

# 微纳机械谐振器能量耗散机理研究进展

张文明<sup>\*</sup>, 闫寒, 彭志科, 孟光

上海交通大学机械与动力工程学院, 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240

\* 联系人, E-mail: wenmingz@sjtu.edu.cn

2016-04-08 收稿, 2016-04-20 修回, 2016-04-21 接受, 2017-03-21 网络版发表

国家优秀青年科学基金(11322215)、霍英东青年教师基金(141050)和中组部青年拔尖人才计划资助

**摘要** 微纳机械谐振器因其具有超高的谐振频率、品质因子和灵敏度等优越特性, 在物理传感、生物与化学检测、射频通信、能量收集等方面表现出了卓越的性能而备受关注, 已成为当前微/纳机电系统领域的研究重点和热点之一。能量耗散一直以来都是制约微纳机械谐振器性能提升与应用发展的瓶颈问题, 且耗散机制具有多样性、不确定性和尺度相关性。本文综述了微纳机械谐振器中的能量耗散机理与非线性阻尼效应的研究进展, 主要针对热弹性阻尼、声子相互作用、黏性阻尼、支撑损耗、表面与界面损耗等内禀和外部耗散机制进行了综述, 阐明了不同能量耗散的产生机理及影响规律, 可为降低能量损耗和结构优化设计、提高谐振器件的品质因子和动态性能提供参考, 对微纳机械谐振器的设计、制造及应用发展具有重要意义。

**关键词** 微/纳机电系统, 微/纳机械谐振器, 能量耗散, 品质因子, 非线性阻尼

微纳机械谐振器是基于共振原理实现能量流传、转换和演变的微纳机械结构, 具有高灵敏度、高品质因子、高谐振频率等优越性能, 已成为众多微/纳机电系统 (micro/nano-electromechanical system, MEMS/NEMS) 的核心器件, 在机械电子、航空航天、信息通讯、生物医学、能源环境、工业控制等领域备受关注<sup>[1,2]</sup>, 是当前该领域研究的一个重点和热点方向, 图1列出了几种微纳机械谐振器件及其应用, 包括牛痘病毒的质量检测<sup>[3]</sup>、易挥发性物质的化学传感<sup>[4]</sup>、Casimir力的测量<sup>[5]</sup>和振动能量的收集<sup>[6]</sup>等。

在谐振器件工作过程中, 品质因子是衡量其动力学特性的关键指标, 能量耗散是影响谐振器件品质因子的重要因素, 一直是制约微纳机械谐振器件性能提升和应用发展的关键问题<sup>[7,8]</sup>。一方面, 从尺度效应和表面效应来看, 随着器件特征尺度的减小, 比表面积显著增大, 表/界面作用力将显著增强, 必然导致器件品质因子的减小; 另一方面, 能量耗散是

影响微纳机械谐振器件动态性能的关键因素。因此, 为了获得高频、高品质因子、高性能的微纳机械谐振器件及系统, 清楚认识其能量耗散机理并提出有效的调控方法是很有必要的。

微纳机械谐振器件中的能量耗散机理有多种形式, 从能量损耗途径来看, 主要分为内禀耗散 (intrinsic dissipation) 和外部耗散 (extrinsic dissipation) 两类, 如图2所示。通常, 能量耗散可以用品质因子的倒数  $Q^{-1}$  来表征, 品质因子  $Q$  是衡量谐振器件性能的一个决定性因素, 其定义为

$$Q = 2\pi \frac{\text{存储能量}}{\text{每个振动周期耗散能量}} = 2\pi \frac{W_0}{\Delta W}, \quad (1)$$

式中,  $W_0$  是器件在振动中所存储的总能量,  $\Delta W$  是谐振器件每个振动周期所损耗的能量。

对于一个理想的、无能量耗散的谐振器件来说, 品质因子应该是无穷大的, 但实际上器件在运行过程中总会产生能量耗散, 而且有多种能量耗散机制,

**引用格式:** 张文明, 闫寒, 彭志科, 等. 微纳机械谐振器能量耗散机理研究进展. 科学通报, 2017, 62: 2077–2093

Zhang W M, Yan H, Peng Z K, et al. Research progress on energy dissipation mechanisms in micro- and nano-mechanical resonators (in Chinese). Chin Sci Bull, 2017, 62: 2077–2093, doi: 10.1360/N972016-00463

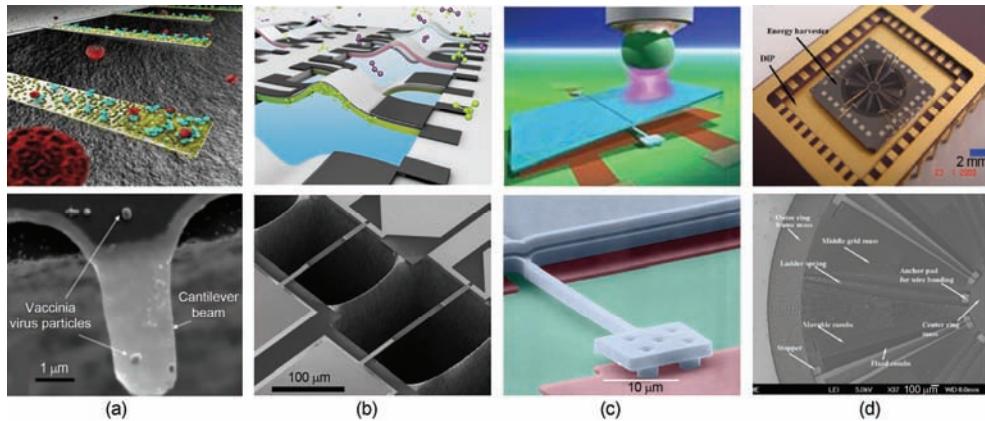


图 1 (网络版彩色)微纳机械谐振器件及其应用(上图: 原理图; 下图: 谐振器件的扫描电子显微镜照片). (a) 质量检测<sup>[3]</sup>; (b) 化学传感<sup>[4]</sup>; (c) 力学测量<sup>[5]</sup>; (d) 能量收集<sup>[6]</sup>

**Figure 1** (Color online) Various micro- and nano-mechanical resonators and their applications (upper: schematic diagrams of the work principles; down: Scanning electron micrographs of the resonators). (a) Mass sensing<sup>[3]</sup>, (b) chemical sensing<sup>[4]</sup>, (c) force measurement<sup>[5]</sup>, (d) energy harvesting<sup>[6]</sup>

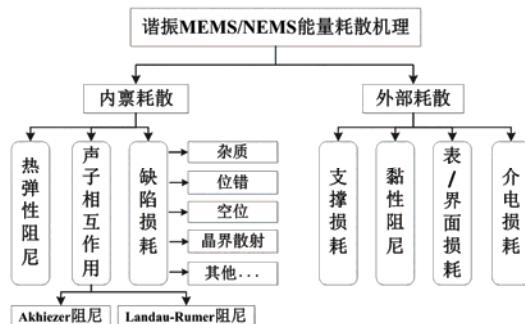


图 2 谐振MEMS/NEMS中的能量耗散机理示意图

**Figure 2** Schematic of various energy dissipation mechanisms in resonant MEMS/NEMS

限制了谐振器件的品质因子, 准确得到谐振器的品质因子 $Q$ 值是非常困难的, 目前对各种能量耗散机理的认识还不够清楚, 未能建立起描述各种耗散机制的准确模型. 一般来说, 在研究谐振系统的能量耗散机理时, 都是先针对性地分析每一种能量耗散机制, 再利用总的品质因子模型来描述, 即

$$(Q^{-1})_{\text{total}} = \frac{1}{Q_{\text{anchor}}} + \frac{1}{Q_{\text{air/fluid}}} + \frac{1}{Q_{\text{surface}}} + \frac{1}{Q_{\text{TED}}} + \frac{1}{Q_{\text{phonon}}} + \frac{1}{Q_{\text{other}}}, \quad (2)$$

该式每一项代表相应的能量耗散机制对总能量耗散的贡献, 不同机制作用下的能量耗散具有“并联”特征. 根据品质因子 $Q$ 的定义式(1)可知, 谐振系统所储存的能量 $W_0$ 主要是由弹性变形产生的应变能. 在谐振MEMS/NEMS能量耗散机制中, 和体积相关的耗

散机制(如: 热弹性阻尼、声子相互作用等)随着特征尺度的减小而减小; 和表面积相关的耗散机制(如: 黏性阻尼、表面损耗等)随着特征尺度的减小而增大, 如:  $Q_{\text{surface}}$ 正比于器件的表面积与体积比, 对于大多数谐振器件而言, 这个比值很大, 所以 $Q_{\text{surface}}$ 也相对较大. 因此, 随着谐振MEMS/NEMS特征尺度的减小, 能量耗散 $Q^{-1}$ 增大, 品质因子 $Q$ 随着特征尺度的减小而减小, 如图3所示.

本文简要综述了微纳机械谐振器件中的内禀和外部两类耗散机理, 主要针对热弹性阻尼、声子相互作用、黏性阻尼、支撑损耗、表面与界面损耗等能量损耗和非线性阻尼机制方面进行了阐述和讨论, 以

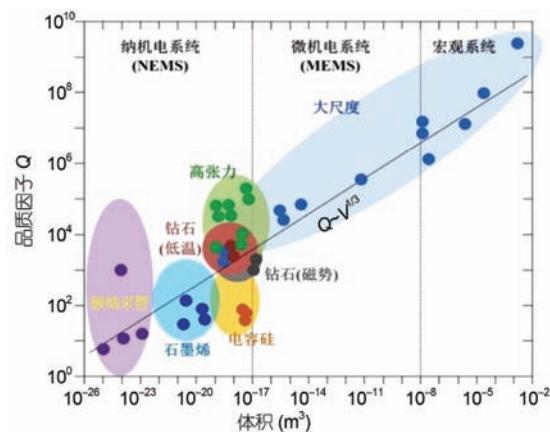


图 3 (网络版彩色)谐振器件的品质因子与特征尺度之间的对应关系<sup>[7]</sup>

**Figure 3** (Color online) Scaling of the quality factor with miniaturization of the mechanical resonators<sup>[7]</sup>

突出降低能量耗散、提高品质因子在实现高性能、超高灵敏度和分辨率的微纳机械谐振器过程中的决定性作用。

## 1 内禀耗散机理

内禀耗散主要是由材料的内耗引起的，其宏观表现为机械热噪声，对于理想不含缺陷的晶体材料而言，内禀耗散机理包括热弹性耗散、声波和固体中的热声子之间的相互作用(Akhiezer阻尼和Landau-Rumer阻尼)、声波和固体中的电子之间的相互作用；对于含有缺陷的晶体材料来说，需要考虑由于杂质、位错、空位、同位素、晶界散射等缺陷导致的诸多能量耗散机制。

