

大地形强迫下背风涡旋的实验研究

高守亭 平凡

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100029. E-mail: pingf@mail.iap.ac.cn)

摘要 利用转槽的实验装置, 基于相似定律, 研究了大气层结流体越过大地形时所激发的背风涡旋. 研究表明, 无量纲数中 Froude 数是最重要的参数. 在无旋转情况下, 在 Froude 数和层结适当时, 可以形成背风涡旋; 在旋转的情况下, 背风涡旋更明显和更易形成. 旋转的作用不仅能引发下坡流, 而且其生成的地转涡度能促使背风涡旋的形成. 在背风涡旋的形成机制上, 旋转的情况与无旋转情况是不同的. 对于非旋转的过山气流而言, 扰动涡度的倾斜项是产生背风涡旋的主要原因. 而对于旋转的过山气流而言, β 效应及扰动速度的水平辐合是产生背风涡旋的更重要原因.

关键词 转槽实验 背风涡旋 层结流体 大地形强迫

在中国青藏高原的东侧, 常有与波状气流相伴的对流性云团的发生、发展. 来自印度洋的暖湿气流经过青藏高原大地形的强迫抬升后, 在高原东侧激发的波动及对流活动对区域天气和气候有较大的影响^[1]. 1991 和 1998 年长江流域出现了持续性大暴雨, 卫星等遥感资料的分析研究表明, 造成如此严重暴雨的某些超强对流云团涡旋系统, 其胚胎云系可以追溯到高原的东侧^[2,3]. 基于这样的观测事实, 本文主要在于揭示高原东侧背风波与背风涡旋的发生、发展机制, 为对区域天气和气候的预报提供可靠的依据.

对气流过山的背风波及背风涡旋的研究一直是一个经典的问题. 背风波的动力学研究始于 1940 年代, 最初的理论是 Scorer^[4]的工作. 在上世纪 50 年代, Long^[5]和 Crappel^[6]对层结流体的一些特征进行了理论研究. 在上世纪 60 及 70 年代, Drazin^[7]和 Brighton^[8]进一步研究了大气及海洋中小 Froude 数 ($F_r \ll 1$) 的势流型理论及地形波阻等问题. 1980 到 1990 年代, Smith 等人^[9,11]完善了背风波的线性小振幅波动理论. 近年来, 数值模拟研究已成为一个重要的研究手段, Smolarkiewicz 等人^[12-14]用数值模式较系统地研究了中等 Froude 数下的气流经过一个铃形山脉的背风波及背风涡旋问题, 进一步验证了 Smith 的关于气流过山的线性理论. 然而, Egger^[15]应用水槽模式, 对背风涡旋的数值模拟实验表明, 目前关于背风涡旋的理论(包括 Pierrehumbert 理论、Buzzi 和 Trevisan 理论以及 Smith 理论)不能很好地解释背风涡旋的形成. Taffermer 等人^[16]进一步利用 ALPEX 的个例对背风涡旋的理论进行了检验. 研究发现: 对于 Pierrehumbert^[17]理论和 SBTM 理论(Buzzi 等人^[18])而言, 在 ALPEX 的

个例中, 关于过山气流的发展可以用线性波理论预测出来的假设被证明是不可靠的, 因而导致对接近山脉的气流预测的不准确或不充分, 产生不正确的结果. 对于 Smith 理论而言, 接近山脉的气流可从数据分析中得到, 然而并不能应用于 ALPEX 的个例中. 因此, 他们认为目前现存的理论都不能很好地解释 24 h 内观测到的背风涡旋的形成和发展.

中国近年来对气流过山背风波及背风涡旋的研究已取得了较大的进展, Chen 等人^[19]利用相似性原理研究了气流绕过青藏高原的效应; 桑建国^[20]利用两层模式讨论了稳定层结下大气的内船舶波; 刘辉志^[21]又从水槽实验和数值模拟两方面研究了中小尺度地形波及波动阻力的问题. 诸如这些研究都从不同角度对背风波及背风涡旋的形成、结构及传播特征进行了有意义的探索.

尽管近年来对背风波有诸多的研究, 但主要是限于小地形, 对大地形背风波的研究极少, 中国气象学家主要用转盘实验研究了气流对青藏高原大地形的绕流现象以及高原本身的动力、热力效应对大气环流的影响. 高守亭等人^[22]从大地形强迫背风波的角度, 研究了青藏高原大地形对过山气流的影响, 而对由大地形强迫生成的背风涡旋的研究几乎没有涉及. 所以本文的研究主要集中在大地形(在几何和动力特征上与青藏高原大地形相似)强迫出的背风涡旋上, 以有别于其他众多的研究.

需要指出的是, 目前的理论(包括小 Froude 数 ($F_r \ll 1$) 的势流型理论和大 Froude 数的线性理论)在研究大地形强迫出的背风波和背风涡旋的机制时, 都是不适用的, 因此, 需要在理论上有所创新. 本文旨

在通过转槽实验对低 Froude 数流体越过三维障碍物的现象来进行研究, 探讨大地形强迫的背风涡旋的形成机制, 以期在新的理论指导下, 对背风涡旋的形成、结构及传播特征进行科学地描述.

