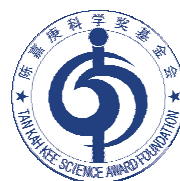


2018 年度陈嘉庚科学奖专辑



陈嘉庚科学奖——信息技术科学奖



徐宗本

中国科学院院士, 西安交通大学教授, 历任西安交通大学理学院院长、副校长; 2017 年创立西安(国际)数学与数学技术研究院并担任院长至今; 西安交通大学大数据算法与分析技术国家工程实验室主任。曾获国家自然科学二等奖、国家科技进步二等奖、中国 CSIAM 苏步青应用数学奖。研究方向为应用数学、大数据与人工智能算法。



吴一戎

中国科学院院士, 中国科学院电子学研究所研究员、所长。2006 年获国家科技进步一等奖、二等奖各 1 项, 2010 年获何梁何利科技进步奖, 2017 年获全国创新争先奖。研究领域为电子与信息科学。

获奖项目名称

基于 $L_{1/2}$ 正则化理论的稀疏雷达成像

获奖项目介绍

突破传统奈奎斯特率采样下雷达成像是对地观测的重大需求。压缩感知展示了可能性, 但其成像复杂度高于常用雷达, 难实用化。获奖人原创地提出稀疏信息处理的 $L_{1/2}$ 正则化理论, 证明 $L_{1/2}$ 能在比 L_1 更少的采样下实现稀疏信号重构, 是 $L_q(0 < q < 1)$ 中唯一具有解析解且最稀疏的正则化格式, 并存在快速算法, 从而为解决广泛的稀疏信息处理问题提供了不同于传统的高效求解范式, 形成了稀疏雷达成像的原创成像理论; 提出基于雷达回波模拟算子的成像新原理, 将原有稀疏雷达成像算法的单步迭代复杂性从 N^2 减少到 $M \log(N)$ 量级, 实现了与常用雷达算法复杂性相当, 为稀疏雷达的实用化带来了可能; 提出稀疏雷达设计与评估的 3D 相位图方法, 与 $L_{1/2}$ 重构和基于回波模拟算子成像一起构成稀疏雷达成像的系列核心新技术。据此研制成功全球首部稀疏雷达原理样机, 开展机载实验应用, 验证了新理论与新技术的正确性与有效性。 $L_{1/2}$ 正则化理论也已成功应用于 CT 成像、无线通讯、生物信息、地震信号处理、电力系统优化、城市交通、机器人跟踪、机器学习、图像处理、光谱解混、医学、脑科学、天文学与天文物理等广泛领域, 展示了其普适性价值。

基于 $L_{1/2}$ 正则化理论的稀疏雷达成像

徐宗本^{1*}, 吴一戎², 张冰尘², 王尧¹

1. 西安交通大学数学与数学技术研究院, 西安 710049;

2. 中国科学院电子学研究所, 北京 100190

* 联系人, E-mail: zbxu@xjtu.edu.cn

2018-04-20 收稿, 2018-05-12 修回, 2018-05-14 接受, 2018-05-18 网络版发表

摘要 稀疏雷达成像旨在远低于奈奎斯特率采样下对稀疏场景实施高分辨率微波成像. 本文概述作者在解决这一问题上的系统探索与创新实践. 核心贡献包括: 提出 $L_{1/2}$ 正则化理论作为新的稀疏雷达成像理论, 提出不直接基于雷达观测而基于雷达回波模拟算子重构的稀疏雷达成像新模型, 提出以3D相变图分析为依据的稀疏雷达成像系统设计方法等. 根据新的理论、模型和设计方法, 研制了首部稀疏雷达原理样机并开展了机载实验. 实验验证了所提新理论、新模型与新方法的正确性和可行性, 展示广阔应用前景.

关键词 压缩感知, 稀疏雷达成像, $L_{1/2}$ 正则化

1 引言

雷达数据采集一直是以香农采样定理(即奈奎斯特率)为基础的, 因而在军事侦测、地球遥感等涉及大范围、高分辨率观测应用中面临挑战: 或难以实现期望的高采样率, 或带宽限制难以支持实时处理, 或系统复杂难以机载或星载. 所以, 如何突破奈奎斯特率采样, 以更少的采样实现高分辨率观测是稀疏雷达成像的重大基础科学问题与技术问题. 21世纪初发展起来的压缩感知理论^[1~4]展现了利用观测场景的稀疏性解决问题的新构想, 但通用框架(L_1 正则化)对采样率要求依然过高, 且重建依赖雷达观测矩阵, 计算复杂度高, 难以用于大场景及实用化.

本文第一作者所领导的团队根据巴拿赫空间几何理论, 在文献[5~8]中提出了压缩感知的 $L_{1/2}$ 正则化理论. 该理论首次揭示: $L_{1/2}$ 正则化能在比 L_1 更少的采样下实现稀疏信号重构, 是 L_q ($0 < q < 1$) 中唯一具有解析解且最稀疏的正则化格式, 能够像 L_1 一样快速求解, 从而为解决广泛的稀疏信息处理问题提供了

迥然不同的求解范式, 特别形成了稀疏雷达成像的一个新的原创成像理论^[9~12]. 为了突破计算复杂性瓶颈, 我们通过解析雷达成像过程的数学表示, 建立其近似逆表示(称为雷达回波模拟算子), 进而提出了不直接基于雷达观测矩阵而基于雷达回波模拟算子成像的稀疏雷达成像新模型^[13,14]. 这一新模型将原有稀疏雷达成像算法的单步迭代复杂性从 N^2 减少到了 $N \log(N)$ 量级, 实现了与常用雷达算法复杂性相当, 从而为稀疏雷达的大场景应用与实用化铺平了道路.

本文第二作者所领导的团队提出运用3D相变图方法设计稀疏雷达系统, 三维坐标分别为稀疏度、信噪比和采样比^[15~17]; 实现了全球首部稀疏雷达原理样机并开展了机载实验. 该机载实验验证了稀疏微波成像中欠采样方式优化的可行性以及评估工具3D相变图的有效性. 通过对不同稀疏度、采样比、信噪比条件下的稀疏微波重构图像性能的分析, 结果表明: 基于 $L_{1/2}$ 理论和雷达回波模拟算子的稀疏雷达成像是可行和有效的, 具有提升现有雷达系统成像性能的潜力和广泛的应用前景^[18,19].

引用格式: 徐宗本, 吴一戎, 张冰尘, 等. 基于 $L_{1/2}$ 正则化理论的稀疏雷达成像. 科学通报, 2018, 63: 1307–1319

Xu Z B, Wu Y R, Zhang B C, et al. Sparse radar imaging based on $L_{1/2}$ regularization theory (in Chinese). Chin Sci Bull, 2018, 63: 1307–1319, doi: 10.1360/N972018-00372

2 $L_{1/2}$ 正则化与基于 $L_{1/2}$ 正则化的稀疏雷达成像

2.1 压缩感知

由Can, Romberg & Tao^[1~3]和Donoho^[4]等人2006年提出的压缩感知(compressive sensing, CS)理论开创了一类颠覆传统的信息获取技术:对于一类信号,可以在远低于传统奈奎斯特率采样下实现完全重建.这样的一类信号即所谓的稀疏信号(换言之,在某一个字典或基底下具有表示稀疏性的信号).压缩感知的本质是利用信息表示的稀疏性,将传统的采样与压缩合并,并通过求解更复杂的优化问题重构来实现信息获取,如图1所示.压缩感知的意义在于:它突破了传统的采样方式,以更经济的方式(如更简单的雷达设备、更宽的带宽)获取信息,从而为高复杂性信息的获取、处理与应用带来了可能.

不同于传统信息获取方式的解压缩重构,CS重构是经由求解一个如下形式的线性方程组来实现的:

$$y = \Phi x, \quad (1)$$

这里 $y \in R^m$ 是测量矩阵(也称感知矩阵) $\Phi \in R^{m \times N}$ 对信号 $x \in R^N$ 测量所获得的测量值.由于压缩感知特性本质上要求 $m \ll N$, 上述线性方程组是方程个数远远小于方程未知数的欠定方程,存在着无穷多解.考

虑到信号的稀疏性,人们将上述欠定方程组的求解转化为如下的 L_0 极小化问题

$$\min_x \|x\|_0 \quad \text{s.t.} \quad y = \Phi x, \quad (2)$$

或对应地, L_0 正则化问题

$$\min_x \{ \|y - \Phi x\| + \lambda \|x\|_0 \}, \quad (3)$$

这里 $\|x\|_0$ 称为 L_0 范数,表示向量 x 的非零元素个数, λ 是正则化参数,控制优化目标与约束间的均衡.求解 L_0 正则化问题(2)是一个NP难问题,CS的通用作法是将其凸松弛到如下 L_1 正则化

$$\min_x \{ \|y - \Phi x\| + \lambda \|x\|_1 \}. \quad (4)$$

其中 $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^N |x_i|$ 是 x 的 L_1 范数,它是 L_0 范数的紧凸松弛形式. L_1 正则化(4)是一个凸优化问题,它的解可以通过任何已知的凸优化工具获得.由于此, L_1 正则化一直是压缩感知领域最为通用和流行的重构框架.有关求解 L_1 问题的各种算法及可重构性理论,可参见^[20].

