



论文

水动浮力[†]

陈振诚*

中国科学院国家天文台流体力学小组, 北京 100012

*联系人, E-mail: chenxin0227@sina.com

†曾庆存院士和滕吉文院士推荐

收稿日期: 2012-08-15; 接受日期: 2012-09-05; 网络出版日期: 2012-12-10

摘要 在自然界, 存在水静浮力和水动浮力. 一个在水下或水面静态的物体承受水静浮力, 阿基米德发现水静浮力的定量值等于该物体的排水量. 一个在水下或水面对水平面保持某一攻角运动的物体会激起水动浮力. 从物理定性看, 水动浮力与运动物体的速度、尺度、吃水深度、攻角的角度、水的密度以及体现重力场对流场作用的重力加速度等物理因素密切相关. 如果用数学解析式表述水动浮力的定量值, 那么它是这些物理因素的函数. 人们希望知道水动浮力, 为此, 提出研究这个问题. 本文利用一种新的积分变换求解水动浮力问题, 得到水动浮力定量值的解析表达式, 该式概括了运动物体相关物理因素对水动浮力的贡献和它们之间的相互制约关系, 与物理定性相符合. 用本文的结果设计建造的实船, 在实航验证时显示: 理论计算得到的结果与试验实测得到的数据相符合. 这表明, 本文的研究结果是符合实际的, 具有普遍意义. 该方法可解决很多水动力工程的设计和生产问题. 本文在最后, 对比我们的研究结果, 对前人的水动升力近似估算式做了讨论.

关键词 流体动力学, 水动浮力**PACS:** 47.15.-x, 47.15.km, 47.35.-i, 47.35.Bb**doi:** 10.1360/132012-688

1 引言

在自然界实际上存在水静浮力和水动浮力. 例如一个物体以静止状态停留在水面或水面下, 它承受水静浮力. 阿基米德于公元前 212 年以前发现了水静浮力等于被该物体排开的同体积的水重. 通常称为排水量.

一个在水面或水下对水平面保持某一攻角运动的物体会激起水动浮力. 从物理定性分析, 它与运动

物体的速度 U , 长度 a 、宽度 b 、吃水深度 δ , 对水平面的攻角 θ , 水的密度 ρ , 以及体现重力场对流场影响的重力加速度 g 相关. 如果用数学解析式表述水动浮力的定量值, 它应该是 $U, a, b, \delta, \theta, \rho$ 和 g 等物理因素的函数. 人们期望找到用这些物理因素表述其定量值的水动浮力. 但是, 由于缺乏严谨的数学物理方法, 直到现在还没有人能够找到用这些物理因素表述定量值的水动浮力 L . 由于还没有找到确切的 L , 人们不得不采用近似估算式^[1]

引用格式: 陈振诚. 水动浮力. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42: 1352-1360

Chen Z C, Hydrodynamic buoyancy (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2012, 42: 1352-1360, doi: 10.1360/132012-688

$$L_2 = C_L \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \quad (1)$$

来估算水动浮力, 式中 C_L 为升力系数, B 为船舢的宽度.

这个表述式的缺点是式中没有体现 θ 、 a 、 δ 和 g 对水动浮力的贡献, 也就是 7 个因素中只出现了 3 个, 还有 4 个没出现. 这从物理定性分析来看, 就难以令人信服. 升力系数 C_L 通过试验取得. 在水动力学的试验中, 水池处于重力场的作用下, 船形的尺度可以缩小, 但 g 不可能相应地被缩小. 因此 C_L 与实际数值之间的误差无法估算. 除 C_L 之外, 式(1)中没有出现 θ 是最不符合物理实际的. 因为攻角 $\theta=0$ 时, 应该有升力 $L_2=0$. 还有流场在重力场的作用下, 不可能排除 g 的影响. 例如在深度为 δ 处, 水静压力为 $\rho g \delta$, 在长度为 δ , 宽度也是 δ 的平面上, 水静浮力为 $\rho g \delta \times \delta^2$. 如果 $\delta=1$ m, 那么水静浮力, 即阿基米德浮力 $L'= \rho g \delta^3 = 102.06686 \times 9.7975 \times 1^3 = 1000$ kg. 这就是众所周知的阿基米德原理: 水静浮力等于被该物体排开的同体积的水重. 1 m^3 的排水量等于 $1 \text{ t} = 1000$ kg. 所以不考虑重力影响是不符合物理实际的. 再有长度 a , 吃水深度 δ 对水动浮力的影响, 从物理定性分析来看都是不能忽略的物理因素. 式(1)中 ρ 不变, 只有 U , B 可供调整来改变 L_2 的大小. θ , a 和 δ 对 L_2 的贡献看不出来. 目前, 对于小型船艇, 例如缉私艇、救援艇、边防巡逻艇等, 当速度达到大于 50 节之后再加大推进功率就会出现稳性危机, 不但航速上不去, 还会失去稳性, 造成倾覆的危险. 所以现有的常规快艇, 除赛艇外, 超不过 60 节 $= 30.87 \text{ m/s}$ 的航速. 对于中、大型排水型的船舰, 例如集装箱船、滚装船、巡洋舰、驱逐舰, 推进功率约 10 万马力, 航速只能达到约 30 节 $= 15.43 \text{ m/s}$; 排水量约 10 万吨, 船长约 400 m, 吃水深度约 11 m, 推进功率约 28 万马力的航空母舰, 航速只能达到约 33 节 $= 16.98 \text{ m/s}$ 就会出现水的阻力峰. 这时再加大推进功率, 航速不会相应地提高.

