论文

物态方程对初生中子星星风动力学的影响

刘门全^{①②③*}, 张洁^①, 袁业飞^②

① 西华师范大学理论物理研究所, 南充 637002;

② 中国科学院星系与宇宙学重点实验室, 中国科学技术大学天文学系, 合肥 230026;

③ 中国科学院星系与宇宙学重点实验室, 中国科学院上海天文台, 上海 200030

*联系人, E-mail: liumq@shao.ac.cn

收稿日期: 2011-02-19; 接受日期: 2011-05-02

国家自然科学基金(批准号: 11273020), 中国博士后科学基金(编号: 2012T50446), 四川省教育厅科研基金(编号: 10ZC014)和西华师范大学科研基金(编号: 11B007, 11B008)资助项目

摘要 初生中子星中微子驱动的星风被认为是 r -过程和 p -过程发生的场所之一. 基于牛顿流体动力学方程组, 我们讨论了 3 种不同物态方程((i) 严格物态方程; (ii) 忽略正负电子对简并参数; (iii) 忽略气体压强)对初生中子星中微子驱动星风动力学的影响. 结果发现, 忽略简并参数的物态方程是个很好的近似; 忽略气体压强的物态方程会明显地降低星风的密度、温度, 提高速度和核子熵, 但电子丰度几乎不会改变. 同时星风物质溢出率、动力学时标等影响核合成的重要参量都有明显的改变. 对 $1.4 M_{\odot}$ 的典型中子星模型, 我们发现在反中微子光度为 $8 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$ 时, 星风物质是富中子的, 采用不同的物态方程可能使诞生的快中子俘获元素的平均质量数最大相差 6; 在反中微子光度为 $1 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$ 时, 星风物质是富质子的, 质子俘获重核的相对丰度可能相差一倍, 因此考虑合适的物态方程是极为重要的.

关键词 超新星, 中子星, 核合成, 物态方程, 星风动力学**PACS:** 26.50.+x, 97.60.Bw, 97.60.Jd**doi:** 10.1360/132011-185

快中子俘获过程(r -过程)是形成铁族以上重元素的重要途径. 当前, r -过程核合成依然是核天体物理中没有解决的重大问题. 天文观测表明, 尽管极贫金属星中的金属含量比太阳的金属含量低几个量级, 但太阳和极贫金属星中的快中子俘获元素(r -元素)分布模式却是高度相似的, 这就暗示不管是太阳中的 r -元素还是极贫金属星中 r -元素都是来自同一类源, 就好像是同一种炼丹炉中炼出的产物^[1,2]. 对于 r -元素

的诞生场所至今仍然存在争议. 主要有两个可能场所: 一个是中子星和中子星并合(如参见文献[3]以及其引文). 这种观点认为在中子星合并时有部分物质抛射到太空中. 原来中子星中有大量的强简并的中子, 抛到太空中后形成大量非简并的自由中子, 作为 r -过程的中子源. 但是这种机制下抛射量非常依赖于中子星的物态方程和初始自旋, 而且能否保证每次抛射出去的 r -过程核合成产物的组份一致也是一个

引用格式: 刘门全, 张洁, 袁业飞. 物态方程对初生中子星星风动力学的影响. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 787–794

Liu M Q, Zhang J, Yuan Y F. Effect of equation of state on the dynamics of neutrino-driven wind from proto-neutron star (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2013, 43: 787–794, doi: 10.1360/132011-185

很大的不确定因素. 最近, 还有学者认为夸克新星^[4]或者是黑洞和中子星并合^[5]是 r -元素的诞生场所; 另一个重要的 r -过程核合成场所是初生中子星中微子驱动的星风, 这个过程的优势在于 r -过程核合成是从最基本的质子、中子开始进行的, 而与原来超新星爆发前的前身星的组份关系不大. 因为在初生中子星表面的重核在激波经过时已经被全部光裂解为自由核子, 所以它能够保证每次 r -过程核合成产物的相对丰度的统一. 另外从超新星的爆发几率, 核合成元素的分布特点等都支持初生中子星的星风是 r -过程核合成主要场所^[2,6-8]. 除了 r -元素, 初生中子星的星风也被认为是质量数为 92–126 的中等质量的质子俘获 (p -过程)核素的诞生场地^[9].