### 1.1 热弹性阻尼

通常，当微纳机械谐振器件在室温或真空条件下运行，热弹性阻尼被认为是最主要的能量耗散机制之一<sup>[9~11]</sup>。热弹性阻尼是由热弹性材料中的不可逆热流引起的能量耗散，当微纳机械谐振器件振动时，材料内部必然会产生应变场，其中受挤压的部分温度升高，受拉伸的部分温度下降，产生的温度梯度使不可逆热流从温度高的部分流向温度低的部分，图4为梁式谐振器(a)和体模态谐振器(b)的温度分布，只要材料的热膨胀系数不为零，热弹性阻尼就必然存在，不仅制约着品质因子的上限，而且对谐振器的精确度、灵敏度和噪声特性都会产生重要影响。

1937年，Zener<sup>[9]</sup>首次提出“滞弹性”(anelasticity)概念，并从Boltzmann的线性叠加原理出发，推导出各种滞弹性效应之间的定量关系，建立并发展了热

弹性阻尼理论，并应用经典傅里叶热传导理论，给出了品质因子的表达式，即

$$Q^{-1} = \frac{\alpha_T^2 TE}{C_p} \frac{\omega \tau_R}{1 + \omega^2 \tau_R^2}, \quad (3)$$

式中， $C_p$ 为比热容， $\alpha_T$ 为线性热膨胀系数， $T$ 为弹性体的温度， $\omega$ 为振动频率， $\tau_R$ 为特征时间， $E$ 为杨氏模量。

2000年，Lifshitz等人<sup>[10]</sup>基于Zener热弹性理论，率先提出了一种更为精确的热弹性阻尼模型，即

$$Q^{-1} = \frac{\alpha_T^2 TE}{C_p} \left( \frac{6}{\xi^2} - \frac{6}{\xi^3} \frac{\sinh \xi + \sin \xi}{\cosh \xi + \cos \xi} \right), \quad (4)$$

式中， $\xi = h \sqrt{\omega \rho c_v / k}$ ， $h$ 为梁的厚度， $\rho$ 为密度， $c_v$ 为定体积比热， $k$ 为热导率。他们研究发现微梁谐振器件的品质因子会随着微梁尺寸的变化呈现不规则分布。

近年来，各种不同谐振结构和激励方式下的热弹性阻尼机制研究受到关注，Nayfeh等人<sup>[12]</sup>率先模拟研究了微板结构中的热弹性阻尼特性；Sun等人<sup>[13,14]</sup>利用正弦傅里叶变换方法、拉普拉斯变换原理及模态分析方法研究了微梁谐振器中的热弹性阻尼特性，并推导出对称性圆板谐振器中的热弹性阻尼模型；Li等人<sup>[15]</sup>给出了多种支承边界条件下矩形微板结构热弹性阻尼的近似解析模型；Ru<sup>[16]</sup>研究了表面应力作用下纳米线谐振器中的热弹性阻尼特性；De等人<sup>[17]</sup>研究了静电激励对热弹性阻尼的作用机制，将与梁变形耦合的非线性静电力引入梁的振动方程，并给出了新的热弹性阻尼模型；Zhong等人<sup>[18,19]</sup>研究了光梯度力激励下纳米线谐振器的热弹性阻尼特性，结果表明：光热效应在系统工作频率较低时十分明显，且为该频率范围的主要能量耗散来源；随着入射光

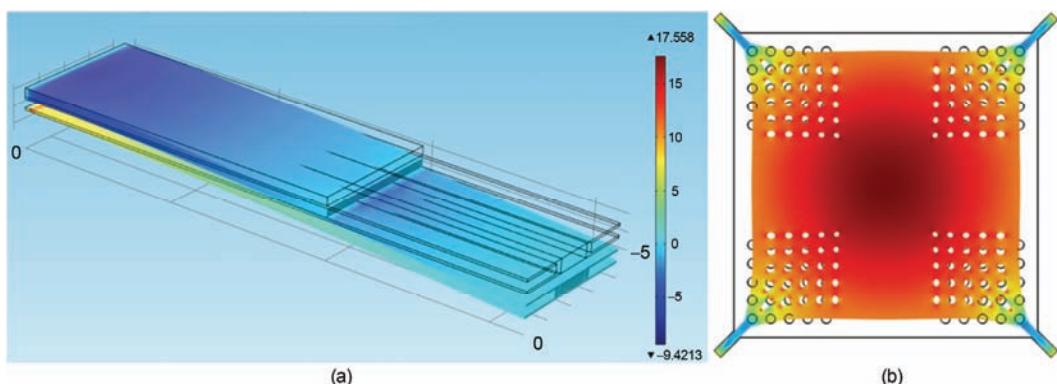


图4 (网络版彩色)有限元模拟微机械谐振结构的温度分布。(a) 梁式谐振器；(b) 体模态谐振器

Figure 4 (Color online) Finite element modeling of the temperature distributions in micro-mechanical resonators. (a) Microbeam resonator; (b) bulk-mode resonator

功率增大,热弹性阻尼的峰值呈逐渐增长的趋势,如图5所示。Zhong等人<sup>[20]</sup>基于修正耦应力理论,利用汉密尔顿变分原理建立了微梁和微板的热弹性动力学控制方程,详细研究了不同结构材料、温度及结构尺寸下材料本征长度对其热弹性阻尼的影响,如图6所示,对于不同长度或者宽度的微机械谐振器,当谐振频率与其有效热扩散率相当时能量损耗最大,且热弹性阻尼会随着材料特征尺度参数增加而下降。此外,为了减小热弹性能量损耗,优化设计结构(空心、

开槽、薄膜及复合材料)的热弹性阻尼模型与分析方法<sup>[21,22]</sup>,有效地提高了微纳机械谐振器件的性能。

## 1.2 声波-热声子相互作用

声波-热声子相互作用是微纳机械谐振器中的重要内禀能量耗散机制之一<sup>[23~25]</sup>,主要包括:声波波长远大于声子平均自由程( $\omega \leq 1/t_{ph}$ )的Akhiezer阻尼和声波波长小于声子平均自由程( $1/\tau_{ph} \ll \omega \leq k_B T/\hbar$ )的Landau-Rumer阻尼。

声波-热声子相互作用的动力学行为可以用Boltzmann方程来描述,其具体形式为

$$\left( \frac{\partial n(\mathbf{k}, s)}{\partial t} \right)_{\text{coll}} = \frac{\partial n(\mathbf{k}, s)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r n(\mathbf{k}, s) + \frac{\mathbf{F}}{\hbar} \nabla_k n(\mathbf{k}, s), \quad (5)$$

式中,  $n(\mathbf{k}, s)$  为大量声子的统计分布随时间  $t$  变化的函数,  $\mathbf{k}$  为动量矢量,  $\mathbf{r}$  为空间位置矢量,  $\mathbf{v}$  为声子速度,  $\mathbf{F}$  为施加在声子的系统外力, 上式右边的所有项可被认为是漂移相关项, 而等式左边则为声波-热声子碰撞产生的随机散射项, 与弛豫时间密切相关。图7给出了用于描述声子动力学的Boltzmann输运方程及其在各个不同域内的近似模型<sup>[23]</sup>, 沿着时间尺度方向, 弛豫时间用于近似模拟声子碰撞; 当长度尺度接近声子平均自由程时, 可采用摄动方法模拟声子分布

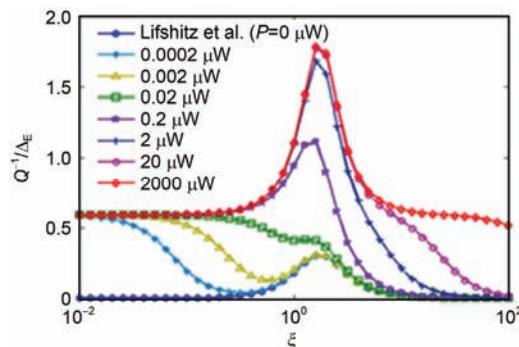


图 5 (网络版彩色)不同入射功率时热弹性阻尼  $Q^{-1}/\Delta_E$  与无量纲频率参数  $\xi$  之间的关系<sup>[18]</sup>

Figure 5 (Color online) Thermoelastic damping versus unidimensional frequency parameter  $\xi$  with various optical powers<sup>[18]</sup>

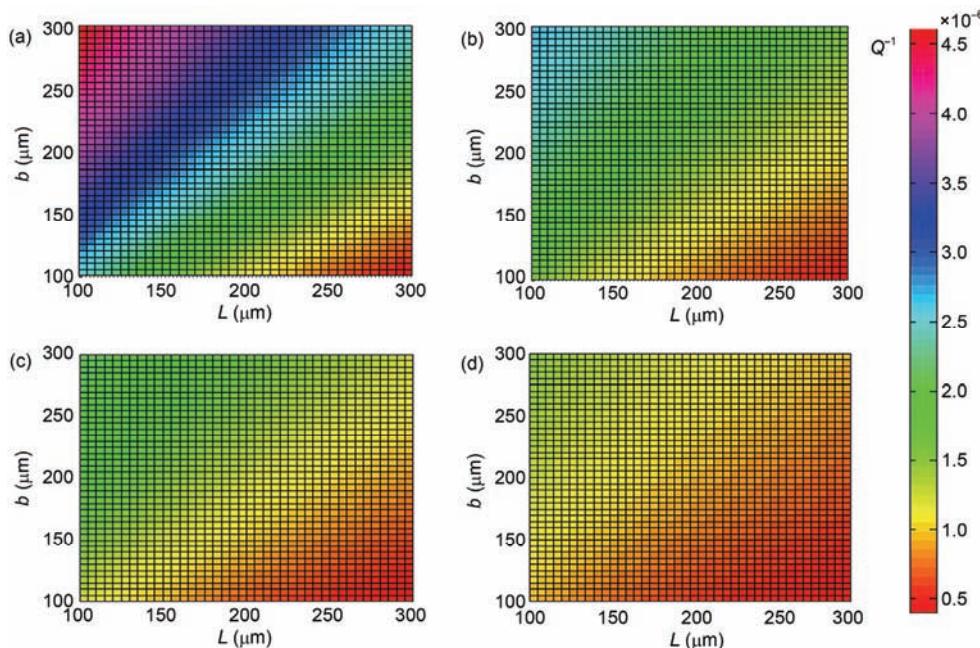


图 6 (网络版彩色)不同材料特征尺度参数下,热弹性阻尼  $Q^{-1}$  随微梁几何参数的变化曲线。(a)  $l/h=0$ ; (b)  $l/h=0.3$ ; (c)  $l/h=0.5$ ; (d)  $l/h=0.8$ <sup>[20]</sup>

Figure 6 (Color online) Thermoelastic damping for various geometries, with respect to different dimensionless length scale parameters  $l/h$ . (a)  $l/h=0$ ; (b)  $l/h=0.3$ ; (c)  $l/h=0.5$ ; (d)  $l/h=0.8$ <sup>[20]</sup>