为了克服常规小型船艇的速度障, 克服中、大型船舰水的阻力峰, 从而大幅度提高船舶的整体性能, 就必须首先找到用上列物理因素表述的水动浮力的定量值. 为此, 我们提出并研究这个问题, 建立并运用严谨的数学物理方法^[2-6], 找到了水动浮力定量值的解析表述式. 它是 U , a , b , θ , ρ , g 和 δ 的函数, 于是可用合理调整除 ρ 和 g 之外的 U , a , b , θ 和 δ 而获得设计时需要的定量值. 考虑到 ρ 和 g 不能缩小, 我们与

船厂合作建成实船长 6.3 m, 水线长 5.8 m, 宽 2.1 m, 空船排水量 1 t, 满载排水量 4 t, 乘员 8-16 人, 推进功率为 200 马力的舷外机, 在杭州钱塘江实船实航卫星跟踪的 GPS 系统实测显示: 理论计算获得的水动浮力定量值与实船实航实测得到的数据相符合. 这就表明, 我们找到的水动浮力定量值解析表述式是正确的.

现在, 我们来陈述解决问题的步骤.

2 物理模型和表述该模型的方程^[2]

假定在半空间域 $-\infty < x < \infty$, $-\infty < y < 0$, $-\infty < z < \infty$ 中充满水, 水的密度为 ρ . 水的压缩系数 $E = 211 \times 10^6 \text{ kg/m}^2$. 由于 E 很大, 假定水是理想不可压缩流体, 它的密度 $\rho = \text{常数}$. 假定一对平板以速度 U 和对水平面的攻角 θ , 在水面并列滑行. 水的运动可以用流体速度势函数 $\Phi(x, y, z) = Ux + \varphi(x, y, z)$ 来表述. 此处 $\varphi(x, y, z)$ 是被扰动流体的速度势函数. 每个平板的长度是 $2a$, 宽度是 $2b$, 两并列平板之间的平行间隔是 $2l$. 置坐标原点 O 于长度 $2a$ 的横向中心线, 宽度 $2b+2l+2b$ 的纵向中心线和平面 $y=0$ 的交点处, 如图 1 所示.

流体速度势函数满足下列偏微分方程, 它是连续方程

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (2)$$

我们可以定义, 在空间域 $-\infty < x < \infty$, $-\infty < y < 0$, $-\infty < z < \infty$ 中充满水. 此处, $\Phi(x, y, z) \equiv \Phi(x, y, z)$; 但是, 在域 $-\infty < x < \infty$, $0 < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$ 中没有水; 此处, $\Phi(x, y, z) \equiv 0$.

假定在水的自由表面 $-\infty < x < \infty$, $y=0$, $-\infty < z < \infty$ 处为大气压力. 于是, 我们可以导出水自由表面的边界条件如下式^[7-9]

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad K = \frac{g}{U^2}. \quad (3)$$

假定, 在平板的远前方扰动趋向于零, 也就是说, 在 $x \rightarrow -\infty$ 处,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = U, \quad \varphi(x, y, z) = 0; \quad (4)$$

在平板的远左方或远右方, 扰动趋向于零, 也就是说在 $z \rightarrow \infty$ 或 $z \rightarrow -\infty$ 处,

$$\varphi(x, y, z) = 0; \quad (5)$$

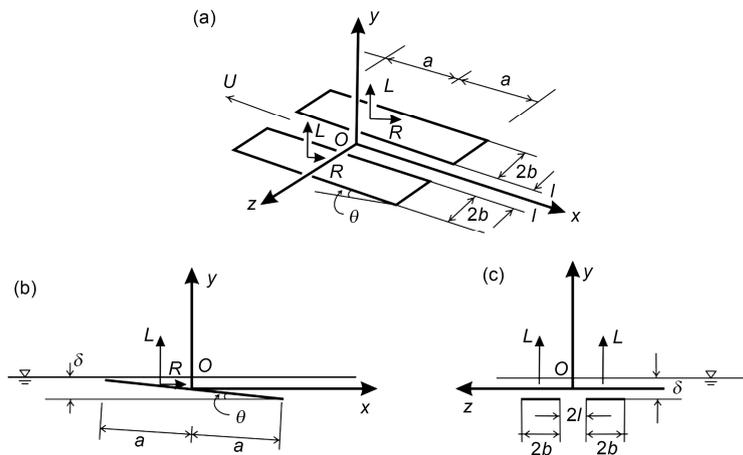


图 1 双板在水面以速度 U , 对水平面的攻角 θ 滑行. (a)透视图; (b)侧视图; (c)后视图

其中: U 是速度, θ 是攻角, $2a$ 是板的长度, $2b$ 是板的宽度, $2l$ 是两平行平板之间的间隔, O 是坐标原点, Ox 是纵坐标, Oz 是横坐标, Oy 是垂向坐标

Figure 1 A pair of flat plates planing in the water with speed U and an attack angle θ (a) perspective; (b) a side view; (c) a back view. Wherein: x, y and z compose the coordinate system; O is origin of coordinate; θ is the attack angle against the horizontal; $2a$ represents the length of plate; $2b$ represents the width of the plates; $2l$ represents the interval between the parallel plates; δ is the draft depth of the plates; Ox is the ordinate; Oz is the abscissa; Oy is the vertical coordinate.