至今, 初生中子星星风动力学及其爆炸性的核合成已被许多学者研究. 然而, 初生中子星的星风模型仍然面对不少困难. 先前的研究表明要实现成功的 r -过程核合成需要满足 3 个条件^[10]: (1) 高的核子熵; (2) 短的膨胀时标; (3) 小的电子丰度, 从而得到大的中子与种子核的比率. 明显地, 很多因素都会影响上述的物理参量, 如物态方程, 中微子加热率, 广义相对论效应, 逆激波, 核反应率等. 毫无疑问, 物态方程是其中一个基础性的影响因素, 不管是牛顿力学还是广义相对论条件下, 物态方程都是其解动力学方程的关键. 但是很多时候不同作者根据采用不同的物态方程, 有的要严格一些, 有的要简化一些, 更多的作者在文中没有具体注明或提及所采用的物态方程(如许多引用[11]的文献). 严格的和简化的物态方程对各个物理参量的影响相差多大至今未见详细的文献讨论. 我们认为这种差异对于分析不同作者得到的结果和结论(特别是大量未明确注明物态方程的情况下)的不确定度是有极大帮助的. 在这篇文章里, 我们将基于明确的牛顿的星风流体动力学方程组讨论 3 种常用的物态方程对于动力学过程及其核合成重要物理量的影响.

1 初生中子星星风中常用的物态方程

1986 年, 在超新星的中微子延迟爆发机制提出不久. Duncan 等人提出在超新星激波冲出铁核后, 强大的中微子流加热初生中子星表面的物质可能导致其表面的质量损失. 在短时标内这一过程可以处理为稳态过程. 当时他们采用的物态方程为^[12]

$$P = \frac{1}{3}aT^4 + \frac{k}{m_N}\rho T. \quad (1)$$

其中 P 为压强, a 为辐射常数, T 为温度, k 为 Boltzmann 常数, m_N 为核子质量, ρ 为质量密度. (1) 式的第一项代表辐射压强, 第二项代表气体压强. 注意 Duncan 等人在第一项中只考虑了光子的贡献. 实际上初生中子星的温度在 10^{10} K 以上, 高温会产生大量的正负电子, 正负电子的压强不能忽略, 因此这个物态方程是不严格的, 现在基本没有被采用. 此后, Qian 等人^[11]求解了基于牛顿力学的稳态流体动力学方程组. 他们注重物理图像, 得到了星风中重要物理参量的估算公式. 这是一篇经典的论文, 本文将采用他们的流体力学方程组, 重复如下:

$$4\pi r^2 \rho v = \dot{M}, \quad (2)$$

$$v \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} - \frac{GM}{r^2}, \quad (3)$$

$$v \frac{d\varepsilon}{dr} - \frac{v}{\rho^2} P \frac{d\rho}{dr} = \dot{q}, \quad (4)$$

$$v \frac{dY_e}{dr} = \lambda_{\nu_e n} + \lambda_{e^+ n} - (\lambda_{\nu_e n} + \lambda_{e^+ n} + \lambda_{\nu_e p} + \lambda_{e^- p})Y_e. \quad (5)$$

方程组中(2)式为质量守恒方程. r 为星风中物质离中心的距离, v 为速度, $\dot{M}$ 是单位时间的质量溢出率. (3)式为动力学平衡方程, G 为引力常数, M 为初生中子星的质量. (4)式为能量守恒方程, ε 为单位质量的内能(比内能), $\dot{q}$ 为每个核子总的加热率(比加热率), 由加热反应和冷却反应两个部分组成, 详细的计算参见文献[11]. 方程(5)表示组份的平衡, 即电子数目的增减与电子丰度的变化平衡. Y_e 表示电子丰度, λ 表示各种弱相互作用率, 下标代表参加反应的粒子. 除了以上四个方程, 还需要物态方程和比内能的表达式是对其补充, 形成完备的方程组. Qian 等人给出的物态方程为(记为 EOS-1)

$$P = \frac{11\pi^2}{180} \frac{k^4}{(\hbar c)^3} \left(1 + \frac{30\eta^2}{11\pi^2} + \frac{15\eta^4}{11\pi^4} \right) T^4 + \frac{k}{m_N} \rho T. \quad (6)$$

其中, $\hbar$ 为约化的 Plank 常数, c 为光速, $\eta \equiv \mu_e/kT$ 为简并参数, μ_e 为电子化学势, 详细的计算过程参见文献[13]. 方程(6)右边第一项可以分解为 $\pi^2 k^4 T^4 / 45 (\hbar c)^3$ 和 $7\pi^2 k^4 T^4 / 180 (\hbar c)^3 + \eta^2 k^4 T^4 / 6 (\hbar c)^3 + \eta^4 k^4 T^4 / 12 (\hbar c)^3$ 两部分之和, 第一部分代表光子的压强, 第二部分代表正负电子对的压强. 比内能为

$$\varepsilon = \frac{11\pi^2}{60\rho} \frac{k^4}{(\hbar c)^3} \left(1 + \frac{30\eta^2}{11\pi^2} + \frac{15\eta^4}{11\pi^4} \right) T^4 + \frac{3}{2} \frac{k}{m_N} T.$$

