

二阶锥规划方法对于时空域滤波器的 优化设计与验证*

鄢社锋** 马远良

(西北工业大学声学工程研究所, 西安 710072)

摘要 时域滤波器和空域滤波器在信号处理领域具有广泛的应用. 到目前为止已经有针对这些问题的大量优化设计准则, 求解方法也各不相同, 这些方法还存在缺点与不足, 值得改进. 提出了时域和空域滤波器优化设计的通用优化准则框架, 将现有的大多数 FIR 滤波器优化设计问题、波束形成器优化设计问题纳入该统一的优化框架体系. 研究发现, 这些优化设计问题都可以转化成二阶锥规划的形式, 然后利用已有的内点方法求解. 该二阶锥规划方法具有非常大的灵活性, 除了能实现现有文献中方法的功能外, 还能克服它们对多个性能指标之间不能同时兼顾的缺点. 还进一步运用二阶锥规划方法进行时、空域二维滤波器优化设计与矩阵空域滤波器设计. 仿真实验结果验证了二阶锥规划方法的有效性.

关键词 滤波器设计 波束形成器设计 空域滤波器设计 二阶锥规划

滤波器广泛应用于信号处理的各个领域, 滤波器设计是信号处理领域的一个重要研究课题. 我们平常所说的滤波器通常指时域滤波器, 它让有用频率成分通过, 抑制其他频率成分. 空域滤波器是指让空间某些方位或区域的信号通过, 抑制其他方位或区域的信号. 广泛应用于雷达、声呐和无线通信等领域的波束形成器是一种空域滤波器^[1], 它仅允许期望方向的信号通过, 不过它将阵元域数据转换到波束域. 矩阵空域滤波器是另外一种空域滤波器, 与波束形成器不同的是, 该滤波器的输出仍旧为阵元域数据.

有限冲激响应(finite-impulse response, FIR) 数字滤波器是时域滤波器的重要组成部分, 近 30 年来, 已经出现了大量 FIR 滤波器设计方法, 有窗函数法^[2]、频域

收稿日期: 2004-08-22; 接受日期: 2005-10-17

* 国家自然科学基金(批准号: 60472073)和西北工业大学博士论文创新基金资助项目

** E-mail: shefengyan@hotmail.com

采样法^[3]、自适应法^[4]和优化设计方法等。窗函数法是最早的、最简单的滤波器设计方法,但是由于Gibbs现象,获得的滤波器峰值误差较大。频域采样法需要运用线性规划使近似误差的代价函数最小来优化变量,但是它无法控制通常的滤波器指标(如最大通带起伏)。对于自适应方法,步长很难选择,计算速度慢,而且并不能保证完全收敛,误差较大。

优化FIR滤波器设计方法,通过选择合适的设计准则和计算技术来对这些准则进行优化。这些准则一般是使设计的FIR滤波器频率响应与期望滤波器的频率响应之间误差的 L_1 范数, L_2 范数或 L_∞ 范数(Chebyshev范数)最小。当峰值误差比均方误差重要时,使用 L_∞ 范数最小化的优化准则^[5,6]。而在均方误差更重要的应用中,使用 L_2 范数最小化的优化准则^[7,8]。有时仅使用单一范数优化准则并不能满足应用要求,还可以在某些频带对误差施加另一范数约束,即混合范数优化准则。例如,峰值约束最小均方准则^[9,10]、等起伏通带和峰值约束最小均方阻带准则^[11]、通带(或阻带)均方误差约束的阻带(或通带)最小均方准则^[12]等。但是已有的这些设计方法大都是单独的设计方法,各种设计求解方法之间不具有通用性。

波束形成器与时域 FIR 滤波器有很多相互对应的地方,也有一些不同的地方:时域滤波器的冲激响应系数往往是实数,而波束形成器的各阵元加权系数一般为复数;时域滤波器设计大多关注通带起伏和阻带衰减大小,而波束形成器的几个重要性能指标包括波束旁瓣级、阵增益、稳健性及设计波束与期望波束响应之间的逼近程度等。文献中关于波束形成器的设计研究大多集中在对这几个性能指标进行优化。

到目前为止,已经出现了大量的波束优化方法。早期的波束优化方法只针对规则形状阵列。最经典的是Dolph提出的Dolph-Chebyshev法^[13],该方法在给定主瓣宽度的条件下能获得最低的旁瓣级;或者在给定旁瓣级的条件下,能够得到最小的主瓣宽度。不幸的是该方法只适用于由各向同性阵元组成的均匀线阵列,对其他阵形或阵元非各向同性时无能为力。

对于任意结构形状的基阵,存在两类主要的波束优化方法。第一类是基于自适应阵原理的方法。当存在干扰时,自适应波束形成能够在干扰方向形成一个“凹槽”。基于该原理,马远良提出了任意结构形状传感器阵方向图的最佳化方法^[14]。该方法在旁瓣区域人为放置若干虚拟干扰源,获得了主瓣宽度约束下最低旁瓣级加权向量的数值解。基于同样的原理,Olen等人提出了静态波束图的数字综合方法^[15],该方法对旁瓣区域内噪声源的自适应调整做了进一步的讨论。这一类方法的主要缺点是,由于它们是采用自适应方法实现,并不能保证完全收敛,误差比较大。而且Olen方法在迭代过程中对主瓣宽度没有约束,造成主瓣较快增宽。适用于任意结构基阵的第二类方法是二次规划方法^[16-21],该类方法的设计思想就是使设计的波束响应与期望波束响应误差的平方和(L_2 范数)最小。该类方法

比前面提到的自适应阵原理法灵活,除了能够控制波束旁瓣之外,它还能约束波束的主瓣响应.不过由于该方法只利用误差的 L_2 范数最小化来使设计波束逼近期望波束,对于波束主瓣区域当然是可行的,但是对于旁瓣区域不适用.因为我们一般只要求旁瓣峰值低于某设定值即可,并不要求旁瓣响应逼近于某期望值.二次规划方法相当于在旁瓣区域增加了冗余的等式约束,必然造成设计波束与参考波束主瓣区域拟合误差增大.事实上,对于旁瓣区域最好能采用波束响应的 L_∞ 范数约束,这与时域滤波器优化设计中的混合范数优化准则类似.

以上提到的各种波束优化方法中,全是仅对波束图(主瓣和旁瓣)进行优化,根本没有考虑阵增益和稳健性这两个重要指标.在对波束图形状没有提出要求的情况下,出现了一些优化阵增益的波束形成方法.例如,Capon提出的最小方差无失真响应(MVDR)波束形成^[22],该方法在波束指向约束下使阵增益最高.基于该方法,基阵在阵元间隔较小时具有超增益特性^[23].但是在实际运用中,该波束形成方法对很小的随机误差,如阵元位置误差、通道误差等非常灵敏,造成阵增益严重下降,并不能真正获得理论上的最佳阵增益.为了减小MVDR波束形成器对误差的灵敏度,稳健的方法有白噪声增益约束波束形成器^[24]和对角加载波束形成器^[25].不过,对角加载方法的主要缺点是难以根据失配量确定最优的对角加载量,因此往往是通过迭代方法计算对角加载系数^[26],计算量较大.

可以看出,现有的波束优化方法仅仅是对波束的旁瓣级、主瓣宽度、阵增益、稳健性和逼近精度等指标中的一两个进行优化.事实上,由于这几个指标是相互关联的,未考虑的指标可能会变得很差.因此有必要研究同时兼顾多个指标的波束优化设计方法.