2.2 $L_{1/2}$ 正则化理论

随着压缩感知研究的深入,人们很快发现基于凸松弛的 L_1 正则化常常并不能产生足够稀疏的解,这意味着,它并不能保证在使用尽可能少的测量下

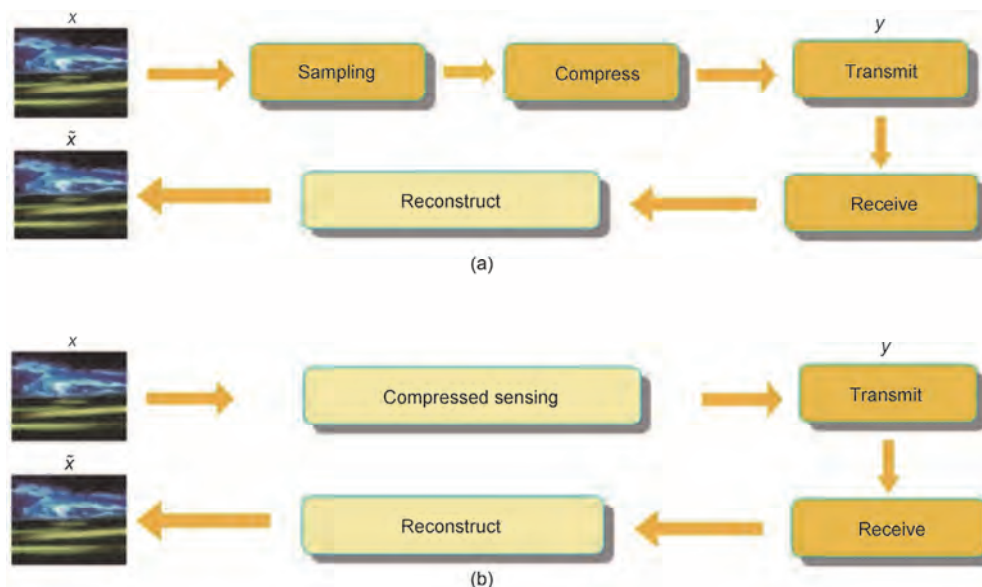


图1 传统的信号获取方式与压缩感知技术的对比. (a) 先采样再压缩的传统方式; (b) 将采样与压缩结合的压缩感知方式

Figure 1 The comparison of classical signal acquisition method and compressive sensing method. (a) The classical method: compressing followed by sampling; (b) Compressive sensing method: Simultaneously compressing and sampling

精确重构原始信号. 于是, 考虑在(3)中使用 L_0 范数的非凸松弛被多位学者提出^[5~7,21~23]. 这其中的一个最自然的想法是使用非凸的 $\|x\|_q^q$ 正则项, 即采用如下的 L_q ($0 < q < 1$) 正则化框架:

$$\min_x \left\{ \|y - \Phi x\| + \lambda \|x\|_q^q \right\}, \quad (5)$$

问题是: 这样的 L_q ($0 < q < 1$) 正则化问题是非凸、非Lipchitz连续的, 理论上难以研究而且也很难有快速的求解算法. 另外, 即使 L_q ($0 < q < 1$) 比 L_1 更好, 但 q 有无穷多可能的选择, 哪一个 q 又是最好的呢? 本文作者在文献[5~8]中对这些问题开展了系统研究, 给出了确定回答, 并由此建立起了此后被广泛称之为 $L_{1/2}$ 正则化理论的压缩感知新理论.

考虑如下 $L_{1/2}$ 正则化问题

$$\min_x \left\{ \|y - \Phi x\| + \lambda \|x\|_{1/2}^{1/2} \right\}, \quad (6)$$

$L_{1/2}$ 正则化理论主要说明了3件事情: (i) $L_{1/2}$ 是 L_q ($1/2 \leq q \leq 1$) 中最稀疏的正则化格式, 而当 $0 < q < 1/2$ 时, $L_{1/2}$ 与 L_q 的解稀疏程度无显著差异(参见图2), $L_{1/2}$ 因此在 L_q ($0 < q < 1$) 中具有特殊重要性; (ii) $L_{1/2}$ 正则化问题的解具有解析形式 $x^* = H(x^*, \lambda)$, 这里 $H(\cdot)$ 为由(9)~(11)所定义的Half阈值算子; (iii) $L_{1/2}$ 正则化的解能够通过如下的Half阈值迭代算法快速求解:

$$x^{(t+1)} = H\left(\Phi^T r^{(t)} + x^{(t)}; \lambda\right), \quad (7)$$

$$r^{(t)} = y - \Phi x^{(t)}, \quad (8)$$

其中Half阈值算子定义为

$$H(u, \lambda) = (h(u_1, \lambda), h(u_2, \lambda), \dots, h(u_N, \lambda))^T, \quad (9)$$

$$h(s, \lambda) = \begin{cases} g(s, \lambda), & |s| < \lambda \\ 0, & |s| \geq \lambda \end{cases}, \quad (10)$$

$$g(s, \lambda) = \frac{2}{3} s \left(1 + \cos \left(\frac{2}{3} \pi - \frac{2}{3} f(s, \lambda) \right) \right), \quad (11)$$

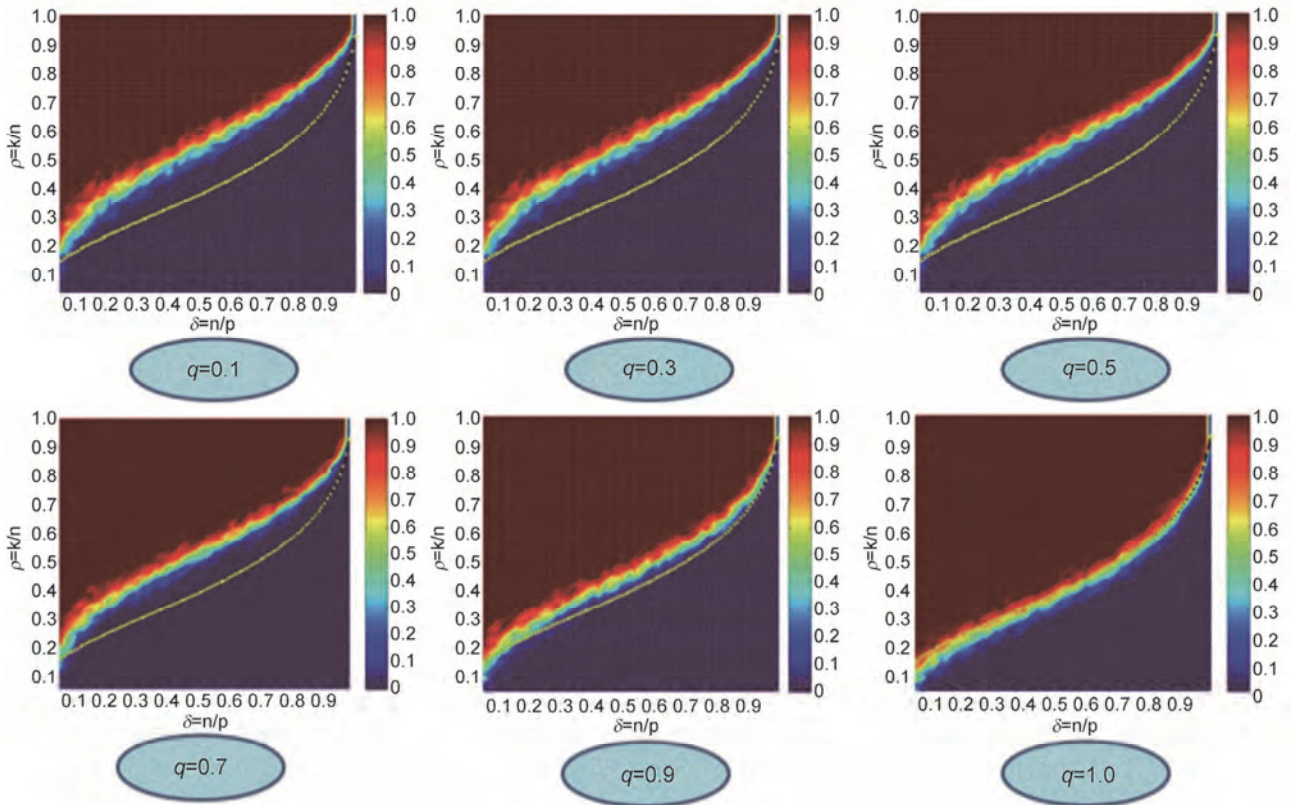


图2 基于稀疏信号恢复的 L_q 相变图. 图中黄色表示理论上已知的 L_1 正则化相变线, 每个点的颜色表示100次重复实验中成功恢复的比率, 蓝色表示全部恢复成功, 红色表示全部恢复失败. 横轴表示采样比率(M/N), 纵轴表示稀疏比率(k/M)^[7]

Figure 2 Phase diagram of sparse signal recovery via L_q regularization. The yellow part represents the theoretical L_1 regularization phase-transition lines. The colors of every point indicate the frequency that the 100 repeated experiments succeed. The blue color announces that 100 experiments are all successful while the red color represents that the experiments all fail. The horizontal axis is the sampling ratio (M/N) and the vertical axis is the sparsity ratio (k/M)^[7]

$$f(s, \lambda) = \arccos \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\lambda}{|s|} \right)^{2/3} \right). \quad (12)$$

$L_{1/2}$ 正则化理论的重要性在于揭示了比流行 L_1 正则化框架更为诱人的 $L_{1/2}$ 稀疏重建格式: 它不仅能在比 L_1 更少的采样下实现稀疏信号重构, 而且能像 L_1 一样快速求解, 在 $L_q(0 < q < 1)$ 所有的这些非凸正则化格式中, 它是唯一具有如此优良性质的格式. 这样, $L_{1/2}$ 正则化提供了一个新的更加有效的稀疏信息处理模式. 有关 $L_{1/2}$ 正则化的更深入研究与应用可参见文献[24~27].

