



## 研究述评

## 湍流问题: 如何看待“均匀各向同性湍流”?

赵松年\*, 胡非

中国科学院, 大气物理研究所, 大气边界层物理和大气化学国家重点实验室, 北京 100029

\*联系人, E-mail: zsnzhao@163.com

收稿日期: 2014-09-24; 接受日期: 2014-11-03

国家自然科学基金(批准号: 61271425)资助项目

**摘要** 在湍流的统计理论中, 大气中的晴空湍流, 风洞中格栅后面核心工作区的流动状态, 都可以看作是均匀各向同性湍流, Kolmogorov 的研究指出, 能谱函数的惯性副区与均匀各向同性湍流相对应, 标度律具有普适性, 由此得出能量级串的著名的( $-5/3$ )幂率. 但是, 在实验中观测到间歇性和拟序结构的情况下, 应当对能量级串模型及其相应的各标度律进行比较研究, 重点是探讨和研究它们的统计方法的物理机制. 由于 N-S 方程中存在非线性项, 特别是不封闭问题, 使得理论研究和数值实验的结果具有多样性和复杂性, 对此还没有任何有效的数学处理方法. 本文以大气湍流为中心议题, 论述了与此相关的几个主要问题, 即: 何为湍流难题, 湍流理论与边界层理论, 湍流难题的本质, 大气湍流, 湍流的定义问题, 特别论述了 3 类不同的标度律, 并展望了湍流研究的前景.

**关键词** 湍流, 混沌, 小波, 世纪难题, Navier-Stokes 方程

**PACS:** 47.27.N-, 47.27.nb, 47.27.De, 47.27.Gs

**doi:** 10.1360/SSPMA2014-00362

湍流问题作为世纪难题<sup>[1]</sup>, 对它的研究是多方面的, 湍流的特性与混沌、分形等复杂现象密切相关, 混沌现象的出现加深了对湍流的随机性和确定性的认识; 而分形概念则可以用于研究湍流的能量级串过程和标度律的分数维特性, 分岔理论又可以深入探讨湍流的转捩图案, 因此, 研究湍流对认识自然界的种种复杂过程具有重要意义. 同样, 它对数学、物理学、大气科学、工程技术、国防科技等领域的重要意义和应用价值, 更是自不待言. 既如此, 那么如何看待和理解湍流问题呢?

## 1 湍流为何成为世纪难题?

1883年雷诺(Reynolds)的圆管水流实验演示了流体随着来流速度的增加由规则的流动转变为紊乱的流动, 引起当时科学界的很大兴趣. 进而, 雷诺对具有黏性的流体的牛顿方程, 也就是 Navier-Stokes(N-S)方程进行了平均处理, 意想不到的是出现了闭合问题. 显示了求解 N-S 方程的极大困难, 从而吸引了包括当时的著名力学家在内的许多研究人员的兴趣. 当然, 真正投身于其中的仍然是很少的几位流体力学大家. 当人们认识到 N-S 方程的非线性项( $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ )

引用格式: 赵松年, 胡非. 湍流问题: 如何看待“均匀各向同性湍流”? 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45: 024701

Zhao S N, Hu F. Turbulence question: How do view “the homogenous and isotropic turbulence”? (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2015, 45: 024701, doi: 10.1360/SSPMA2014-00362

不能用已知的数学方法求解, 平均方法又遇到很难理解的闭合问题, 这样, 人们便开始寻求其他的途径。在傅里叶变换盛行的时期, 统计模式和谱方法就成为研究湍流的主要数学工具, 自然也成为解决实际问题的有效方法。不过, 数学家们对于这种似乎“零敲碎打”的做法并不热衷。例如, 他们想要知道的是: 如果 N-S 方程的定解条件是光滑的, 那么, 其解的光滑性是否永远得以保持, 还是在有限时间之后出现奇性? 研究湍流的一些科学家, 例如雷诺、泰勒(Taylor)、冯·卡门(von Karman)和亨茨(Hinze)等人论及湍流时, 无例外地认为它是一种不规则的流动, 自然也就重视它的统计平均特性。实际上, 湍流基本方程(即雷诺方程)的封闭性问题已经耗去了许多力学家的精力和时间, 各种平均方法陆续提出, 包括一些参数化方法在内, 可是, 取得成就的自然是极少数研究者, 例如, 前期的斯托克斯(Stokes)、泊肃叶(Poiseuille)和库奈特(Couette)等; 中期的普朗特(Prandtl)、泰勒、柯尔莫果洛夫(Kolmogorov)、奥布霍夫(Obukhov)、朗道(Landau)、奥萨格(Orzag)、林家翘(Lin)、冯·卡门、周培源和巴切罗(Batchelor)等, 这是湍流研究的高峰期, 甚至像物理学家昂萨格(Onsager)、李政道、海森堡(Heisenberg)也都涉足其中; 近期的伏瑞奇(Frisch)和本华·曼德博(Benoit B. Mandelbrot)等, 他们更感兴趣的问题可能是如何从 N-S 方程可以获得对湍流的完整的描述, 或者转换过程是怎样发生的。这一百年来, 随着科学技术的进步, 探测方法的改进和完善, 新的测量仪器的出现, 特别是计算机科学的飞速发展, 超级计算机的大量涌现, 云计算的发展, 湍流研究也取得了可喜的进展。然而, 对于湍流本质的了解, 仍然是凭实验和观测, 也就是凭经验的, 只有为数不多的几种湍流预测是从理论上推导出来的。流体力学家把湍流定义为一个连续的不规则流动或者一个连续的不稳定状态。例如, 在紊乱的空气或河流里, 流体任何一点的运动速度和方向, 是不断地和不规则地变化着, 而流体却沿着固定的方向继续流动, 湍流在平稳的层流中的发展演化是一个连续的过程, 起初的一个或几个不稳定会激起湍流, 它继续增强直到更高程度的不稳定, 最后完全发展成湍流——发达湍流。也就是说, 流体力学家想要知道的是一个平稳流动的失稳如何导致湍流的转换, 湍流完全形成后的动力学特性是什么。