在 $y \rightarrow -\infty$ 处,

$$\varphi(x, y, z) = 0. \quad (6)$$

平板浸湿面上的边界条件, 也就是说在 $-a \leq x \leq a$, $y = -\delta, l \leq |z| \leq 2b+l$ 面上,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -U \sin \theta; \quad (7)$$

在 $x=a$ 处水流顺畅地流出平板的末端, 也就是说, 水流的速度为有限值满足

$$\left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right| < \infty, \quad \left| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right| < \infty, \quad \left| \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right| < \infty; \quad (8)$$

在 $x \rightarrow \infty$ 处流体的扰动速度为有限值, 也就是

$$\left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right| < \infty, \quad \left| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right| < \infty, \quad \left| \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right| < \infty. \quad (9)$$

现在我们已经建立上述合理的物理模型和描述该模型的系列偏微分方程, 在下节中我们将用严谨的数学物理方法解出那些方程并获得问题的唯一解析解.

3 找出流体速度势函数^[2]

依据上节中所述的物理模型, 寻找问题的解就归结为获得分别能满足上节中方程(2)和边界条件

(3)–(9)的流体速度势函数 $\Phi(x, y, z)$.

我们采用一种积分变换^[3-5]解决问题, 满足方程(2), 我们得到 $\Phi(x, y, z) = Ux + \varphi(x, y, z)$, 此处

$$\varphi(x, y, z) = \int_{c_0 - ik_0}^{c_0 + ik_0} \cos \alpha \bar{Z} \int_{-c_1 - ik_1}^{-c_1 + ik_1} \exp(-|\beta| x) \cdot [A(\alpha, \beta) \operatorname{sh} \gamma y + D(\alpha, \beta) \operatorname{ch} \gamma(y + \delta)] d\alpha d\beta, \quad (10)$$

式中 $\bar{Z} = b + l - |z|$. 当 $x > -a$ 时, $x \equiv x$; 当 $x < -a$ 时, $x \equiv |x|$. $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$. α, β 是复变数. $c_0, c_1, k_0 = K\delta, k_1,$

$G = \sqrt{\frac{1-k_0}{k_0}}$ 是常数. $A(\alpha, \beta), D(\alpha, \beta)$ 为未知任意复变函数.

假定 a 是参考长度, 而 $x' = x/a, y' = y/a, z' = z/a, b' = b/a, \delta' = \delta/a, a' = a/a = 1$. 为了便于书写, 可以把 x', y', z', b', δ' 写成 x, y, z, b, δ .

把式(10)代入式(7), 滑行平板浸湿面上的边界条件被满足, 于是我们得到

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \int_{c_0 - ik_0}^{c_0 + ik_0} \cos \alpha \bar{Z} \int_{-c_1 - ik_1}^{-c_1 + ik_1} \exp(-|\beta| x) \cdot A(\alpha, \beta) \gamma \operatorname{ch} \gamma \delta d\alpha d\beta = -U \sin \theta. \quad (11)$$

从式(11)进行积分变换^[3-5], 并设 $\lambda_0 = \alpha - c_0, \lambda_1 = \beta + c_1$, 我们求得

$$A(\alpha, \beta) = -\frac{U \sin \theta}{\pi^2} \cdot \frac{k_0}{\alpha \sqrt{k_0^2 + \lambda_0^2} \cos \alpha b} \cdot \frac{k_1}{\beta \sqrt{k_1^2 + \lambda_1^2} \operatorname{ch} \beta} \cdot \frac{1}{\gamma \operatorname{ch} \gamma \delta} \quad (12)$$

把式(10)代入式(3), 水自由表面的边界条件被满足. 我们得到

$$A(\alpha, \beta)K\gamma + D(\alpha, \beta)[\beta^2 \operatorname{ch} \gamma \delta + K\gamma \operatorname{sh} \gamma \delta] = 0. \quad (13)$$

由于 α, β 是小量, 从式(13), 我们求得简化后的

$$D(\alpha, \beta) = -\frac{K\gamma A(\alpha, \beta)}{(\beta^2 + K\gamma^2 \delta) \operatorname{ch} \gamma \delta}. \quad (14)$$

把式(12)和式(14)代入式(10), 并且沿指出的积分环路进行积分运算, 可以证明边界条件(4)-(6), (8)和(9)都能满足. 现在我们已经确定式(10)中的 $\varphi(x, y, z)$ 能满足本问题所有边界条件和方程的未知任意复变函数 $A(\alpha, \beta), D(\alpha, \beta)$, 也就是说, 本文所提问题的唯一解析解已经被找到. $\varphi(x, y, z)$ 是能够描述三维被扰动流场的流体速度势函数. 文献[2]对解的唯一性做了证明.

4 水动浮力

作用在平板浸湿面上的水动升压力可表述如下:

$$p(x, z) = -\rho U \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cos \theta, \quad (15)$$

把式(10)代入式(15), 并且首先在复平面 α 上沿图 2 所示的环路进行积分运算. 在完成对 α 的积分运算后, 其中第二项会出现包含有 $\frac{1}{\sqrt{k_0^2 - (G\beta)^2}}$ 的因子.

$\frac{G\beta}{k_0} = \frac{\beta}{k_0 \sqrt{k_0}}$, 如果 $k_1 = k_0 \sqrt{k_0}$, 那么 $\beta=0$ 时, $G\beta/k_0=0$; 如果 $\beta \leq k_1$, 则 $G\beta/k_0 \leq 1$. 注意: 对 β 积分时在复平面的割缝上, β 从 $(-c_1 - ik_1)$ 到 $(-c_1 + ik_1)$. β 的变化从 0 到 k_1 , 也就是 $G\beta/k_0$ 从 0 到 ≤ 1 , 因此有下式:

$$\frac{1}{\sqrt{k_0^2 - (G\beta)^2}} = \frac{1}{k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{G\beta}{k_0}\right)^2}} = \frac{1}{k_0 \sqrt{\left(1 - \frac{G\beta}{k_0}\right) \left(1 + \frac{G\beta}{k_0}\right)}}$$