1 实验设计

在以往的研究中, 很多学者都采用铃铛山形为运动流体的障碍物. 为便于与以往的研究成果相比较, 我们在转槽实验中也采用了铃形山的分布结构, 即山形满足如下的分布:

$$h(r) = h_0 \cos^2\left(\frac{\pi r}{D}\right), \quad (1)$$

这里 h_0 是山顶的高度, D 是山底的直径.

在实验中, 我们选取的流体具有不变的稳定度 N 以及稳定的入流速度 U 的无黏流体, 满足 Boussinesq 近似, 因此伯努力方程可表达为下式:

$$u^2 = \frac{2}{\rho_0} \left[-p^* - \frac{1}{2} \rho_0 N^2 h^2 \right] + U^2, \quad (2)$$

其中 p^* 是气流移近地形时引起的同其离地形较远的上游同一水平面上的气压偏差. 如果 $p^* = 0$, 即在大地形的迎风面会形成驻点, 即 $u = 0$. h 是气流爬升高度. 从(2)式可知, 形成驻点时, 有 $h_m = \frac{U}{N}$, 所以这时

的 Froude 数, $F_{rm} = \frac{U}{Nh} = \frac{U}{Nh_m} = 1$. 可见 $F_r = F_{rm}$ 是一

个关键值. 若假定 $p^* = 0$, 从本质上就是把气流遇到大地形的问题归结到气流是否有足够的能量来爬过大地形, 还是因没有足够的能量而只能绕流.

因流体满足 Boussinesq 近似, 故(2)式可写为另一种方式:

$$1 - V^2 = 2\Phi^* + \frac{\eta^2}{F_r^2}, \quad (3)$$

这里 V 是水平风速, Φ^* 是同一平面上的上游气压值的偏差, η 是质点偏离基准面的垂直位移. 如果我们略去(3)式中的气压偏差, 则对于驻点发生的条件, 应当是质点的最大垂直位移 η_{\max} 应满足 $\eta_{\max} = F_r$. 当 $F_r < 1$, 对 $Z = 1 - F_r$ 的那些质点必然要停驻在 $Z = 1$ 的高度之下, 所以是不可能爬过大地形.

上述分析的约束关系即 $\eta_{\max} = F_r$ 和 $F_r = 1$ 对研究气流经过大地形的背风波问题是至关重要的. 在实验室设计方案时, 是首先要考虑的问题. 因此要求

$F_r < 1$, 但 F_r 又不能过小, 又因为 $F_r \geq 1$, 会出现驻点, 气流极易在驻点分流而出现对地形的绕流而不是爬升; 此外, 又由于质点因地形引起的垂直位移为 $\eta_{\max} = F_r$, 所以 F_r 太小, 质点也不易爬过山脉.

在考虑了上述的约束关系后, 我们具体设计了转槽的实验装置.

我们选取的旋转水槽长 215 cm, 宽 50 cm, 深 10 cm, 并且在槽的中心放置了一个铃铛状山形的模型, 山高 6.4 cm, 山底半径为 6 cm. 同转槽的总深度相比, 山高占了很大一部分, 因此可以代表大地形, 其具体分布形状由(1)式给定.

我们所做的一系列实验都是在转槽内进行的, 由于我们是用转槽实验来模拟真实大气中层结流体越过青藏高原大地形情况, 因此必然涉及到相似性问题.

我们所言的相似性主要指两个方面, 一是几何相似; 另一是动力相似. 就几何相似而言, 主要是转槽及槽内山的几何尺寸是否可与大气的区域性环境及青藏高原大地形的尺寸相对应. 具体说来, 槽内山的山宽大约是转槽槽长的 1/18; 槽内山的底部直径不到槽宽的 1/4; 在垂直方向上, 槽内山的高度与转槽深度的比为 0.64. 而从大气的区域性环境与地形来看, 中国的青藏高原主体西起 75°E 东至 95°E, 约占整个经圈的 1/18; 从南北方向看, 青藏高原的南北跨度近 20 个纬度, 也是不足纬圈的 1/4. 在垂直方向上, 实际大气中, 对流层顶平均高度大致为 12~14 km, 而喜马拉雅山海拔达 8000 m, 山高在对流层内的比也大约为 0.64~0.66. 所以转槽实验的几何设置十分相似于对流层内大地形的几何尺寸.

就动力相似而言, 在非旋转情况下, 主要涉及 Froude 数的变动范围是否能同大气的情况相符合. 实验中的 Froude 数变动的主要范围在 0.04~0.51. 而在实际大气, 浮力频率 N 的典型值在对流层内为 1×10^{-2} , 而大气对流层高度在中纬度大约为 8~10 km, 基本风速 U 的取值范围为 10~40 m·s⁻¹, 由 Froude

数的表达式 $F_r = \frac{U}{NH}$ 而知, Froude 数的变动范围为

0.1~0.5, 所以实验设计中的 Froude 数的变动范围同对流层内的 Froude 数的变动范围是一致的. 在有旋转的情况下, 除了 Froude 数外, 还需要考虑 Rossby 数. 实验中的 Rossby 数 R_0 的变动范围为 0.1~0.7. 而在实际大气中科氏参数 f 的量纲值为 10^{-4} , 大地形

引起的水平特征波长为 10^6 , 所以 Rossby 数 $R_0 = \frac{U}{fL}$ 的变动范围为 0.1~0.4. 可见实验中的 Rossby 数 R_0 的变动范围也基本包括了大气中 Rossby 数的变动范围, 因此决定大气同实验动力相似的最重要的两个参数 Froude 数和 Rossby 数是吻合的. 正因如此, 转槽内的实验结果完全可以用于讨论对流层内大地形背风涡旋的情况.