2.3 雷达回波模拟算子

虽然CS框架(例如上述 $L_{1/2}$ 正则化框架(6))可直接应用于稀疏雷达成像, 但这是以存储、反复计算雷达观测矩阵为基础的. 观测矩阵内存和迭代重建中使用矩阵-向量乘法运算的计算复杂度都是场景像素点的平方阶. 由于构成观测矩阵的矩阵元素包含距离-方位耦合项, 因此在观测场景的空间尺度较大时, 利用观测矩阵进行稀疏重构将消耗海量内存. 例如, SAR回波网格数目为 1024×1024 , 数据存储和计算均采用双精度格式, 将二维满采样回波矩阵重新排列为二维向量, 则存储观测矩阵所需内存至少为16 TB. 由此可见, 受限于当前数据处理器硬件系统性能, 基于CS框架的成像算法无法直接应用于原始数据SAR成像.

为了突破这样的计算复杂性瓶颈, 通过解析雷达成像过程的数学表示, 建立其近似逆表示(将其定义为雷达回波近似观察算子, 或称雷达回波模拟算子), 提出了基于回波模拟算子的方位距离解耦微波成像方法^[13,14], 可有效解决稀疏重构过程中带来的计算量和内存需求大的问题, 实现基于稀疏信号处理的SAR原始数据域成像, 在满采样数据条件下使

得现有SAR系统的成像质量显著提升, 在欠采样数据条件下实现雷达图像的无模糊重构. 这一新模型将原稀疏重构算法复杂度由平方阶降低到线性对数阶, 内存使从平方阶降到线性阶, 实现了与常用雷达算法复杂性相当, 从而为稀疏雷达的大场景成像及实用化带来了可能.

雷达回波模拟算子提供了对雷达观测的一个近似, 其原理如上述图3所示, 原始场景为RadarSat-1图像. 只要成像算法 M 足够高精度, 可有

$$M\Phi = I \text{ 或 } \Phi = M^\dagger, \quad (13)$$

若 M 的(广义)逆 $M^\dagger$ 存在, 那么 $M^\dagger$ 就可以用来近似 Φ . 由于 M 通常是由方位向和距离向的一维算子组成(方位-距离解耦), 如果这些一维算子可逆, 则 $M^\dagger$ 可解耦, 可称之为雷达回波近似观测或雷达回波模拟算子. 由于 $M^\dagger$ 能快速计算且所需内存量小, 因此以近似观测代替直接CS框架处理会降低计算复杂度.

下面以距离多普勒回波模拟算子进行说明. 距离多普勒算法包含距离脉冲压缩、距离徙动校正和方位脉冲压缩等三个主要步骤, 其过程可以表示为:

$$\mathcal{I}_{\text{RD}}(\mathbf{Y}) = \mathbf{F}_a^{-1} [\mathbf{M}_a \odot \mathcal{P}_{\text{rcmc}} (\mathbf{F}_a [\mathbf{Y} \mathbf{F}_r \odot \mathbf{M}_r \mathbf{F}_r^{-1}])], \quad (14)$$

式中, $\mathcal{I}_{\text{RD}}(\cdot)$ 表示由距离多普勒算法定义的成像算子; $\mathbf{Y}$ 为雷达系统接收到的二维回波数据, $\mathbf{Y}$ 中每个行向量表示在同一方位向采样位置接收到的距离向采样数据; $\mathbf{F}_r$ 和 $\mathbf{F}_a$ 是分别用来实现距离向和方位向傅立叶变换的傅立叶矩阵, $\mathbf{F}_r^{-1}$ 和 $\mathbf{F}_a^{-1}$ 为它们的逆傅立叶变换; $\mathbf{M}_r$ 和 $\mathbf{M}_a$ 是分别是用来实现距离向和方位向脉冲压缩的匹配滤波矩阵, $\mathcal{P}_{\text{rcmc}}$ 是用来实现距离徙动校正的插值算子. 令 $M = \mathcal{I}_{\text{RD}}(\cdot)$, 可得:

$$M^\dagger := \mathcal{G}_{\text{RD}}(\mathbf{X}) = [[[\mathbf{F}_a^{-1} [\mathcal{P}_{\text{rcmc}}^{-1} (\mathbf{M}_a^* \odot [\mathbf{F}_a \mathbf{X}])]] \mathbf{F}_r \odot \mathbf{M}_r^*] \mathbf{F}_r^{-1}], \quad (15)$$

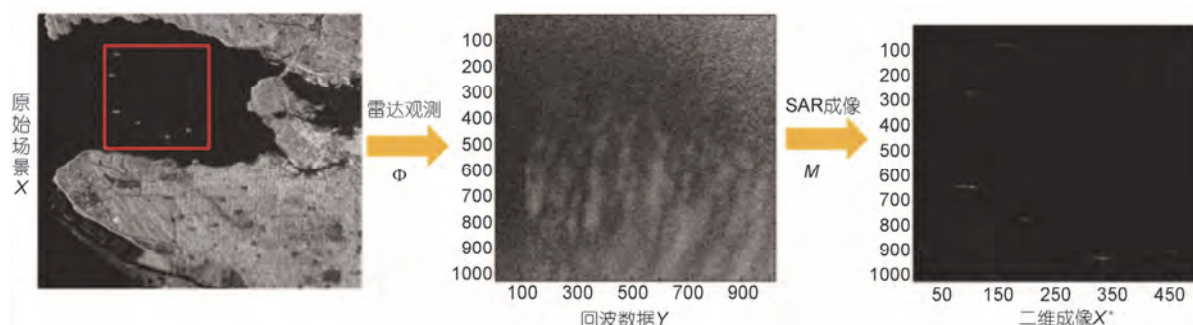


图3 SAR成像观测示意图

Figure 3 Diagram of SAR imaging observation

式中, $\mathcal{G}_{\text{RD}}(\cdot)$ 是用来表示距离多普勒算法逆成像过程的回波模拟算子; $\mathcal{P}_{\text{rcmc}}^{-1}$ 是用来模拟回波数据距离徙动的插值算子. 由此便定义了距离多普勒算法诱导的雷达近似观测算子. 由(15)所定义的雷达近似观测算子使得 M^+ 复杂性为 $O(N \log(N))$, 而存储复杂性为 $d(N)$.

根据 (6), 给定任一雷达回波模拟算子 M^+ , 基于 $L_{1/2}$ 正则化的稀疏雷达成像模型可概括为

$$\min_x \left\{ \|y - M^+ x\|_2^2 + \lambda \|x\|_{1/2}^{1/2} \right\}. \quad (16)$$

特别地, 当 M^+ 为由距离多普勒算法诱导的雷达回波模拟算子(15)时, 基于上述模型的一个稀疏雷达成像算法如图4所给出.

根据图4, 在上述成像算法的每一迭代步, 残差中有用的信息首先被匹配滤波提取出来, 然后通过迭代校正, 实现了基于 $L_{1/2}$ 正则化的成像. 得益于回波模拟算子的应用, 新的重建算法单步迭代复杂性仅为 $O(N \log(N))$, 远低于一般稀疏微波成像的计算量. 这样, 新的雷达成像模型不仅达到了降采样的目的, 同时也能像当前雷达一样可用于大场景, 并获得高质量的SAR成像. 新算法不仅可以在远低于奈奎斯特率采样下对稀疏场景进行成像并提高恢复质量, 而且和匹配滤波一样可以快速计算. 新方法对现有稀疏雷达成像算法的效率提升可达百倍, 从而解决了稀疏雷达成像的实用性问题.

3 基于3D相变图的稀疏雷达成像系统

3.1 3D相变图概述

稀疏雷达成像的性能取决于观测对象的稀疏度、观测矩阵的性质及信噪比. 从数学上度量观测矩阵性质的已有很多指标, 如零空间性质(null space property, NSP)^[28]、约束等距性质(restricted isometric property, RIP)^[1]、RIPless^[29]以及相关性(incoherence)条件^[30]等. 这些指标或难以计算(如NSP和RIP), 或难以用于雷达参数的定量分析(如RIPless), 或条件过于严格无法对雷达观测矩阵使用(如Incoherence). 另外, 所有这些准则通常都是与信噪比无关的, 不能完全刻画稀疏雷达成像系统性能.