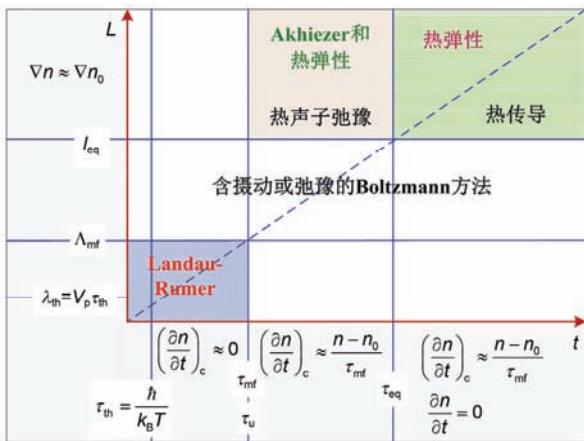


图7 (网络版彩色)固体超声衰减规律及其与相对时间和长度尺度之间的关系<sup>[23]</sup>

Figure 7 (Color online) Relative time and length scales relevant to thermal mechanisms for ultrasonic attenuation in solids<sup>[23]</sup>

函数的偏差，基于Boltzmann方法的适用性范围可扩展至声子波长和振动周期尺度。

若将谐振器看成一个无限长的声波导，其品质因子 $Q$ 和声波的角频率 $\omega$ 、速度 $v_a$ 之间的关系为

$$Q = \pi \frac{\omega}{v_a \alpha(\omega)}, \quad (6)$$

式中， $\alpha(\omega)$ 描述波振幅随着传播距离变化的衰减规律。通常，还可以采用品质因子 $Q$ 和频率 $f$ 的乘积 $f \times Q$ 作为优值(figure of merit, FOM)来表征谐振器的能量耗散机制，即  $f \times Q = \omega^2 / (2v_a \alpha(\omega))$ 。

(i) Akhiezer阻尼效应。如果声波波长远大于声子平均自由程( $\omega \leq 1/\tau_{ph}$ )，可以认为声波和热声子的整个系统相互作用，产生了Akhiezer效应<sup>[25,26]</sup>，Akhiezer阻尼耗散是由应变波和结构振动模态之间的差异性引起的，结构的内禀振动模态构成热声子，可以采用含两个振动模态的简化模型来描述该耗散机制，如图8所示，振动模态用两个谐波振子表示，振子在初始状态时保持平衡，第1个振子的热能为

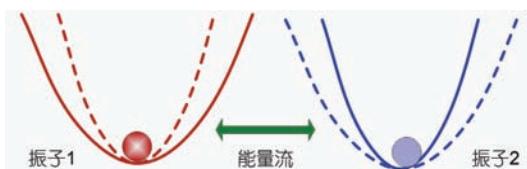


图8 (网络版彩色)Akhiezer阻尼的物理机制示意图

Figure 8 (Color online) Schematic of the physical mechanism of Akhiezer damping

$k_B T$ ，应变波会调节振子的势能和频率，频率的下降意味着瞬态模比平衡状态时声子的占有率要低，从而应变波中转移了能量，由于这种热扩散的不可逆性，导致了应变波的衰减。

在Akhiezer区域( $\omega \leq 1/\tau_{ph}$ )，考虑弹性和滞弹性碰撞动力学的影响，热声子的弛豫引起的能量耗散，即Akhiezer阻尼可写成<sup>[24]</sup>

$$Q^{-1} = \frac{c_v T \gamma_{avg}^2}{\rho v_a^2} \frac{\omega \tau_{ph}}{1 + (\omega \tau_{ph})^2}, \quad (7)$$

式中，热声子的弛豫时间为 $\tau_{ph} = 3\kappa / (v_a V_D^2)$ ， $\kappa$ 为热传导系数， $V_D$ 为Debye声速， $c_v$ 为热容， $\gamma_{avg}$ 为平均Gruneisen常数。由此可得与Akhiezer阻尼相关的 $f \times Q$ 优值为 $f \times Q_{Akhiezer} = \rho v_a^2 V_D^2 / (6\pi\kappa T \gamma_{avg}^2)$ ，表1列出了几种微纳机械谐振器件常用材料与其相对应的 $f \times Q$ 优值和平均Gruneisen常数，由此可以确定Akhiezer散射效应的作用。

(ii) Landau-Rumer阻尼效应。当声波波长小于热声子的平均自由程( $1/\tau_{ph} \ll \omega \leq k_B T / \hbar$ )时，需要考虑声波与单个声子之间的相互作用，产生Landau-Rumer效应，对于纵向声波，主要包括两种相互作用：(1) 纵向声子(L)和热激励纵向声子(L)碰撞，产生第三个纵向声子(L)，记作 $L+L \rightarrow L$ ；(2) 纵向声子(L)和热激励横向声子(T)碰撞，产生第三个横向声子(T)，记作 $L+T \rightarrow T$ ，此两种作用引起的Landau-Rumer阻尼为<sup>[23]</sup>

$$(Q^{-1})_{LL,L} = \frac{4\pi^6 \gamma_{LL,L}^2 (k_B T)^4}{15\rho v_L^5 h_P^3}, \quad (L+L \rightarrow L), \quad (8)$$

$$(Q^{-1})_{LT,T} = \frac{32\pi^5 \gamma_{LT,T}^2 (k_B T)^4}{15\rho v_L^5 h_P^3} \frac{1 - v_T^2/v_L^2}{v_L/v_T} \omega \tau_{ph}, \quad (L+T \rightarrow T), \quad (9)$$

表1 不同材料的微纳机械谐振器件中Akhiezer阻尼效应 $f \times Q$ 极限<sup>[24]</sup>

Table 1 Akhiezer limit of  $f \times Q$  for various materials of the resonators<sup>[24]</sup>

谐振器材料	$f \times Q$ 极限( $\times 10^{-13}$ )	平均Gruneisen常数( $\gamma_{avg}$ )
硅(Si)	2.3	0.51
石英(Quartz)	3.2	0.87
氮化铝(AlN)	2.5	0.91
金刚石(Diamond)	3.7	0.94
蓝宝石(Sapphire)	11.3	1.10
碳化硅(SiC)	64.0	0.30

式中,  $\gamma_{\text{LLL}}$  和  $\gamma_{\text{LT,T}}$  分别是两种相互作用下的平均 Gruneisen 常数,  $v_{\text{L}}$  和  $v_{\text{T}}$  分别为纵向和横向声速,  $h_{\text{p}}$  为 Planck 常数。

Akhiezer 阻尼和 Landau-Rumer 阻尼模型具有相同的物理耗散机理, 即局部声子-声子相互作用, 两种模型均适用于某一特定的频率区域, 两区域之间的过渡频率满足条件<sup>[27]</sup>

$$\frac{1}{2\pi f_{\text{tr}}} = \tau_{\text{ph}} = \frac{3n\kappa}{v_{\text{a}} V_{\text{D}}^2}, \quad (10)$$

式中, Debye 声速  $V_{\text{D}}$  满足关系式:  $3/V_{\text{D}}^3 = 1/V_{\text{L}}^3 + 2/V_{\text{T}}^3$ ,  $n$  为修正因数, 对于横向声波  $n \approx 1$ ; 对于纵向声波  $n \approx 2$ , 图 9 给出了不同材料的 Akhiezer 和 Landau-Rumer 阻尼损耗与频率之间的关系<sup>[27]</sup>, 过渡频率  $f_{\text{tr}}$  和材料的热传导特性密切相关。

### 1.3 声子-电子相互作用

在结构完整的理想晶体中, 电子主要受声子的散射, 在将电子和晶格系统分开处理的绝热近似的基础上, 声子和电子的相互作用可看作微扰动, 引起态间的跃迁, 产生谷内声子-电子散射(intravalley phonon-electron scattering)和谷间声子-电子散射(intervalley phonon-electron scattering)两种重要的耗散效应<sup>[27,28]</sup>。

(i) 谷内声子-电子散射。谷内声子-电子耗散指的是电子与长波声子作用, 长波声子能量小, 散射前后能量改变很小, 为弹性散射, 该耗散的阻尼  $f \times Q$  优值为

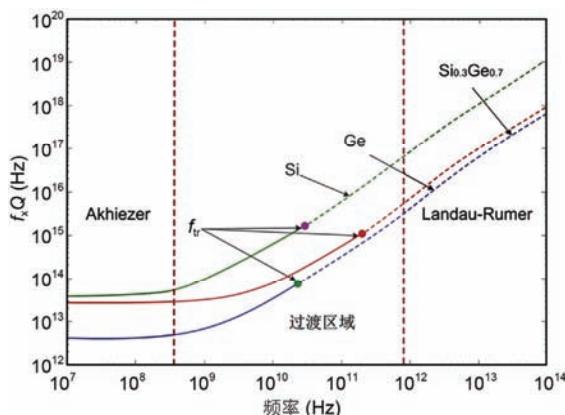


图 9 (网络版彩色)Akhiezer 和 Landau-Rumer 阻尼损耗与频率之间的关系<sup>[27]</sup>

Figure 9 (Color online) Frequency dependency of the Akhiezer and Landau-Rumer losses<sup>[27]</sup>

$$f \times Q_{\text{Intraval}} = \frac{15\rho v_{\text{a}}^2 q_{\text{c}}^2}{16\pi E_{\text{f}} m_{\text{e}} \sigma_{\text{e}}}, \quad (11)$$

式中,  $q_{\text{c}}$  为电子电荷,  $E_{\text{f}}$  为费米(Fermi)能量,  $m_{\text{e}}$  为约化电子质量,  $\sigma_{\text{e}}$  为材料的电导率。

(ii) 谷间声子-电子散射。谷间声子-电子耗散指的是电子与短波声子作用, 散射前后电子能量改变较大, 为非弹性散射, 该耗散的阻尼  $f \times Q$  优值为

$$f \times Q_{\text{Interval}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{5/3} \frac{1}{2\pi^{1/3}} m_{\text{eff}}^* \frac{N_{\text{v}}^{1/3} \Xi}{h_{\text{p}}^2} \tau_{\text{inter}}, \quad (12)$$

式中,  $m_{\text{eff}}^*$  为等效电子质量,  $N_{\text{v}}$  为单位体积内电荷跳跃数,  $\Xi$  为变形能,  $\tau_{\text{inter}}$  为谷间弛豫时间, 且弛豫时间仅可通过实验测量得到, p型掺杂的弛豫时间与掺杂量有关, 当掺杂量为  $1 \times 10^{15}$  atoms/cm<sup>3</sup> 时弛豫时间为  $1 \times 10^{-10}$  s; 当掺杂量为  $1 \times 10^{19}$  atoms/cm<sup>3</sup> 时弛豫时间为  $1 \times 10^{-13}$  s, 且处于饱和状态。

## 2 外部耗散机理

外部耗散主要是指非理想结构设计以及复杂工作环境引起的能量耗散, 包括非真空环境下(气体/液体环境)的黏性阻尼、支撑损耗、表面/界面损耗、介电损耗等耗散机制。

### 2.1 黏性阻尼

真空环境给微纳机械谐振器件的应用带来极大的不便与限制, 很多物理传感、生化检测等工作需要在气体或液体环境中完成, 然而流体环境对微纳机械谐振系统的动态特性影响非常大, 非线性黏性阻尼越大, 机械噪声越大, 谐振频率和品质因子会大幅度降低, 且下降程度已超过了经典振动理论所能解释的范畴<sup>[29-32]</sup>。气体环境阻尼和液体黏性对微纳机械谐振器件的动态性能有着很大的制约, 直接影响检测的灵敏度、精确度, 在某些黏滞系数较大的溶液中, 器件甚至不能正常工作。