数学家关注湍流的动因则是另一回事, 他们的心愿是直接面对 N-S 方程, 获得完美漂亮的解析解, 那种依靠计算机程序求解的问题, 如四色问题, 1976 年阿佩尔和哈肯用电子计算机找到了一个由 1936 个可约构型组成的不可完备集, 在美国数学会通报上宣布证明了四色问题。对于这样的结果, 数学家即使认可, 也总感到美中不足, 对于数学家追求的标准而言, 相差太远了。正因为如此, 克雷数学研究所征集的包括湍流问题在内的 7 个世纪难题, 便构成了对数学家智慧的挑战。特别是 N-S 方程, 对于数学和流体力学的发展具有重要的推动作用, 也会深化人们对于确定性与随机性的认识。

从事湍流研究的物理学家认为它是 20 世纪经典物理学留下的世纪难题, 未尝不可; 但是, 赋予它过高的科学荣誉和科学地位, 也不见得是一件科学能够从中获益的恰当的做法。正本清源, 尽量如实地了解问题的历史渊源和实事求是地看待它本来的科学地位, 对于今后湍流的研究是有益的。

## 2 湍流理论研究与边界层应用基础研究

在湍流研究的初期, 就出现了两位大科学家, 即以德国的普朗特和英国的泰勒为代表的研究团队, 各自在不同的方向上开展了研究。前者注重实际的流体力学问题, 提出混合长理论, 建立了边界层理论, 成绩斐然; 而后者则是以理想化的(也就是实际上并不多见的)各向同性湍流作为研究对象, 提出了一些重要的概念, 发展了新的统计方法, 同样也取得了重要的科学成就。两位科学家根据自己的知识背景和兴趣, 也根据对问题的理解, 确定了他们的研究内容, 在研究中体现了他们本人各自的风格。但是, 德国当时适应军事工业的需要, 更多地是提倡实用科学和应用研究, 也许影响了许多研究者的志趣。不过一个团队一直从事理论研究; 另一个团队则一直从事应用研究, 并不能由此断定这将形成同一门学科的理论与应用研究之间的鸿沟, 科学史上这样的例子很多, 如热力学, 克劳修斯(Clausius)致力于熵增加的理论研究, 而像卡诺(Carnot)则热衷于实际热机的循环。物理学中理论物理学、应用物理学和实验物理学的划分以及这 3 类研究者各自专注于他们的主要研究对象, 并没有形成 3 者之间的“鸿沟”, 泰勒后期参加了许多与国防有关的任务, 改变了研究方向, 其实

是很自然的事, 如果认为泰勒在他原来的研究方向上已经干不下去了, 则是不够公正的<sup>[1]</sup>. 在他之后, 柯尔莫果洛夫和奥布霍夫在均匀各向同性湍流里的活跃的研究工作和取得的成就为世人瞩目, 其中不乏涉及实际湍流问题, 能说是研究方向不同就能够形成所谓的“鸿沟”吗? 从事科学的研究的著名学者, 如普朗特和泰勒, 当然清楚地知道理论研究最后必须通过预测和实验验证; 应用基础研究同样必须得到相应理论的指导和实验检验. 只是当时的理论研究尚未获得能够进行预测的结果, 不能指导应用研究, 也不能对某一具体的流体力学问题提供有效的参考, 只能说明理论研究的水平与实际应用的要求之间还有很大的距离; 即使现在, 就边界层理论而言, 仍需要不断研究新问题, 发展新方法. 目前, 湍流理论研究仍然不能在广泛意义上对具体的流体动力学问题给出实用而有效的指导, 不能说这些理论研究的方向错了, 必须改变研究方向了. 在 19 世纪末, 古典流体力学与实验水力学是分开的, 后者受实际工程问题的大量需求, 得到深入和广泛的发展, 只是在出现达朗贝尔佯谬之后, 人们才深刻意识到理论研究的重要意义. 1904 年之后, 普朗特提出边界层理论, 部分地解决了阻力计算问题, 并运用到空气动力学的研究中, 使流体力学的理论与实验结合起来, 促进了航空工业的发展; 而湍流理论的研究则在人类认识自然界中的湍流、混沌、分形等复杂性现象方面, 促使科学概念的深刻变革. 虽然边界层理论和湍流理论的共同基础是 N-S 方程, 但是, 它们各自已经形成了独立的理论体系, 有独立的研究内容, 研究框架和风格, 各自的研究目标自然也不相同, 用以基础应用研究为特点的边界层理论的模式指责和评价以探讨基础理论研究为目标的湍流理论, 即使不问其效果如何, 这种做法也是很不恰当的. 实际上这二者是相互促进, 并行不悖、相得益彰的, 实在没有理由认为它们之间存在“鸿沟”, 或者湍流理论研究没有像边界层理论研究那样与空气动力学, 水力学等学科的应用结合, 就认定湍流研究的理论与实际应用之间存在“鸿沟”, 借此否定湍流研究的重要性, 由此观之, 文献[1]的评议有失公允也不客观, 当然这种情况在科学发展史上是屡见不鲜的.