作者研究发现,通过引入二阶锥规划(second-order cone programming, SOCP)^[27]方法,前面提到的所有时域滤波器优化设计方法,包括单一范数准则和混合范数准则,都能采用二阶锥规划方法实现^[28],可见二阶锥规划方法的灵活性.文献^[29]中的鲁棒滤波器也可采用二阶锥规划方法实现.对于波束形成器设计,二阶锥规划方法不仅能够实现前面提到的各种现有方法的功能,而且能够有效克服它们对多个性能指标无法同时兼顾的缺点,这正是实际工程应用所需要的.本文提出了基于二阶锥规划的几种时、空域滤波器优化设计方法,包括时域FIR滤波器设计、波束形成器设计、时空二维滤波器 宽带频率不变波束形成器设计和矩阵空域滤波器设计等.

1 二阶锥规划简介

二阶锥规划是凸规划问题的一个子集,它是在满足一组二阶锥约束和线性等式约束的条件下使某线性函数最小化,它表述为

$$\min_{\mathbf{y}} \mathbf{b}^T \mathbf{y}, \quad (1a)$$

$$\text{subject to } \|\mathbf{A}_i \mathbf{y} + \mathbf{b}_i\| \leq \mathbf{c}_i^T \mathbf{y} + d_i, \quad i=1,2,\dots,I, \quad (1b)$$

$$\mathbf{F}\mathbf{y} = \mathbf{g}, \quad (1c)$$

其中 $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^{\alpha \times 1}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{\alpha \times 1}$, $\mathbf{A}_i \in \mathbb{C}^{(\alpha_i-1) \times \alpha}$, $\mathbf{b}_i \in \mathbb{C}^{(\alpha_i-1) \times 1}$, $\mathbf{c}_i \in \mathbb{C}^{\alpha \times 1}$, $\mathbf{c}_i^T \mathbf{y} \in \mathbb{R}$, $d_i \in \mathbb{R}$, $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{g \times \alpha}$, $\mathbf{g} \in \mathbb{C}^{g \times 1}$, $\|\cdot\|$ 表示 Euclid 范数, $(\cdot)^T$ 表示转置, \mathbb{C} 表示复数集, \mathbb{R} 表示实数集. (1b)式中的每个约束可以表示为二阶锥

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}_i^T \\ \mathbf{A}_i \end{bmatrix} \mathbf{y} + \begin{bmatrix} d_i \\ \mathbf{b}_i \end{bmatrix} \in \text{SOC}_i^{\alpha_i}, \quad (2)$$

其中 $\text{SOC}_i^{\alpha_i}$ 是 \mathbb{C}^{α_i} 空间的二阶锥, 定义为

$$\text{SOC}_i^{\alpha_i} \triangleq \left\{ \begin{bmatrix} t \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \mid t \in \mathbb{R}, \mathbf{x} \in \mathbb{C}^{(\alpha_i-1) \times 1}, \|\mathbf{x}\| \leq t \right\}. \quad (3)$$

图 1 显示了实数域三维($\alpha_i = 3$)二阶锥, 从图中可以看出二阶锥的几何意义. 二阶锥规划就是在该锥内寻找满足目标函数最小化的最优点.

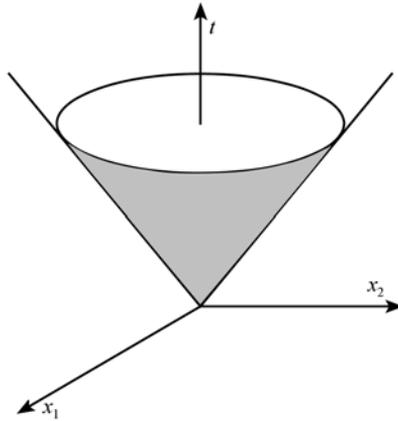


图 1 实数域三维二阶锥

(1c)式中的等式约束可以表示为零锥

$$\mathbf{g} - \mathbf{F}\mathbf{y} \in \{\mathbf{0}\}^g, \quad (4)$$

其中零锥 $\{\mathbf{0}\}^g$ 定义为

$$\{\mathbf{0}\}^g \triangleq \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in \mathbb{C}^{g \times 1}, \mathbf{x} = \mathbf{0}\}. \quad (5)$$

从(1)式可以看出, 线性规划(线性不等式约束)和凸二次规划都是二阶锥规划的特例. 另一方面, 二阶锥规划它自身也是半定规划(semidefinite programming)^[30]

的子集. 因为(1b)式中的二阶锥约束都可以表示成线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{c}_i^T \mathbf{y} + d_i) \mathbf{I} & \mathbf{A}_i \mathbf{y} + \mathbf{b}_i \\ (\mathbf{A}_i \mathbf{y} + \mathbf{b}_i)^T & \mathbf{c}_i^T \mathbf{y} + d_i \end{bmatrix} \succeq 0, \quad (6)$$

其中 \mathbf{I} 为适当维数的单位矩阵, “ \succeq ”表示矩阵半正定.

二阶锥规划问题可以采用已有的内点方法求解, 如SeDuMi^[31]. 值得强调的是, (1)式所示的优化问题直接采用二阶锥规划求解比转化为半定规划求解更有效, 速度更快^[27].

2 时域滤波器和空域滤波器优化设计

在这一节, 我们运用二阶锥规划方法设计几种时域和空域滤波器. 首先设计时域 FIR 滤波器和优化波束形成器, 然后设计宽带频率不变波束形成器, 它对阵列数据进行频域和空域滤波, 接下来设计矩阵空域滤波器用于方位滤波和广义空域滤波.

2.1 时域 FIR 滤波器优化设计

假设 FIR 滤波器的冲激响应为 $\mathbf{h} = [h(0), h(1), \dots, h(L-1)]^T$, 它在频率为 f 时的复频率响应可以表示为

$$H(f) = \sum_{l=0}^{L-1} h(l) e^{-j2\pi l f / f_s} = \mathbf{e}^T(f) \mathbf{h}, \quad f \in F, \quad (7)$$

其中 $\mathbf{e}(f) = [1, e^{-j2\pi f / f_s}, \dots, e^{-j(L-1)2\pi f / f_s}]^T$, $F = [0, f_s / 2]$, f_s 表示采样频率.

要计算滤波器的频率响应, 先需要将滤波器的连续频率响应离散化. 离散化点数越多, 设计精度越高, 不过运算量也越大, 因此在离散点数和计算量之间要折衷考虑. 假设频率上的采样点分别为 $f_k \in F$ ($k = 1, 2, \dots, K$), 这些频率点可以均匀或非均匀间隔. 求解滤波器设计问题就是使如下的误差加权范数最小:

$$\left(\sum_{k=1}^K \lambda_k |H_d(f_k) - H(f_k)|^p \right)^{1/p}, \quad (8)$$

其中 $H_d(f_k)$ 是滤波器在频率 f_k 的期望响应, λ_k 是非负加权系数, 用于调节不同频率的拟合紧密程度. 典型地, 误差范数一般取 L_1 , L_2 或 L_∞ 范数, 即 $p = 1, 2$ 或 ∞ . 这三种范数准则下的滤波器设计问题分别表示为

$$\min_{\mathbf{h}} \sum_{k=1}^K (\lambda_k |H_d(f_k) - \mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}|), \quad (9)$$

$$\min_{\mathbf{h}} \sum_{k=1}^K \lambda_k |H_d(f_k) - \mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}|^2, \quad (10)$$

$$\min_{\mathbf{h}} \max_k (\lambda_k |H_d(f_k) - \mathbf{e}^T(f_k)\mathbf{h}|). \quad (11)$$