2 非旋转情况下背风涡旋的研究

我们首先对非旋转情况的层结流体进行实验, 是基于这样一种考虑. 首先, 我们要考察在非旋转层结流体跨越大地形时, 能否激发出背风涡旋; 其次, 通过它与旋转层结流体跨越大地形的情况对比, 了解旋转效应在背风涡旋形成过程中的作用. 由于此次实验中的流体是非旋转的层结流, 因而实验中不

涉及 Rossby 数, 并且最主要参数仅为 Froude 数和表示大气层结状况的层结参数 N . 在一系列实验中, 我们通过控制 Froude 数及大气层结参数 N , 来研究 Froude 数和大气层结状况对背风涡旋产生的影响. 由于实验是通过不同 Froude 数和层结参数 N 的组合来进行研究, 因此实验的结果体现了 Froude 数和大气层结条件对背风涡旋影响的综合结果, 它为背风涡旋的形成机制的研究提供了依据.

实验首先研究的是在强层结条件下, 非旋转层结流体跨越大地形的情景, 了解是否有背风涡旋的形成.

图 1 是非旋转层结流体在强层结 ($N^2 = g \frac{\Delta\rho}{\rho H} = 8.7 \times 10^{-4}$) 的情况下跨越大地形的情景. 实验主要检验了不同的 Froude 数对背风涡旋形成的影响. 在水

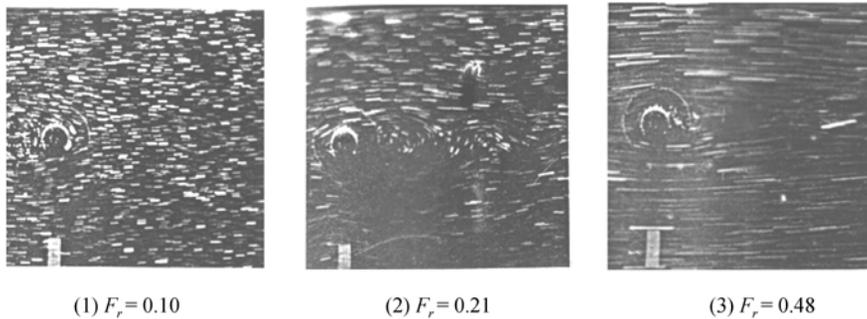


图 1(a) 对应不同的 Froude 数、非旋转流在强层结条件下的水平流线分布

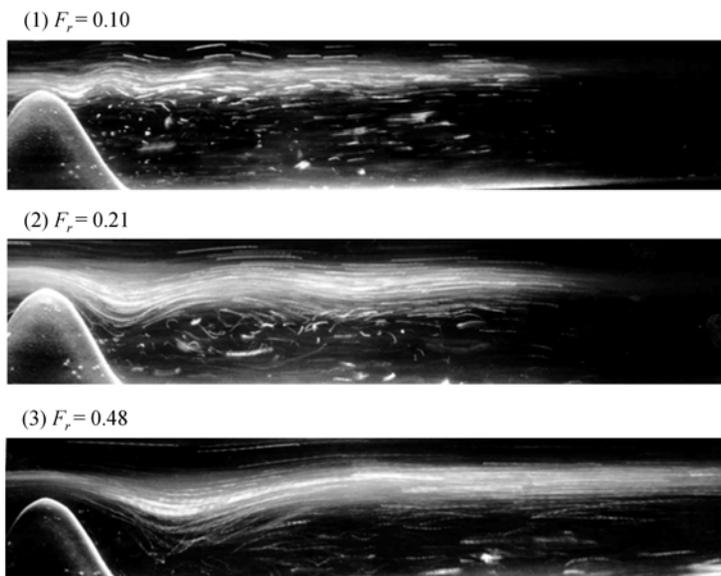


图 1(b) 对应不同的 Froude 数、非旋转流在强层结条件下的垂直流线分布

平流场上(图 1(a))可见, 当 Froude 达到 0.21 时, 有明显的背风涡旋, 而在 Froude 数较小时($F_r = 0.1$), 以及 Froude 数较大时($F_r = 0.48$), 没有背风涡旋, 也没有背风波. 在垂直流场上(图 1(a))可以看出随着 Froude 数的增加, 当 Froude 达到 0.21 时, 有背风涡旋的产生. 同时也可以看到, 背风波状起伏, 有一个向下游延伸的过程. 当 Froude 数继续增加($0.3 < F_r < 0.5$), 背风涡旋消失.