(i) 气体介质的阻尼效应。考虑气体环境下, 微纳尺度下的气体阻尼问题非常复杂, 不仅受到周围气体稀薄度的影响, 而且与流体特征尺寸有关, 一直以来是备受关注的能量耗散机制之一。对于微纳机械谐振器件来说, 其结构的灵敏度、分辨率和器件噪声特性等均与气体阻尼有关, 且会因器件的工作方式不同, 对阻尼的要求也不同。一般情况下, 真空度对品质因子的影响是通过改变气体阻尼来实现的,

理论上呈现非线性分布，从高真空到常压可分为本征区域、分子区域和黏性区域<sup>[33]</sup>，如图10所示，将气体阻尼分为3个不同的阶段：(1) 在本征区域(intrinsic)，空气压强很低，阻尼主要来自于气体分子之间的相互作用，谐振器件结构可看作在真空环境下振动，空气阻尼可以忽略不计，其他阻尼形式占据主要地位，品质因子 $Q$ 值在本征区域达到最大值，且趋于稳定；(2) 在分子区域(molecular)，阻尼主要来自于谐振器件表面与周围空气分子之间的随机碰撞，气体内部分子之间的相互作用可以忽略不计，品质因子 $Q$ 值随着压力的增加而不断减小；(3) 在黏性区域(viscous)，气体与谐振器件之间的作用不仅仅是单分子的独立作用，周围气体被当成黏性流体，黏性阻尼占主导作用。对于不同微纳机械谐振结构(桨叶结构<sup>[34]</sup>、梁结构<sup>[33,35]</sup>)来说，虽然3个不同区域的压力范围和品质因子变化趋势有所差异，但是都遵循相同的物理机制。

在微纳尺度下，谐振结构的特征尺寸与空气分子的平均自由程相当，且在气体-固体边界上，宏观尺度下的无滑移边界条件也不再成立，由尺度缩小和表面作用引起的气体稀薄效应、边界滑移效应越来越明显，对环境的随机变化更加敏感，高速谐振引起的复杂气体流动和时变非线性阻尼不能再用经典Navier-Stokes方程来描述。对于稀薄气体阻尼，主要采用连续介质力学理论和分子动力学理论两种物理方法来研究。利用连续介质阻尼模型对微机械谐振器气体阻尼的研究较多，充分考虑稀薄效应作用对Navier-Stokes方程进行修正，Veijola等人<sup>[36]</sup>研究了稀薄效应对压膜气体阻尼特性的影响，建立了横向振动结构的阻尼模型，得到了不同滑流边界条件下的

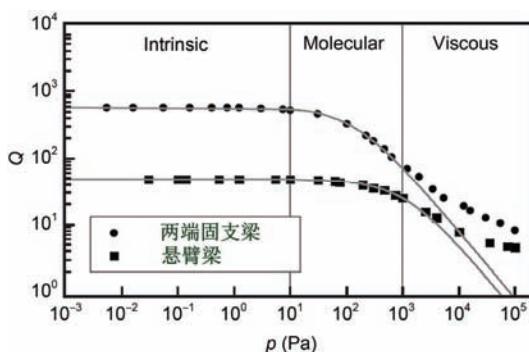


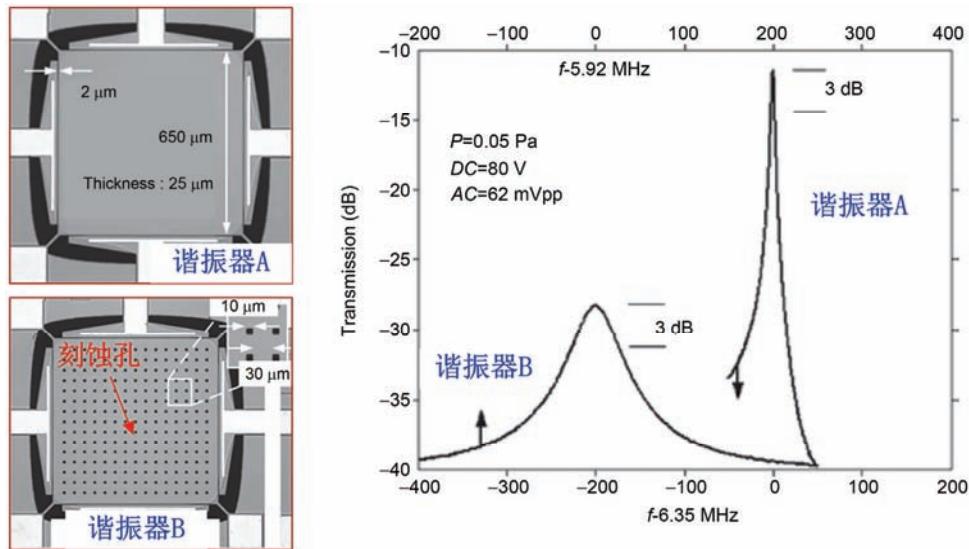
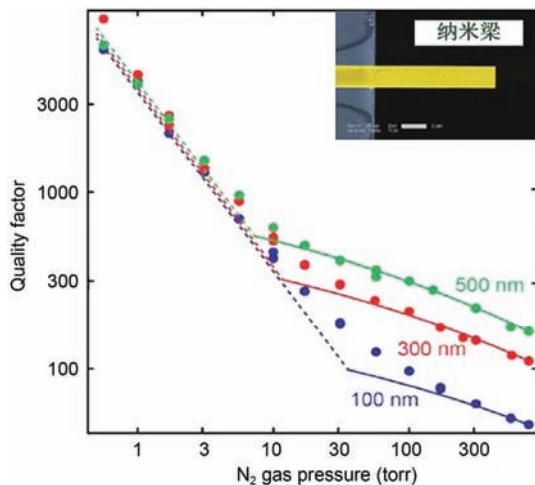
图 10 (网络版彩色)两种梁式谐振器的品质因子与气体压力之间的关系<sup>[33]</sup>

Figure 10 (Color online) Quality factor plotted against air pressure for two kinds of microbeam resonators<sup>[33]</sup>

滑膜阻尼系数；Huang等人<sup>[32]</sup>发展了一种有效的压膜阻尼表达式，研究了气体阻尼对微板结构动态特性的影响；Bao等人<sup>[37]</sup>详细综述了MEMS中的压膜阻尼建模、仿真方法及其对微结构动力特性的影响。只有当谐振微结构几何形状、流体区域及边界条件非常简单时，气体阻尼才会有近似解析解，更多的情况是建立宏模型<sup>[38]</sup>或者采用数值求解方法<sup>[39,40]</sup>(如有限元法、边界元法、有限体积元法等)来研究气体阻尼耗散机制。相比连续介质力学理论，分子动力学方法可以直接模拟分子输运，精度较高，但计算量非常大。基于分子动力学理论，学者们提出了自由分子模型<sup>[41]</sup>、能量传递模型<sup>[42]</sup>、椭圆统计BGK (Bhatnagar-Gross-Krook)模型<sup>[43]</sup>来模拟稀薄气体阻尼。在自由分子区域，半分子动力学模拟<sup>[44]</sup>、蒙特卡罗模拟<sup>[45]</sup>、基于弛豫时间模拟<sup>[46]</sup>等方法也得到推广。精确预测气体阻尼对微机械谐振器件设计是至关重要的。

气体阻尼对微纳机械谐振器动态性能有显著影响，随着机械尺寸的减小，结构谐振频率和阻尼比将按比率增大，为了减小气体阻尼或者刻蚀牺牲层工艺的需要，可以通过选择工作环境、合理设计结构大大降低外在能量耗散和减少吸附失效<sup>[47,48]</sup>。微机械谐振结构与基底形成的间隙大小与刻蚀孔的尺寸大小非常接近，因此刻蚀孔效应、表面粗糙度效应不可忽略，Li等人<sup>[49]</sup>基于能量转换模型推导出刻蚀孔谐振器件的品质因子解析表达式，分析了刻蚀孔几何参数对气体阻尼的影响。Shao等人<sup>[50]</sup>实验研究了刻蚀孔对谐振器性能的影响，如图11所示，发现了刻蚀孔不仅会降低能量损耗，也会使器件的谐振频率和品质因子都减小。因此，气体阻尼对谐振器件的振动具有特殊的重要性，通过刻蚀孔可以有效地降低气体阻尼，减小谐振器的能量损耗从而提高品质因子 $Q$ 值，提高谐振传感的灵敏度；同时，气体阻尼也可用于调节谐振结构的品质因子以及线性或非线性共振频率。

相比微尺度下，纳米尺度下谐振器件受到气体阻尼的影响要小很多，在低压时，谐振器的品质因子几乎不变；气压较高时，品质因子随着压力的增大而减小<sup>[51]</sup>。气体环境的阻尼可能是造成多壁碳纳米谐振器能量耗散的主要原因之一<sup>[52]</sup>；Bullard等人<sup>[53]</sup>实验研究了3种不同厚度的纳米悬臂梁谐振器的品质因子与气体压力之间的关系，如图12所示，当气体在1个标准大气压时，谐振器的品质因子随着特征尺寸

图 11 (网络版彩色)刻蚀孔对谐振器品质因子和谐振频率的影响<sup>[50]</sup>Figure 11 (Color online) Effect of etched holes on the quality factor and resonant frequency of the resonators<sup>[50]</sup>图 12 (网络版彩色)纳米悬臂梁谐振器的品质因子与气体压力之间的关系<sup>[53]</sup>Figure 12 (Color online) Quality factor plotted against air pressure for a nanobeam mechanical resonator<sup>[53]</sup>

等比例减小而减小，与连续理论较吻合；在低压时，谐振器尺寸对品质因子的影响不大。

(ii) 液体介质的阻尼效应。微纳机械谐振器件在质量测量、化学分析、生物检测、医学诊断等领域有着潜在的应用前景，但同时也面临液体环境下工作的巨大挑战<sup>[1]</sup>。在液体环境工作中，谐振器件不可避免地会受到黏性阻尼作用，液体介质的阻尼效应会减弱谐振结构的共振响应，使其振幅不断减小，器件的品质因子会明显下降，严重影响其灵敏度，同时

器件的谐振频率也很难测量。

在理论上，Sader<sup>[54]</sup>率先推导出黏性流体环境下谐振结构的机械品质因子表达式，即

$$Q_n = \frac{4\mu_v / (\pi\rho_v b^2) + \Gamma_r(\omega_{R,n})}{\Gamma_i(\omega_{R,n})}, \quad (13)$$

式中， $\mu_v$ 和 $\rho_v$ 分别为液体的动态黏性系数和密度， $b$ 为梁的宽度， $\Gamma_r$ 和 $\Gamma_i$ 分别是水动力性能函数 $\Gamma(\omega)$ 的实部和虚部。液体的强黏性阻尼使得悬臂梁共振减弱，谐振器件在液体环境中的品质因子会很小<sup>[55]</sup>，也会使得通过传感器测量吸附物质量变得更加困难<sup>[56]</sup>。