以(10)式所示的 L_2 范数准则为例, 我们可以将该优化问题转化为(1)式所示的二阶锥规划问题求解. 引入一组非负变量 $\varepsilon_k(k=1, 2, \dots, K)$, (10)式可以写成

$$\min_{\mathbf{h}} \sum_{k=1}^K (\lambda_k \varepsilon_k), \quad \text{subject to } |H_d(f_k) - \mathbf{e}^T(f_k)\mathbf{h}|^2 \leq \varepsilon_k, \quad k=1, 2, \dots, K. \quad (12)$$

对于(12)式中的二次不等式约束, 有

$$\begin{aligned} & |H_d(f_k) - \mathbf{e}^T(f_k)\mathbf{h}|^2 \leq \varepsilon_k \\ \Leftrightarrow & |2H_d(f_k) - 2\mathbf{e}^T(f_k)\mathbf{h}|^2 + 1 + \varepsilon_k^2 - 2\varepsilon_k \leq 1 + \varepsilon_k^2 + 2\varepsilon_k \\ \Leftrightarrow & \left\| \frac{2H_d(f_k) - 2\mathbf{e}^T(f_k)\mathbf{h}}{\varepsilon_k - 1} \right\|^2 \leq (\varepsilon_k + 1)^2 \\ \Leftrightarrow & \left\| \frac{2H_d(f_k) - 2\mathbf{e}^T(f_k)\mathbf{h}}{\varepsilon_k - 1} \right\| \leq \varepsilon_k + 1. \end{aligned} \quad (13)$$

定义 $\mathbf{y} = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_K, \mathbf{h}^T]^T$ 和 $\mathbf{b} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K, \mathbf{0}_{1 \times L}]^T$ 使 $\mathbf{b}^T \mathbf{y} = \sum_{k=1}^K (\lambda_k \varepsilon_k)$, 其中 $\mathbf{0}_{1 \times L}$ 表示 $1 \times L$ 维零向量, (12)式成为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{y}} \mathbf{b}^T \mathbf{y}, \quad \text{subject to} \quad & \left\| \begin{bmatrix} 2H_d(f_k) \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times K} & 2\mathbf{e}^T(f_k) \\ -\mathbf{q}^T(k) & \mathbf{0}_{1 \times L} \end{bmatrix} \mathbf{y} \right\| \\ & 1 + [\mathbf{q}^T(k) \quad \mathbf{0}_{1 \times L}] \mathbf{y}, \quad k=1, 2, \dots, K, \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{q}(k) = [q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_K]^T, \quad q_i = \begin{cases} 0, & i \neq k, \\ 1, & i = k. \end{cases} \quad (15)$$

这样就将 L_2 范数准则FIR滤波器优化设计问题(10)转化成了二阶锥规划的形式, 它可以采用已有的内点方法SeDuMi求解. 从以上转化步骤中可以得出以下结论:

1) 优化问题中的目标函数可以通过引入变量将其转化为约束函数, 如(10)式 \rightarrow (12)式.

2) 通过适当变换, 将新的目标函数变量与原需要优化的变量组合成新的优化变量, 原二阶锥约束可以转化为关于新优化变量的二阶锥约束, 如(12)式 \rightarrow (14)式.

3) 只要优化问题中的目标函数和约束函数能表达为二阶锥的形式, 该优化问题就可以采用二阶锥规划方法求解.

采用类似的转化步骤, L_1 和 L_∞ 范数也都可以转化为二阶锥形式. 可见, 对于

前述三种范数准则的滤波器设计问题, 都可以采用二阶锥规划方法实现. 当单一范数准则不能满足应用要求时, 还可以通过另外附加某种误差范数约束实现混合范数优化. 该问题表述为

$$\begin{aligned} & \min_{f_k \in F_{\min}} \left[\sum_{k=1}^K (\lambda_k |H_d(f_k) - \mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}|^{p_1}) \right]^{1/p_1}, \\ \text{subject to} & \left[\sum_{m=1}^M (\lambda_m |H_d(f_m) - \mathbf{e}^T(f_m) \mathbf{h}|^{p_2}) \right]^{1/p_2} \leq \delta, \quad f_m \in F_B, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $p_1, p_2 = 1, 2$ 或 ∞ , 它们可以是同种或不同种范数. δ 是非负的误差约束上界, $F_{\min}, F_B \subset F$. 频率集 F_{\min} 包含了所有需要使误差最小化的频率, F_B 包含所有需要施加误差上界约束的频率, 并且频率集 F_{\min} 与 F_B 可以完全分开的, 也可以有重叠区域, 甚至可以是相同的区域. 当 F_B 为空集时, 它蜕化为单一范数优化准则.

基于以上分析, 文献[5~12]中的滤波器全部都可以采用二阶锥规划方法实现, 这足以体现了二阶锥规划方法的灵活性.

2.2 波束形成器优化设计

对于一个由 N 个阵元组成的传感器阵列, 不失一般性, 我们假设观察方向位于一个平面内. 波束对于 θ 方向的平面波信号响应为

$$p(\theta) = \mathbf{w}^T \mathbf{v}(\theta) = \mathbf{v}^T(\theta) \mathbf{w}, \quad (17)$$

其中 $\mathbf{v}(\theta) = [v_1(\theta), v_2(\theta), \dots, v_N(\theta)]^T$ 表示基阵 θ 方向响应向量, $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ 为加权向量.

波束优化主要是优化波束的旁瓣级、阵增益及提高波束的稳健性. 基于前面对 FIR 滤波器优化设计步骤的分析, 只要能够将波束的这几个指标表述为二阶锥约束, 就能够运用二阶锥规划实现针对这几个性能指标的优化波束形成.

在 MVDR 波束形成中, 在保证波束对期望方向(用 θ_0 表示)信号无失真响应的条件下使波束对噪声的响应功率最小. 即

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^T \mathbf{R}_n \mathbf{w}^*, \quad \text{subject to } \mathbf{v}^T(\theta_0) \mathbf{w} = 1, \quad (18)$$

其中 \mathbf{R}_n 为噪声协方差矩阵, $(\cdot)^*$ 表示复共轭. 其中的等式约束与(1c)式中零锥有相同的形式.

将噪声协方差矩阵 \mathbf{R}_n 进行 Cholesky 分解, 得到

$$\mathbf{R}_n = \mathbf{U}^H \mathbf{U}, \quad (19)$$

其中 $(\cdot)^H$ 表示复共轭转置, 因此

$$\mathbf{w}^T \mathbf{R}_n \mathbf{w}^* = (\mathbf{U}^* \mathbf{w})^T (\mathbf{U}^* \mathbf{w})^* = \|\mathbf{U}^* \mathbf{w}\|^2. \quad (20)$$

可见, 使波束对噪声输出功率最小, 即让 $\|U^* \mathbf{w}\|$ 最小, 显然它可以表述为二阶锥.

要控制波束旁瓣, 即让旁瓣区域的最高旁瓣(或所有旁瓣响应幅度)低于设定值(用 ξ 表示). 假设旁瓣区域为 Θ_{SL} , 旁瓣控制可以表述为多个二阶锥约束:

$$|\mathbf{v}^T(\theta)\mathbf{w}| \leq \xi, \quad \forall \theta \in \Theta_{SL}. \quad (21)$$

不同的方位也可以设置不同的响应幅度约束大小, 以实现非等旁瓣级.