相变图的概念源于物理学中的热力学, 是一种描述材料热力学性能的图表. 一个处于热力学平衡状态的物质系统, 可以由若干个有边界可分的均匀

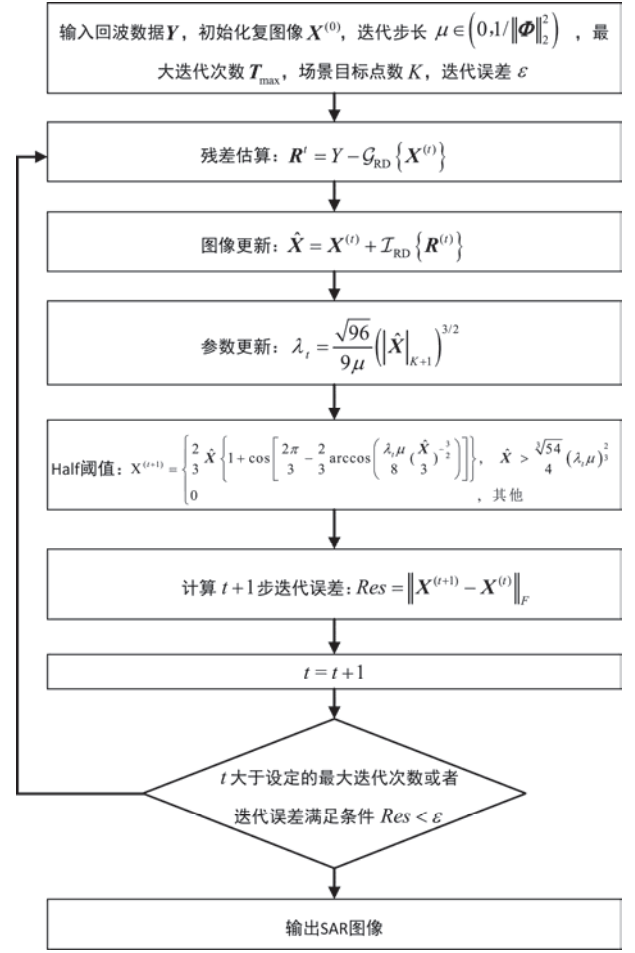


图4 基于距离多普勒近似观测算子的 $L_{1/2}$ 正则化稀疏雷达成像算法
Figure 4 Flowchart of $L_{1/2}$ regularization based sparse radar imaging algorithm via range-doppler approximated observation operator

部分组成, 每一个均匀的部分称作一个相, 不同相之间发生的转变称为相变^[31]. Donoho等人^[32]将相变图引入到稀疏信号处理理论, 用以衡量在不同采样比和稀疏度条件下一个稀疏模型的完全重构能力. 在线性模型选择、鲁棒数据拟合以及压缩感知重构中, 如果模型的复杂性超过了一定的门限, 会出现重构失败, 亦即发生相变. 对稀疏信号处理而言, 这些门限决定了在欠采样情况下, 欠采样/稀疏度折中的边界.

为了对稀疏雷达系统分析提供工具, 将上述2D相变图概念推广到了3D情形^[16,17]. 定义3D相变图的维度分别为重构信号的稀疏度、采样比和信噪比, 如图5所示. 在不同稀疏度、采样比和信噪比条件下, 通过比较相变图中重构成功/失败区域, 能够评估和比较不同系统参数下的稀疏雷达系统性能. 重构正确与否可采用重构结果和实际场景的相对误差来判定,

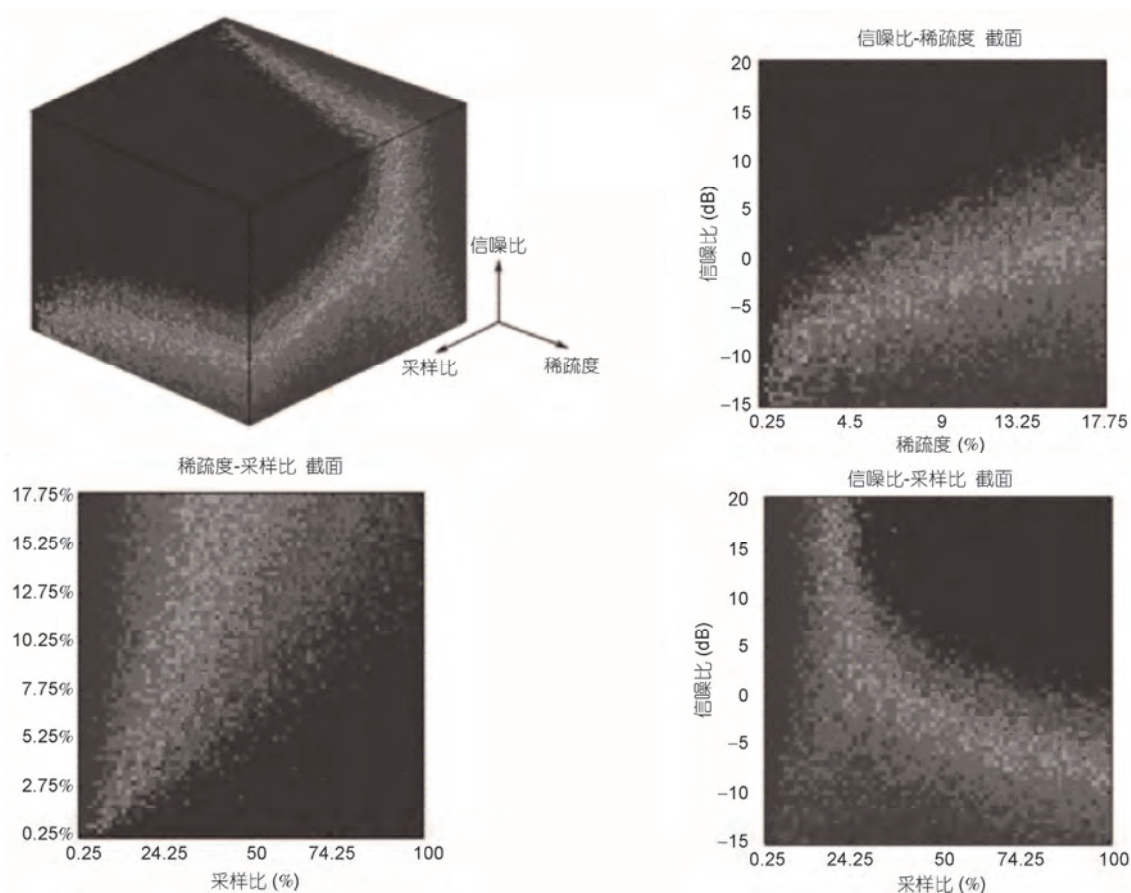


图5 雷达成像性能相变图及3个截面图

Figure 5 3D phase diagram and 2D slices of radar imaging performance

也可以采用均方误差和支撑集误差来度量. 我们提出用相变边界曲线来精细刻画稀疏雷达中稀疏度、采样比、信噪比与准确重建概率之间的关系.

3.2 基于3D相变图的稀疏雷达参数设计

3D相变图可以用于对稀疏雷达系统中的信噪比、稀疏度、采样比等参数进行设计. 信噪比约束了稀疏雷达系统设计中的发射功率、天线增益、接收机噪声、作用距离等要素; 稀疏度反映了给定稀疏雷达参数的条件下, 雷达对观测场景的要求; 采样比体现了测绘带宽与数据率之间的关系, 降采样使同样测绘带宽条件下数据率降低, 同样数据率条件下潜在测绘带宽变大.

下面的例子说明了3D相变图反映信噪比、稀疏度、采样比与重构性能之间的关系. 雷达发射线性调频信号, 其平台速度为100 m/s, 平台高度为4 km, 目标最近斜距为1 km, 波长为0.1 m, 带宽100 MHz, 脉

冲宽度2 μ s, 天线方位向长度为5 m, 脉冲重复频率为100 Hz, 采样频率100 MHz. 在此条件下进行仿真, 相变图中的3个坐标轴范围如下: 信噪比为-5.5~20 dB; 稀疏度为5%~17.75%, 场景目标随机分布; 采样比为0~71.5%, 采样方式为随机采样; 重构方法为 $L_{1/2}$ 算法. 图6~8中白色区域表示可以重建, 黑色区域表示不能重建, 二者的边界处的重建性能显著变差, K 表示目标数, M 表示采样数, N 表示场景网格数. 图7显示了不同采样比下, 雷达成像性能随信噪比和稀疏度的变化趋势, 说明采样比越高, 可恢复的区域越大, 系统重建性能越好. 图6显示了不同信噪比下, 雷达成像性能随采样比和稀疏度的变化趋势, 说明信噪比越高, 可恢复区域越大, 系统重建性能越好. 图8显示了不同稀疏度下, 雷达成像性能随信噪比和采样比的变化趋势, 说明场景越稀疏, 可恢复区域越大, 系统重建性能越好. 以上分析可以作为稀疏雷达系统参数设计的依据.