在液体环境中，基于碳纳米管谐振器的生物分子质量测量<sup>[57]</sup>，基于微机械平板谐振器的液体黏度和密度测量<sup>[58]</sup>，基于悬浮微纳通道谐振器的纳米粒子、DNA、蛋白质质量测量<sup>[59]</sup>等实验研究都取得了重要突破。最近，Gil-Santos等人<sup>[60]</sup>研究了液体环境下纳米机械谐振器的性能变化，相比气体环境，谐振器件在液体环境下的振幅下降了将近5倍，随着液体黏度增大，谐振器件的品质因子 $Q$ 值明显下降，如图13所示，并推导出不可压缩黏性液体环境下谐振器件的品质因子

$$Q_{viscous} = \frac{\rho_s \omega H_d R_d}{8.36 \mu_v + (3.18 H_d + R_d) \sqrt{2 \rho_v \omega \mu_v}}, \quad (14)$$

式中， $R_d$ ， $H_d$ 和 $\rho_s$ 分别是圆盘材料的半径、厚度和密度， $\omega$ 为角频率。因此，如何减小液体环境下的黏性阻尼

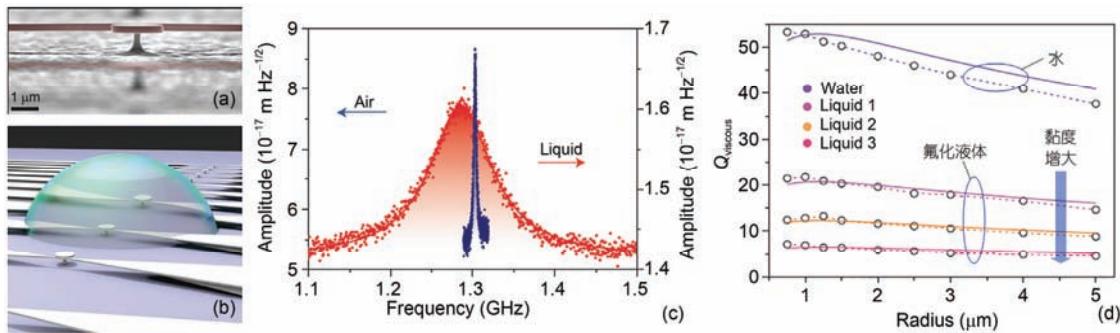


图13 (网络版彩色)盘状纳米机械谐振器在液体环境下的特性. (a) GaAs盘状谐振器件SEM照片; (b) 谐振器件浸入液体示意图; (c) 液体和空气环境下谐振结构的幅频响应; (d) 不同黏度液体环境下的品质因子<sup>[60]</sup>

**Figure 13** (Color online) Operation of nano-optomechanical disk resonator in the liquid. (a) SEM of the disk resonator; (b) schematic representation of resonators immersed in a liquid droplet; (c) vibration characteristic of the disk resonator in air and in liquid; (d) quality factor versus disk radius for distinct liquids<sup>[60]</sup>

耗散引起普遍关注<sup>[61~63]</sup>, 目前已有研究采用部分湿润、反馈激光控制等方法来减少谐振器件与液体界面的黏性阻尼耗散, 但是仍然存在尺寸局限性和弱集成性等方面的问题.

## 2.2 支撑损耗

支撑损耗(support loss), 又称锚点损耗(anchor loss)<sup>[64]</sup>, 是通过与支撑结构耦合而造成的能力损耗, 其基本物理机制是: 当弹性体振动时, 其固支端产生振动剪切力和弯矩, 它们作为激励源在基底上激发出弹性波(如图14所示), 并通过基底传播到无穷远处耗散. 造成支撑损耗的关键是锚点的非固支性, 理想的锚点模型是假定其位移为零, 因此能量不会传导到基底上; 而非理想的锚点模型, 谐振器的能量可以通过锚点, 耦合到支撑和基底, 引起“软弹簧”振动, 支撑结构吸收了谐振器的部分振动能量, 造成了谐振器的能量损耗.

传统锚点结构谐振微梁直接固连于基底上, 工

作时其振动能量会通过谐振微梁的固支端直接传递到基底中, 造成比较大的锚点耗散, 可在谐振微梁与基底之间增加支撑梁, 使振动能量不会直接传递到基底上, 以减少锚点能量的耗散. 支撑损耗是一种典型的外部耗散机制, 可以通过采用阻抗失配方法<sup>[65]</sup>和锚点优化结构设计来减少向基底传播的能量耗散, 提高品质因子, 改善谐振器件性能<sup>[66]</sup>, 锚点结构设计主要有1/4波长带、凸型隔离、声子晶体带等结构<sup>[67~69]</sup>. 为了对比说明声子晶体带锚点结构可以有效地减少能量耗散, 提高环形谐振器的品质因子, 图15给出3种不同锚点结构((a) 均匀梁; (b) 单周期声子晶体带; (c) 双周期声子晶体带)设计的扫描电子显微图片及其应变能分布<sup>[69]</sup>, 相比均匀梁锚点结构, 声子晶体带锚点结构中的应变能主要聚集在谐振器固支端附近, 很少能量传播到基底部分, 能量耗散较少, 大大提高了谐振器件的品质因子.

为了研究声子隧道效应对支撑损耗的影响, Cole等人<sup>[70]</sup>报道了梁式微机械谐振器中声子隧道效应引起的能量耗散, 如图16所示, 随着辅助支撑梁位置的改变, 支撑锚点引起的能力耗散也会发生变化, 当谐振器在两端固支时, 由声子隧道效应导致的能量耗散最大, 当谐振器固支于其节点位置时, 相应的支撑能量损耗最小. 此外, 产生于碳纳米管及其支承基体间的声子隧道能量耗散得到了广泛关注<sup>[71,72]</sup>. 支撑损耗虽然可以通过优化结构设计加以改进, 但是谐振器件多数需要安置在一定结构上, 支撑损耗是不可避免的<sup>[73~75]</sup>. 在研究方法方面, 主要采用基于弹性波辐射问题的直接解法, 或者基于完全吸收任意边界的仿真方法, 也有利用有限元以及汉密尔顿简

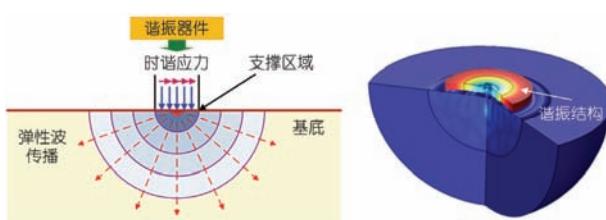


图14 (网络版彩色)谐振器件支撑耗散的物理机制示意图和工作模式三维云图

**Figure 14** (Color online) Schematic of the physical mechanism of support loss and the cloud chart of the working mode of bulk-mode resonator

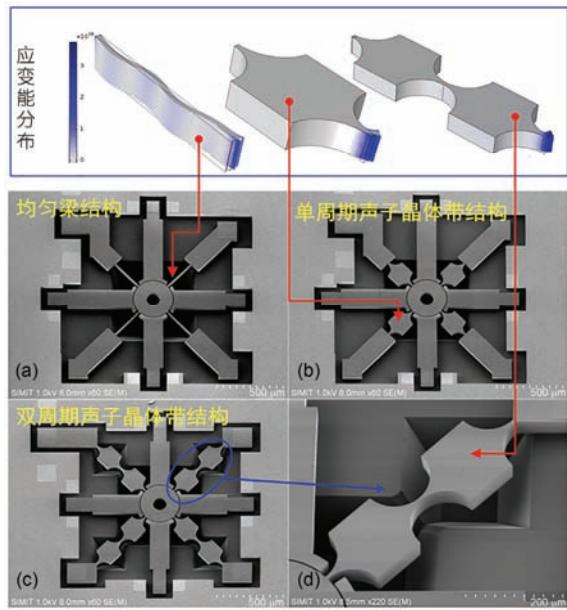


图 15 (网络版彩色)不同锚点结构设计及其应变能分布. (a) 均匀梁结构; (b) 单周期声子晶体带结构; (c), (d) 双周期声子晶体带结构<sup>[69]</sup>

**Figure 15** (Color online) Various anchor structures and schematic of their strain energy distributions. (a) Uniform beam; (b) single period phononic crystal strip; (c) and (d) double periods phononic crystal strip<sup>[69]</sup>

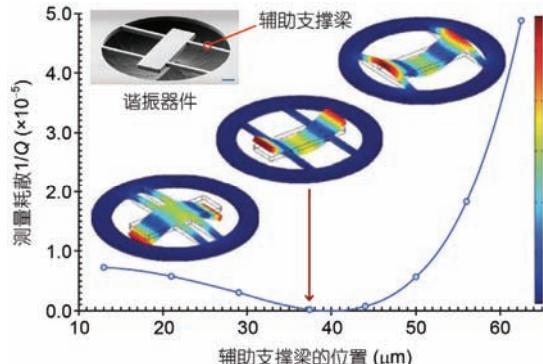


图 16 (网络版彩色)微梁机械谐振器件中声子隧道效应引起的能量耗散<sup>[70]</sup>

**Figure 16** (Color online) Phonon-tunnelling dissipation in nanomechanical resonators<sup>[70]</sup>

谐函数法来推导计算其布朗运动的量子模型.

## 2.3 表面与界面损耗

### 2.3.1 表面损耗

随着谐振器结构尺寸的缩小, 其表面积和体积之比越来越大, 器件品质因子 $Q$ 会逐渐减小, 相应的表面效应引起的能量损耗将会增大, 主要由表面吸

附、表面缺陷、表面杂质与表面粗糙度、表面张力等因素引起的表面损耗显得非常突出<sup>[76~79]</sup>. 在各种能量耗散形式中, 表面损耗的物理机制最为复杂, 且对谐振器动态性能的影响不可忽视, 研究难度也最大.

(i) 表面层的影响. 目前, 研究表面损耗机理采用最多的是唯象模型, 该模型将表面损失模拟为一个弛豫过程, 但是针对表面能和表面应力如何影响表面能量损耗方面的研究相对较少. Yasumura等人<sup>[80]</sup>根据唯象理论推导出悬臂梁式谐振器件的体损耗和表面损耗所对应的品质因子 $Q$ 为

$$Q_{\text{Volume}} = \frac{E_1}{E_2}, \quad (15)$$

$$Q_{\text{Surface}} = \frac{wt}{2\delta(3w+t)} \frac{E_1}{E_1^S} Q_s, \quad (16)$$

式中,  $E_1$ 为常规弹性模量,  $E_2$ 为耗散弹性模量,  $Q_s = E_1^S / E_2^S$ ; 悬臂梁长度为 $l$ , 宽度为 $w$ , 厚度为 $t$ . 对于细宽悬臂梁( $t \ll w$ )来说, 表面损耗对应的品质因子可简化为  $Q_{\text{Surface}} = \frac{t}{6\delta} \frac{E_1}{E_1^S} Q_s$ , 此式表明: 表面损耗对悬臂梁厚度和表面层厚度具有很强的依赖性.