文献[24]提出通过白噪声增益约束(white noise gain constraint)可以提高波束对随机误差的稳健性, 白噪声增益约束即对波束形成加权向量范数进行约束(γ 为设定的约束值):

$$\|\mathbf{w}\| \leq \gamma. \quad (22)$$

根据以上对波束各指标性能的二阶锥表述, 通过不同的组合可以实现各种不同优化准则下的波束形成方法. 例如, 稳健的最低旁瓣波束形成方法[32]:

$$\min_{\mathbf{w}} \max_{|\theta-\theta_0|>\Delta_w} |\mathbf{v}^T(\theta_0)\mathbf{w}|, \quad \text{subject to } \mathbf{v}^T(\theta_0)\mathbf{w}=1, \quad \|\mathbf{w}\| \leq \gamma, \quad (23)$$

其中 Δ_w 为半波束宽度.

基于二阶锥规划方法的稳健旁瓣控制高增益波束形成可以表示为[32]

$$\min_{\mathbf{w}} \|U^* \mathbf{w}\|, \quad \text{subject to } \mathbf{v}^T(\theta_0)\mathbf{w}=1, \quad |\mathbf{v}^T(\theta)\mathbf{w}| \leq \xi \quad (\forall \theta \in \Theta_{SL}), \quad \|\mathbf{w}\| \leq \gamma. \quad (24)$$

基于二阶锥规划的期望主瓣响应稳健波束图综合(pattern synthesis)方法可以表示为[33]

$$\min_{\mathbf{w}} \left(\sum_m \lambda_m |p_d(\theta_m) - \mathbf{v}^T(\theta_m)\mathbf{w}|^2 \right), \quad \theta_m \in \Theta_{ML},$$

$$\text{subject to } |\mathbf{v}^T(\theta)\mathbf{w}| \leq \xi, \quad \forall \theta \in \Theta_{SL}, \quad \|\mathbf{w}\| \leq \gamma, \quad (25)$$

其中 $p_d(\theta_m)$ 为角度 θ_m 的期望波束响应, λ_m 是非负误差加权系数, Θ_{ML} 表示主瓣区域. (25)式所示波束图综合方法与(16)式所示混合范数FIR滤波器优化方法类似, 所不同的是这里加权向量范数需要指定为复数, 这些都可以采用内点方法SeDuMi求解.

可见, 文献[13~26]中所有优化波束形成方法全部都是(23)~(25)式优化准则的特例. 因此全部可以采用二阶锥规划方法实现, 可见二阶锥规划方法的灵活性. 二阶锥规划方法不仅能够实现这些文献中的各种优化波束形成方法的功能, 而且还能克服它们的局限性, 实现旁瓣级、阵增益以及稳健性等多指标的合理折衷. 文献[34]中的零陷波束形成器也可采用二阶锥规划方法来设计.

值得指出的是, 由于本文方法对通道幅度和相位响应及单个阵元特性没进行任何假设, 因此该方法可以适用于任意指向性和不一致性阵元组成的任意形状阵列(如实际传感器阵列), 只要能够确切知道基阵的阵列流形即可.

2.3 时域频率不变波束形成 时空二维滤波

在宽带阵列信号处理中, 有时要求信号通过基阵系统后其频谱特性不发生畸变. 对于常规宽带波束形成方法, 波束主瓣宽度随频率发生变化, 一般只有当目标恰好在波束方向时能满足要求, 而在波束主瓣内其他方向时波束输出信号频谱就会失真, 频率不变波束形成器(frequency invariant beamformer, FIB)可以解决这个问题. FIB 是指在工作频带内各频率的波束响应保持恒定, 它在空域和频域实现二维滤波.

时域宽带波束通过在每个阵元后面连接一个FIR滤波器来实现. 时域FIB设计步骤为: 先将工作频带离散化为多个频率点, 对于每个离散频率点 f_k 采用(25)式所示方法设计波束加权向量 $w(f_k)$, 使设计波束逼近于参考波束. 然后针对每个阵元设计FIR滤波器, 使其在各离散频率处的幅度和相位响应近似于该阵元对应频率所需的加权值, 从而实现时域宽带FIB.

假设工作频带(通带)集为 F_p , 阵元 $n(n=1, \dots, N)$ 在频率为 f_k 时的波束加权值为 $w_n(f_k)$, 则对应于阵元 n 的FIR滤波器在该频率的期望频率响应为

$$\tilde{H}_{n,d}(f_k) = w_n(f_k), \quad f_k \in F_p. \quad (26)$$

对于一个长度 L 的FIR滤波器, 其固有群延迟约为 $\zeta = (L-1)/2$ (单位为采样周期 T_s). 当期望滤波器的群延迟接近于 ζ 时, 滤波器的设计精度较高. 每个阵元的复加权值可以分解为先对信号进行预延迟, 使到达所有阵元的相位相同, 然后再对各通道进行复加权求和. 波束形成器各通道期望滤波器的群延迟往往并不恰好等于 ζ , 它可以分解为整数延迟和小数延迟部分, 假设使到达阵元的信号相位相同所需要的预延迟为 ζ_n (单位为采样周期 T_s , 可以为小数), 可以将阵元 n 在频率 f_k 处的加权值分解为

$$w_n(f_k) = \exp[-j2\pi f_k \text{int}(\zeta_n - \zeta)T_s] \cdot w_n(f_k) \exp[j2\pi f_k \text{int}(\zeta_n - \zeta)T_s], \quad (27)$$

其中 $\text{int}(\cdot)$ 表示四舍五入取整, 第一部分可以采用延迟量为 $\tau_n = \text{int}(\zeta_n - \zeta)$ 节的延迟线实现(当它为负数时, 可以将每个通道增加一个整数, 由此产生的影响是波束输出信号相对于原始信号有所延迟, 但该延迟量较小, 是可以接受的), 第二部可以采用FIR滤波器来实现. 因此, 对应于阵元 n 的FIR滤波器在工作频带内期望频率响应为

$$H_{n,d}(f_k) = w_n(f_k) \exp(j2\pi f_k \tau_n T_s), \quad f_k \in F_p, \quad n=1, 2, \dots, N. \quad (28)$$

该FIR滤波器可以(16)式所示方法来设计. 基于FIR滤波器的宽带波束形成结构如图2所示.

不过, 该空、频响应分别优化的方法只能保证波束设计和FIR滤波器设计都是最优的, 并不能保证两者综合的结果是全局最优的. 在此, 我们提出基于二阶

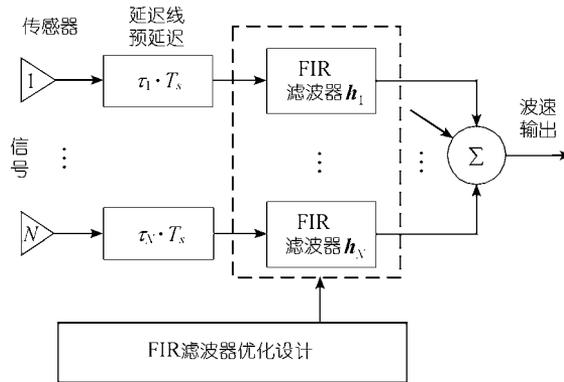


图 2 FIR 宽带波束形成器结构

锥规划方法的空、频域响应联合优化时域宽带 FIB 设计方法.

