1}{l} + \frac{B}{2} - \frac{k^2 l}{4} \right) \\ -\frac{1}{iA} \left(\frac{1}{l} + \frac{B}{2} + \frac{k^2 l}{4} \right) & \frac{1}{iA} \left(\frac{1}{l} + \frac{B}{2} - \frac{k^2 l}{4} \right) \end{pmatrix},$$

将声阻抗定义式代入声压传递公式^[16]和 Raleigh 阻抗传递公式可得被动网络的二端口 Y 参数为:

$$\begin{pmatrix} \frac{i \cos(kl)}{-Z_c \sin(kl)} & \frac{i}{Z_c \sin(kl)} \\ \frac{i}{Z_c \sin(kl)} & \frac{i \cos(kl)}{-Z_c \sin(kl)} \end{pmatrix},$$

其中

$$A = \omega \rho_0 / \Omega F^*(\lambda),$$

$$B = 2(T_H - T_L)[F^*(\lambda_T) - F^*(\lambda_v)] / l(T_H + T_L)[(\sigma - 1)F^*(\lambda_v)],$$

$$k^2 = k_0^2[\gamma - (\gamma - 1)F^*(\lambda_T)] / F^*(\lambda_v),$$

$$Z_c = \frac{Z_0}{\Omega} \{[\gamma - (\gamma - 1)F^*(\lambda_T)F^*(\lambda_v)]\}^{-0.5},$$

$$F(\lambda) = 1 - (2 / \sqrt{i\lambda})[J_1(\sqrt{i\lambda}) / J_0(\sqrt{i\lambda})](\lambda = \lambda_v, \lambda_T),$$

$$\lambda_v = R(\rho_0 \omega / \eta)^{0.5}, \quad \lambda_T = R(\rho_0 \omega c_p / \kappa)^{0.5}.$$

在计算主动网络参数时,物性数据的定性温度取热声板叠的平均温度.将主动网络进一步细分可提高计算准确度,尤其是在工质热物性的非线性特征明显时.