哈代(Hardy)这位著名的英国分析学家, 坚决反对数学与应用挂钩, 但是, 并没有形成英国分析学派之间的“鸿沟”, 这样的例子很多, 不再枚举. 湍流界

的同行们高兴地看到, 近几年, 由于湍流基础研究和准确有效的计算方法的发展, 使得原先湍流的基础研究和应用需求之间的距离缩小了, 可以期待, 随着湍流理论研究的深入, 理论结果解决实际问题的可能性会进一步提高.

### 3 “湍流问题”的实质是什么?

对于经典物理学留下的世纪难题: “湍流问题”的实质是什么? 目前是一个还不能清楚回答的问题. 因为本世纪难题要着力探讨的核心问题也就是“湍流问题”的实质是什么, 目前尚未出现重大进展, 也未获得重要成果或者在某些方面获得突破, 在这种情况下, 如何能回答出这样重大的根本性问题? 如果针对每一个具体问题, 也就是每一个“真实流体”的研究得出反映该流体流动或状态的“本质”, 不同流体自然有其不同的特性, 将这众多研究结果综合起来, 是否能得出反映流体的普适特性呢? 看起来是不行的, 除了 N-S 方程本身包含强非线性项这个因素之外, N-S 方程概括的是特定流体的流动的本质呢, 还是流体的基本特性? 也是尚处于探讨之中的问题, 因此, 即使本世纪不一定能解决 N-S 方程这个难题, 它对科学本身的挑战还可以持续到下一个世纪, 来日方长, 人类不必急在当下.

世纪难题“湍流问题”的本质到底是什么? 在朗道的“论湍流”一文发表 23 年之后, 曾有一篇论文的标题就是: “论湍流的本质”, 试图回答这个问题, 作者是儒勒(Ruelle)和 Takens, 算是名家之言吧<sup>[2]</sup>. 笔者受限于自身知识和对湍流问题的有限了解, 自然没有资格涉及这个问题, 只是抱着求教的态度, 希望能够获得答案. 涉及湍流领域的问题, 无疑都蕴含着由速度和自身反馈的非线性( $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ )造成的复杂性. 预计上述问题的任何结果都会遇到多样性造成的结果的复杂性. 其中包括: 计算的复杂性, 尺度的复杂性, 状态的复杂性. 转捩的复杂性, 预测的复杂性, 描述的复杂性, 测量的复杂性, 各种结果解释的复杂性. 因此, 湍流研究进展十分缓慢. 70 年代分形理论<sup>[3]</sup>、混沌理论、耗散结构和小波分析方法<sup>[4,5]</sup>的出现, 曾经使物理学界对湍流的研究产生新的希望, 有过一段研究高潮出现, 在混沌研究盛行的时期, 有人觉得条条道路通湍流<sup>[6,7]</sup>, 之后直到现在, 已经回归到平稳的, 扎实的探讨阶段.