$$= \frac{1}{k_0 \left(1 - \frac{G\beta}{2k_0}\right) \left(1 + \frac{G\beta}{2k_0}\right)} = \frac{-4k_0}{G^2 (\beta - \bar{G})(\beta + \bar{G})},$$

$$\text{其中 } \bar{G} = \frac{2k_0}{G}.$$

在对 β 积分时第一项按图 3、第二项按图 4 所示的环路进行积分运算. 在归纳积分结果时有一项因子

$$\frac{k_1}{\sqrt{k_1^2 + (\bar{G})^2}} = \frac{k_1}{\sqrt{k_1^2 + (2k_0 \sqrt{k_0})^2}} = \frac{k_0 \sqrt{k_0}}{\sqrt{(k_0 \sqrt{k_0})^2 + 4(k_0 \sqrt{k_0})^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{k_0 \sqrt{k_0}}{k_0 \sqrt{k_0}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

而后, 略去相应的表述式中可以被略去的高阶小量, 最后得到作用在两平板浸湿面上的升压力:

$$p(x, z) = \rho U^2 \sin \theta \cdot \frac{Ka}{2\sqrt{5}} \left[\frac{\exp(-\bar{G}x) \operatorname{ch} \bar{k}_0 \bar{z}}{G \cdot k_0^2 \operatorname{ch} \bar{G} \operatorname{ch} \bar{k}_0 b} + x \right] \cos \theta,$$

$$\text{其中 } \bar{k}_0 = 2k_0. \quad (16)$$

作用在两平板浸湿面上的水动浮力是

$$L = 2 \int_{-a}^a dx \int_l^{l+2b} p(x, z) dz, \quad (17)$$

对 x 从 $-a$ 到 a , 对 z 从 l 到 $l+2b$ 进行积分计算, 我们得到

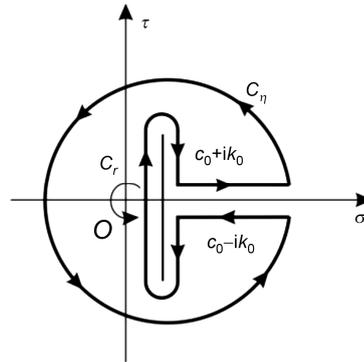


图 2 在复平面 α 上的积分回路

其中: $\alpha = \sigma + i\tau$ 是复变数, k_0 是任意实常量, c_0 是实常量, C_n 是回路的大弧, C_r 是小弧

Figure 2 The integral circuit on the complex plan α . Wherein: $\alpha = \sigma + i\tau$ is a complex variable, k_0 is an arbitrary real constant, c_0 is a real constant, C_n is a large arc of the circuit, and C_r is a small arc.

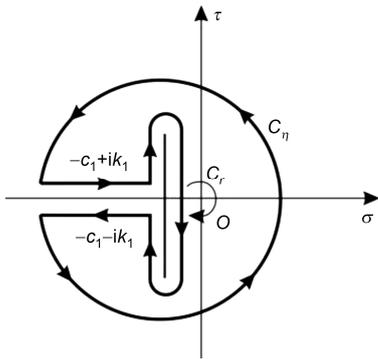


图3 在复平面 β 上的积分回路

其中: $\beta = \sigma + i\tau$ 是复变数, k_1 是任意实常量, c_1 是实常量, C_η 是回路的大弧, C_r 是小弧

Figure 3 The integral circuit on the complex plan β . Wherein: $\beta = \sigma + i\tau$ is a complex variable, k_1 is an arbitrary real constant, c_1 is a real constant, C_η is a large arc of the circuit, and C_r is a small arc.

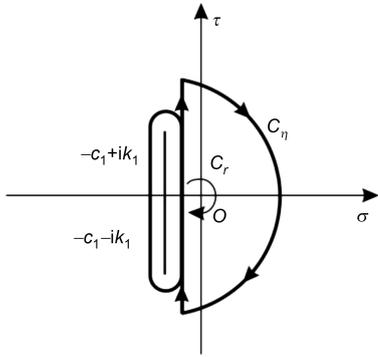


图4 在复平面 β 上的积分回路

其中: $\beta = \sigma + i\tau$ 是复变数, k_1 是任意实常量, c_1 是实常量, C_η 是回路的大弧, C_r 是小弧

Figure 4 The integral circuit on the complex plan β . Wherein: $\beta = \sigma + i\tau$ is a complex variable, k_1 is an arbitrary real constant, c_1 is a real constant, C_η is a large arc of the circuit, and C_r is a small arc.

$$L = 4a^2 \rho g \cdot \sin \theta \frac{1}{G \cdot k_0^2} \cdot \frac{\text{th} \bar{G} \text{ th} \bar{k}_0 b}{\sqrt{5} \bar{G} \cdot \bar{k}_0} \cos \theta. \quad (18)$$

我们取 $\text{th} \bar{G}$ 和 $\text{th} \bar{k}_0 b$ 展开式的第一项 \bar{G} 和 $\bar{k}_0 b$, 略去 $\frac{\bar{G}^3}{3}$, $\frac{(\bar{k}_0 b)^3}{3}$ 等高阶小量, 式(18)可以简化为

$$L = \frac{4}{\sqrt{5}} \frac{a^2 b}{k_0 \sqrt{k_0}} \rho g \sin \theta \cos \theta = \Omega \rho U^3 \cos \theta, \quad (19)$$

其中 $\Omega = \frac{4}{\sqrt{5}} \frac{a^2 b}{\delta \sqrt{g \delta}} \sin \theta.$