虽然表面层对谐振结构存储能量的影响不够剧烈, 但它会加剧能量耗散, Ergincan等人<sup>[81]</sup>研究微悬臂梁谐振器的能量耗散机理时, 主要探讨了热弹性阻尼、支撑损耗和表面损耗3种内禀耗散机制, 不同能量耗散机制会引起器件品质因子的复杂变化, 尤其是表面面积对品质因子的影响较大, 此时表面损耗的表达式可写成

$$\frac{1}{Q_{\text{Surface}}} = \frac{2\delta(3w+h)}{wt} \frac{E_1^S}{E_1}, \quad (17)$$

式中,  $\delta E_1^S$ 乘子的平均值可根据内禀耗散机制推导得到: (1) 对于无修饰表面悬臂梁,  $\langle \delta E_1^S \rangle \sim 0.9$ ; (2)  $\delta E_1^S$ 变化范围为  $\langle \delta E_1^S \rangle \sim 0.7 \sim 1.1$ . 图17给出了悬臂梁谐振器的功率谱密度分布, 对比了无修饰-光滑和FIB (focused ion beam)修饰-粗糙表面两种情况, 由密度谱可以换算出器件的品质因子 $Q$ , 粗糙表面会使器件的品质因子明显下降.

(ii) 表面化学效应. 微纳机械谐振器件品质因子常常受表面化学状态(终端: termination)支配, 以桨式微机械谐振器为对象, Richter等人<sup>[82]</sup>总结了器件品质因子对复杂表面化学效应的依赖性, 如图18所示, 完全或部分氧化表面会导致品质因子下降, 氧

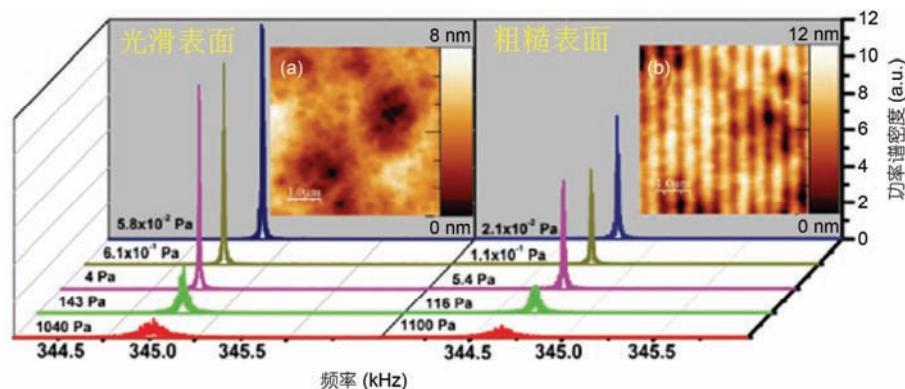


图 17 (网络版彩色)悬臂梁谐振器的功率谱密度分布. (a) 无修饰-光滑表面; (b) FIB修饰-粗糙表面<sup>[81]</sup>

Figure 17 (Color online) PSD spectra of a microcantilever resonator for various pressures. (a) Smooth cantilevers; (b) FIB roughened cantilevers<sup>[81]</sup>

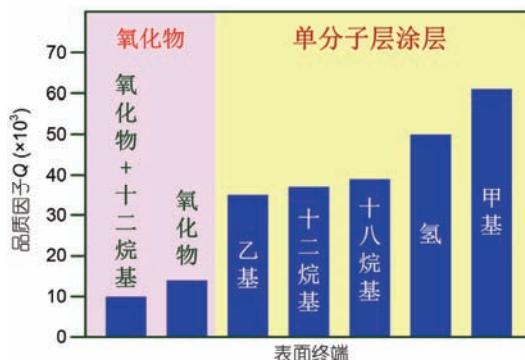


图 18 (网络版彩色)不同表面终端效应作用下桨式微机械谐振器的品质因子对比<sup>[82]</sup>

Figure 18 (Color online) Effect of surface termination on the quality factors of single-crystal silicon paddle resonators<sup>[82]</sup>

化缺陷会增大品质的能量耗散，相对而言，谐振器表面终端采用单分子层涂层(如：乙基、十二烷基、甲基、氢等)时，会具有相对较高的品质因子。

Wang 等人<sup>[83]</sup>对比分析了不同表面终端处理引起的表面化学能量耗散机制，将氢终端处理作为基准表面，推导出相对品质因子之比为

$$\frac{Q^H}{Q^{ox}} = 1 + \varepsilon_{ox} / \Delta W, \quad (18)$$

式中， $\varepsilon_{ox}$ 表示氧化引起的能量损耗， $\Delta W$ 为氢终端处理后谐振器的能量损耗，包括与桨尺寸无关的支撑损耗和与谐振器总体积 $V_{paddle}$ 成比例关系的体积损耗。如果损耗均由表面化学效应所致， $\varepsilon_{ox}$ 必与谐振器总表面积 $A_{surface}$ 成比例关系，两者之间的尺度关联可简化为

$$\frac{Q^H}{Q^{ox}} = 1 + \frac{a_{surf} A_{surface}}{V_{paddle} + b_{surf}}, \quad (19)$$

式中， $a_{surf}$  和  $b_{surf}$  均为尺度关联常数。

式(19)解释了为何大桨叶比小桨叶对由表面化学引起的品质因子变化更灵敏，图19也给出了相同的实验测试结论，硅氧化和氢终端表面处理后器件的相对品质因子具有尺度关联性，且随着尺寸的逐渐缩小，表面化学处理引起的损耗机制越明显。因此，不同的表面化学终端处理会给谐振器带来非常不确定的能量损耗，表面化学对于提高微纳机械谐振器性能，降低其能量损耗具有重要作用。

### 2.3.2 界面耗散的物理机制

对于多层结构谐振器件来说，界面损耗是最主要的能量耗散机制<sup>[84]</sup>，如图20(a)所示，界面是多层

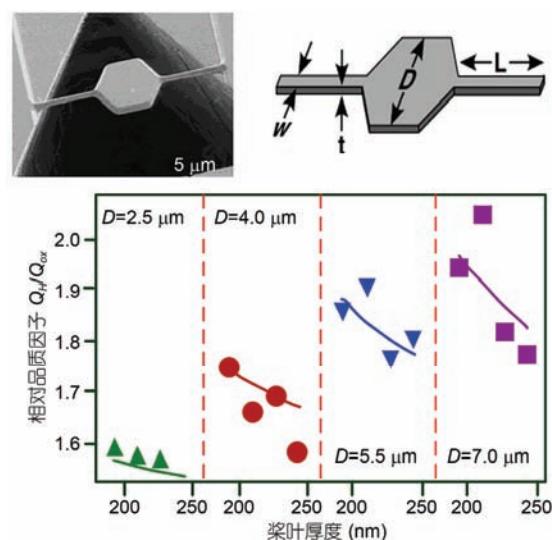
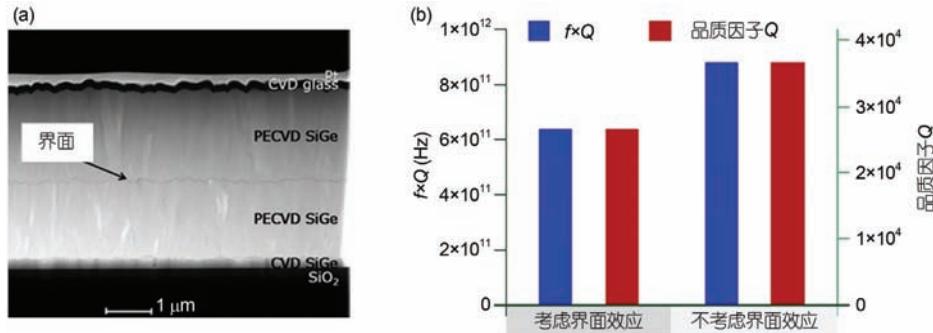


图 19 (网络版彩色)硅氧化和氢终端表面处理后，微机械谐振器的相对品质因子的尺度关联<sup>[83]</sup>

Figure 19 (Color online) Relative quality factor plotted against the thickness of H- and oxide-terminated paddle resonators<sup>[83]</sup>

图 20 (网络版彩色)多层结构谐振器.(a) 界面形成;(b) 界面耗散<sup>[27]</sup>Figure 20 (Color online) Multi-layer structure resonators. (a) The formed interface between the two PECVD layers; (b) interfacial dissipation<sup>[27]</sup>

谐振器固体和固体形成的边界,采用等离子体增强化学气相沉积法(PECVD)淀积的两个SiGe层之间形成的界面清晰可见<sup>[27]</sup>,振动能量在边界处产生耗散,边界效应会使谐振器的品质因子下降,如图20(b)所示,界面损耗直接影响多层结构谐振器的性能。

Hao等人<sup>[85]</sup>从连续介质力学和材料科学中的固-固界面理论出发,分析界面耗散的物理机制与数学描述,如图21所示。(1)从连续介质力学角度来解释:多层结构谐振器在振动过程中会发生弹性变形,由于谐振器的各层堆叠在一起,两连续层界面形成的应变是协调的;同时,由于各层材料的杨氏模量不同,界面处会产生应力跳变,作为界面之间的作用力,这种应力跳变会导致界面滑移,谐振器界面耗散

的部分能量会转换为热能。(2)从材料科学的角度来解释:因为多层材料中的固相有不同的晶体结构,晶格错配和失配位错存在于多层材料的界面中,在谐振器振动过程中,多层材料会经历固相中的弹性变形,此弹性变形会引起界面应变使得两个相邻界面发生相对变形;因为该界面应变是界面内部结构的改变,是一个不可逆过程,且在界面处产生熵增,多层材料振动能量的一部分转化为热能,从而在界面处耗散。图21(b)所示为基于材料科学理论建立的薄膜-基底系统,因为两个固相具有不同的晶体结构(如压电薄膜与硅衬底黏合),在两相之间形成一个半共格界面,因为界面相对于两个固相是极薄的,所以将界面视作一个没有质量/惯性的区域,半共格界面可以用其界面应力和界面自由能来表征。

### 3 结论与展望

本文综述了微纳机械谐振器中的能量耗散机理与非线性阻尼效应的研究进展,重点针对热弹性阻尼、声子相互作用、黏性阻尼、支撑损耗、表面与界面损耗等内禀和外部耗散机制进行了综述。目前,虽然国内外许多学者对能量耗散问题做了大量的研究工作,并取得了一些重要成果,但是还有许多能量耗散机制很少被探讨,甚至是还未被发现或认识的,尚有许多有关能量耗散机制及调控方法方面的问题有待进一步深入研究和探索,主要体现在以下几个方面:

(1) 尺度效应和表面效应。随着谐振器件的特征尺寸减小,一方面,比表面积增大使表面效应更为突出,支撑损失变得非常明显,表面缺陷和材料不均匀性也会增大表面损耗,各种不同能量耗散机制对于