## 4 大气湍流——均匀各向同性湍流问题

湍流本身的研究是多方面的, 但是困难很大, 进展缓慢. 以往我们接触较多的是大气湍流, 大气运动受到地球自转的影响, 需要计入科里奥利(Coriolis)力的作用, 又由于大气的状态(气压场、密度场、温度场等)随离地面的高度不同而有变化, 具有分层的特点, 因此, 必须考虑重力的影响. 此外, 当 N-S 方程无量纲化之后, 在方程中就会无例外的出现一个重要的特征数, 它决定了流动的整体性质, 这就是雷诺数  $Re(Re=UL/v)$ , 它由特征速度  $U$ , 特征尺度  $L$  和运动黏性系数  $v(v=1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})$  共同确定. 特征速度  $U$ , 特征尺度  $L$  是气体的流动状态和所处空间环境的度量, 由于大气的分子运动黏性系数很小, 就使得雷诺数  $Re$  很大, 一般在  $10^6$  以上, 可见大气处于湍流状态是一种常态. 即大气湍流是一种充分发展的湍流(或发达湍流, Full Developed Turbulence). 从规则的层流转捩到紊乱的湍流, 伴随着能量从大涡向小涡的逐级级串, 最后在黏性作用下耗散掉. 实质上这就是 Richardson 的能量均匀级串模式<sup>[8]</sup>, 就是说, 从大涡向小涡的逐级级串具有自相似结构, 它们充满整个空间; Kolmogorov 据此建立了局地均匀各向同性湍流的统计理论<sup>[9]</sup>(以下称为 K41 理论), 成功地预测了高雷诺数时存在惯性副区, 借助量纲分析得出了速度结构函数的标度指数和波数空间能谱的“ $-5/3$  幂律”, 进而猜测在惯性副区标度律具有普适性, 即它与大尺度的运动特性、黏性耗散机理以及流动的具体环境无关. 半个多世纪以来, Richardson 级串模式已成为研究湍流统计特性, 特别是标度律的基础. 这里需要特别指出的是, 研究是在不同的尺度中进行的, 从来流的含能区(大涡)到分子黏性的耗能区之间, 还存在惯性副区( $\lambda$ ), 也称作 Kolmogorov 副区(小涡), 雷诺数中的特征尺度  $L$  表达了大尺度的大振幅的涨落, 经常称作外尺度, 分子黏性起作用的耗能区的尺度以  $l_0$  表示, 也称作内尺度. 均匀各向同性湍流研究的是远小于特征尺度  $L$  的充分发展的湍流(但它保留了湍流质量、能量和动量输运的基本属性). 显然, 在惯性副区里 ( $L \gg \lambda \gg l_0$ ), 反映的是湍流的局部性质, 即在边界层流体中远离固壁的湍流, 对于大气湍流而言, 将它看成是均匀各向同性湍流是非常恰当的, 像大气边界层湍流, 晴空湍流就是实例, 因为远离固壁(或边界)并远大于  $l_0$  的条件是完全满足的. 正是柯尔莫果洛夫本人, 考虑到实际流动总是受边界的影

响, 受边界影响较大的大尺度涡旋的运动不可能是各向同性的, 并在 1941 年提出了局部均匀各向同性的假设, 他和奥布霍夫等人在均匀各向同性湍流的研究方面所取得的非常重要的成果, 早已为数学、物理学和力学界所公认, 尤其是利用相似理论和量纲分析得出的标度律和它的空间谱形式简洁优美, 获得湍流界的赞誉也就是实至名归了. 在分析速度关联函数时, 为使其不仅在小尺度上成立, 而且在所有尺度上都成立, 可以把完全各向同性湍流想象成流体被强烈搅拌后自由流动的情形, 它当然会衰减, 就理论研究来说, 设想一种理想情况和做出某些简化是常有的事.

在湍流的统计理论中, 标度律是多尺度、大自由度、复杂非线性动力系统的重要研究内容, 在高雷诺数的湍流场中, 大量实验观测到空间相距  $l$  的两点速度差的  $p$  阶统计矩  $\langle \delta u(l)^p \rangle = \langle |u(x+l)-u(x)|^p \rangle$  或在尺度  $l$  的球内平均能量耗散率的  $p$  阶统计矩  $\langle \varepsilon^p \rangle$  对  $l$  呈现幂律变化, 即  $\langle \delta u(l)^p \rangle \propto l^{\zeta_l^u(p)}$  或  $\langle \varepsilon^p \rangle \propto l^{\zeta_l^\varepsilon(p)}$ , 这就是湍流的标度律. 它是多尺度、大自由度系统不同尺度间非线性相互作用和自组织过程的一般规律. 但是, 它必须体现 N-S 方程的强非线性作用 ( $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ ), 即  $\zeta_l^u(p)$ ,  $\zeta_l^\varepsilon(p)$  与  $p$  之间应具有非线性关系. 根据它们的具体形式, 可以从大尺度速度脉动定量地预测任何小尺度的速度脉动. 因此, 人们以极大的热情探讨湍流惯性区标度律的具体形式和它的适用范围<sup>[10]</sup>. 对于 K41 理论, 它给出的结构函数及能量耗散率的标度律在高阶矩时与实验结果不符, 对此 Landau 首先指出原因是没有考虑能量耗散率  $\varepsilon$  的涨落<sup>[11]</sup>, 不久之后, 实验发现了湍流的间歇性<sup>[12]</sup>, 特别是分形概念出现之后, 湍流研究者才认识到间歇性对建立速度结构函数标度律的重要意义. 计入间歇性的一些重要模型, 例如  $\beta$  模型<sup>[13,14]</sup>、多分形级串模型<sup>[15]</sup>、GOY 壳模型<sup>[16]</sup>、对数-Poisson 模型<sup>[17,18]</sup> 和对数-正态模型<sup>[19]</sup> 等, 理论预测和实验结果在较高阶矩时比较一致<sup>[20]</sup>. 这些模型优于 Kolmogorov 模型的原因何在? 笔者认为, 在发达湍流中, 能量耗散率  $\varepsilon$  级串的统计自相似图案与湍流间歇性结合在一起才是建立标度律的基础; 显然, 前者仅考虑了均匀级串的自相似性; 后者还考虑了间歇性. 而间歇性特别是时-空间间歇性的存在, 就意味着湍能从大涡(大尺度)向小涡(小尺度)的逐级传递过程, 严格地说既不充满空

间也不能看作是平稳随机过程(特别是 1967 年 Kline 等人在边界层实验中观测到拟序结构之后), 因而也就不再遵循 Richardson 级串模式.