到此, 我们已找到了用解析式(19)表述的水动浮

力 L . 也就是说, 得到了水动浮力的定量值. 为了找到水动浮力数据更接近实际, 并且考虑到当物体在运动状态时精确地确定 δ 和 θ 是很困难的, 我们引进一个修正系数 η , $0 < \eta \leq 1$, 把式(19)改写如下:

$$L = \Omega_2 \rho U^3 \cos \theta, \quad \text{其中 } \Omega_2 = \frac{4}{\sqrt{5}} \frac{a^2 b}{\delta \sqrt{g \delta}} \eta \sin \theta. \quad (20)$$

对于单板在水面滑行, 可以取

$$L = \Omega_1 \rho U^3 \cos \theta, \quad \text{其中 } \Omega_1 = \frac{2}{\sqrt{5}} \frac{a^2 b}{\delta \sqrt{g \delta}} \eta \sin \theta. \quad (21)$$

修正系数 η 可以根据各种实际情况用实验确定之, 也可用 $L=W$. 对于小艇, W =艇的总重量, 这时艇进入滑行航态; 对于中、大型船艇, W =部分船艇重量, 这时船艇在部分滑行航态.

5 讨论

解析表述式(20)和(21)中的 L 是运动物体的长度 a 、宽度 b 、吃水深度 δ 、重力加速度 g 、攻角 θ 、水密度 ρ , 以及运动速度 U 的函数, 体现了相关物理参数之间的相互制约关系和它们各自对水动浮力的贡献, 合乎物理定性分析的客观实际.

从式(20)和式(21)中可以看到, 如果想得到较大的水动浮力 L , 则长度 a^2 , 速度 U^3 和攻角 θ 等能起更大的作用. 如果要求的航速 U 确定, 则合理调整 a 、 θ 、 b 和 δ 来达到设计者所需的 L . 对于中、大型的船舶, a 较大, a^2 对 L 很有利.

鲨鱼是无鳔的鱼类, 它的腹部较平, 近似滑行平板, 靠速度和长度获得大浮力, 符合自然界的进化规律. 当鲨鱼俯冲时取得水动推进力

$$P = 2a^2 b \eta \rho U^3 \sin^2 \theta / \sqrt{5} \delta \sqrt{g \delta},$$

鲨鱼抬头时上浮, 阻力为

$$R = 2a^2 b \eta \rho U^3 \sin^2 \theta / \sqrt{5} \delta \sqrt{g \delta}.$$

在动物园的水族馆中可以看到这种表现. 为了取得大推力捕捉猎物, 它以大攻角俯冲的姿态前进, 为了减速上浮, 它以仰角游动. 这里 a^2 和 θ 扮演重要角色.

常规的中、大型船为排水型船舶, 其优点是稳性好, 载重量大, 但因此带来的缺点是吃水较深, 水阻力很大, 要提高其航速十分困难. 吨位愈大, 为取得大的阿基米德浮力, 吃水就愈深, 导致造成更大的水阻力.

众所周知水的密度 ρ 与空气的密度之比为 836:1.

如果我们能造成足够强大的水动浮力来部分或全部取代阿基米德浮力来承担船的总重量, 从而减小其吃水深度. 那么被减小吃水深度的那部分船体处于空气中运动, 阻力大减, 会使船速大幅度提高, 所以求得确切的水动浮力显得很重要.

前人提供的式(1)没有明显体现出重要物理因素对 L 的贡献, 尤其是 θ . 式(20)和式(21)中在其他量值相同的情况下, $\theta=1^\circ$ 和 $\theta=3^\circ$ 时的 L 将相差 2.999 倍, 但式(1)却是不知相差几许.

用一艘实船为例, 舰长 155.5 m, 水线长 142 m, 水线宽 16 m, 排水量是 6600 t, 推进功率 10 万马力, 最大航速 32 节, 巡航航速 18 节, 吃水 6.4 m. 32 节就是该舰的阻力峰, 我们采用 $\theta=1^\circ$, 现在 $a=71$ m, $b=8$ m, $\delta=6.4$ m, 先使航速 $U=18$ 节 $=9.26$ m/s, 这时的推进功率是 56250 马力. 从式(21)可知:

$$L=1136 \text{ t},$$

$$\eta=0.5154.$$

这时的雷诺数

$$R_e=9.26 \times 142 \times 10^6 / 1.57 = 8.3753 \times 10^8,$$

因此,

$$\log R_e = 8.923,$$

$$C_p = 0.455 / (8.923)^{2.58} = 1.606 \times 10^{-3}.$$

摩擦系数

$$C_R = C_p + 0.5 \times 10^{-3} = 2.106 \times 10^{-3}.$$

两舷壁面上减小的摩擦阻力

$$R_T = 2.106 \times 10^{-3} \times 142 \times 0.5 \times 2 \times 50 (9.26)^2 = 1.28 \text{ t},$$

型阻减小

$$R = 16 \times 0.5 \times 100 \times 9.8 \times 0.5 = 3.92 \text{ t},$$

船体承担的总阻力

$$R_S = 87.38 \times 56250 / 18 = 273.06 \text{ t},$$

$$R'_S = 273.06 - 1.28 - 3.92 = 267.86 \text{ t}.$$

此时船的实际航速

$$V_S = 87.38 \times 56250 / 267860 = 18.35 \text{ 节},$$

提高航速 2%.