令 $\kappa_{n,k} = \exp(-j2\pi f_k \tau_n T_s)$, 由(28)式可得

$$w_n(f_k) = H_{n,d}(f_k) \kappa_{n,k}. \quad (29)$$

假设通道 n 对应的滤波器冲激响应为 h_n , 将(7)式代入(29)式并由 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ 得

$$\mathbf{w}(f_k) = [\mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}_1 \kappa_{1,k}, \dots, \mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}_n \kappa_{n,k}, \dots, \mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}_N \kappa_{N,k}]^T. \quad (30)$$

若基阵在频率 f_k , θ 方向的响应向量用 $\mathbf{v}(f_k, \theta) = [v_1(f_k, \theta), \dots, v_N(f_k, \theta)]^T$ 表示, 可以得到频率 f_k 时, θ 方向的波束响应为

$$\begin{aligned} p(f_k, \theta) &= \mathbf{v}^T(f_k, \theta) \mathbf{w}(f_k) \\ &= \mathbf{v}^T(f_k, \theta) [\mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}_1 \kappa_{1,k}, \dots, \mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}_n \kappa_{n,k}, \dots, \mathbf{e}^T(f_k) \mathbf{h}_N \kappa_{N,k}]^T \\ &= [v_1(f_k, \theta) \mathbf{e}^T(f_k) \kappa_{1,k}, \dots, v_n(f_k, \theta) \mathbf{e}^T(f_k) \kappa_{n,k}, \dots, v_N(f_k, \theta) \mathbf{e}^T(f_k) \kappa_{N,k}] \\ &\quad \cdot [\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_n^T, \dots, \mathbf{h}_N^T]^T \\ &= \{[\mathbf{v}(f_k, \theta) \circ \boldsymbol{\kappa}_k] \otimes \mathbf{e}(f_k)\}^T \tilde{\mathbf{h}} \\ &= \mathbf{u}^T(f_k, \theta) \tilde{\mathbf{h}}, \end{aligned} \quad (31)$$

其中 \circ 表示向量的 Hadamard 积, 即对应元素积. \otimes 表示 Kronecker 积. $\tilde{\mathbf{h}} = [\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_n^T, \dots, \mathbf{h}_N^T]^T$, $\boldsymbol{\kappa}_k = [\kappa_{1,k}, \dots, \kappa_{n,k}, \dots, \kappa_{N,k}]^T$, $\mathbf{u}(f_k, \theta) = [\mathbf{v}(f_k, \theta) \circ \boldsymbol{\kappa}_k] \otimes \mathbf{e}(f_k)$.

宽带频率不变波束形成可以描述为: 保证波束旁瓣级和阻带内波束响应幅度低于期望旁瓣级的条件下, 使工作频带主瓣区域内设计波束与参考波束响应最大误差最小. 对于窄带波束, 通过对加权向量范数进行约束可以提高波束形成稳健性, 将其推广到 FIR 时域宽带波束形成, 它成为对滤波器系数范数进行约束. 假设阻带频率集为 F_s , 工作频带内角度为 θ_m 时的参考波束响应为 $p_d(\theta_m)$. 时域 FIR

宽带FIB设计问题可以表述为^[35]

$$\begin{aligned} \min_h \max(\lambda_m | p_d(\theta_m) - \mathbf{u}^T(f_k, \theta_m) \tilde{\mathbf{h}} |), \quad \forall f_k \in F_p \text{ 且 } \theta_m \in \Theta_{ML}, \\ \text{subject to } | \mathbf{u}^T(f_k, \theta) \tilde{\mathbf{h}} | \leq \xi, \quad \forall f_k \in F_S \text{ 或 } \theta_m \in \Theta_{ML}, \\ \| \tilde{\mathbf{h}} \| \leq \sigma, \end{aligned} \quad (32)$$

其中 λ_m 为非负误差加权系数, σ 为设定的滤波器系数范数上界, ξ 为波束旁瓣幅度上界.

(32)式也可以转化为二阶锥规划的形式求解. 设计用于宽带 FIB 的 FIR 滤波器是二阶锥规划方法的又一应用.

2.4 方位滤波器

波束形成器具有空域滤波的能力, 它将阵元域数据转换为波束域数据. 但是在某些应用中, 某些算法往往无法使用波束域数据, 而要求直接针对阵元域数据进行处理. 矩阵空域滤波方法能够解决这个问题, 它对阵列数据进行空域滤波, 且滤波器输出仍旧为阵元域数据.

假设有 D ($D < N$)个远场窄带平面波信号从 D 个方向 $\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_d, \dots, \theta_D]$ 入射到基阵, 信号波形分别为 $s_d(t)$ ($d = 1, \dots, D$), 基阵接收的数据向量表达为矩阵形式为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}(\Theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (33)$$

其中 $\mathbf{V}(\Theta) = [\mathbf{v}(\theta_1), \dots, \mathbf{v}(\theta_D)]$ 是 $N \times D$ 信号方向矩阵, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_D(t)]^T$ 表示信号向量, $\mathbf{n}(t)$ 表示接收的噪声向量.

采用一个 $N \times N$ 矩阵滤波器 \mathbf{H} 对阵列数据进行滤波, 滤波输出表示为

$$\mathbf{H}\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}\mathbf{V}(\Theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{H}\mathbf{n}(t). \quad (34)$$

为了使该矩阵滤波器具有方位滤波特性, 则要求该滤波器能够抑制不感兴趣方位扇面的信号, 而让感兴趣方位扇面的信号无失真通过. 因此需要

$$\mathbf{H}\mathbf{v}(\theta) = \begin{cases} \mathbf{v}(\theta), & \theta \in \Theta_p, \\ \mathbf{0}, & \theta \in \Theta_s, \end{cases} \quad (35)$$

其中 Θ_p 表示通带扇面, Θ_s 表示阻带扇面.

分别将通带和阻带方位进行离散化, 令 θ_p ($p = 1, \dots, P$)和 θ_s ($s = 1, \dots, S$)分别是通带和阻带离散化的方位点, Minimax准则方位滤波器优化问题表述为

$$\begin{aligned} \min_H \max_{\theta_p \in \Theta_p} \| \mathbf{H}\mathbf{v}(\theta_p) - \mathbf{v}(\theta_p) \|, \quad p = 1, \dots, P, \\ \text{subject to } \| \mathbf{H}\mathbf{v}(\theta_s) \| \leq \beta, \quad \theta_s \in \Theta_s, \quad s = 1, \dots, S, \\ \| \mathbf{H} \|_F \leq \Delta, \end{aligned} \quad (36)$$

其中 β 确定阻带扇面噪声衰减率, $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数, 约束 $\|H\|_F \leq \Delta$ 是为了限制噪声通过该空域滤波器后的能量.

将矩阵 H 按行分解为 N 个行向量, 即 $H^T = [h_1, h_2, \dots, h_N]$. 定义列向量

$$\mathbf{h} = [h_1^T, h_2^T, \dots, h_N^T]^T. \quad (37)$$

方位滤波器优化设计问题(36)可以写成

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{h}} \max_{\theta_p \in \Theta_p} & \|(\mathbf{I}_{N \times N} \otimes \mathbf{v}^T(\theta_p))\mathbf{h} - \mathbf{v}_p\|, \\ \text{subject to } & \|(\mathbf{I}_{N \times N} \otimes \mathbf{v}^T(\theta_s))\mathbf{h}\| \leq \beta, \quad \theta_s \in \Theta_s, \quad s=1, \dots, S, \\ & \|\mathbf{h}\| \leq \Delta, \end{aligned} \quad (38)$$

其中 $\mathbf{I}_{N \times N}$ 表示 N 维单位矩阵. 可见, 该方位滤波器设计问题可以采用二阶锥规划方法实现. 采用类似的方法, 可以设计出最小均方准则的方位滤波器.