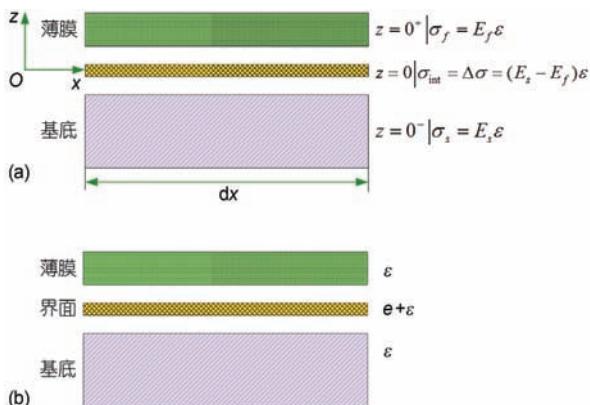
图 21 (网络版彩色)固-固界面形成和薄膜-基底系统示意图<sup>[85]</sup>. (a) 连续介质力学中的薄膜-基底系统: 越过界面的应力跳变; (b) 材料科学中的薄膜-基底系统: 处于界面的界面应变

Figure 21 (Color online) Schematic diagram of a film-substrate system consisting of a thin film, a substrate, and a solid-solid interface formed between them. (a) A film-substrate system in continuum mechanics: stress jump across the interface; (b) a film-substrate system in materials science: interface strain at the interface<sup>[85]</sup>

尺度和表面效应的依赖性差异增大，势必要在器件的结构设计、表面处理等方面有所突破，比如：可以采用软支撑结构设计实现谐振器的模态解耦，减小能量损耗；另一方面，虽然器件会表现出诸如灵敏度高、集成性好等优越特性，但是特征尺度越小、损耗也越大，能量耗散不再是单一的损耗模式，耗散机制异常复杂且交互耦合作用，热机械噪声、表面吸附作用、不确定性热弹性效应等因素都会对谐振器件的性能及应用发展带来巨大的挑战。

(2) 非线性能量耗散机制。由于微纳机械谐振器的材料结构与激励方式趋于功能化、多元化及集成化，谐振器件中会呈现出几何非线性、机械非线性、电学非线性等特性，常常处于非线性状态，非线性耗散特征异常明显且对谐振器件的性能影响很大，甚至制约了结构优化、参数放大、有源反馈电路等降低能耗技术的发展，目前对非线性能量耗散的产生机理认识上还不够清楚，有待深入开展相关理论和实验研究。

(3) 复杂流体服役环境。微纳机械谐振器在物理传感、生化检测等工作中，常常处于动态开放的复杂服役环境，随着谐振结构尺寸的缩小和谐振频率的升高，流体环境的影响越来越复杂，空间参量努森数

(Knudsen)不断增大，流体从连续介质向自由分子流渐变，气体的稀薄效应和壁面滑移效应越来越明显，不仅要考虑谐振结构间隙内流体引起的压膜阻尼，还需要关注流体黏性阻尼的影响作用。能量耗散不仅会导致微纳机械谐振器的品质因子和动态性能下降，还会使其动力学行为与现象更为复杂和不确定性，减少谐振结构弹性变形在运动界面和操作界面的能量耗散也是无法回避的重要科学问题。

(4) 能量耗散调控方法。为了提高微纳机械谐振器灵敏度、分辨率及稳定性，国内外学者已提出许多方法有效地降低了功耗和噪声，但是大多数方法普遍针对某种能量耗散机制，忽略了不同能量耗散机制之间的耦合关联。此外，能量耗散过程本身就是一类复杂的动力学演化问题，阐明能量是如何从谐振器件传递到环境中耗散的动态过程，认识其动态演化规律均有助于降低或控制能量的损耗，这方面的研究工作也非常值得关注。

综上所述，能量耗散机理及其调控方法是微纳机械谐振器件性能提升和应用发展的关键科学问题，如果能够提出精准的阻尼模型和合理的调控方法，可为超高灵敏度、强特异性、高性能微纳机械谐振器设计提供理论依据。

## 参考文献

- 1 Eom K, Park H S, Yoon D S, et al. Nanomechanical resonators and their applications in biological/chemical detection: Nanomechanics principles. *Phys Rep*, 2011, 503: 115–163
- 2 Zhang W M, Hu K M, Peng Z K, et al. Tunable micro-and nanomechanical resonators. *Sensors*, 2015, 15: 26478–26566
- 3 Gupta A, Akin D, Bashir R. Single virus particle mass detection using microresonators with nanoscale thickness. *Appl Phys Lett*, 2004, 84: 1976–1978
- 4 Karabacak D M, Brongersma S H, Crego-Calama M. Enhanced sensitivity volatile detection with low power integrated micromechanical resonators. *Lab Chip*, 2010, 10: 1976–1982
- 5 Chan H B, Bao Y, Zou J, et al. Measurement of the Casimir force between a gold sphere and a silicon surface with nanoscale trench arrays. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 030401
- 6 Yang B, Lee C, Kotlanka R K, et al. A MEMS rotary comb mechanism for harvesting the kinetic energy of planar vibrations. *J Micro-mech Microeng*, 2010, 20: 065017
- 7 Imboden M, Mohanty P. Dissipation in nanoelectromechanical systems. *Phys Rep*, 2014, 534: 89–146
- 8 Ghaffari S, Ng E J, Ahn C H, et al. Accurate modeling of quality factor behavior of complex silicon MEMS resonators. *J Microelectromech Syst*, 2015, 24: 276–288
- 9 Zener C. Internal friction in solids. I. Theory of internal friction in reeds. *Phys Rev*, 1937, 52: 230–235
- 10 Lifshitz R, Roukes M L. Thermoelastic damping in micro-and nanomechanical systems. *Phys Rev B*, 2000, 61: 5600–5609
- 11 Choi J, Cho M, Rhim J. Efficient prediction of the quality factors of micromechanical resonators. *J Sound Vib*, 2010, 329: 84–95
- 12 Nayfeh A H, Younis M I. Modeling and simulations of thermoelastic damping in microplates. *J Micromech Microeng*, 2004, 14: 1711–1717
- 13 Sun Y, Fang D, Soh A K. Thermoelastic damping in micro-beam resonators. *Int J Solids Struct*, 2006, 43: 3213–3229

- 14 Sun Y, Saka M. Thermoelastic damping in micro-scale circular plate resonators. *J Sound Vib*, 2010, 329: 328–337
- 15 Li P, Fang Y, Hu R. Thermoelastic damping in rectangular and circular microplate resonators. *J Sound Vib*, 2012, 331: 721–733
- 16 Ru C Q. Thermoelastic dissipation of nanowire resonators with surface stress. *Phys E: Low-Dimen Syst Nanostruct*, 2009, 41: 1243–1248
- 17 De S K, Aluru N R. Theory of thermoelastic damping in electrostatically actuated microstructures. *Phys Rev B*, 2006, 74: 144305
- 18 Zhong Z Y, Zhang W M, Meng G, et al. Thermoelastic damping in optical waveguide resonators with the bolometric effect. *Phys Rev E*, 2014, 89: 063203
- 19 Zhong Z Y, Zhang W M, Zhou Y, et al. Frequency shift of a nanowaveguide resonator driven by the tunable optical gradient force. *J Opt Soc Am B*, 2014, 31: 96–104
- 20 Zhong Z Y, Zhang W M, Meng G, et al. Thermoelastic damping in the size-dependent microplate resonators based on modified couple stress theory. *J Microelectromech Syst*, 2015, 24: 431–445
- 21 Tunvir K, Ru C Q, Mioduchowski A. Thermoelastic dissipation of hollow micromechanical resonators. *Phys E: Low-Dimen Syst Nanostruct*, 2010, 42: 2341–2352
- 22 Nourmohammadi Z, Prabhakar S, Vengallatore S. Thermoelastic damping in layered microresonators: Critical frequencies, peak values, and rule of mixture. *J Microelectromech Syst*, 2013, 22: 747–754
- 23 Duwel A E, Lozow J, Fisher C J, et al. Thermal energy loss mechanisms in micro-to nano-scale devices. In: Proceedings of SPIE Defense, Security, and Sensing. International Society for Optics and Photonics. Washington, 2011. 8031: 170–187
- 24 Ghaffari S, Chandorkar S A, Wang S, et al. Quantum limit of quality factor in silicon micro and nano mechanical resonators. *Sci Rep*, 2013, 3: 3244
- 25 Kunal K, Aluru N R. Intrinsic dissipation in a nano-mechanical resonator. *J Appl Phys*, 2014, 116: 094304
- 26 Kunal K, Aluru N R. Akhiezer damping in nanostructures. *Phys Rev B*, 2011, 84: 245450
- 27 Stoffels S, Autizi E, Van Hoof R, et al. Physical loss mechanisms for resonant acoustical waves in boron doped poly-SiGe deposited with hydrogen dilution. *J Appl Phys*, 2010, 108: 084517
- 28 Berciou D, Buchs G, Grabert H, et al. Defect-induced multicomponent electron scattering in single-walled carbon nanotubes. *Phys Rev B*, 2011, 83: 165439
- 29 Aoust G, Levy R, Bourgeteau B, et al. Viscous damping on flexural mechanical resonators. *Sens Actuators A: Phys*, 2015, 230: 126–135
- 30 Santos J T, Holz T, Fernandes A J S, et al. Pressure effects on the dissipative behavior of nanocrystalline diamond microelectromechanical resonators. *J Micromech Microeng*, 2015, 25: 025019
- 31 Zhang W M, Meng G, Wei X. A review on slip models for gas microflows. *Microfluid Nanofluid*, 2012, 13: 845–882
- 32 Huang S, Borca-Tasciuc D A, Tichy J A. A simple expression for fluid inertia force acting on micro-plates undergoing squeeze film damping. *Proc R Soc A*, 2011, 467: 522–536
- 33 Schmid S, Hierold C. Damping mechanisms of single-clamped and prestressed double-clamped resonant polymer microbeams. *J Appl Phys*, 2008, 104: 093516
- 34 Pandey A K, Pratap R, Chau F S. Effect of pressure on fluid damping in MEMS torsional resonators with flow ranging from continuum to molecular regime. *Exp Mech*, 2008, 48: 91–106
- 35 Chu H M. Air damping models for micro-and nano-mechanical beam resonators in molecular-flow regime. *Vacuum*, 2016, 126: 45–50
- 36 Veijola T, Turowski M. Compact damping models for laterally moving microstructures with gas-rarefaction effects. *J Microelectromech Syst*, 2001, 10: 263–273
- 37 Bao M, Yang H. Squeeze film air damping in MEMS. *Sens Actuators A: Phys*, 2007, 136: 3–27
- 38 Yang Y J J, Yen P C. An efficient macromodeling methodology for lateral air damping effects. *J Microelectromech Syst*, 2005, 14: 812–828
- 39 Malhi C K, Pratap R. On the equivalence of acoustic impedance and squeeze film impedance in micromechanical resonators. *J Vib Acoust*, 2016, 138: 011005
- 40 Hosseinzadegan H, Pierron O N, Hosseinian E. Accurate modeling of air shear damping of a silicon lateral rotary micro-resonator for MEMS environmental monitoring applications. *Sens Actuators A: Phys*, 2014, 216: 342–348
- 41 Christian R G. The theory of oscillating-vane vacuum gauges. *Vacuum*, 1966, 16: 175–178
- 42 Bao M, Yang H, Yin H, et al. Energy transfer model for squeeze-film air damping in low vacuum. *J Micromech Microeng*, 2002, 12: 341–346
- 43 Guo X, Alexeenko A. Compact model of squeeze-film damping based on rarefied flow simulations. *J Micromech Microeng*, 2009, 19: 045026
- 44 Hutcherson S, Ye W. On the squeeze-film damping of micro-resonators in the free-molecule regime. *J Micromech Microeng*, 2004, 14: 1726–1733