要求解以上微分方程组还需要初始模型和边界条件. 我们这里选用的初生中子星模型的质量为 $1.4 M_{\odot}$, 半径为 10 km . 需要说明的是实际的初生中子星半径可能要比这个值大^[14]. 中子星的半径和物态方程有密切关系, 1.4 倍太阳质量, 半径 10 km 对应比较软的物态方程, 而最近 Demorest 等的研究表明中子星物态方程可能比较硬^[15], 1.4 倍太阳质量的中子星, 它的半径应该取 12 km , 甚至 15 km . 但先前许多作者在研究初生中子星风问题时所采用的半径都为 10 km , 如文献[1,6,10,16]等. 为了与前人的工作比较, 本文仍然采用和他们一致的模型. 星风的初始位置密度为 $1 \times 10^{13} \text{ g cm}^{-3}$ ^[1]; 初始电子丰度可以由质子、中子和正负电子系统的平衡条件决定(参见文献[17]). 初始温度 T_i 由反中微子和中微子的光度和平均能量决定,

$$T_i \approx 1.03 \left[1 + \frac{L_{\bar{\nu}_e,51}}{L_{\nu_e,51}} \left(\frac{\varepsilon_{\bar{\nu}_e}}{\varepsilon_{\nu_e}} \right)^2 \right]^{1/6} \frac{L_{\bar{\nu}_e,51}^{1/6}}{R_6^{1/3}} \varepsilon_{\bar{\nu}_e}^{1/3} \text{ MeV}. \quad (7)$$

实际运算时温度化为以 K 为单位. 上式中 $L_{\nu_e,51}$, $L_{\bar{\nu}_e,51}$ 为以 $10^{51} \text{ erg s}^{-1}$ 为单位的中微子和反中微子光度, ε_{ν_e} , $\varepsilon_{\bar{\nu}_e}$ 分别是以 MeV 为单位的中微子和反中微子能量(这里引入 $\varepsilon_i = \langle E_i^2 \rangle / \langle E_i \rangle$, $\langle E_i \rangle$ 和 $\langle E_i^2 \rangle$ 分别为中微子能量的平均值和中微子能量平方的平均值, 它们的关系可以参见文献[18]中所谓的 α 拟合). 反中微子光度作为可调参数, 我们选取 $L_{\bar{\nu}_e,51} = 1$ 和 8 两种情况, 中微子和反中微子光度满足 $L_{\bar{\nu}_e,51} / L_{\nu_e,51} = 1.3$, 中微子和反中微子的平均能量参考文献[1].

根据以上的方程组初始条件和 Qian 等人的方法, 可以得到稳态的星风解. 但星风速度的计算是非常复杂的, 它与方程(2)中的溢出率 $\dot{M}$ 密切相关. 图 1 给出对模型 $L_{\nu_e,51} = 8$, 不同的溢出率对应的星风速度分布. 从图中可以看出, 在初始阶段, 速度总是增加的. 接着的演化非常依赖于溢出率. 溢出率越大, 星风的最大速度就越大. 对于小的溢出率(如最下面的线), 经过最大值后速度不断下降, 物质将不断堆积, 因此不能形成把物质吹到太空的有效星风. 或者说在这样的情况下, 速度始终是亚声速的. 另一个极端情况是如果是溢出率偏大(如最上面的线), 星风会产生没

图 1 不同的溢出率对应的星风速度分布

反中微子光度 $L_{\bar{\nu}_e,51} = 8$, 初生中子星质量 $1.4 M_{\odot}$, 半径为 10 km , 物态方程为 EOS-1, 3 条实线从下到上依次为质量溢出率

$$\dot{M} = 2.33 \times 10^{-4}, 2.35 \times 10^{-4}, 2.37 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{ s}^{-1}$$

Figure 1 Speed distribution for different outflow rates, assuming the anti-neutrino luminosity is $8 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$, the neutron star mass and radius are $1.4 M_{\odot}$ and 10 km , respectively, and Eos is EOS-1. Three solid lines (from up to down) correspond to outflow rates

$$\dot{M} = 2.33 \times 10^{-4}, 2.35 \times 10^{-4}, 2.37 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{ s}^{-1}.$$

有物理意义的震荡, 当然其他的物理量如密度、温度等都会形成没有物理意义的振荡. 因此对于给定的模型和初始条件, 只有一个临界的溢出率才是合理的, 才能实现速度从声速增加到超声速(所谓的跨声速解), 速度最后变为一个常数. 例如对模型 $L_{\nu_e,51} = 8$, $\dot{M} = 2.35 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{ s}^{-1}$ 才是溢出率的合理值. 还有一个值得注意的问题是步长选取, 特别是在中子星表面, 由于温度、密度等变化都非常剧烈, 因此需要很小的步长, 否则会导致数据溢出或突变.