把推进功率加大到 78125 马力, 相应地航速提高到 $U=25$ 节 $=12.86$ m/s, 可求得

$$L = 1931.2 \text{ t},$$

$$\eta = 0.2895,$$

$$R_e = 142 \times 12.86 \times 10^6 / 1.57 = 1.1631 \times 10^9,$$

$$\log R_e = 9.0656,$$

$$C_p = 0.455 / 295.18 = 1.5414 \times 10^{-3},$$

$$C_R = 2.041 \times 10^{-3},$$

$$R_T = 142 \times 0.85 \times 2 \times 2.041 \times 10^{-3} \times 50 \times (12.86)^2 = 4.075 \text{ t},$$

$$R = 16 \times 0.85 \times 100 \times 9.8 \times 0.85 = 11.33 \text{ t},$$

$$R_S = 87.38 \times 78125 / 25 = 273.06 \text{ t},$$

$$R'_S = 273.06 - 4.08 - 11.33 = 257.65 \text{ t},$$

$$V_S = 87.38 \times 78125 / 257650 = 26.5 \text{ 节},$$

提高航速 6%.

把推进功率加大到 10^5 马力, 相应地航速提高到 32 节 $=16.46$ m/s, 可求得

$$L = 2726.4 \text{ t},$$

$$\eta = 0.1613,$$

$$R_e = 16.46 \times 142 \times 10^6 / 1.57 = 1.4887 \times 10^9,$$

$$\log R_e = 9.1728,$$

$$C_p = 0.455 / 304.27 = 1.4954 \times 10^{-3},$$

$$C_R = 1.9954 \times 10^{-3}.$$

$$R_T = 1.9954 \times 10^{-3} \times 142 \times 1.2 \times 2 \times 50 \times (16.46)^2 = 9.212 \text{ t},$$

$$R = 16 \times 1.2 \times 100 \times 9.8 \times 1.2 = 22.58 \text{ t},$$

$$R_S = 87.38 \times 10^5 / 32 = 273.06 \text{ t},$$

$$R'_S = 273.06 - 22.58 - 9.212 = 241.268 \text{ t},$$

$$V_S = 87.38 \times 10^5 / 241268 = 36.22 \text{ 节},$$

提高航速 13.2%. 这时吃水深度减小 1.2 m. 836:1 的优势得到发挥. 这艘船的阻力峰值 273.06 t 被攻克, 减小 31.792 t, 从而降到 241.268 t, 航速相应地从 32 节提高到 36.22 节. 也就是提高 13.2%. 这就是调整式(21)中 a^2 , θ 能取得的结果. 从前人的式(1)中看不出 a 和 θ 的贡献. 只能限于排水型情况下运行, 阻力峰无法克服.

在这个基础上, 我们进一步, 在船底中心线两侧设置对称平行于中心线的导流槽, 在两船舷设置压浪阻溅流挡板. 槽和挡板的顶部曲面前低后高对船底纵向基面形成倾角 α , α 大于船底纵向基面对水平面的攻角 θ . 当船艇前进时进入导流槽和挡板中的水流对前低后高的顶部曲面形成足够强大的法向压力 N . N 的水平分量与船行方向一致, 即为水动推进力 P . N 的垂向分量为水动升力 L_1 ^[10]. P 对船艇重心构成航向稳定扶正力矩, L_1 对船艇重心构成纵向稳定和船体横向稳定扶正力矩. 这部分内容请见文献[10]和[11]中的陈述. 我们依据 P 和 L_1 建成长 6.3 m, 宽 2.1 m 的实船, 推进功率 200 马力, 乘员 8 人时航速 36.15 节, 乘员 16 人时航速 37.15 节, 升速 1 节. 常规船艇乘员 16 人时航速 30.35 节, 降速 6.8 节. 二者的推进功率都是 200 马力. 在推进功率没有增加的条件下, 航速却增加了 6.8 节, 其动力来源就在于本船艇有不同于常规船艇的船底浸湿面所产生的 P , 减去因设置槽和挡板的垂向壁面而增加的摩擦阻力之后, 还足

够强大到能促使航速提高 6.8 节。

卫星跟踪的 GPS 系统实测的数据证明: (i) 水动推进力确实存在并且足够强大; (ii) 水动推进力和水动升力与速度的 3 次方成正比, 并且 g 的影响不能被忽略。请见文献[11]中第 18 页的左列倒数第 4 行到右列第 19 行的实际数据论述。

本艇在静态时吃水 0.36 m, $U \geq 10.54 \text{ m/s} = 20.5$ 节时进入滑行航态, 动态吃水由 0.36 m 减小 0.21 m, 稳定在 0.15 m, 艇的总重量几乎完全由水动浮力 L 取代阿基米德浮力来承担。

把这项成果用于建造长约 15 m, 宽约 4 m, 型深约 2 m, 满载排水量约 18 t, 静态吃水约 0.65 m, 乘员 10 人, 动力为 2×1150 马力的柴油发动机, 则航速可达 61 节。如果是常规艇, 则航速约 52 节。也就是本船艇的船底浸湿面布局能造成水动推进力提高航速 17.3%。如果再加大推进功率航速可达 70 节, 80 节甚至更大。但常规船艇航速达到 >50 节之后, 再加大推进功率就会出现稳性危机, 不但航速上不去, 还会出现失去稳性, 造成倾覆的危险。请对比文献[11]中第 16 页的图 4 和图 5, 文献[11]图 5 中的 P, L 构成 M_p, M_L 确保航向、横向稳定, 文献[11]图 4 中的常规艇没有 P, L , 也就没有 M_p, M_L 来保障在高速情况下的稳定。所以, 对于小型快艇 M_p, M_L 能克服水的速度障, 使航速超过 60 节, 常规船艇没有 M_p, M_L 来克服速度障, 航速达不到 60 节。