2.5 广义空域滤波器

在前面的波束形成器和方位滤波器设计中, 假设信号为平面波信号. 在水声环境中, 信号不再是平面波, 而是以多途形式到达传感器阵^[36]. 基于水声传播特性, 出现了匹配场定位技术^[37]. 匹配场目标定位是基于水听器阵列采集的信号场数据与数学模型预测的在设定目标位置的数据向量(拷贝向量)之间的相互匹配, 在预期目标位置区域内进行搜索, 于达到匹配时获得目标的位置估计. 水声系统承受可能存在的近场和远场离散噪声源干扰的严重影响, 这在船舶交通繁忙的近岸水域更加常见, 目标声信号很可能被其他离散噪声源所掩盖.

作者曾经提出了一种匹配场噪声抑制原理及其实现方法^[38]. 该方法将匹配场的概念和最优传感器阵列处理的概念相结合, 实现离散噪声源的抑制, 同时保持最优波束用于接收所需要的远场平面波信号, 导出了一个约束最优的匹配场噪声抑制波束形成器. 该文从理论上证明了通过空域滤波抑制离散噪声源干扰, 同时保持对预期信号的检测能力是可能的, 但对如何实现分布式噪声源干扰的抑制未做讨论.

在此, 我们将匹配场的概念与 2.4 节提出的方位滤波的概念相结合, 提出适用于匹配场噪声抑制的广义空域滤波方法. 其设计思想是用归一化声场拷贝向量 $\mathbf{v}(r, z)$ (r 表示距离, z 表示深度. 该拷贝场向量可以运用已有的声场模型软件, 如 KRAKEN 简正波^[39] 求出数值解) 代替方位滤波方法中的方向向量 $\mathbf{v}(\theta)$, 从而将一个只能在水平方位和垂直方位两维空间滤波的技术推广为能够在水平方位、距离和深度三维空间滤波的广义空域滤波技术. 本文中将此矩阵滤波器称为广义空域滤波器.

通过设计一个广义空域滤波器, 使该滤波器对不感兴趣区域的拷贝向量响

应很小, 而对感兴趣区域的拷贝向量产生较小的影响. 该空域滤波方法可以实现消除阻带区域的分布式干扰噪声, 保留通带内的感兴趣目标信息. 将观察海区按水平距离和垂直深度进行离散划分, 计算这些距离/深度网格点的拷贝向量. 假设不感兴趣的区域(“阻带”)和感兴趣区域(“通带”)的拷贝向量集分别为 V_S 和 V_P . 与 2.4 节方位滤波器设计方法类似, 广义空域滤波器可以描述为如下的优化设计问题(这里暂省略 r, z 变量):

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{H}} \max_{\mathbf{v}_p \in V_P} \|\mathbf{H}\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_p\|, \\ & \text{subject to } \|\mathbf{H}\mathbf{v}_s\| \leq \beta, \quad \forall \mathbf{v}_s \in V_S, \\ & \|\mathbf{H}\|_F \leq \Delta. \end{aligned} \quad (39)$$

作者在文献[40]中曾经对广义空域滤波方法进行匹配场噪声抑制的性能进行了初步研究.

3 设计实例

第 2 节提出了运用二阶锥规划方法实现几种时域和空域滤波器优化设计的方法, 本节采用具体仿真实例验证所述方法的有效性.

3.1 时域频率不变波束形成器

假设一个由 12 个各向同性阵元组成的水平均匀线列阵, 从阵列的一端依次编号为 #1, #2, ..., #12 阵元, 定义基阵法线方向为 0° . 阵元间隔取为 1920 Hz 的半波长, 系统采样频率为 $f_s=6000$ Hz, 要求在工作频带 $F_p=[960, 1920]$ Hz 内形成频率不变波束.

将观察扇面 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 按 2.5° 离散化, 以 960 Hz 的常规(延迟求和)波束主瓣作为参考波束主瓣, 并选择其中的 5 个方位点 $\{\theta_m\}_{m=1}^5 = \{-17.5^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 17.5^\circ\}$ 的波束响应作为主瓣内期望波束响应(如图 3 中“*”所示). 设定旁瓣区域为 $\Theta_{SL} = [-90^\circ : 2.5^\circ : -25^\circ] \cup [25^\circ : 2.5^\circ : 90^\circ]$, 期望旁瓣级为 -25 dB. 以 60 Hz 间隔离散全频带 $[0, f_s/2]$, 并选择工作频带集为 $F_p=[960 : 60 : 1920]$ Hz 等共 17 个窄带. 阻带集为 $F_S = [0 : 60 : 780] \cup [2100 : 60 : 3000]$ Hz, 工作频带与阻带之间为过渡集 $F_T = [840 : 60 : 900] \cup [1980 : 60 : 2040]$ Hz.

首先采用分步优化法设计时域宽带频率不变波束. 采用(25)式计算波束形成加权向量, 其中设定误差加权系数都为 1, 加权向量范数约束为 0.7. 得到的工作频带内 17 个窄带波束图如图 3 实线所示. 从图中可以看出, 各波束主瓣形状非常相似, 旁瓣都严格低于 -25 dB. 经计算, 17 个波束在 5 个期望响应点的均方根误差为 0.024.

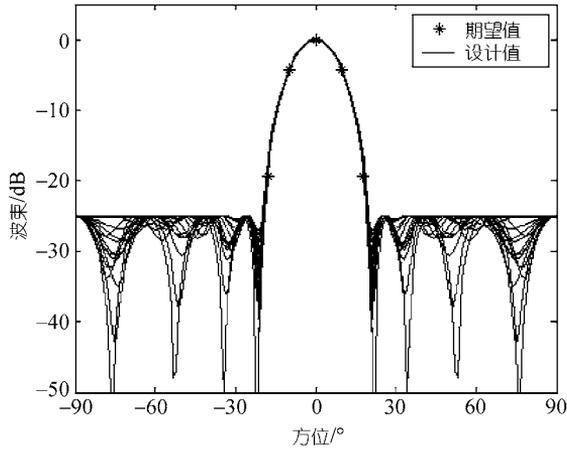


图 3 工作频带内各窄带波束图

根据计算出的各阵元工作频带内的加权值, 设计对应的 FIR 滤波器. 假设每个滤波器的长度为 $L=64$, 以 #2 阵元为例, 根据(28)式得到工作频带内期望滤波器频率响应(如图 4 中“*”所示). 设定阻带衰减 -45 dB, 采用(16)式所示方法($p_1=2$, $p_2=\infty$)求解 FIR 滤波器, 得到的滤波器频率响应如图 4 实线所示. 从图中可以看出, 阻带严格低于 -45 dB. 通带内 17 个频率点的均方根误差为 0.008.