除了上面提到的物态方程 EOS-1, 在实际运用中为了简化运算, 也有学者采用如下物态方程(记为 EOS-2)^[19]:

$$P = \frac{11\pi^2}{180} \frac{k^4}{(\hbar c)^3} T^4 + \frac{k}{m_N} \rho T. \quad (8)$$

和物态方程 EOS-1 比较, 它缺少了电子的简并参数, 忽略了电子化学势对于压强的影响, 相当于假设正负电子的数密度是相等的. 相应地, 比内能也随之改变. 另外, 为了进一步简化方程, Qian 等人^[11,20]提出了如下物态方程(记为 EOS-3):

$$P = \frac{11\pi^2}{180} \frac{k^4}{(\hbar c)^3} T^4 \approx \frac{11}{4} \frac{aT^4}{3}. \quad (9)$$

与物态方程 EOS-1 和 EOS-2 比较, 它只考虑了光子和正负电子对压强的贡献, 同时忽略了气体压强和正负电子数密度的差异的影响. 这是最为简单的物态方程, 但有时为了简化需要, 也被一些作者所采用^[20].

按前面所述, 我们可以得到温度、密度、电子丰度等物理量随半径的分布, 但还要讨论星风中的核合成, 其他三个物理量核子熵、动力学时标、中子与种子核的比率必不可少. 在严格的物态方程下, 每个核子的熵由下式决定:

$$S = \frac{m_N}{\rho} \left(\frac{11\pi^2}{45} T^3 + \frac{1}{3} \eta^2 T^3 \right) \approx \left(2.4126 + \frac{1}{3} \eta^2 \right) \times 2.1618 \frac{T_{\text{MeV}}^3}{\rho_8}. \quad (10)$$

这里 T_{MeV} 是以 MeV 为单位的温度, ρ_8 是以 10^8 g cm^{-3} 为单位的密度. 熵以 Boltzmann 常数为单位. 在 $\eta \ll 1$ 时, (10)式简化为

$$S \approx 5.22 \frac{T_{\text{MeV}}^3}{\rho_8}, \quad (11)$$

这正好是 Qian 等人的结果, 或者等效于最近 Farouqi 等人^[21]的结果 $S=11aT^3/3\rho$, 但在密度高时, η 并非远小于 1, 因此(11)式在中子星表面附近应该慎用.

至于动力学时标(定义为从中微子球表面出发到形成 α 粒子这段时间), 不同的作者给出不同的定义^[1,11,16], 而且彼此差别较大. 我们这里采用 Metzger 等人^[16]的定义,

$$\tau_{\text{dyn}} \equiv \left[\frac{T}{v |dT/dr|} \right]_{T=0.5 \text{ MeV}}. \quad (12)$$

这里 0.5 MeV 被认为是自由质子和中子结合生成 α 粒子的特征温度. 此后各种带电粒子反应开始直到温度降到 0.25 MeV. 在图 2(b)中, 我们标出了这些特征温度的对应区域.

另外一个重要参量是中子与种子核的比率 Δ_n , 这里要分富质子($Y_e > 0.5$)和富中子($Y_e < 0.5$)两种情况分别讨论^[6]. 当星风组份为富质子时, 中子与种子核的比率为

$$\Delta_n \approx \left[\tau_{\text{dyn}} \lambda_{\bar{\nu}_e} \frac{Y_p}{Y_s} \right]_{T_0=2}. \quad (13)$$

其中 $\lambda_{\bar{\nu}_e}$ 是反中微子的吸收率, T_0 是以 10^9 K 为单位的温度, Y_p , Y_s 分别是自由质子和种子核的丰度, 注意所有的丰度都是指粒子数比上总的重子数.

$$Y_s \approx \frac{1-Y_e}{28} \left\{ 1 - \left[1 + 1.4 \times 10^5 \tau_{\text{dyn}} S_f^{-2} (1-Y_e)^2 \right]^{-1/2} \right\}. \quad (14)$$