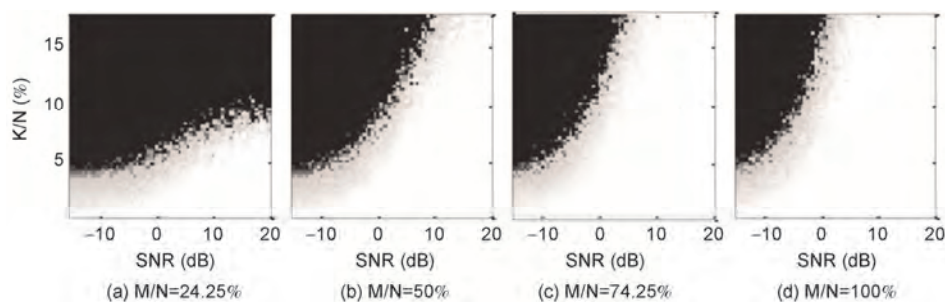


图6 不同采样比 M/N 下的信噪比-稀疏度相变截面图

Figure 6 Slices of SNR/Sparsity of 3D phase diagram at different under-sampling ratios

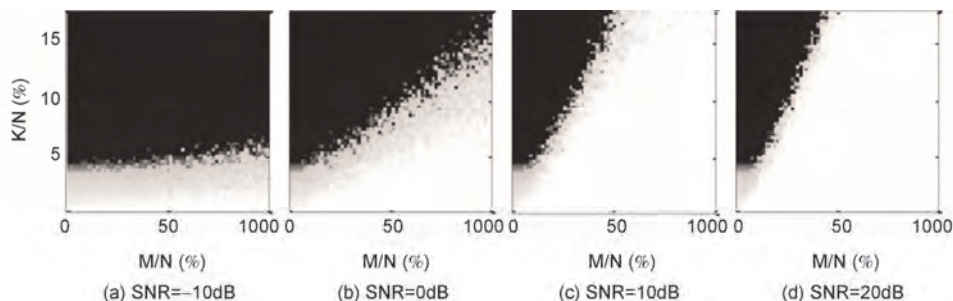


图7 不同信噪比SNR下的采样比-稀疏度相变截面图

Figure 7 Slices of Under-sampling ratios/Sparsity of 3D phase diagram at different SNR

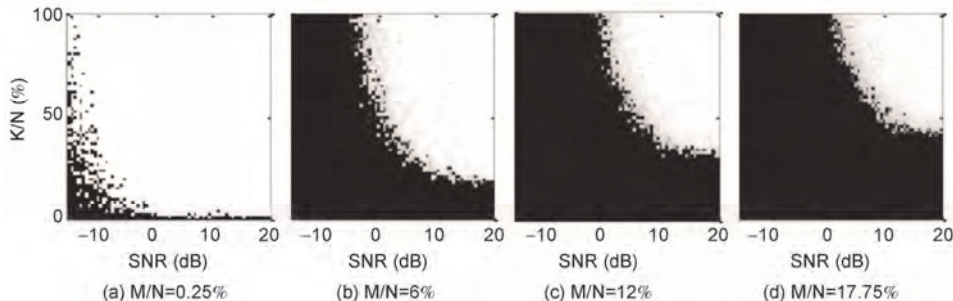


图8 不同稀疏度 K/N 下的信噪比-采样比相变截面图

Figure 8 Slices of SNR/Under-sampling ratios of 3D phase diagram at different sparsity

3.3 3D相变图实验验证

根据3D相位图及结合稀疏雷达成像设计方法,中国科学院电子学研究所研制了稀疏雷达成像原理样机,开展飞行实验获取稀疏微波成像雷达原始数据,验证了稀疏雷达成像的基本原理,以及其在提升系统性能方面的潜力^[18,19]。

在稀疏雷达成像原理样机飞行实验中,观测区域为天津滨海地区稀疏度为9.5%,信号重构方法为基于距离多普勒近似观测算子正则化稀疏雷达成像,采样方式为非均匀采样,采样比为70%。通过对原始

数据叠加高斯白噪声,使信噪比分别下降3, 6和9 dB。该实验目的为验证基于雷达回波模拟算子正则化稀疏成像和利用3D相变图设计稀疏雷达采样比、信噪比等参数的可行性。实验结果如图9所示。

从图9可以看出,随着信噪比的下降,成像性能依次下降,在信噪比降低6 dB后已经开始出现重构“失败”。相变图分析同样证实了上述结论,从图10的相变图中可以看出,对于9.5%稀疏度的场景,信噪比下降3 dB后,则进入了重构“失败”区域。信噪比对于稀疏雷达成像性能有显著的影响,高信噪比有利于提高系统的重构性能,但信噪比的提高又受到成

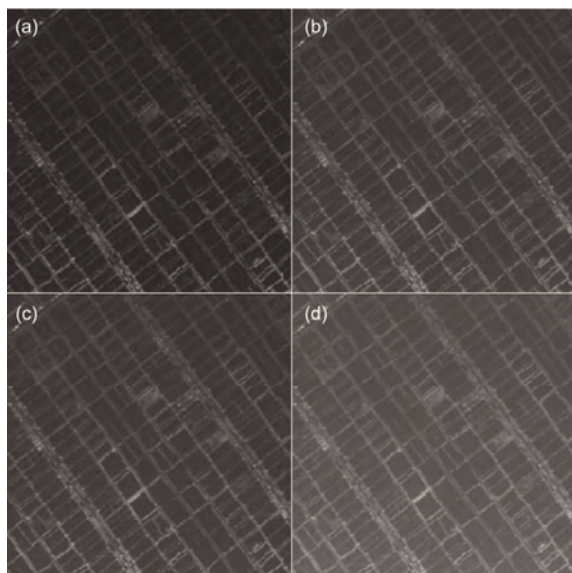


图9 不同信噪比稀疏雷达成像结果. (a) 原图像; (b) 信噪比降低 3 dB; (c) 信噪比降低 6 dB; (d) 信噪比降低 9 dB

Figure 9 Results of sparse radar imaging at different SNR. (a) Original image; (b) SNR decreased by 3 dB; (c) SNR decreased by 6 dB; (d) SNR decreased by 9 dB

本、天线尺寸、器件性能等因素的制约, 可以通过3D相变图分析稀疏雷达信噪比的约束条件.

4 研究展望

4.1 稀疏雷达成像: 从二维到三维

基于正则化理论的稀疏雷达成像在遥感应用中已经获得了重要应用, 例如: SAR图像增强^[33,34]、模糊抑制^[35]、TOPS SAR和滑动聚束不同工作模式SAR成像^[36,37]、一发多收SAR成像^[38,39]、宽角/圆迹SAR成像^[40,41]、逆SAR成像^[42,43]、三维合成孔径雷达(Three Dimensional SAR, 3D-SAR)^[44].

3D-SAR^[45,46]是二维SAR和InSAR的拓展和延伸, 它通过电磁波传播方向的脉冲压缩、雷达平台运动形成的方位向合成孔径、实孔径或多次航过构成切航迹向孔径的方式对成像场景进行三维观测. 三维成像处理能够获得成像目标的3D位置和散射特性, 具有3D分辨能力. 层析SAR、阵列下视3D-SAR等均可实现3D成像. 在实际3D-SAR应用中, 其高程分辨率远低于另外两个维度的分辨率, 影响了3D图像效果. 由于目标散射特性在高程维是稀疏的, 因此稀疏信号处理理论可应用于高程向的超分辨成像. 目前德国和意大利已经成功地稀疏信号处理应用于星载

TomoSAR成像, 使3D雷达的图像质量得到了显著提高^[44,47,48].

将 $L_{1/2}$ 正则化理论应用于阵列下视3D-SAR成像意义重大. 阵列下视3D-SAR近年来受到越来越广泛的关注^[49~51]. 虽然它在城市测绘等方面具有较大的优势和应用潜力, 但是在实现上仍存在一些技术挑战. 首先, 阵列下视3D-SAR的载荷平台通常为机载平台, 跨航向的阵列通常布置在机翼下端, 这导致了阵列长度很短. 由于跨航向的分辨率与观测距离成正比、与阵列长度成反比, 实际的阵列长度很难满足实际飞机平台高度下对跨航向高分辨率成像的需求. 其次, 阵列下视3D-SAR需要较小的阵元间隔来获得较大的下视观测测绘带宽、避免栅瓣效应, 在阵列长度一定的情况下, 需要较大的阵元数目, 使得系统复杂度较高、数据量较大, 这给数据存储以及快速高效成像带来困难. 城市人工目标的高程向后向散射系数是稀疏的, 因此基于 $L_{1/2}$ 正则化理论的稀疏重构算法可以克服阵列下视3D-SAR系统中的这些困难, 可提升三维高程分辨率.

4.2 压缩感知: 从低阶到高阶

稀疏雷达成像总体上是以压缩感知为基础的. 压缩感知理论与方法的发展必然会对稀疏雷达成像技术的发展产生深刻影响. 压缩感知的总体发展则是正在从低阶走向高阶.