余振苏认为, 湍流的间歇性, 特别是最大振幅的强大间歇结构或最高激发态的有序小概率事件, 对能量级串起支配作用, 由此提出了 She-L 的层次结构模型<sup>[18,21]</sup>. 与湍能的均匀级串模型不同, 赵松年和胡非认为, 含能大涡在每一步级串中, 各种不同尺度的涡并存, 由于不同尺度之间存在相位上的同步、异步、同相或反相, 通过它们之间的非线性相互作用使得彼此或加强或减弱造成不同尺度的振幅产生强烈的起伏, 由此解释了间歇性的起因, 借助转移概率函数从同步级串模型可以解析地得出湍流普适的标度律, 得到大气边界层实测结果的验证, 它具有分形和自相似的无穷嵌套结构以及演化的混沌特性<sup>[22,23]</sup>, 形式上与 She-L 标度律类似<sup>[21,24,25]</sup>, 如图 1 所示. 此图包含一个很有意义的内容, 值得在此加以说明: 设想在三维状态空间中, 位于一个二维环面上的吸引子, 进入吸引子的一簇轨道(描述流动向“定常”湍流转变的方式), 这一簇轨道的截面具有一定的面积, 鞍轨附近的体积微元在一个横截方向上拉伸, 而在另一个横截方向上收缩, 系统的耗散性使其体积缩小. 显然, 收缩比拉伸更多, 它们的变化具有分形特性(自相似性), 截面随着时间变成互相嵌套的条带, 数目增加而宽度减少, 在  $t \rightarrow \infty$  时, 出现吸引子. 每一条属于吸引子的轨道都会游走于所有的鞍轨层, 经过足够长的时间后, 都会接近吸引子的任何点(即遍历性), 鞍轨层和其横截面的总面积都等于零. 这样的集合对于一个方向而言, 属于康托尔集的范畴, 康托尔集的结构是吸引子的主要特性, 在  $n$  维( $n > 3$ )状态空间的更一般的情况下也是如此<sup>[26]</sup>(实际上, 洛伦茨混沌的彭加莱映射就是帐篷映射, 而后者和面包师映射又可以构造出 Cantor 集<sup>[27]</sup>). 图 1 中, 能量同步级串的过程(图 1(c))正好与康托尔集合(图 1(a))的补集相对应(图 1(b)), 也与小波变换的模式相对应(图 1(d)). 由于从层流转捩到湍流必然经过多级同步级串, 而这种级串是自相似的无穷嵌套结构(图 2), 即湍流任意时刻( $S$ )的状态( $m+k$ )均可看成是前一时刻( $i$ )的状态( $m$ )经  $k$  步转移而实现, 这一过程可由 Chapman-Kolmogorov 方程加以描述<sup>[28]</sup>.

$$p_{ij}^{(k+l)}(m) = \sum_{S \in I} P_{is}^{(k)}(m) p_{sj}^l(m+k), \quad i, j \in I$$

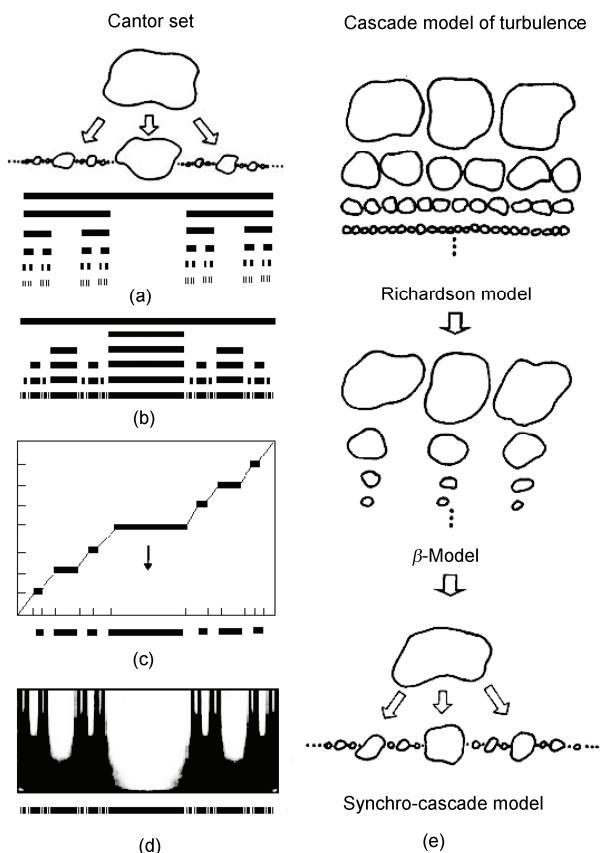


图 1 3 种不同的湍能级串模型

Figure 1 Three different cascade patterns of turbulence energy.

显然, 高阶转移概率可以用低阶转移概率表示, 其一步转移过程就对应于同步级串模式, 因为  $I \in S(I$  为整数集)就代表了在同步级串中各种不同尺度的涡同时并存的情形(只有这样, 才能实现多尺度涡间的非线性相互作用).