其中 S_f 表示开始绝热膨胀时的熵, 因为在绝热膨胀时熵几乎不变. 当星风组份为富中子时, 中子与种子核的比率为

$$\Delta_n \approx \frac{\bar{Z}(1/2 - Y_e)}{Y_e/2 - Y_{\alpha,f}} + 2\bar{Z} - \bar{A}. \quad (15)$$

其中 $\bar{Z}$, $\bar{A}$ 分别为种子核的平均质子数和质量数, $\bar{A} \sim 50-100$ ^[22], $Y_{\alpha,f} = Y_{\alpha,i} - \bar{Z}Y_s/2$, $Y_{\alpha,i}$ 和 $Y_{\alpha,f}$ 分别为 r-过程核合成前后的 α 粒子丰度,

$$Y_s \approx (1 - 2Y_e) \left[1 - \exp(-8 \times 10^8 \tau_{\text{dyn}} S_f^{-3} Y_e^3) \right] / 10.$$

2 计算结果分析

图 2 给出在高光度中微子和反中微子流($L_{\bar{\nu}_e,51} = 8$)时, 三种不同的物态方程对典型初生中子星模型的计算结果. 我们可以看出, 密度、温度、电子丰度、速度和核子熵总体的变化趋势是一致的, 而且差别不是很大, 这可能是为什么这三种方程都有学者使用的原因. 下面我们分别分析这些物理量的变化规律和差异. 图 2(a)中显示密度随距离的增大而剧烈降低, 对物态方程 EOS-1 和 EOS-2, 在距离 34.3 km 内, 密度下降 6 个量级; 而对于物态方程 EOS-3, 密度下降还更加剧烈, 密度下降 6 个量级只有 23.6 km. 物态方程 EOS-1 和 EOS-2 的结果基本重合, 而偏离物态方程 EOS-3 的结果, 这表明在中子星星风中由于密度很大, 气体压强是有重要影响的. 相比密度, 温度的变化规律与其一致. 物态方程 EOS-1 和 EOS-2 对应的 α 粒子形成的位置为 71.8 km; 物态方程 EOS-3 对应的位置 55.0 km. 图 2(c)中, 电子丰度并非单调上升的, 它在中子星附近很快稳定后, 不同物态方程的结果是完全一样的. 这是因为电子丰度主要由中微子和反中微子的吸收速率决定的, 而它们是中微子和反中微子光度和平均能量的函数, 与温度、密度的关系很小. 在中子星附近, 由于密度和温度都很大, 这时的电子俘获对电子丰度也有较大影响, 而电子俘获的计算采用了文献[11]的简化表达式, 因此出现了分布

图 2 初生中子星风中各种物理参量分布

反中微子光度为 $8 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$, 初生中子星质量 $M = 1.4 M_{\odot}$, 半径 $R = 10 \text{ km}$. 其中(a)为密度分布, (b)为温度分布, (c)为电子丰度分布, (d)为速度分布, (e)为核子熵的分布. 实线表示物态方程 EOS-1, 长划线表示物态方程 EOS-2, 点划线表示物态方程 EOS-3. (b)中的两条平行线代表温度为 0.5 MeV 和 0.25 MeV, 其对应的横坐标表示了 α 反应的区域

Figure 2 Properties of proto-neutron wind, assuming the anti-neutrino luminosity is $8 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$, and the neutron star mass and radius are $1.4 M_{\odot}$ and 10 km , respectively. (a), (b), (c), (d) and (e) show the profiles of densities, temperatures, electron fraction, speed and entropy per baryon, respectively. The solid, dashed and dot dashed lines are the results from EOS-1, EOS-2 and EOS-3. Two parallel lines denote the temperatures are 0.5 MeV and 0.25 MeV. Their horizontal abscissas correspond to the region of α reaction.

上中突起. 图 2(d)中显示, EOS-3 的速度明显偏大, 在 200 km 处, 其对应速度为 $1.68 \times 10^9 \text{ cm s}^{-1}$, EOS-1 和 EOS-2 的速度为 $1.05 \times 10^9 \text{ cm s}^{-1}$. 物态方程之间最大的差异在于核子比熵. 从图 2(e)中, 物态方程 EOS-1 的熵介于其他两种之间, 比 EOS-2 的熵稍大是因为考虑了简并参数的贡献. EOS-3 有明显的偏离. 比如于 $r = 200 \text{ km}$ 处, 其值为 $83.3 k$, 比另外两种的结果大了 38.8% , 这样大的偏差必将严重影响核合成的结果, 我们将在后面分析. 总之, 忽略简并参数的物态方程, 在密度、温度和速度等方面是一个极好的近似. 图 3 与图 2 的差别是反中微子光度和平均能量变低, 密

度、温度下降更快. 比如在 $r = 200 \text{ km}$, 图 3 中密度已降低到 10^4 g cm^{-3} 以下. 电子丰度的变化明显, 一方面终态的值由图 2 中 0.46 增大到 0.52 , 另一方面这时电子丰度单调上升, 原因与前所述相同, 这是由模型的改变引起的. 熵和速度变化的规律与前面相似, 不再重述.