通过上述分析可知, 非旋转气流在强层结条件下, Froude 数存在两个阈值. 一个是 $F_r = 0.1$, 即在 $F_r < 0.1$ 时, 流体不会出现背风涡旋和背风波. 另一个是 $F_r = 0.3$, 即在 $F_r > 0.3$ 时, 也没有背风涡旋的形成, 只出现了规则的背风波.

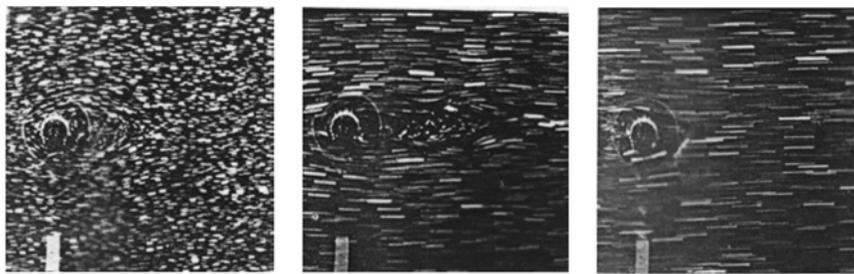
图 2 是非旋转层结流体在弱层结 ($N^2 = g \frac{\Delta\rho}{\rho H} =$

1.3×10^{-4}) 的情况下跨越大地形的情景. 由此可知, 都没有背风涡旋出现, 只能形成背风波.

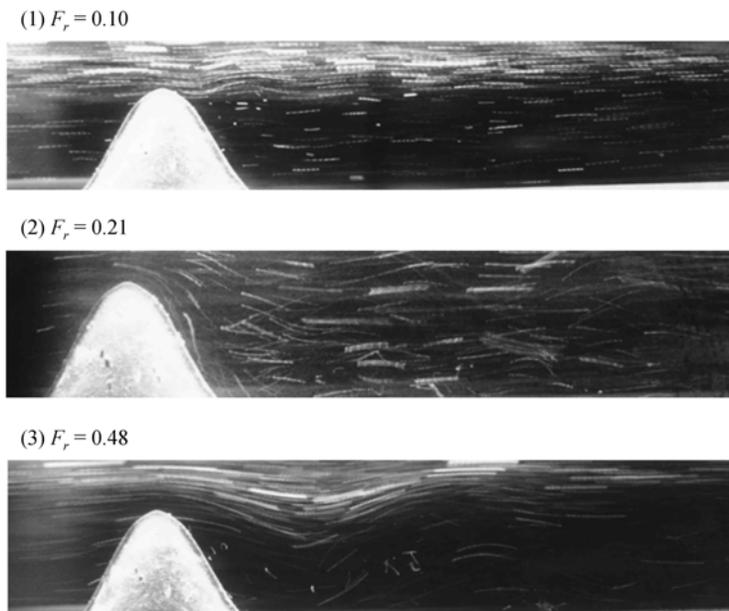
3 旋转情况下的背风涡旋的研究

在实际大气中, 由于地转效应的存在, 越过青藏高原大地形的流体是旋转层结流, 因此旋转层结流越过大地形的情景是我们研究的重点. 根据相似性原则, 实验中的 Rossby 数变动范围取为 0.1~0.7, 并且为了详细考虑大气层结状况对背风涡旋形成的影响, 我们将大气层结分为弱 ($N^2 = 1.3 \times 10^{-4}$)、中 ($N^2 = 2.9 \times 10^{-4}$) 和强 ($N^2 = 8.7 \times 10^{-4}$) 三种情况, 分别研究背风涡旋的形成特点.

我们首先研究在弱层结的情况下, 旋转气流跨越大地形的情景(图 3). 在水平流场上(图 3(a)), 在障碍物后没有明显的背风涡旋和背风波. 在垂直流场



(1) $F_r = 0.10$ (2) $F_r = 0.21$ (3) $F_r = 0.48$
图 2(a) 对应不同的 Froude 数、非旋转流在弱层结条件下的水平流线分布



(1) $F_r = 0.10$ (2) $F_r = 0.21$ (3) $F_r = 0.48$
图 2(b) 对应不同的 Froude 数、非旋转流在弱层结条件下的垂直流线分布

上(图 3(b)), 当 Rossby 数和 Froude 数都非常小时, 在障碍物后也没有背风涡旋和背风波. 随着 Rossby 数和 Froude 数的增加($0.1 < F_r < 0.3$, $0.16 < R_0 < 0.6$), 在障碍物后边, 仍然没有背风涡旋的出现, 但是出现了深厚的既有下坡性质又有波动性质的气流, 并且这种波动气流向下风方更远处传播. 随着 Rossby 数和 Froude 数的继续增大($F_r > 0.5$, $R_0 > 0.6$), 不仅没有了背风涡旋, 而且障碍物后的波动现象就不存在了, 只剩下下坡风. 对比可知, 尽管旋转流同非旋转流的背风波有一个很大的不同, 即在旋转流中表现出明显的气流下坡现象. 然而, 更为重要的是: 无论是旋转流还是非旋转流, 在弱层结条件下都不会有背风涡旋的产生. 由此可见, 层结条件是背风涡旋产生的一个至关重要条件.