在中、大型船底浸湿面设置导流槽, 则强大的水动推进力 P 更能克服水的阻力峰而大幅度提高航速。

现在来考察文献[12]第 50 页式(2.88)和第 248 页式(6.1)中的水翼升力

$$L_3 = M \times g = C_L \frac{1}{2} \rho U^2 A, \quad (22)$$

式中 M 为船的质量, g 为重力加速度, A 为水翼系统的平面面积, 平面面积定义为水翼在零攻角时沿升力方向的投影面积, 升力系数 C_L 由式(2.88)定义, 即 $C_L = L_3 / \frac{1}{2} \rho U^2 A$ 。

对比本文引用的式(1)中的 L_2 和式(22)中的 L_3 可见, 它们都是由量纲分析法得到的水动升力, 它们之间的差别只在 A 和 B^2 之间的不同。它们没有概括运动物体的相关物理因素, 只包含几个物理量的近似估算式, 与实际量值之间的误差很难确定。最不符合物理实际之处是与攻角 θ 无关。物理的真实情况是

$\theta=0$, 必然是 $L=0$, 但 L_2 和 L_3 中都没有 θ 的踪影。本文研究获得的结果式(20)和(21)中的 L 全面概括了物体对水平面的攻角 θ 、长度 a 的平方、宽度 b 、吃水深度 δ 和运动速度 U^3 , 体现重力场对流场作用的重力加速度 g , 水密度 ρ 对水动浮力定量值的贡献。这就实实在在地符合物理实际又和实船实航实测数据相符合, 因此本文的式(20)和(21)是严谨、真实、可靠的研究结果。

6 结论

(i) 本文的水自由表面条件(3)是严谨的。请见文献[7](图 8.1.1), 第 182 页中因为 ζ 是一阶微量, 可在 $y=0$ 平面上满足, 得式(8.1.14)。再请见文献[8]中的式(2.19), 文献[9]中的式(2-22), 自由面边界条件:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \text{ 在 } z=0 \text{ 上。请见文献[9]第 12 页, 垂向}$$

坐标为 z , 但本文的垂向坐标为 y , 因此把(2-22)中的 z 换成 y , $\Phi = \Phi(x, y, z, t)$ 即为本文的 $\varphi = \varphi(x, y, z, t)$ 。相对于船, 表述为定常运动, 即 $\varphi = \varphi(X, y, z)$, 式中 $X = x + Ut$, 于是,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial X} U, \quad \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \cdot U \right) \frac{\partial X}{\partial t} =$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} U \cdot U = U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2}, \text{ 代入文献[9]中式(2-22)就得到}$$

$$U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \text{ 把 } z \text{ 换成 } y \text{ 即为本文的式(3)。文}$$

献[7]中式(8.1.14)以及 181-182 页中的论述, 文献[8]中式(2.19)与文献[9]中式(2-22)相同。可见国内外的

论述一致。从文献[9]中式(2-20), $\frac{p}{\rho} = -gz - \frac{\partial \varphi}{\partial t}$, 考

虑相对于船的定常运动, $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial X} U$, 代

入式(2-20), 得 $\frac{p}{\rho} = -gy - U \frac{\partial \varphi}{\partial X}$, 和 $U \frac{\partial \varphi}{\partial X}$ 相比较, gy

是一项可以被略去的高阶小量, 于是得到的计算式

$$p(x, z) = -\rho U \frac{\partial \varphi}{\partial X} \text{ 是正确的。}$$

(ii) 本文的 L 是 $\theta, U, \rho, g, \delta, a$ 和 b 的函数, 但前人的(1)式中的 L_2 , (22)式中的 L_3 只是 ρ, U, B (相当于 b) 和 A 的函数, 看不出它与 θ, g, δ 和 a 这 4 个重要物理因素之间的关系。还有 L 与 U^3 成正比, L_2, L_3 只与

U^2 成正比, 在 $U \geq 10$ m/s 以上时, 数值就差一个量级. 从本文式(21)中的 L 以及文献[10,11]中的 P 等能看到小型快艇的速度障碍能被克服, 中、大型船舶水的阻力峰能被克服, 但是从式(1)的 L_2 中、式(22)的 L_3 中看不出这种迹象, 致使人们以为提高常规船艇 3% 的航速都十分困难, 而且常规排水型的船舶确实如此.

(iii) 水动升力与物体运动速度的 3 次方成正比, 请见文献[11]中第 18 页左列倒数第 4 行至右列第 19 行的论述.

(iv) 流场在重力场的作用下运行, $g=9.8$ m/s² 的影响不能被视为零, 否则本文式(14)中的 $D(\alpha, \beta)=0$, 于是 $\frac{\partial \varphi}{\partial x}=0$, 导致 $L=0$, 并且阿基米德浮力 $\rho g \delta x \delta^2=0$, 这完全违反了物理客观实际.

(v) 船艇, 即使是吃水很浅的快艇, 甚至是在水池中试验用的船模, 其吃水深度 $\delta \neq 0$. 例如我们和船厂合作建成长 6.3 m, 宽 2.1 m, 型深 0.9 m 的快艇, 排水量 2 t 时, 静态吃水 0.36 m, 这时阿基米德浮力承担艇的总重量. 随着船航速的提高, 吃水深度从 0.36 m 减小 0.21 m, 稳定在 $\delta=0.15$ m, 水动浮力随着 δ 的减小而迅速增大到全部取代阿基米德浮力承担船的总重量, 也就是在本文的式(20)和(21)中, 当 δ 很小的时候 $\sin \theta = \delta/a$, 那么式(21)中的 L 简化为 $L=2ab$