- 45 Leung R, Cheung H, Gang H, et al. A Monte Carlo simulation approach for the modeling of free-molecule squeeze-film damping of flexible microresonators. *Microfluid Nanofluid*, 2010, 9: 809–818
- 46 Suijlen M A G, Koning J J, van Gils M A J, et al. Squeeze film damping in the free molecular flow regime with full thermal accommodation. *Sens Actuat A: Phys*, 2009, 156: 171–179
- 47 Sumali H. Squeeze-film damping in the free molecular regime: Model validation and measurement on a MEMS. *J Micromech Microeng*, 2007, 17: 2231–2240
- 48 Wang K, Liao X, Zhang Z. Investigation of the adhesion of perforated MEMS clamped-clamped beams based on the GaAs MMIC process with the resonant method. *J Adhes Sci Tech*, 2015, 29: 1663–1679
- 49 Li P, Hu R. A model for squeeze-film damping of perforated MEMS devices in the free molecular regime. *J Micromech Microeng*, 2011, 21: 025006
- 50 Shao L, Palaniapan M. Effect of etch holes on quality factor of bulk-mode micromechanical resonators. *Electron Lett*, 2008, 44: 938–939
- 51 Bhiladvala R B, Wang Z J. Effect of fluids on the  $Q$  factor and resonance frequency of oscillating micrometer and nanometer scale beams. *Phys Rev E*, 2004, 69: 036307
- 52 Xu Z. Energy dissipation in the double-walled carbon nanotube based mechanical oscillators. *J Comput Theor Nanosci*, 2008, 5: 655–658
- 53 Bullard E C, Li J, Lilley C R, et al. Dynamic similarity of oscillatory flows induced by nanomechanical resonators. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 015501
- 54 Sader J E. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope. *J Appl Phys*, 1998, 84: 64–76
- 55 Vancura C, Dufour I, Heinrich S M, et al. Analysis of resonating microcantilevers operating in a viscous liquid environment. *Sens Actuators A: Phys*, 2008, 141: 43–51
- 56 Tamayo J, Kosaka P M, Ruz J J, et al. Biosensors based on nanomechanical systems. *Chem Soc Rev*, 2013, 42: 1287–1311
- 57 Sawano S, Arie T, Akita S. Carbon nanotube resonator in liquid. *Nano Lett*, 2010, 10: 3395–3398
- 58 Ruiz-Díez V, Hernando-García J, Manzaneque T, et al. Viscous and acoustic losses in length-extensional microplate resonators in liquid media. *Appl Phys Lett*, 2015, 106: 083510
- 59 Burg T P, Godin M, Knudsen S M, et al. Weighing of biomolecules, single cells and single nanoparticles in fluid. *Nature*, 2007, 446: 1066–1069
- 60 Gil-Santos E, Baker C, Nguyen D T, et al. High-frequency nano-optomechanical disk resonators in liquids. *Nat Nanotech*, 2015, 10: 810–816
- 61 Oesterschulze E, Kehrbusch P, Radzio B, et al. Tailoring the interface of hybrid microresonators in viscous fluids enhances their quality factor by two orders of magnitude. *Lab Chip*, 2012, 12: 1316–1319
- 62 Ali A, Lee J E Y. Electrical characterization of piezoelectric-on-silicon contour mode resonators fully immersed in liquid. *Sens Actuat A: Phys*, 2016, 241: 216–223
- 63 Zhang W M, Yan H, Jiang H M, et al. Dynamics of suspended microchannel resonators conveying opposite internal fluid flow: Stability, frequency shift and energy dissipation. *J Sound Vib*, 2016, 368: 103–120
- 64 Hao Z, Xu Y. Vibration displacement on substrate due to time-harmonic stress sources from a micromechanical resonator. *J Sound Vib*, 2009, 322: 196–215
- 65 Pang W, Zhang H, Kim E S. Micromachined acoustic wave resonator isolated from substrate. *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Frequency Control*, 2005, 52: 1239–1246
- 66 Zhu R, Zhang G. Support losses in micromechanical resonators under electrostatic and piezoelectric actuations. *Sens J IEEE*, 2013, 13: 1105–1109
- 67 Hsu F C, Hsu J C, Huang T C, et al. Reducing support loss in micromechanical ring resonators using phononic band-gap structures. *J Phys D: Appl Phys*, 2011, 44: 375101
- 68 Pandey M, Reichenbach R B, Zehnder A T, et al. Reducing anchor loss in MEMS resonators using mesa isolation. *J Microelectromech Syst*, 2009, 18: 836–844
- 69 Feng D, Xu D, Wu G, et al. Phononic crystal strip based anchors for reducing anchor loss of micromechanical resonators. *J Appl Phys*, 2014, 115: 024503
- 70 Cole G D, Wilson-Rae I, Werbach K, et al. Phonon-tunnelling dissipation in mechanical resonators. *Nat Commun*, 2011, 2: 231
- 71 O'Connell A D, Hofheinz M, Ansmann M, et al. Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator. *Nature*, 2010, 464: 697–703
- 72 Rips S, Kiffner M, Wilson-Rae I, et al. Steady-state negative Wigner functions of nonlinear nanomechanical oscillators. *New J Phys*, 2012, 14: 023042

- 73 Hao Z, Erbil A, Ayazi F. An analytical model for support loss in micromachined beam resonators with in-plane flexural vibrations. *Sens Actuators A: Phys*, 2003, 109: 156–164
- 74 Frangi A, Bugada A, Martello M, et al. Validation of PML-based models for the evaluation of anchor dissipation in MEMS resonators. *Eur J Mechanics-A/Solids*, 2013, 37: 256–265
- 75 Bindel D S, Govindjee S. Elastic PMLs for resonator anchor loss simulation. *Int J Numer Methods Eng*, 2005, 64: 789–818
- 76 Yang J, Ono T, Esashi M. Energy dissipation in submicrometer thick single-crystal silicon cantilevers. *J Microelectromech Syst*, 2002, 11: 775–783
- 77 Liao M, Toda M, Sang L, et al. Energy dissipation in micron-and submicron-thick single crystal diamond mechanical resonators. *Appl Phys Lett*, 2014, 105: 251904
- 78 Villanueva L G, Schmid S. Evidence of surface loss as ubiquitous limiting damping mechanism in SiN micro-and nanomechanical resonators. *Phys Rev Lett*, 2014, 113: 227201
- 79 Zaitsev S, Shtempluck O, Buks E, et al. Nonlinear damping in a micromechanical oscillator. *Nonlinear Dyn*, 2012, 67: 859–883
- 80 Yasumura K Y, Stowe T D, Chow E M, et al. Quality factors in micron-and submicron-thick cantilevers. *J Microelectromech Syst*, 2000, 9: 117–125
- 81 Ergincan O, Palasantzas G, Kooi B J. Influence of surface modification on the quality factor of microresonators. *Phys Rev B*, 2012, 85: 205420
- 82 Richter A M, Sengupta D, Hines M A. Effect of surface chemistry on mechanical energy dissipation: Silicon oxidation does not inherently decrease the quality factor. *J Phys Chem C*, 2008, 112: 1473–1478
- 83 Wang Y, Henry J A, Zehnder A T, et al. Surface chemical control of mechanical energy losses in micromachined silicon structures. *J Phys Chem B*, 2003, 107: 14270–14277
- 84 Frangi A, Cremonesi M, Jaakkola A, et al. Analysis of anchor and interface losses in piezoelectric MEMS resonators. *Sens Actuators A: Phys*, 2013, 190: 127–135
- 85 Hao Z, Liao B. An analytical study on interfacial dissipation in piezoelectric rectangular block resonators with in-plane longitudinal-mode vibrations. *Sens Actuators A: Phys*, 2010, 163: 401–409

Summary for “微纳机械谐振器能量耗散机理研究进展”

# Research progress on energy dissipation mechanisms in micro- and nano-mechanical resonators

ZHANG WenMing<sup>\*</sup>, YAN Han, PENG ZhiKe & MENG Guang

*School of Mechanical Engineering, State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*

\*Corresponding author, E-mail: wenmingz@sjtu.edu.cn

Advances in micro- and nanofabrication technologies have enabled the development of micro- and nano-mechanical resonators which have attracted significant attention due to their advantages of ultra-high resonance frequency, quality factor and sensitivity, and growing potential for physical sensing, biological and chemical detection, radio frequency communications and energy harvesting applications. It has become one of the emphases and hotspots in micro- and nano-electromechanical systems (MEMS/NEMS). Energy dissipation is always the key problem and significant bottlenecks, which restricts its performance improvement and application development. Energy dissipation in a mechanical resonator represents the relaxation or loss of energy contained in a resonant mode to the external environment coupled to the resonator structure as well as to the other resonant modes. In micro- and nano-mechanical resonators, a key performance metric is the quality factor ( $Q$ ), which is the ratio of stored mechanical energy to the dissipated energy. Furthermore, energy dissipation has various and complicated mechanisms, which are uncertainty and scaling with system size. It is of great importance to understand the dissipation mechanisms. There exists a host of identifiable mechanisms, both intrinsic and extrinsic, which play an important role in the energy dissipation in micro- and nano-mechanical resonators. This article provides an overview on the progress of energy dissipation mechanisms and nonlinear damping effects in micro- and nano-mechanical resonators. Both intrinsic and extrinsic mechanisms, including thermoelastic damping, phonon interaction, viscous damping, support loss, surface and interface losses, are reviewed and discussed. The energy dissipation caused by viscous damping environments needs to be taken into account in initial design process. Different damping mechanisms are distinguished as the ambient air pressure varies based on the Knudsen number and various models for evaluating air damping mechanisms in different vibration structures from viscous flow regime to molecular flow mechanism have been paid more attention. Furthermore, the quality factor is limited by the thermal physics and specific energy loss mechanisms including thermoelastic, Akhieser, and Landau-Rumer damping in well-optimized designs of mechanical resonators. Support loss occurs because of the strain at the connection to the support structure and must be considered in order to understand the interaction and energy transmission between the resonator-support coupled systems. The support losses become detrimental as the resonator size is reduced but can be suppressed with appropriate device design. As the mechanical resonators become thinner or narrower, the surface-to-volume ratio grows and the surface properties start to play a significant role in the dissipation. Understanding the effect of each mechanism is very important for their application in predicting adequately the quality factor and operation characteristics of micro- and nano-mechanical resonators. In addition, the emergence of nonlinear dissipation mechanisms becomes more and more important in predicting and determining the device performance and discerning the dominant contribution to energy dissipation in resonator devices. Specifically, it reveals the physical mechanisms and the methods of dissipation reduction used in each strategy and provides design guidelines for the development of high-performance resonators. The purpose of this review is to understand, sort, and categorize dominant energy dissipation sources and to determine their significance with respect to physics processes and engineering applications.

**micro/nano-electromechanical system, micro/nanomechanical resonator, energy dissipation, quality factor, nonlinear damping**

doi: 10.1360/N972016-00463