因旋转效应从总体上起着稳定的作用, 所以在

中性层结下(图略), Rossby 数和 Froude 数在合适的范围内($0.1 < F_r < 0.5$, $0.16 < R_0 < 0.6$), 出现了新的情况, 即在障碍物后, 不仅出现了背风波, 而且有背风涡旋的存在. 在图片中我们看到, 在障碍物后边, 出现了示踪物的集中堆积, 说明在那里有涡旋的产生. 随着 Rossby 数和 Froude 数的增加($F_r > 0.5$, $R_0 > 0.6$), 尽管仍然有背风波, 但背风涡旋消失. 因此, 合适的 Froude 数对形成背风涡旋是至关重要的.

图 4 是强层结旋转流下的实验. 在水平流场上(图 4(a)), 当 $0.1 < F_r < 0.5$, $0.16 < R_0 < 0.6$, 有明显的背风涡旋. 在垂直流场上(图 4(b)), 在 Rossby 数和 Froude 数都非常小时($F_r < 0.1$, $R_0 < 0.16$), 尽管有旋转, 也没有背风波和背风涡旋的产生. 随着 Rossby 数和 Froude 数的增加($0.1 < F_r < 0.5$, $0.16 < R_0 < 0.6$), 在障碍物后不仅出现了背风波, 而且还出现了同背风波相联