表 1 给出我们的结果与其他文献的比较. 对于质量溢出率, 在两种不同模型下广义相对论的结果都明显小. EOS-3 质量溢出率比它大约 1.58 倍到 1.95 倍; 而 EOS-1 和 EOS-2 要大 2.7 倍左右. Robert 等人指出广义相对论的溢出率比牛顿力学结果小约 2 倍. 我们

图3 初生中子星风中各种物理参量分布图

反中微子光度为 $1 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$, 初生中子星质量 $M=1.4 M_{\odot}$, 半径 $R=10 \text{ km}$. 其他说明同图 2

Figure 3 Properties of proto-neutron wind, assuming the anti-neutrino luminosity is $1 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$, and the neutron star mass and radius are $1.4 M_{\odot}$ and 10 km , respectively. The other notes are the same to Figure 2.

表 1 核合成重要物理参数的比较

Table 1 Comparison of some important nucleosyn the sis parameters

Model	物态方程	$\dot{M} (M_{\odot} \text{ s}^{-1})$	$S (k)$	$\tau_{\text{dyn}} (\text{ms})$	Y_e	Y_s	Δ_n
$L_{\bar{\nu}_e} = 8 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$	EOS-1	2.35×10^{-4}	60.8	12.8	0.46	0.0079	10.1200
	EOS-2	2.38×10^{-4}	59.3	12.6	0.46	0.0079	10.0849
	EOS-3	1.43×10^{-4}	83.3	6.72	0.46	0.0048	16.7902
	ref. 1a ^{a)}	9.05×10^{-5}	83.9	3.68	0.48	0.0017	23.5966
	ref. 1b ^{b)}	2.70×10^{-4}	68.2	3.28	—	—	—
	ref. 2 ^{c)}	1.4×10^{-4}	69.9	24.0	—	—	—
$L_{\bar{\nu}_e} = 1 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$	EOS-1	1.47×10^{-6}	112.6	148.7	0.52	0.0025	0.6501
	EOS-2	1.50×10^{-6}	107.9	140.6	0.52	0.0026	0.6007
	EOS-3	1.06×10^{-6}	135.9	81.7	0.52	0.0011	1.3548
	ref. 1a	5.44×10^{-7}	137.6	49.5	—	—	—

a) ref. 1a 表示 Thompson 等人^[1]广义相对论;

b) ref. 1b 表示 Thompson 等人^[1]牛顿力学;

c) ref. 2 表示 Metzger 等人^[16]牛顿力学;

— 表示原文没有提供数据

发现如果采用 EOS-1 和 EOS-2 则会大于 2 倍, 而采用 EOS-3 则会略小于 2 倍, 总体与预料结果一致. 与 Thompson 和 Metzger 的牛顿力学的结果比较, 我们

的结果间于两者之间, 说明我们的结果是合理的. 对比核子熵我们发现, 巧合的是, 对于不同的光度模型 EOS-3 的结果与广义相对论的基本一致. 与其他的牛

顿的结果比较, 我们的熵要小 8–9 k , 这可能是由比加热率的计算方法差异引起的. 至于流体动力学时标, Thompson 等人的结果明显的比其他偏小, 这是由于他们采用的动力学时标的定义比我们使用的 Metzger 等人的定义的结果大 3 倍, 因此我们的结果是合理的.