传统压缩感知研究的是向量, 或者说是以向量为载体的一阶信号, 此时的稀疏性主要体现在向量自身或变换后的向量其非零元素个数远小于向量自身的维度. 然而, 实际应用中常常需要处理像推荐系统、图像分析、量子断层扫描等这样的二阶信息, 换言之, 以矩阵作为载体的信息. 于是, 一个自然的问题是: 如何对矩阵对象发展压缩感知技术?

Recht等人^[52]对这一问题给出了肯定回答, 由此催生了有关低秩矩阵建模问题(如低秩矩阵分解、低秩矩阵恢复、低秩矩阵填充、稳健主成分分析)的广泛研究^[53,54]. 从统一的观点看, 矩阵的秩可被阐释为二阶(即矩阵)稀疏性度量, 因而不同类型的低秩矩阵建模问题均可看作为如下的二阶稀疏恢复问题的特例, 即

$$\min_{L,S} \{ \text{rank}(L) + \lambda \|S\|_0 \} \quad \text{s.t. } y = \mathcal{A}(L+S), \quad (17)$$

这里 $\mathcal{A}: R^{N_1 \times N_2} \rightarrow R^m (m \ll N_1 \times N_2)$ 为一欠采样

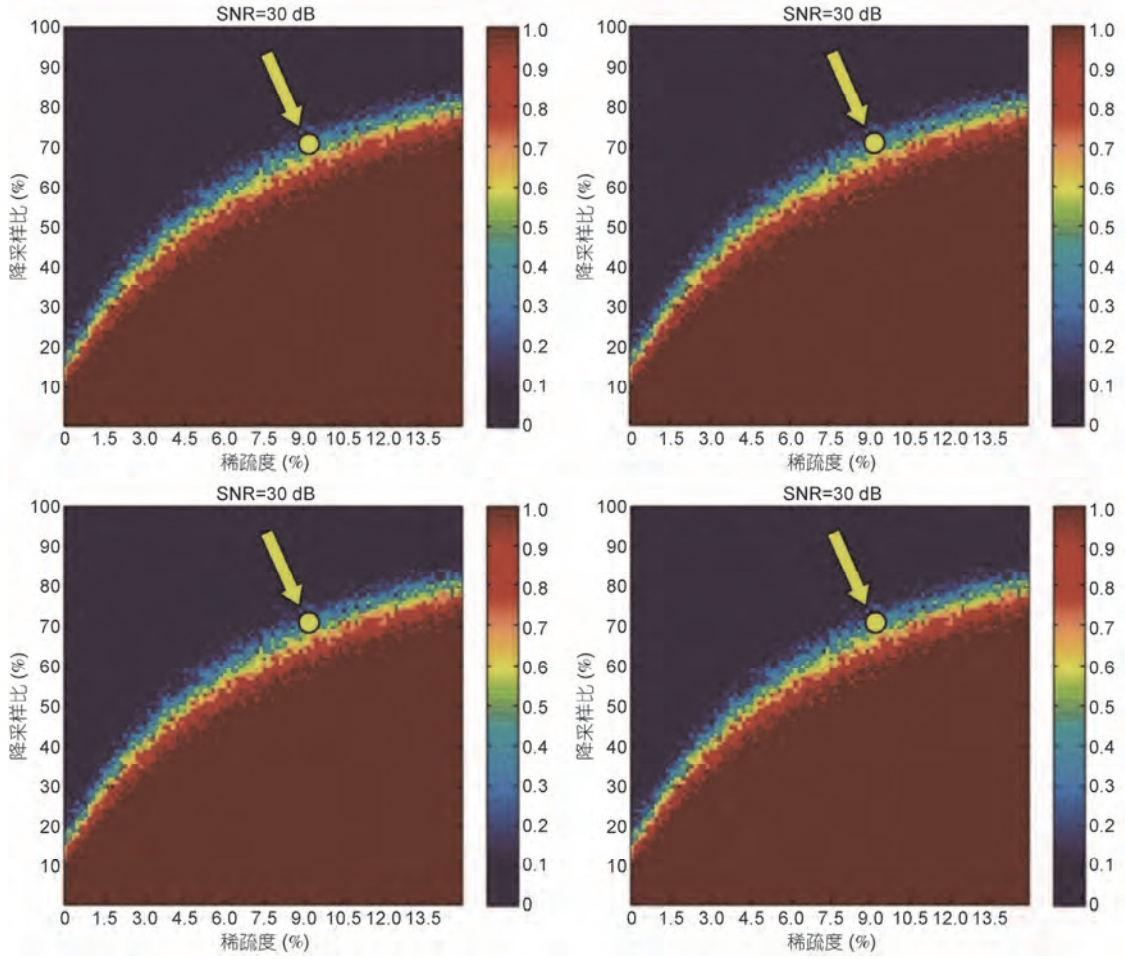


图 10 不同信噪比重构性能相变图. (a) 原图像; (b) 信噪比降低 3 dB; (c) 信噪比降低 6 dB; (d) 信噪比降低 9 dB

Figure 10 3D phase diagram of reconstruction performance at different SNR. (a) Original image; (b) SNR decreased by 3 dB; (c) SNR decreased by 6 dB; (d) SNR decreased by 9 dB

算子, 它在不同的问题背景下呈现不同的形式, λ 为正则化参数, L 与 S 分别为大小为 $m_1 \times m_2$ 的低秩与稀疏矩阵, 并且原始数据矩阵 $X=L+S$. 显然, 除了一阶稀疏恢复问题所考虑的向量稀疏性度量 $\| \cdot \|_0$ 外, 二阶稀疏恢复问题还考虑了矩阵的二阶稀疏性即秩函数 $rank(\cdot)$. 已有研究表明^[55], 类似于向量 L_1 正则化与 L_0 正则化方法之间的等价关系, 在欠采样算子 $\mathcal{A}$ 满足一定条件下, 问题(17)的精确解同样可通过求解如下凸优化问题获得

$$\min_{L, S} \{ \|L\|_* + \lambda \|S\|_1 \} \quad \text{s.t. } y = \mathcal{A}(L+S), \quad (18)$$

这里 λ 为正则化参数, $\|L\|_*$ 被称为矩阵的核范数(定义为矩阵所有奇异值之和), 它是 L_1 范数从向量到矩阵的自然推广, 因而(18)可以看成是二阶情形的 L_1 正则化. 如果类似推广向量的 L_q ($0 < q < 1$) 数到矩阵情形,

对应(18)也可以定义二阶 L_q 正则化问题^[56]. 相较传统的基于一阶向量的稀疏建模技术, 基于二阶矩阵的稀疏建模技术可以更好地表达数据的复杂结构, 因而在许多领域, 特别是图像处理领域有着十分广泛而深入的应用, 参见文献[57~59].

上述对二阶压缩感知推广的成功自然激发人们进一步将压缩感知推广到更高阶的情形. 这样的热望也受到现实应用的强烈驱动, 因为像视频处理、三维雷达成像、高光谱遥感图像分析、通信网络流分析等应用都有着某种自然的稀疏性结构. 所有这些应用可以认为都是以三阶及以上张量作为信息载体的(图11直观展示了一阶、二阶和三阶张量), 因而建立张量压缩感知理论成为当前研究热点.

类似于前述的向量与矩阵情形, 高阶稀疏信息处理亦可一般地建模为张量恢复问题, 即如何从尽

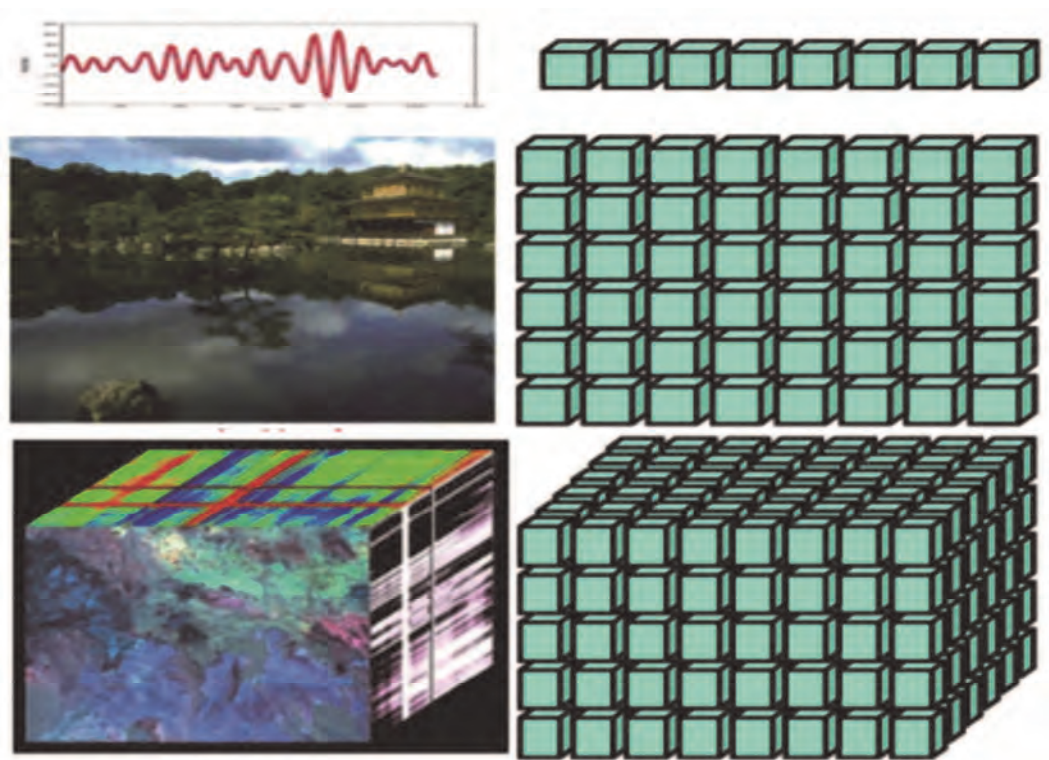


图 11 向量(一阶张量)、矩阵(二阶张量)与三阶张量的直观展示

Figure 11 The illustration of a vector (first-order tensor), a matrix (second-order tensor) and a third-order tensor