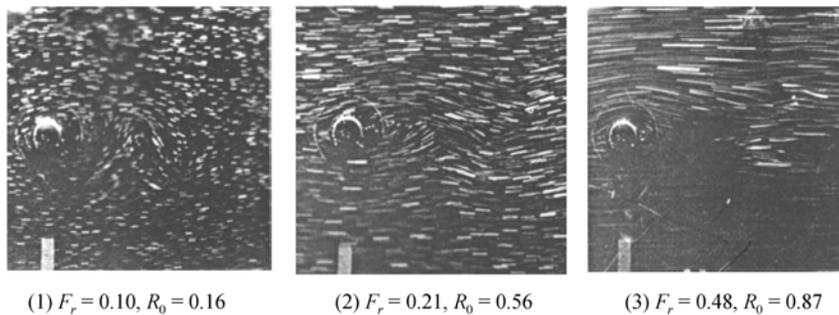


图 3(a) 对应不同的 Froude 数、旋转流在弱层结条件下的水平流线分布

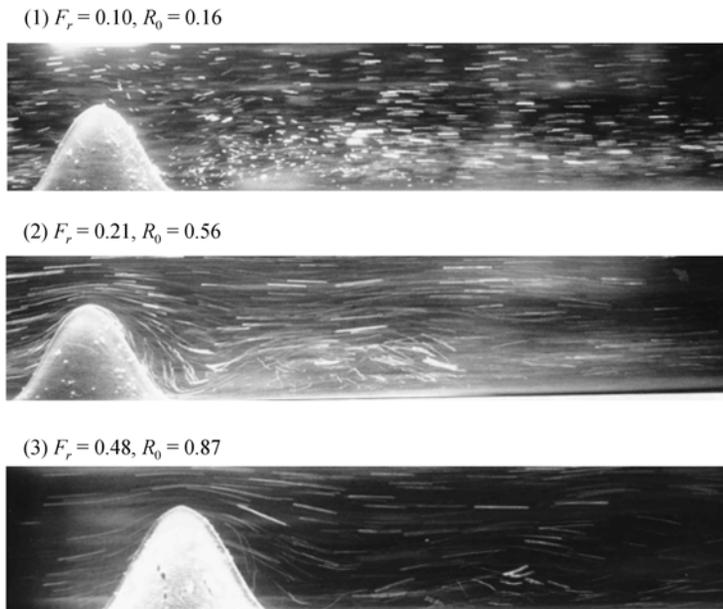


图 3(b) 对应不同的 Froude 数、旋转流在弱层结条件下的垂直流线分布

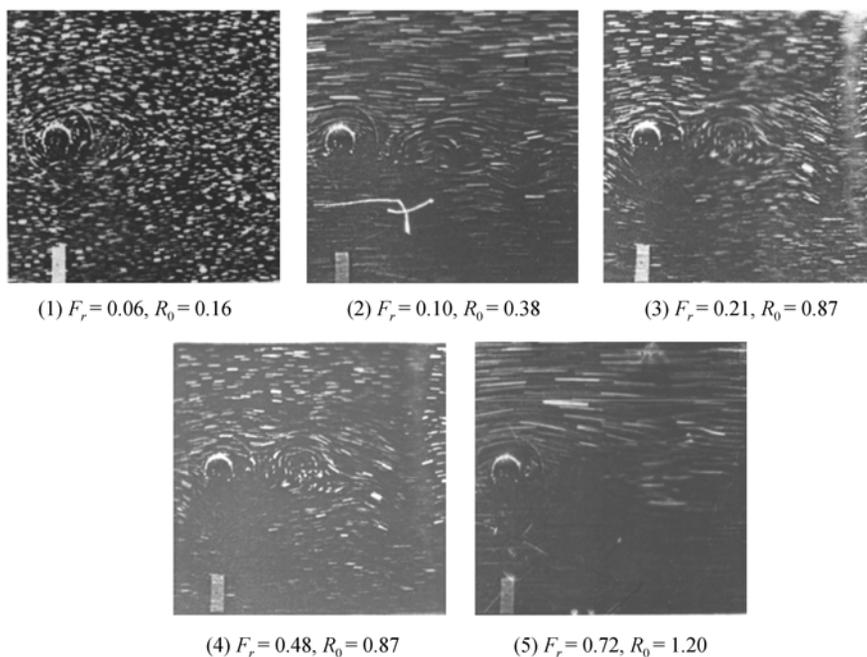


图 4(a) 对应不同的 Froude 数、旋转流在强层结条件下的水平流线分布

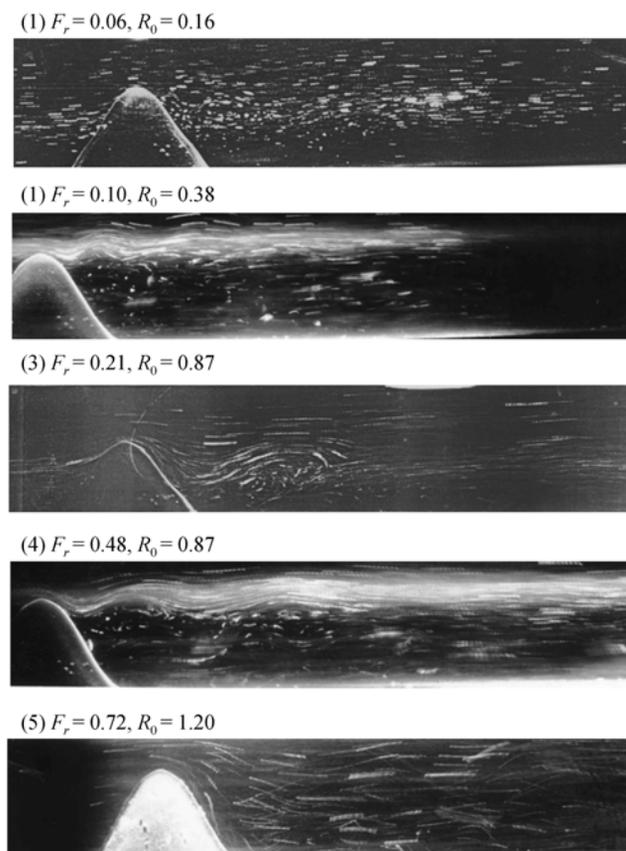


图 4(b) 对应不同的 Froude 数、旋转流在强层结条件下的垂直流线分布

系的滚动型的背风涡旋. 这种现象的出现, 大致有以下几个方面的原因, (1) 由于旋转的稳定效应, 促使越过障碍物的气流有下坡风的性质; (2) 由于旋转效应, 障碍物后的背风涡旋效应也变得明显; (3) 由于强的层结, 山后的流体层很稳定, 过山气流形成的重力波以及下滑流造成背风波谷处因流速过快而产生减压, 结果使障碍物后出现逆气压梯度, 使得流体在低层产生回流. 这种回流同重力波耦合而形成滚动性涡旋. 随着 Rossby 数和 Froude 数的继续增加($F_r > 0.5$, $R_0 > 0.6$), 障碍物后的波动现象不明了, 而变成了明显的下坡风, 背风涡旋则完全消失.

此外, 我们计算了实验中的实测物理量来验证我们的结论. 由于实验主要涉及旋转和非旋转, 以及不同 Froude 数条件下, 生成背风涡旋的情况. 因此, 我们对比研究了旋转和非旋转情况下, 背风涡旋的主要物理参量随 Froude 数的变化. 图 5 分别描述了背风涡旋的强度(无量纲数)和深度(无量纲数)随 Froude 数变化的情况, 从此图中可看出, 在 $0.2 < F_r < 0.5$ 时, 背风涡旋的强度和深度都较大, 而在 $0.2 < F_r$ 以及 $F_r > 0.5$ 时, 背风涡旋的强度和深度都较小; 并且在旋转情况下的背风涡旋的强度和深度都大于在非旋转情

况下的值. 由此说明: 旋转情况下, 过山气流更易于形成背风涡旋. 在 $0.2 < F_r < 0.5$ 时, 背风涡旋的形成最为明显.

为了进一步验证实验结果, 这里列举了 Boyer 和 Chen(1987)的转槽实验结果以及 Smolarkiewicz 等人 [13] 的数值模拟结果, 以便进行比较和分析, 以期验证实验结论.

尽管在以前的实验和数值模拟研究中, 都没有考虑大地形对背风涡旋形成的影响. 但是在 Boyer 和 Chen 的实验中, 考虑了不同的旋转情况对背风涡旋形成的影响, 也得出了与本文相似的结果. 在 Boyer 和 Chen 的实验中(图略), 描述了在不同 Rossby 数下实验室模拟的水平流场, 由此可看出, 背风槽在小 Rossby 情况(较强的旋转效应)下十分明显, 而在较大 Rossby 数情况(较弱的旋转效应)下则很难分辨. 在定量分析(图略)中可看出, 随着旋转效应的加强(Rossby 数的减少), 背风涡旋的强度有明显的增加.