下面我们讨论 3 种不同的物态方程对核合成的影响. 首先讨论模型 $L_{\nu, \text{si}}=8$ 的情形, 此时 $Y_e=0.46$, 即星风是富中子的, 在带电粒子反应结束后将开始 r -过程核合成. 质量溢出率和星风持续时间决定核合成的总量, 从表 1 可以看出如果星风持续时间相同, 采用 EOS-3 将减少约 1/3 的总产量. r -元素的分布花样取决于熵、动力学时标和电子丰度. 熵越大就意味着光子越多, 光裂解的速度就会越快. 在带电粒子反应阶段, 高熵会有效地降低 ^{12}C 的产生率. 由于在生成种子核的过程中生成 ^{12}C 的反应最慢, 因此 ^{12}C 的数目就基本等同种子核的数目. 从表 1 可以看出 EOS-3 的熵比其余两种物态方程大约 1/4, 因此 EOS-3 对应的种子核的数目必然少很多. 又因为 ^{12}C 是三体反应产生, 三体反应的速率正比于密度的平方, 膨胀越快(动力学时标越短)密度就减少越快, 以至于 ^{12}C 冻结(此后停止产生 ^{12}C)的时间相对越快, 这将导致 ^{12}C (此后的种子核)的产量降低^[22]. 我们发现 EOS-3 的动力学时标 6.72 ms 比 EOS-1 和 EOS-2 明显偏小. 综合熵和动力学时标两个因素, 在 Y_e 一致的情况下, EOS-3 得到较小的种子核丰度是必然结果. 当然其相应的自由中子的丰度会提高, 导致 Δ_n

偏大, 如果考虑一种极限情况, 中子全部被俘获并且生成核没有光裂解, EOS-3 诞生的快中子俘获元素的平均质量数将比 EOS-1 和 EOS-2 大 6, 然而 EOS-1 和 EOS-2 之间差异却十分微小.

对于模型 $L_{\nu_e}=1$ 的情形, 此时 $Y_e>0.5$, 即星风是富质子的, 此时的核合成过程类似于快质子俘获过程(rp 过程). 但由于有大量的中微子和反中微子流, 反中微子将被质子吸收连续产生中子(vp 过程), 中子数密度可到达 $10^{14}\text{--}10^{15}\text{ cm}^{-3}$, 这些中子不受库仑排斥能, 很轻易被重核俘获, 通过一系列的 $(n, p)(p, \gamma)$ 反应, 有效地经过 ^{64}Ge 等 β 半衰期很长的核, 从而生成更重的核^[23]. 可见此时星风中自由中子丰度仍然对最终产物依然是至关重要的. 粗略考虑, 合成核素的相对丰度正比于 $e^{-3\Delta_n}$ ^[9], 采用 EOS-1, 2, 3 产生的相对核素丰度分别为 0.4920, 0.5484 和 0.2580, EOS-3 产生的质子俘获核素的相对丰度几乎要少一倍. 当然如果采用不同模型具体的值应该有差异. 详细精确的结果必须要结合大型核反应网络计算得到, 但现在国内在这方面还处于起步阶段, 我们希望以后进一步开展这个工作.

总结来说, 忽略气体压强的物态方程会在富质子的星风会降低生成的重核丰度; 在富中子的星风中将明显地增大重核的平均质量数; 而只忽略电子简并参数的物态方程是个很好的近似. 许多时候为了得到解析的结果或进行估算时会采用简化物态方程, 但应该考虑以上我们提到的动力学和核合成中的各种偏差.

参考文献

- 1 Thompson T A, Burrows A, Meyer B S. The physics of proto-neutron star winds: Implications for r -process nucleosynthesis. *Astrophys J*, 2001, 562(2): 887–908
- 2 Qian Y Z. Recent progress in the understanding of the r -process. arXiv:0809.2826
- 3 Freiburghaus C, Rosswog S, Thielemann F K. R -process in neutron star mergers. *Astrophys J*, 1999, 525(2): L121–L124
- 4 Jaikumar P, Meyer B S, Otsuki K, et al. Nucleosynthesis in neutron-rich ejecta from quark-novae. *Astron Astrophys*, 2007, 471(1): 227–236
- 5 Surman R, McLaughlin G C, Ruffert M, et al. R -process nucleosynthesis in hot accretion disk flows from black hole-neutron star mergers. *Astrophys J*, 2008, 679(2): L117–L120
- 6 Roberts L F, Woosley S E, Hoffman R D. Integrated nucleosynthesis in neutrino-driven winds. *Astrophys J*, 2010, 722(1): 954–967
- 7 Wanajo S, Nomoto K, Janka H T, et al. Nucleosynthesis in electron capture supernovae of asymptotic giant branch stars. *Astrophys J*, 2009, 695(1): 208–220
- 8 Wanajo S, Janka H T, Muller B. Electron-capture supernovae as the origin of elements beyond iron. *Astrophys J Lett*, 2011, 726(21): L15–L18
- 9 Pruet J, Hoffman R D, Woosley S E, et al. Nucleosynthesis in early supernova winds. II. The role of neutrinos. *Astrophys J*, 2006, 644(2): 1028–1039