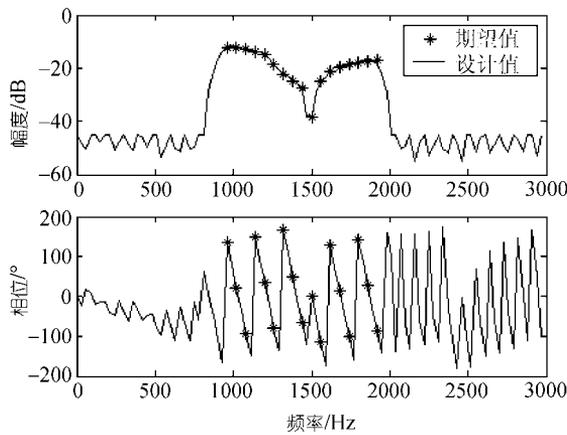


图 4 #2 阵元对应 FIR 滤波器频率响应

运用设计出的对应于各阵元的 12 个滤波器, 按照图 2 所示框图构建时域宽带波束形成器. 考察全频带各离散频率的波束图, 显示于图 5 中. 在工作频带内 17 个频率点和 5 个方位点中, 设计波束响应与期望波束的均方根误差为 0.032, 峰值误差为 0.055. 由于 FIR 滤波器误差的影响, 通带旁瓣级为 -23 dB, 略高于期

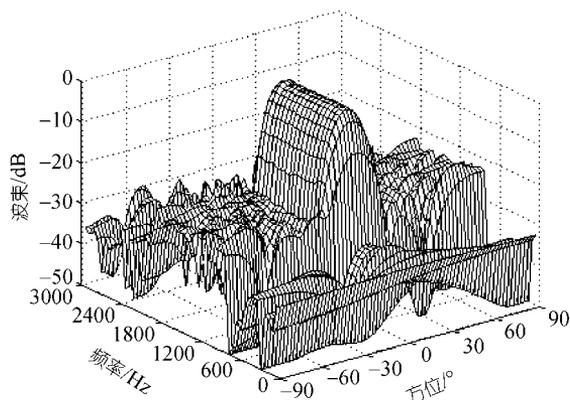


图 5 分步优化法多频率波束图

望旁瓣级. 在阻带内内波束响应幅度达到了 -28 dB, 但是过渡频带的旁瓣级仅有 -21 dB, 这是因为分步方法对过渡频带响应没有约束造成的. 不过总体而言, 该方法得到的频率不变波束图精度还算是比较高的.

运用空、频域响应联合优化法设计频率不变波束图. 设定滤波器系数范数约束为 $\sigma = 0.5$, 期望旁瓣级和阻带响应最大幅度为 -25 dB, 其他参数与前面相同, 采用(34)式所示方法设计滤波器. 考察该方法得到的全频带内各离散频率的波束图, 显示于图 6 中. 在工作频带内 17 个频率点和 5 个方位点中, 设计波束响应与期望波束的均方根误差为 0.030, 峰值误差为 0.031. 所有旁瓣严格低于 -25 dB. 联合优化方法获得了高于分步优化方法的精度.

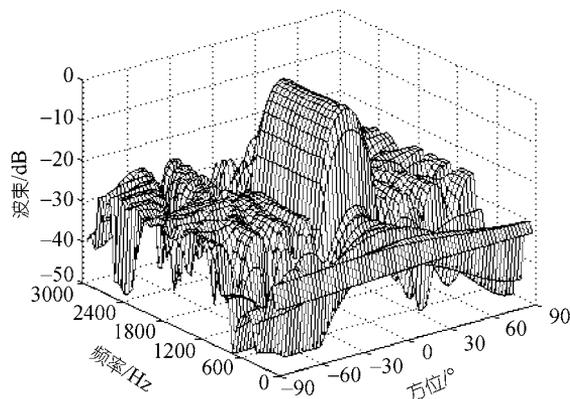


图 6 联合优化法多频率波束图

3.2 方位滤波器

假设一 24 个各向同性阵元组成的水平均匀线列阵, 考虑窄带信号模型, 阵

元间隔为工作频率半波长. 要求设计一个矩阵滤波器, 假设通带为 $[-9^\circ, 9^\circ]$, 阻带为 $[-90^\circ, -16^\circ] \cup [16^\circ, 90^\circ]$. 设定阻带级为 -25 dB.

按 1° 离散化方位, 采用 2.4 节方法设计方位滤波器. 考察该空域滤波器的性能, 设计出的方位滤波器的方位响应幅度 (即 $20\lg \|Hv(\theta)\|$) 如图 7 所示. 从图中可以看出, 该空域滤波器能够保证阻带扇面响应达到设定的衰减量 -25 dB, 通带内方向向量畸变较小, 且比较均匀, 满足设计要求.

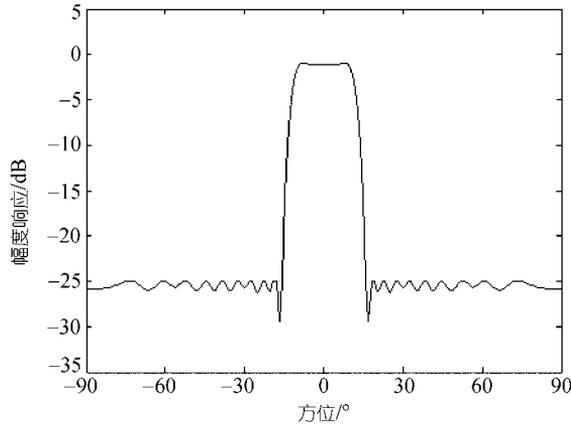


图 7 方位滤波器滤波性能

3.3 广义空域滤波器

运用二阶锥规划方法设计广义空域滤波器. 假设 24 个水听器组成间隔为 4 m 的垂直线列阵, 水深 127 m, 最上面水听器距水面 18.7 m. 其他水声环境参数与文献[41]相同. 假设海域为各向同性, 即声场与水平方位无关. 假设观察范围为与垂直阵水平隔 3000~4000 m 及水面至水下 100 m 范围以内的区域, 窄带信号频率为 350 Hz. 要求抑制位于水平距离 3150~3350 m, 深 0~12 m 区域的干扰, 即该区域为阻带. 通带和阻带之间设置一个过渡带, 假设过渡带为水平 3100~3400 m, 深 0~18 m, 且不包括阻带的区域. 其他区域为通带. 将观察区域按水平方向 25 m、垂直 4 m 间隔划分网格. 采用 KRAKEN 软件[39]计算各网格内的拷贝向量. 设定 $\beta = 0.05$, $\Delta = 6$, 求解(39)式所示优化问题来设计该广义空域滤波器.

考察该空域滤波器的性能, 计算出该空域滤波器对观察区域内所有离散网格的拷贝向量的响应范数 (即 $\|Hv(r, z)\|$) 的大小, 并进行归一化, 显示于图 8 中. 从图 8 可以看出, 该滤波器对阻带区域内的拷贝向量响应范数非常小, 而通带内拷贝向量的响应范数较大, 且比较均匀. 可以明显看出设计出的空域滤波器的干扰噪声抑制性能.

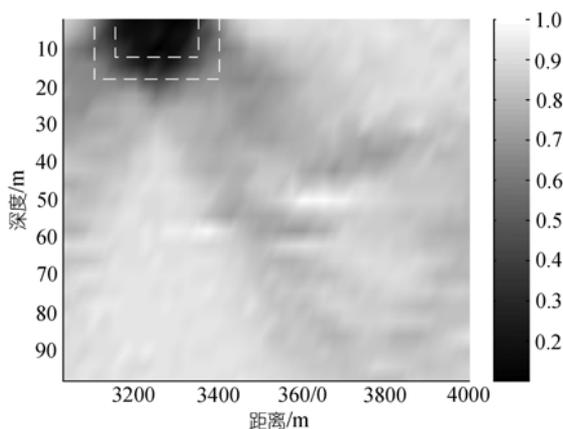


图 8 广义空域滤波器空间抑制性能

4 总结

本文运用二阶锥规划方法实现了几种时域和空域滤波器的优化设计. 现有大多数 FIR 滤波器优化设计问题、波束形成器优化设计问题及矩阵空域滤波器优化设计问题全部纳入了本文提出的优化框架体系, 全部都能够采用二阶锥规划方法实现. 本文的优化框架体系在能够包容已有的优化准则的同时, 还能够解决现有方法无法实现的问题, 如能同时兼顾波束形成器的旁瓣级、阵增益和稳健性, 使之达到实际工程上所需要的合理折中. 将优化 FIR 滤波器设计和优化波束图设计相结合, 实现了时空二维优化滤波——时域宽带频率不变波束形成. 作为二阶锥规划方法的更深入研究, 采用空、频域响应联合优化, 实现了更高精度的频率不变波束形成器, 它能严格控制波束形成器的旁瓣, 获得全局最优解. 文章还设计了矩阵方位滤波器, 对阵列数据进行方位滤波, 且滤波器输出仍旧为阵元域数据. 矩阵滤波器与匹配场处理相结合, 设计出广义空域滤波器, 用于匹配场噪声抑制和目标定位. 所述的各种滤波器优化设计方法都得到了仿真实验的验证.