大气的层结效应在 Boyer 和 Chen(1987)的转槽实验中也得到了充分的验证. 他们的实验(图略)描述了不同 Burger 数 B_u 下实验室模拟的水平流场, 由

$$S = \frac{1}{B_u} = \frac{N^2 H^2}{f^2 D^2}, S \text{ 值越大, 则表示层结效应越强. 强}$$

的层结导致有更多的流体在山脉的低层绕流, 而不能越过山脉. 此外, 强的层结由于背风波的垂直运动在山脉的低层受到了抑制, 加强了低层涡旋的伸展, 涡旋的强度增加.

在 Smolarkiewicz 和 Rotunno(1989)的数值实验中, 取不同的 Froude 数对背风涡旋的影响进行了数值模拟. 他们的实验(图略)描述了不同 Froude 数下模拟的过山背风气流的水平和垂直流场, 由此可看出, 在 $F_r = 0.22$ 时, 有明显的背风涡旋, 而在 $F_r > 0.5$, $F_r < 0.1$ 时, 背风涡旋都不明显, 该实验也验证了我们的结论.

总之, 障碍物后涡旋的形成, 是一个十分复杂的问题. 因为还必须考虑这样一种机制, 即在层结较强时, 在靠近障碍物底部的流体是要绕过障碍物而出现绕流, 绕流在障碍物后面汇合形成一条不稳定的切变线. 在这条切变线或汇合线上, 极易产生不稳定而形成涡旋. 在旋转配合下, 这种涡旋会出现脱落, 这就是外国学者通称的“shedding”现象. 可见, 旋转的一个显著作用是促使障碍物后气流的下滑以及背风涡旋的形成.

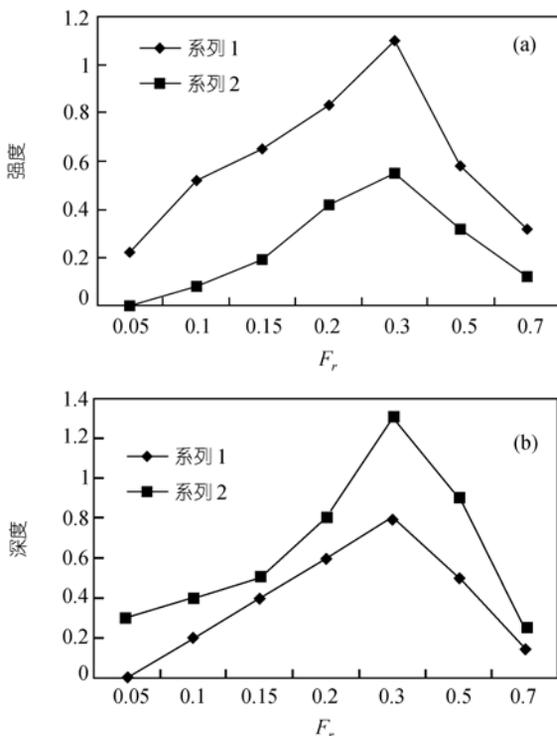


图 5 背风涡旋的强度(无量纲)(a)和背风涡旋的深度(无量纲)(b)随 Froude 数变化的曲线

其中系列一为有旋转的情况, 系列二为无旋转的情况

4 背风涡旋形成机制的研究

有关背风涡旋的形成机制研究一直是一个值得关注的问题。但是，近年来研究的进展主要集中在背风波的形成机制上。有关背风涡旋形成机制的研究还不很成熟。特别是缺乏与大地形强迫有关的背风涡旋形成机制的研究。目前的势流型理论和线性小振幅波动理论都不能适用于研究大地形强迫下，背风涡旋的形成。因此，本文从过山气流的动力分析角度，分别研讨在旋转流和非旋转流情况下，背风涡旋的形成机制。

在早期的研究中，过山气流产生背风涡旋的机制，被认为与均匀流体流过圆柱体后形成涡旋的机制是一样的。当均匀流体流过圆柱体，由于圆柱体边界上的粘性，使在障碍物的后部受到反向的气压梯度力，从而流体分流。在远离圆柱体的下游，这种分流的流体最终会产生涡旋。因此，若将大气层结看作是约束流体的力，则同样可解释过山气流的背风涡旋形成。然而，在最近的数值研究中，发现过山气流产生背风涡旋的机制并非如此简单，因为即使在数值模式中采用非粘性的边界，仍然有背风涡旋的产生。这说明过山气流背风涡旋的形成机制有更深层次的原因。

本文对过山气流产生背风涡旋的机制作了初步的探讨。考虑与转槽实验相匹配的定常、低粘、绝热的流体方程，同时假设气流的基本流是仅在 x 方向的常数 u_0 ；则关于扰动速度 ($V' = u_1 i + v_1 j + w_1 k$) 的线性扰动方程可写成以下形式。

$$u_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} - f v_1 = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (4)$$

$$u_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} + f u_1 = -\frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

这里 u_0 是 x 方向的基本流速度， u_1 ， v_1 ，和 w_1 分别是扰动速度在 x ， y 和 z 方向上的分量； ϕ 是扰动场重力位势高度。

由(4)和(5)式，可推得：

$$u_0 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = -v_1 \beta - f \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial u_1}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial y} - \frac{\partial v_1}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial x}. \quad (7)$$