- 10 Hoffman R D, Woosley S E, Qian Y Z. Nucleosynthesis in neutrino-driven winds. II. Implications for heavy element synthesis. *Astrophys J*, 1997, 482(1): 951–962
- 11 Qian Y Z, Woosley S E. Nucleosynthesis in neutrino-driven winds. I. the physical conditions. *Astrophys J*, 1996, 471(1): 331–351
- 12 Duncan R C, Shapiro S L, Wasserman I. Neutrino-driven winds from young, hot neutron stars. *Astrophys J*, 1986, 309(10): 141–160
- 13 Fuller G M, Fowler W A, Newman M J. Stellar weak interaction rates for *fd* shell nuclei. I. Nuclear matrix element systematic with application to ²⁶Al and selected nuclei of importance to the supernova problem. *Astrophys J Suppl*, 1980, 42(3): 447–473
- 14 Lattimer J M, Prakash M. The physics of neutron stars. *Science*, 2000, 304: 536–542
- 15 Demorest P B, Pennucci T, Ransom S M, et al. A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay. *Nature*, 2010, 467(319): 1081–1083
- 16 Metzger B D, Thompson T A, Quataert E. Proto-neutron star winds with magnetic fields and rotation. *Astrophys J*, 2007, 659(1): 561–579
- 17 Liu M Q. Steady state equilibrium condition of *npe $\pm$* gas and its application to astrophysics. *Res Astron Astrophys*, 2011, 11(1): 91–102
- 18 Keil M Th, Raffelt G G, Janka H T. Monte Carlo study of supernova neutrino spectra formation. *Astrophys J*, 2003, 590 (2): 971–991
- 19 Kuroda T, Wanajo S, Nomoto K. The *r*-process in supersonic neutrino-driven winds: The role of the wind termination shock. *Astrophys J*, 2008, 672(2): 1068–1078
- 20 Suzuki T K, Nagataki S. Alfvén wave-driven proto-neutron star winds and *r*-process nucleosynthesis. *Astrophys J*, 2005, 628(2): 914–922
- 21 Farouqi K, Kratz K L, Pfeiffer B, et al. Charged-particle and neutron-capture processes in the high-entropy wind of core-collapse supernovae. *Astrophys J*, 2010, 712(2): 1359–1377
- 22 Martínez-Pinedo G. Selected topics in nuclear astrophysics. *Eur Phys J Spec Top*, 2008, 156(1): 123–149
- 23 Fröhlich C, Martínez-Pinedo, Liebendörfer M, et al. Neutrino-induced nucleosynthesis of *A*>64 nuclei: The *vp* process. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 142502

Effect of equation of state on the dynamics of neutrino-driven wind from proto-neutron star

LIU MenQuan^{1,2,3*}, ZHANG Jie¹ & YUAN YeFei²

¹ *Institute of Theoretical Physics, China West Normal University, Nanchong 637002, China;*

² *Key Laboratory for Research in Galaxies and Cosmology of Chinese Academy of Sciences, Astronomy Department of University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;*

³ *Key Laboratory for Research in Galaxies and Cosmology of Chinese Academy of Sciences, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China*

Neutrino-driven wind from proto-neutron star is regarded as one of the occasions where *r*-process and *p*-process take place. Based on Newtonian hydrodynamics equations, we discuss the effect of three different equations of state (EOSs) (EOS-1 strict; EOS-2 ignoring the degenerate parameter; EOS-3 ignoring the gas pressure) on the dynamics and nucleosynthesis of neutrino-driven wind. We find that (1) the EOS ignoring the degenerate parameter is a good approximation; (2) the EOS ignoring the gas pressure causes the density and temperature to decrease, and the speed and entropy per baryon to increase, but the electron fraction is almost not changed. Meanwhile, some important nucleosynthesis parameters, e. g., mass outflow rate and dynamic time scale, are changed dramatically. For a typical 1.4 $M_{\odot}$ proto-neutron star model, when the anti-neutrino luminosity is $8 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$, the wind material is neutron-rich, and the average mass number of the *r*-element may vary within 6 for different EOSs; While for the anti-neutrino luminosity is $1 \times 10^{51} \text{ erg s}^{-1}$, the wind is proton-rich, and the abundance of proton capture element produced by EOSIII is almost one time less than that in the other two EOSs. Therefore an appropriate EOS is very important for final product of nucleosynthesis.

supernovae, neutron star, nucleosynthesis, equation of state, wind dynamics

PACS: 26.50.+x, 97.60.Bw, 97.60.Jd

doi: 10.1360/132011-185