仔细分析可知, 在上述已有的许多不同的标度律中, 涉及能量级串模式的主要有 3 类, 即均匀级串模型、间歇级串模型和同步级串模型(图 1). 探讨和研究这些模型之间的本质异同, 比较以这些模型为基础提出的标度律(如: K41-模型、 $\beta$ -模型、对数-正态模型、She-L 模型和同步级串模型等)到底反映了何种能量级串图案, 是一个很有价值的问题. 尽管我们很早就想探讨这个问题, 但是受困于不知如何入手研究, 经过长期的思考、阅读和分析相关文献资料, 近期才悟出其中的切入点是能量的输运、分配和耗散以及再分配之间的平衡关系, 可以采用 Karman 和 Howarth 提出的湍流能量演化的动力学方程<sup>[29]</sup>, 对它进

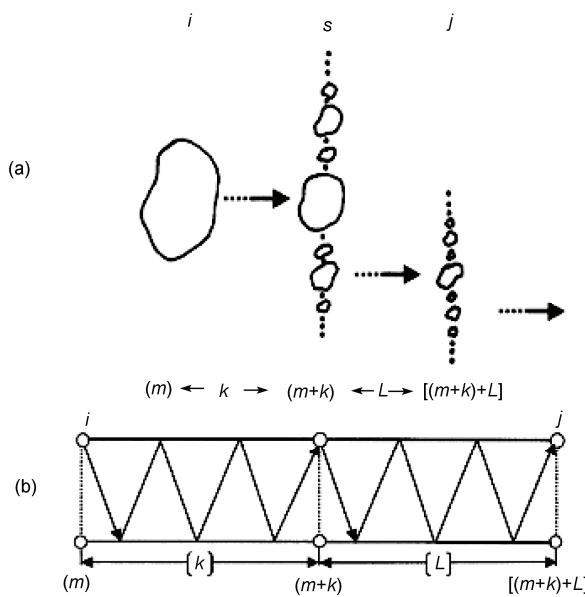


图 2 自相似的无穷嵌套结构. (a) 同步级串的嵌套结构;  
(b) 状态转移概率示意图

**Figuer 2** Infinite nested self-similar structure. (a) Nested structure of synchro-cascade pattern; (b) schematic diagram of state transfer probability.

行傅里叶变换获得湍谱之后, 就可以从理论研究入手, 分析发生在惯性区宽波段中的能量的平衡机制和图案, 由此揭示上述 3 类模型各自的能量级串机制, 比较它们的本质区别, 进而研究以湍流统计方法提出的标度律的合理性问题.

能量通过含能区输入而维持流体的整体流动, 对于湍流研究者, 这是不言而喻的事, 均匀各向同性湍流的研究正是在惯性副区内进行的, 随着非线性动力学的发展, 可以从湍流统计平均、多重分形和自相似的无穷嵌套结构等观点来看待均匀各向同性的图案. 对于均匀各向同性湍流而言, 各统计量的空间导数均为零, 湍动能总是衰减的, 速度相对于时间的变化为零, 因此, 运动在黏性的作用下由于耗散而衰减; 但是, 问题的关键在于平均流动的能量方程中包含着一个具有相反符号的对应项, 表明雷诺应力的作用是为湍流脉动提供能量, 这在风洞中格栅后面的核心工作区即可看到. 在泰勒于 1935 年引入这个概念之后, 使得速度关联函数得到很大简化, 它所存在的问题就是如何考虑边界条件对流动的影响; 1941 年柯尔莫果洛夫注意到这个问题, 边界对较大尺度的涡旋影响较大, 因此, 大尺度涡旋的运动不会是各

向同性的, 受边界影响小的小尺度涡旋是各向同性的, 提出了局部各向同性湍流的概念, 研究了湍流的相对速度并得出了速度的结构函数, 他和奥布霍夫研究湍流局部特性取得了许多非常重要的结果<sup>[9-11]</sup>. 围绕着均匀各向同性湍流的概念, 同样展开了许多湍流理论研究, 因为在风洞格栅的后面, 在一定的初始距离上强烈地产生出湍流的能量, 在其后, 便会展开许多湍流理论研究, 因为可以得到实验的检验.

## 5 关于湍流的定义

国内有些湍流研究者谈及湍流问题研究的困难时, 经常提起的是直到现在, 连“湍流是什么”都没有一个公认的定义, 可见它是如何困难! 笔者并不这样认为, 因为要想给出一个湍流的定义, 国际上那些著名的湍流专家聚集一起, 研讨出一个与当时认识水平一致的基本定义, 并不是一件难事, 为什么没有这样做呢?