可能少的观测信息中利用目标张量的各类稀疏性来精确恢复目标. 高阶张量的一个本质先验是各个模态下的低秩性, 这常常被称之为高阶稀疏性. 然而, 不幸的是, 高阶张量并不具有类似于矩阵奇异值分解那样的唯一分解形式, 这使得不同的张量分解可以导出不同的张量秩定义, 进而导致不同的高阶稀疏性度量. 如何定义最合适的高阶稀疏性度量仍未定论(一个最新的一般性定义见文献[60]). 给定一个高阶稀疏性度量, 高阶张量恢复问题可以表述为下述一般形式:

$$\min_{\mathcal{L}, \mathcal{S}} \{f(\mathcal{L}) + \lambda \times g(\mathcal{S})\} \text{ s.t. } y = \mathcal{A}(\mathcal{X}), \mathcal{X} = \mathcal{L} + \mathcal{S}, \quad (19)$$

这里 $\mathcal{L}$ 与 $\mathcal{S}$ 分别表示目标张量 $\mathcal{X}$ 拟分解成的两个结构化部分(如视频中的前景和背景, 去噪中的干净部分与噪声部分), $f(\mathcal{L})$ 与 $g(\mathcal{S})$ 分别表示对 $\mathcal{L}$ 与 $\mathcal{S}$ 的极小化目标, 它们通常都与对应张量的某种高阶稀疏性

有关. 根据(19), 张量稀疏恢复问题的核心是: 在尽可能少的采样信息 y 下和在极小化 $f(\mathcal{L})$ 和 $g(\mathcal{S})$ 的意义下, 通过将目标张量 $\mathcal{X}$ 分解成两个有特别意义的部分 $\mathcal{L}$ 与 $\mathcal{S}$ 来精确重构 $\mathcal{X}$. 由此, 我们不难理解, 张量稀疏恢复问题有着极为广泛的应用, 特别对雷达图像的目标信息处理. 张量恢复问题亦可扩展到为更为一般的情形, 即目标张量 $\mathcal{X}$ 分解为多个结构化张量

$$\mathcal{X} = \sum_{j=1}^J \mathcal{X}_j (J > 2). \quad (20)$$

而对每一个结构化张量有着特定的极小化目标. 需要指出的是, 尽管基于张量的高阶稀疏建模方法已经在一些具体问题上取得甚为成功的应用(如文献[60,64]), 但相应的模型、算法及理论研究方兴未艾, 是目前稀疏信息处理与机器学习领域的热点.

参考文献

- 1 Candès E J, Tao T. Decoding by linear programming. IEEE Trans Inf Theory, 2005, 51: 4203–4215
- 2 Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information.

- IEEE Trans Inf Theory, 2006, 52: 489–509
- 3 Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? IEEE Trans Inf Theory, 2006, 52: 5406–5425
 - 4 Donoho D L. Compressed sensing. IEEE Trans Inf Theory, 2006, 52: 1289–1306
 - 5 Xu Z B, Zhang H, Wang Y, et al. $L_{1/2}$ regularization. Sci China Inf Sci, 2010, 53: 1159–1169
 - 6 Xu Z B, Guo H L, Wang Y, et al. Representative of $L_{1/2}$ regularization among L_q ($0 < q \leq 1$) regularizations: an experimental study based on phase diagram. Acta Automat Sin, 2012, 38: 1225–1228
 - 7 Xu Z B, Chang X Y, Xu F M, et al. $L_{1/2}$ regularization: A thresholding representation theory and a fast solver. IEEE Trans Neural Netw Learn Syst, 2012, 23: 1013–1027
 - 8 Zeng J S, Lin S B, Wang Y, et al. $L_{1/2}$ regularization: convergence of iterative half thresholding algorithm. IEEE Trans Signal Process, 2014, 62: 2317–2329
 - 9 Zeng J S, Fang J, Xu Z B. Sparse SAR Imaging Based on $L_{1/2}$ Regularization. Sci China Inf Sci, 2012, 55: 1755–1775
 - 10 Zhang B C, Hong W, Wu Y R. Sparse microwave imaging: Principles and applications. Sci China Inf Sci, 2012, 55: 1722–1754
 - 11 Jiang C L, Zhang B C, Fang J, et al. Efficient lq regularisation algorithm with range-azimuth decoupled for SAR imaging. Electron Lett, 2014, 50: 204–205
 - 12 Xu Z B, Wu Y R, Hong W, et al. Synthetic aperture radar imaging method based on $L_{1/2}$ regularization. PRC Patent, CN201110129766.6, 2011
 - 13 Wu Y R, Xu Z B, Hong W, et al. Sparse synthetic aperture radar imaging method based on echo simulation operator. PRC Patent, CN201110182202.9, 2011
 - 14 Fang J, Xu Z B, Zhang B C, et al. Fast compressed sensing SAR imaging based on approximated observation. IEEE J Sel Topics Appl Earth Observ Remote Sens, 2013, 7: 352–363
 - 15 Zhang Z, Zhang B C, Jiang C L, et al. Influence factors of sparse microwave imaging radar system performance: Approaches to wave-form design and platform motion analysis. Sci China Info Sci, 2012, 55: 2301–2317
 - 16 Hong W, Tian Y, Zhang B C, et al. Assessment methods based on phase diagrams for sparse microwave imaging. In: Proceedings of 1st International Workshop on Compressed Sensing Theory and its Applications to Radar, Sonar and Remote Sensing (CoSeRa), Bonn, 2012
 - 17 Zhao Y, Bi H, Zhang B C, et al. The method of obtaining sparse microwave imaging phase diagram. PRC Patent, CN201410225128, 2014
 - 18 Hong W, Zhang B C, Zhang Z, et al. Radar imaging with sparse constraint: Principle and initial experiment. In: Proceedings of 10th European Conference on Synthetic Aperture Radar, Berlin, 2014. 1235–1238
 - 19 Zhang B C, Zhang Z, Jiang C L, et al. System design and first airborne experiment of sparse microwave imaging radar: Initial results. Sci China Info Sci, 2015, 58: 1–10
 - 20 Davenport M A, Duarte M F, Eldar Y C, et al. Compressed Sensing: Theory and Applications. Cambridg: Cambridge University Press, 2012
 - 21 Chartrand R. Exact reconstruction of sparse signals via nonconvex minimization. IEEE Signal Process Lett, 2007, 14: 707–710
 - 22 Chartrand R, Staneva V. Restricted isometry properties and nonconvex compressive sensing. Inverse Probl, 2008, 24: 1–14
 - 23 Candès E J, Wakin M, Boyd S. Enhancing sparsity by reweighted L_1 minimization. J Fourier Anal Appl, 2007, 14: 877–905
 - 24 Franci P F, Beena M V. A survey on different types of CT image reconstruction. Int J Adv Eng Res Sci, 2016, 10: 221–224
 - 25 Tuia D, Flamary E R, Barlaud M. Nonconvex regularization in remote sensing. IEEE Trans Geosci Remote Sens, 2016, 54: 6470–6480
 - 26 Sun L, Wu Z B, Xiao L, et al. A novel $L_{1/2}$ sparse regression method for hyperspectral unmixing. Int J Remote Sens, 2013, 34: 6983–7001
 - 27 Duan C, Fang W L, Jiang L, et al. FACTS devices allocation via sparse optimization. IEEE Trans Power Syst, 2016, 31: 3447–3454
 - 28 Donoho D L, Elad M. Optimally sparse representation in general (Nonorthogonal) dictionaries via l_1 minimization. Proc Natl Acad Sci USA, 2003, 100: 2197–2202
 - 29 Kueng R, Gross D. RIPless compressed sensing from anisotropic measurements. Linear Algebra Appl, 2014, 441: 110–123
 - 30 Donoho D L, Elad M, Temlyakov V N. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise. IEEE Trans Inf Theory, 2006, 52: 6–18
 - 31 Stanley H E, Wong V K. Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena. New York: Oxford University Press, 1971
 - 32 Donoho D L, Stodden V. Breakdown point of model selection when the number of variables exceeds the number of observations. In: Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks Proceedings, Vancouver, 2006. 1916–1921
 - 33 Çetin M, Karl W C. Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization. IEEE Trans Image Process, 2001, 10: 623–631
 - 34 Çetin M, Karl W C, Castaon D A. Feature enhancement and ATR performance using nonquadratic optimization-based SAR imaging. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 2003, 39: 1376–1395
 - 35 Fang J, Xu Z, Jiang C, et al. SAR range ambiguity suppression via sparse regularization. In: Proceedings of the IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), Munich, 2012. 3811–3814