参 考 文 献

- 1 Van Veen B D, Buckley K M. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering. IEEE ASSP Magazine, 1988, 5(2): 4~24[DOI]
- 2 Oppenheim A V, Schafer R W. Discrete-time signal processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989
- 3 Rabiner L R, Gold B. Theory and application of digital signal processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975
- 4 Widrow B, Stearns S D. Adaptive signal processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985
- 5 Zhang X, Dai S. Designs of Chebyshev-type complex FIR filters and digital beamformers with linear-phase characteristics. IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing, 1994, 141(1): 2~8[DOI]

- 6 Lertniphonphun W, McClellan J H. Complex frequency response FIR filter design. In: Proc ICASSP'98, Seattle, WA, USA, 1998. 3: 1301~1304
- 7 Zhu W P, Ahmad M O, Swamy M N S. A new approach for weighted least-square design of FIR filters. In: Proc ISCAS '99. Orlando, FL, USA, 1999. 3: 267~270
- 8 Burrus C S, Barreto J A, Selesnick I W. Iterative reweighted least-squares design of FIR filters. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(11): 2926~2936[DOI]
- 9 Lang M, Bamberger J. Nonlinear phase FIR filter design according to the L_2 norm with constraints for the complex error. Signal Processing, 1994, 36(1): 31~40[DOI]
- 10 Dam H H, Teo K L, Nordebo S, et al. The dual parameterization approach to optimal least square FIR filter design subject to maximum error constraints. IEEE Trans Signal Processing, 2000, 48(8): 2314~2320[DOI]
- 11 Adams J W. FIR digital filters with least-squares stopbands subject to peak-gain constraints. IEEE Trans Circuits and Systems, 1991, 39(4): 376~388[DOI]
- 12 Er M H, Siew C K. Design of FIR filters using quadratic programming approach. IEEE Trans Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 1995, 42(3): 217~220[DOI]
- 13 Dolph C L. A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beamwidth and sidelobe level. Proceeding of the IRE, 1946, 34(6): 335~348
- 14 马远良. 任意结构形状传感器阵方向图的最佳化. 中国造船, 1984, 87(4): 78~85
- 15 Olen C A, Compton R T J. A numerical pattern synthesis algorithm for arrays. IEEE Trans Antennas Propagat, 1990, 38(10): 1666~1676[DOI]
- 16 Nordebo S, Zang Z, Claesson I. A semi-infinite quadratic programming algorithm with applications to array pattern synthesis. IEEE Trans Circuits and Systems II, 2001, 48(3): 225~232[DOI]
- 17 Ng B P, Er M H, Kot C. A flexible array synthesis method using quadratic programming. IEEE Trans Antennas Propagat, 1993, 41(11): 1541~1550[DOI]
- 18 Wu L, Zielinski A. Equivalent linear array approach to array pattern synthesis. IEEE J Ocean Eng, 1993, 18(1): 6~14[DOI]
- 19 Wu L, Zielinski A. An iterative method for array pattern synthesis. IEEE J Ocean Eng, 1993, 18(3): 280~286[DOI]
- 20 Zhou P Y, Ingram M A. Pattern synthesis for arbitrary arrays using an adaptive array method. IEEE Trans Antennas Propagat, 1999, 47(5): 862~869[DOI]
- 21 Zhu W J, Sun J C, Zeng X Y. Adaptive synthesis method for broadband array with frequency invariant beam pattern. Chinese Journal of Acoustics, 2003, 22(4): 352~359
- 22 Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. Proceedings of the IEEE, 1969, 57(8): 1408~1418
- 23 Cox H, Zeskind R M, Kooij T. Practical supergain. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing, 1986, 34(3): 393~398[DOI]
- 24 Cox H, Zeskind R M, Owen M M. Robust adaptive beamforming. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing, 1987, 35(10): 1365~1376[DOI]
- 25 Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays. IEEE Trans Aerospace Electron Syst, 1988, 24(4): 397~401[DOI]
- 26 Song H, Kuperman W A, Hodgkiss W S, et al. Null broadening with snapshot-deficient covariance matrices in passive sonar. IEEE J Oceanic Eng, 2003, 28(2): 250~261[DOI]
- 27 Lobo M, Vandenberghe L, Boyd S, et al. Applications of second-order cone programming. Linear Algebra Applicat, 1998, 284(1~3): 193~228[DOI]
- 28 Yan S F, Ma Y L. A unified framework for designing FIR filters with arbitrary magnitude and phase response. Digital Signal Processing, 2004, 14(6): 510~522[DOI]
- 29 高会军, 王常虹. 不确定离散系统的鲁棒 l_2 - l 及 H 滤波新方法. 中国科学, E辑, 2003, 33(8): 695~706

- 30 Vandenberghe L, Boyd S. Semidefinite programming. *SIAM Review*, 1996, 38(3): 49~95[DOI]
- 31 Sturm J F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. *Optim Meth Softw*, 1999, 11-12(1~4): 625~653
- 32 Yan S F, Ma Y L, Sun C. Optimal beamforming for arbitrary arrays using second-order cone programming. *Chinese Journal of Acoustics*, 2005, 24(1): 1~9
- 33 Yan S F, Ma Y L. Frequency invariant beamforming via optimal array pattern synthesis and FIR filters design. *Chinese Journal of Acoustics*, 2005, 24(3): 202~211
- 34 陶海红, 于江, 王洪洋, 等. 基于 IGA-ML 的星载天线抗干扰技术. *中国科学, E 辑*, 2005, 35(2): 124~134
- 35 Yan S F, Ma Y L. Frequency invariant beamforming via jointly optimizing spatial and frequency responses. *Progress in Natural Science*, 2005, 15(4): 368~374
- 36 Ma Y L, Liu M A, Zhang Z B, et al. Receiving response of towed line array to the noise of the tow ship in shallow water. *Chinese Journal of Acoustics*, 2003, 22(1): 1~10
- 37 Baggeroer A B, Kuperman W A, Mikhalevsky P N. An overview of matched field methods in ocean acoustics. *IEEE J Ocean Eng*, 1993, 18(4): 401~424[DOI]
- 38 马远良, 鄢社锋, 杨坤德. 匹配场噪声抑制: 原理及对水听器拖曳线列阵的应用. *科学通报*, 2003, 48(12): 1274~1278
- 39 Poter M B. The KRAKEN normal mode program. *SACLANTCEN Memo*, SM-245, 1991
- 40 鄢社锋, 马远良. 匹配场噪声抑制: 广义空域滤波方法. *科学通报*, 2004, 49(18): 1909~1912
- 41 Gingras D F, Gerstoft P. Inversion for geometric and geoacoustic parameters in shallow water: Experimental results. *J Acoust Soc Am*, 1995, 97(6): 3589~3598[DOI]