给湍流下一个既简短又完整的定义的确比较困难, 可能将湍流描述为“一个连续的不稳定状态”, 或许是一个可以被许多人接受的定义<sup>[30]</sup>; 当然, 从事湍流研究的名家学者更愿意根据自己的理解和研究的侧重, 谈论他本人对湍流的理解. 其实, 湍流领域的同行们并没有被这个问题所困扰, 也不影响学术交流和论文、著作的发表. 笔者认为对湍流的概括可能应当包括如下因素, 就是 N-S 方程、雷诺数、多尺度、多模态以及复杂性. 由此或许可以说湍流就是指由 Navier-Stokes 方程所描述的黏性流体当超过临界雷诺数  $Re_{cr}$  后, 从规则流动转换为在时空中紊乱复杂的多尺度涡旋运动的形态.

## 6 结语

20 世纪 70 年代分形理论<sup>[17,31]</sup>, 混沌理论, 耗散结构和小波分析方法的出现<sup>[32]</sup>, 曾经使物理学界对湍流的研究产生新的希望, 有过一段研究高潮出现, 之后直到现在, 已经回归到平稳的, 扎实的探讨阶段. 说到湍流理论的研究, 无论题目的大小, 都会遇到如下 3 方面的困难, 即: 湍流脉动量方程是不封闭的, 非线性 ( $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ ) 难于处理, 流态的多样性和复杂性. 如何面对这类困难, 湍流研究中的结构学派看重数

学演绎的严谨; 而统计学派侧重于动力系统演化的信息提取。研究者们则希望根据自己以往研究工作的积累和有限的专业知识背景, 在力所能及的情况下, 选择一个经过努力可以完成的或能够取得进展的课题。当然, 所选课题应当具有一定的学术意义和可能有的实用价值。我们按照这个思路, 确定了研究“惯性副区中能量的级串到底由什么因素支配或控制的问题, 即标度律到底反映了惯性副区的什么特性”, 直至目前, 这个问题仍不清楚, 并没有深入研究过, 因此值得去探讨。

本文在前面曾经指出, 根据湍流的统计模式, 人们猜测在惯性副区, 标度律具有普适性, 即它与大尺度的运动特性、黏性耗散机理以及流动的具体环境无关。正是基于这一点, 以往对湍流标度律的研究, 才出现了多种不同的模型和相应的标度律。本文希望对这“猜测”是否合理给出理论上的解释, 对这些模型及其相应的各标度律进行比较研究, 重点是它们的统计方法的物理机制。

就国内湍流理论研究而言, 笔者认为, 无论是研究人力还是物力的支持力度似乎都在缩减, 仅就大气物理所为例, 在近 3 年中, 约 180 项国家自然科学基金的面上资助课题和青年基金课题, 仅有项是与湍流有关的, 就是大气边界层拟序结构的统计特

征的研究。高质量的期刊也很少刊登湍流论文, 国内的这种湍流研究后继乏人的状况, 也是国外情况的一个缩影(除了法国的湍流研究仍比较活跃之外)。当前, 大学生、硕士生和博士生不愿意将他们的年轻时光消耗在难于获得点滴成果的湍流研究课题上, 相比之下, 更愿意从事具体的流体力学课题的研究, 数值计算也是他们乐于参加的研究项目。文献[1]的作者们不必担心湍流研究中, 从事理论研究的人力、经费、资源过多的情况出现, 这也可以说是小概率事件吧。面对继续作为本世纪的难题, 鼓励一些有志向的优秀学子投入到湍流问题的探索中去是大家应尽的义务, 不奢望短期内有突破, 但希望有进展, 哪怕是缓慢的一小步的进展。

至于认为国内湍流研究的状况是理论严重脱离实际, 而评价学术成果时, 却比从事实际问题的应用基础研究获得更多的优惠。笔者认为, 这种不甚合理的学术评价规则也应该及时修正, 否则, 受影响的不仅是资深的科学家, 更严重的是他们的团队和许多青年学者, 这对于国家科学与技术同时发展十分不利, 笔者倒愿意国家优先发展工程技术和应用基础学科, 真正抱着有所为与有所不为的决策决心, 适当压缩和减少那些耗资很大, 很长时期没有前景可期待的项目, 是国家科学事业的幸事。

**致谢** 感谢北京大学物理学院刘式达教授指出: 原文中“间歇性是小概率事件”应为“最高激发态的有序小概率事件”。

## 参考文献

- 1 Zhou H, Zhang H X. What is the essence of the so-called century lasting difficult problem in classic physics, the “problem of turbulence”? *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2012, 42: 1–5 [周恒, 张涵信. 号称经典物理留下的世纪难题“湍流问题”的实质是什么? 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42: 1–5]
- 2 Ruelle D, Takens F. On the nature of turbulence. *Comm Math Phys*, 1971, 20: 167–192
- 3 Mandelbrot B. On intermittent free turbulence. In: *Turbulence of Fluids and Plasmas*. New York: Brooklyn Polytechnic Inst, 1968. 16–18
- 4 Farge M. The continuous wavelet transform of two dimensional turbulent flow. In: *Wavelets and their applications*. Rukai M B, Beylkin G, Coifman R, eds. Boston: Jones and Bartlett Publisher, 1992. 275–302
- 5 赵松年, 熊小芸. 子波变换和子波分析. 北京: 电子工业出版社, 1996
- 6 赵松年. 非线性科学—它的内容、方法和意义. 北京: 科学出版社, 1994. 62–65
- 7 赵松年. 大气非线性与湍流过程中复杂性的研究与进展. 力学进展, 1995, 25: 471–500
- 8 Richardson L H. Weather Prediction by Numerical Process. Cambridge: Cambridge University Press, 1922
- 9 Kolmogorov A N. Local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid at very high Reynolds numbers. *Dokl Akad Nauk SSSR*, 1941, 30: 301–305(Reprinted: *Proc R Soc Lond A*, 1991, 434: 9–13)
- 10 Frisch U. Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 120–140
- 11 Landau L D, Lifshitz E M. Fluid Mechanics. 2nd. Oxford: Pergamon Press, 1987
- 12 Batchelor G K, Townsend A A. The nature of turbulent motion at large wave-numbers. *Proc R Soc Lond A*, 1949, 199: 238–255
- 13 Frisch U, Orszag S A. Turbulence: Challenges for theory and experiments. *Phys Tod*, 1990, 1: 24–32