$\rho U^3 \eta \cos \theta / \sqrt{5} \sqrt{g \delta}$, 其中 $0 < \eta \leq 1$, 当 $\delta \rightarrow 0$ 但 $\delta \neq 0$ 时, 相应地 $\eta \rightarrow 0$, 但 $\eta \neq 0$, $\sin \theta \cdot \eta / \delta \sqrt{g \delta} = \frac{\delta}{a} \eta / \delta \sqrt{g \delta} = \eta / a \sqrt{g \delta} \rightarrow$ 常量. 因此, 在实船实航时和从式(20)和(21)中可以看到 $\delta \rightarrow$ 小量, 但 $\delta \neq 0$, 水动浮力 L 会随着 δ 的减小相应地迅速增大到 $L=$ 船艇的总重量 W 时就会稳定下来, 不会再增大. 于是, 船艇进入滑行航态, 船的总重量由水动浮力取代阿基米德浮力来承担. 对于中、大型船舶 $L=2a^2 b \rho U^3 \eta \sin \theta \cos \theta / \sqrt{5} \delta \sqrt{g \delta}$, 这时的 δ 较大, 于是 $L=W_1$ 船艇的部分重量, 即减小吃水深度造成的排水量, 这时船艇进入部分滑行航态, 船艇的那部分因减小吃水深度而造成的排水量由水动浮力取代部分阿基米德浮力来承担. 例如排水量 10 万吨的航空母舰吃水约 11 m, 30 万吨的油轮吃水深度约 15 m, 世界上现在没有, 将来也不会有吃水深度 δ 趋于无穷大的船舰. 现在的中、大型船舰多为排水型, 即 $\theta=0$, 这时 $L=0$, 船重由阿基米德浮力承担. 如果 $\theta \neq 0$, 则激起的水动浮力能部分取代阿基米德浮力.

(vi) 本文结果连同文献[10,11]中的成果是有严谨的物理数学理论基础、有实船实航实测的实验数据证实的科学研究成果, 为船舶设计者提供可靠的理论依据, 可用以大幅度提升船舶的整体性能, 在水动力学的理论研究和应用实践中很重要.

参考文献

- 1 姜次平, 邵世明. 船舶阻力. 上海: 交通大学出版社, 1985. 202-216
- 2 陈振诚. 水动浮力及其应用. 中外船舶科技, 2010, 1: 28-32
- 3 Chen Z C. A method to solve boundary value problem (in Chinese). Kexue Tongbao, 1981, 26(1): 16-23 [陈振诚. 边值问题的一种解法. 科学通报, 1981, 26(1): 16-23]
- 4 Chen Z C, Chen Y. Solar force-free magnetic fields on and above the photosphere. Sol Phys, 1989, 119(2): 279-299
- 5 陈振诚. 解决流体动力学某些问题的积分变换. 见: 第十二届全国水动力学研讨会论文集. 北京: 海洋出版社, 1998. 62-67
- 6 Sneddon I N. Fourier Transform. Mineola: Dover Publications Inc., 1951
- 7 吴望一. 流体力学(下册). 北京: 北京大学出版社, 1983. 179-182
- 8 Кочин Н Е, Кибель И А, Розе Н В. Теоретическая Гидромеханика. Огиз: Гостехиздат, 1948. 399
- 9 朱蔚文, 张涤明. 水动力学. 北京: 高等教育出版社, 1993. 16-17
- 10 Chen Z C, Chen X, Chen Y. Hydrodynamic propulsion and its application (in Chinese). Ship Boat, 2011, 22(1): 10-15 [陈振诚, 陈昕, 陈旸. 水动推进力及其应用. 船舶, 2011, 22(1): 10-15]
- 11 Chen Z C, Chen X, Chen Y. Hydrodynamic propulsion and its application (in Chinese). Ship Boat, 2011, 22(2): 15-19 [陈振诚, 陈昕, 陈旸. 水动推进力及其应用. 船舶, 2011, 22(2): 15-19]
- 12 Faltinsen O M, 著. 崔维成, 刘应中, 葛春花, 等译. 海上高速船水动力学. 国防工业出版社, 2007. 50-248

Hydrodynamic buoyancy

CHEN ZhenCheng^{*}

Group for Fluid Mechanics, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China

In nature, there exists the hydrostatic buoyancy and the hydrodynamic buoyancy practically. A body in static state under or on the water surface bears the hydrostatic buoyancy. Archimedes discovered that the quantitative value of the hydrostatic buoyancy equals the weight of the same volume water displaced by the said body. A moving body keeping an attack angle against the horizontal plane under or on the water surface would arouse the hydrodynamic buoyancy. Inferring from physical qualitative analysis, the hydrodynamic buoyancy is closely related with the physical factors of velocity, size, draft depth, attack angle of moving body, water density, and gravity acceleration embodying the action of gravity field to the fluid field. If the quantitative value of the hydrodynamic buoyancy is expressed by mathematical analytical expression, then it is the function of these physical factors. People hope to know the hydrodynamic buoyancy. Here we present a research into this problem, applying a new integral transform to solve the problem of the hydrodynamic buoyancy, and an analytical expression of the quantitative value of the hydrodynamic buoyancy has been acquired. The said expression generalizes the related physical factors of the moving body that contribute to the hydrodynamic buoyancy and the mutual-restricting relationship among these factors, which agrees with the physical qualitative analysis. Using a boat we designed by the result of this paper, the experiments in navigation show that the result of the theoretical calculation is in good agreement with the data acquired from practical measurements in the experiments. This proves that the researching result of this paper agrees with practice and has general significance. The said method may solve many problems in the design and production of hydrodynamic engineering. Finally in this paper, compared with our researching result, the forefather's approximate calculation formulae of the hydrodynamic buoyancy have been discussed.

hydrodynamics, hydrodynamic buoyancy

PACS: 47.15-x, 47.15.km, 47.35.-I, 47.35.Bb

doi: 10.1360/132012-688