- 36 Bi H, Zhang B C, Zhu X X, et al. Extended chirp scaling-baseband azimuth scaling-based azimuth-range decouple L_1 regularization for TOPS SAR imaging via CAMP. IEEE Trans Geosci Remote Sens, 2017, 55: 3748–3763
- 37 Bi H, Zhang B C, Zhu X X, et al. Azimuth-range decouple based l_1 regularization method for wide scansar imaging via extended chirp scaling. J Appl Remote Sens, 2017, 11: 015007
- 38 Quan X Y, Zhang B C, Zhu X X, et al. Unambiguous SAR imaging for nonuniform DPC sampling: L_q regularization method using filter bank. IEEE Geosci Remote Sens Lett, 2016, 13: 1596–1600
- 39 Quan X Y, Zhang B C, Zhu X X, et al. DPCA imaging from nonuniform sampling: An L_q regularization based approach. In: Proceedings of 11st European Conference on Synthetic Aperture Radar, Hamburg. 2016
- 40 Wei Z H, Jiang C, Zhang B C, et al. WASAR imaging with backprojection based group complex approximate message passing. Electron Lett, 2016, 52: 1950–1952
- 41 Lin Y, Hong W, Tan W X, et al. Compressed sensing technique for circular SAR imaging. In: Proceedings of IET International Radar Conference, Guilin. 2009
- 42 Zhang L, Qiao Z J, Xing M D, et al. High-resolution ISAR imaging by exploiting sparse apertures. IEEE Trans Antennas Propag, 2012, 60: 997–1008
- 43 Chen Y J, Zhang Q, Luo Y, et al. Measurement matrix optimization for ISAR sparse imaging based on genetic algorithm. IEEE Geosci Remote Sens Lett, 2016, 13: 1875–1879
- 44 Budillon A, Evangelista A, Schirrinzi G. Three-dimensional SAR focusing from multipass signals using compressive sampling. IEEE Trans Geosci Remote Sens, 2011, 49: 488–499
- 45 Munson D C J, O'Brien J D, Jenkins W. A tomographic formulation of spotlight-mode synthetic aperture radar. Proc IEEE, 1983, 71: 917–925
- 46 Knaell K K, Cardillo G P. Radar tomography for the generation of three-dimensional images. IEEE Proc-Radar Sonar and Navigation, 1995, 142: 54–60
- 47 Zhu X X, Bamler R. Super-resolution power and robustness of compressive sensing for spectral estimation with application to space-borne tomographic SAR. IEEE Trans Geosci Remote Sens, 2011, 50: 247–258
- 48 Zhu X X, Bamler R. Demonstration of super-resolution for tomographic SAR imaging in urban environment. IEEE Trans Geosci Remote Sens, 2012, 50: 3150–3157
- 49 Weiß M, Ender J H G. A 3D Imaging radar for small unmanned airplanes – artino. In: Proceedings of EURAD IEEE. 2005, 209–212
- 50 Han K, Wang Y, Tan W, et al. Efficient pseudopolar format algorithm for down-looking linear-array SAR 3-D imaging. IEEE Geosci Remote Sens Lett, 2014, 12: 572–576
- 51 Bao Q, Lin Y, Hong W, et al. Holographic SAR tomography image reconstruction by combination of adaptive imaging and sparse bayesian inference. IEEE Geosci Remote Sens Lett, 2017, 14: 1248–1252
- 52 Recht B, Fazel M, Parrilo P A. Guaranteed minimum rank solutions to linear matrix equations via nuclear norm minimization. SIAM Rev, 2010, 52: 471–501
- 53 Candes E J, Recht B. Exact matrix completion via convex optimization. Found Comput Math, 2009, 9: 806–812
- 54 Candes E J, Li X, Ma Y, et al. Robust principal component analysis? J ACM, 2011, 58: 1–37
- 55 Wright J, Ganesh A, Min K, et al. Compressive principal component pursuit. information and inference. J IMA, 2013, 2: 32–68
- 56 Rao G, Peng Y, Xu Z B. Robust sparse and low-rank matrix decomposition based on $S_{1/2}$ modeling (in Chinese). Sci China Inf Sci, 2013, 43: 733–748 [饶过, 彭毅, 徐宗本. 基于 $S_{1/2}$ 建模的稳健稀疏-低秩矩阵分解. 中国科学: 信息科学, 2013, 43: 733–748]
- 57 Otazo R, Candes E J, Sodickson D. Low-rank and sparse matrix decomposition for accelerated dynamic MRI with separation of background and dynamic components. Magnet Reson Med, 2015, 73: 1125–1136
- 58 Gao Z, Cheong L, Wang Y. Block-sparse RPCA for salient motion detection. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2014, 36: 1975–1987
- 59 Zhou X, Yang C, Zhao H, et al. Low-rank modeling and its applications in image analysis. ACM Comput Surv, 2015, 47: 36
- 60 Xie Q, Zhao Q, Meng D, et al. Kronecker-basis-representation based tensor sparsity and its applications to tensor recovery. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, doi: 10.1109/TPAMI.2017.2734888
- 61 Goldfarb D, Qin Z. Robust low-rank tensor recovery: models and algorithms. SIAM J Matrix Anal Appl, 2014, 35: 225–253
- 62 Cao W, Wang, Y, Sun J, et al. Total variation regularized tensor RPCA for background Subtraction from compressive measurements. IEEE Trans Image Process, 2016, 25: 4075–4090
- 63 Wang Y, Lin L, Zhao Q, et al. Compressive sensing of hyperspectral images via joint tensor tucker decomposition and weighted total variation regularization. IEEE Geosci Remote Sens Lett, 2017, 14: 2457–2461
- 64 Wang Y, Peng J, Zhao Q, et al. Hyperspectral image restoration via total variation regularized low-rank tensor decomposition. IEEE J Sel Topics Appl Earth Observ Remote Sens, 2018, 11: 1227–1243

Summary for “基于 $L_{1/2}$ 正则化理论的稀疏雷达成像”

Sparse radar imaging based on $L_{1/2}$ regularization theory

Zongben Xu^{1*}, Yirong Wu², Bingchen Zhang² & Yao Wang¹

¹ Research Institute for Mathematics and Mathematical Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

² Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

* Corresponding author, E-mail: zbxu@xjtu.edu.cn

Sparse radar imaging seeks to provide high-performance radar imaging technique for observed scenes by using $L_{1/2}$ regularization method. This article surveys our systematic explorations and innovative practices for tackling such problem. The key contributions include a new sparse radar imaging theory based on $L_{1/2}$ regularization theory, a new sparse radar imaging model based on echo simulation operator, a new sparse radar imaging system evaluate approach based on 3D phase diagram.

The synthetic aperture radar (SAR) imaging can be formulated as a $L_{1/2}$ regularization problem, which optimizes a quadratic error term of radar imaging. The method can implement SAR imaging effectively at lower sampling rates than Nyquist rate and produce higher quality images with reduced sidelobes. Echo simulation operator is constructed to generate SAR raw data by means of inverse of matched filter-based imaging procedure, instead of the exact observation matrix. The echo simulation operator based model forms a new radar imaging method, which reduces the computational complexity and memory occupation to the same order as matched filter imaging algorithm, and hence, makes $L_{1/2}$ regularization reconstruction of large-scale considered scene become possible. 3D phase diagram is employed to analyze and evaluate the performance of sparse radar imaging system. In 3D phase diagram, success rates of signal recovery can be derived from the statistics of relative errors between the ground truth and the recovered signals. The success rates for each combination of SNR, sparsity and sampling ratio are provided to form a three-dimensional phase diagram. The trend of success rates is presented accurately by taking advantage of 3D phase transition boundary. We design the sparse radar prototype and conduct a series of airborne experiments, which demonstrate the applicability and potentials of the sparse radar imaging. 3D phase diagram is used to evaluate the relationship between reconstruction performance and signal-to-noise ratio. The experimental results verify the effectiveness of the $L_{1/2}$ regularization method and the feasibility of 3D phase diagram.

The sparse radar imaging based on $L_{1/2}$ regularization has promising application prospects. Firstly, it could be generalized to deal with 3D-SAR imaging, which achieves better flexibility for system design and super-resolution capability of height dimension for reconstruction property. Then, we review some of the most popular techniques to exploit sparsity, for recovering high-dimensional matrices and higher order tensors from compressive measurements, and further emphasize the broad application prospects of higher order compressive sensing in 3D-SAR imaging.

compressed sensing, sparse radar imaging, $L_{1/2}$ regularization

doi: 10.1360/N972018-00372