- 14 Frisch U, Sulem P L, Nelkin M. A simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence. *J Fluid Mech*, 1978, 87: 719–736  
15 Parisi G, Frisch U. On the singularity structure of fully developed turbulence. In: Ghil M, Benzi R, Parisi G, eds. *Turbulence and predictability in geophysical fluid dynamics and climate dynamics*. Amsterdam: North-Holland Publishers, 1985. 84–87  
16 Gledzer B E. System of hydrodynamic type admitting two quadratic integrals of motions. *Sov Phys Dokl*, 1973, 18: 216–217  
17 Dubrulle B. Intermittency in fully developed turbulence: Log-Poisson statistics and generalized scale covariance. *Phys Rev Lett*, 1994, 73: 959–957  
18 She Z S, Waymire E. Quantized energy cascade and Log-Poisson statistics in fully developed turbulence. *Phys Rev Lett*, 1995, 74: 262–265  
19 Kolmogorov A N. A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in viscous incompressible fluid at high Reynolds number. *J Fluid Mech*, 1962, 13: 82–85  
20 Benzi R, Ciliberto S, Baudet C, et al. On the scaling of 3-dimensional homogeneous and isotropic turbulence. *Physica D*, 1995, 80: 385–398  
21 She Z S, Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Phys Rev Lett*, 1994, 72: 336–338  
22 Zhao S N. Synchrocascade pattern in the atmospheric turbulence. *J Geophys Res*, 2003, 108(D8), ACL 4: 1–8  
23 Zhao S N, Xiong X Y, Cai X H, et al. A new turbulence energy cascade pattern and its scaling law. *Europhys Lett*, 2005, 69: 81–87  
24 She Z S, Jackson E S, Orszag A. Intermittent vortex structures in homogeneous isotropic turbulence. *Nature*, 1990, 344: 226–228  
25 She Z S, Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Phys Rev Lett*, 1994, 72: 336–338  
26 朗道, 栗弗席兹 著. 流体动力学(第五版). 李植, 译. 北京: 高等教育出版社, 2013  
27 Wiggins S. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. New York: Springer-Verlay, 1992  
28 Feller W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. New York: Wiley, 1991  
29 是勋刚. 湍流. 天津: 天津大学出版社, 1994  
30 胡非. 湍流、间歇性与大气边界层. 北京: 科学出版社, 1995  
31 刘式达, 刘式适. 物理学中的分形. 北京: 北京大学出版社, 2014  
32 刘式达, 梁福明, 刘式适, 等. 大气湍流. 北京: 北京大学出版社, 2014

## Turbulence question: How do view “the homogenous and isotropic turbulence”?

ZHAO SongNian<sup>\*</sup> & HU Fei

*Stat Key laboratory of Atmospheric Boundary Layer Physics and Atmospheric Chemistry, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

In the statistical theory of turbulence, the clear-air turbulence in the atmosphere, the wind tunnel flow state in the core zone of the work area behind the grids, can be seen as a homogeneous and isotropic turbulence. Kolmogorov's study pointed out that the inertial set-range of spectrum function corresponds to homogeneous and isotropic turbulence; therefore, the scaling law is universal. From this, Kolmogorov deduced famous ( $-5/3$ ) power law of turbulent energy cascade. But in the case observed intermittent and coherent structure in the experiments, it is needed to conduct comparative study between the energy cascade models and its corresponding scaling laws, the focus is to explore and study the physical mechanism of their statistical methods. Because there is a nonlinear term in N-S equation, especially the closure issues, which make the results of theoretical studies and numerical experiments have diversity and complexity, on this problem, there is no effective mathematical approach at present. In this paper, atmospheric turbulence as the central subject under discussion, several major issues related to this are discussed, namely: what is the problem of turbulence, turbulence theory and boundary layer theory, the nature of the turbulence problem, atmospheric turbulence, and the definition of the turbulence problem. We, especially, discuss the three different kinds of scaling laws, and look to prospects of turbulence research.

**turbulence, chaos, wavelets, century puzzle, Navier-Stokes equations**

**PACS:** 47.27.N-, 47.27.nb, 47.27.De, 47.27.Gs

**doi:** 10.1360/SSPMA2014-00362