应用量纲分析方法，(7)式可作进一步的简化。(7)

式中，倾斜项 $\left(\frac{\partial u_1}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial y} - \frac{\partial v_1}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial x} \right)$ 比其他各项小一个量级；因此在零级近似中，(7)式可简化为：

$$u_0 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = -v_1 \beta - f \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right). \quad (8)$$

在旋转情况下，由(8)式可知，过山气流背风涡旋的产生是由于气流的南北运动，以及扰动速度的水平辐合。由此可见，地转涡度作为诱导涡度，直接促使背风涡旋的产生，此外与之联系的扰动速度的水平辐合也是产生背风涡旋的原因。因此，旋转效应对背风涡旋的产生是十分重要的。这就是在观测上，背风涡旋常常在旋转情况下产生的原因。此外，在旋转情况下背风涡旋的强度也明显大于其对应的非旋转情况下的强度。

在公式(7)中，我们可以看出，倾斜项 $\left(\frac{\partial u_1}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial y} - \frac{\partial v_1}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial x} \right)$ 尽管比方程中其他各项小一个量级，它也可以促使垂直涡度的产生，因此，倾斜项的存在也是产生背风涡旋的一个原因，只是它的作用相较旋转项(地转涡度以及与之相联系的扰动速度的水平辐合)是次要的。

在非旋转情况下，由(6)式容易推得零阶近似的垂直涡度方程为：

$$u_0 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

在考虑远处的边界条件

$$\zeta_1 = 0, \quad x = \infty. \quad (10)$$

由(9)和(10)式，可推得扰动垂直涡度为 $\zeta_1 = 0$ (对于任何 x ， y 点)。因此，涡度的产生必须在高阶的涡度方程中去寻找；由(7)式容易推得高阶的垂直涡度方程：

$$u_0 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = \xi_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} + \eta_1 \frac{\partial w_1}{\partial y}, \quad (11)$$

式中 $\xi_1 = -\partial v_1 / \partial z$ 和 $\eta_1 = \partial u_1 / \partial z$ 分别是一阶扰动垂直涡度的 x ， y 分量。由(11)式可知，在非旋转情况下，二阶垂直涡度是由倾斜项制造的；此倾斜项是指由于垂直速度的水平梯度，造成涡度的倾斜。

上述的研究是在零阶和一阶近似下得到的结论，因此对基本气流和方程作了些简化。要想进一步了

解背风涡旋的形成机制, 需要对涡度进行高阶展开讨论. 这里, 我们采用 Taylor 公式表达, 选取前 5 项, 即,

$$\vec{\zeta}(\vec{x}, t) = \sum_{n=0}^4 \frac{(t-t_0)^n}{n!} \left[\frac{\partial^n \vec{\zeta}(\vec{x}, t)}{\partial t^n} \right]. \quad (12)$$

由于讨论高阶的情况下涡度地发生, 发展过程, 故基本运动方程不作假设, 未经简化的运动方程的矢量形式为:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \vec{V} \times \vec{\zeta} - \nabla \left(\phi + \frac{\vec{V} \cdot \vec{V}}{2} \right) + b \vec{K}, \quad (13)$$

而浮力方程为:

$$\frac{\partial b}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla b - N^2 W \quad (14)$$

这里 $W = \vec{K} \cdot \vec{V}$ 为垂直速度;

$\nabla \times (13)$ 式可得:

$$\frac{\partial \vec{\zeta}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{V} \times \vec{\zeta} + b \vec{K}), \quad (15)$$

相应的初试条件为

$$\vec{V}(\vec{x}, t_0) = \vec{V}_0(\vec{x}); \quad b(\vec{x}, t_0) = 0; \quad \vec{\zeta}(\vec{x}, t_0) = \nabla \times \vec{V}_0 = 0; \quad (16)$$

我们可应用(11~13)式, 并应用(14)式的初始条件, 可得涡度的各阶偏导数.

涡度的零阶偏导数是初始涡度也为零. 由(15, 16)式可得:

$$\left[\frac{\partial \vec{\zeta}}{\partial t} \right]_{t_0} = 0, \quad (17)$$

涡度的一阶偏导数也为零. 对(15)式进行关于 t 的偏导, 并用(14~15)式可得:

$$\left[\frac{\partial^2 \vec{\zeta}}{\partial t^2} \right]_{t_0} = -\vec{K} \times \nabla \left[\frac{\partial b}{\partial t} \right]_{t_0} = N^2 \vec{K} \times \nabla w_0, \quad (18)$$

对 $\vec{K} \cdot (18)$ 式, 可得:

$$\vec{K} \cdot \left[\frac{\partial^2 \vec{\zeta}}{\partial t^2} \right]_{t_0} = 0. \quad (19)$$

从(17)式, 可知没有垂直涡度的产生, 对(18)式进行 t 的偏导:

$$\left[\frac{\partial^3 \vec{\zeta}}{\partial t^3} \right]_{t_0} = \nabla \times \left(\vec{V}_0 \times \left[\frac{\partial^2 \vec{\zeta}}{\partial t^2} \right]_{t_0} + \left[\frac{\partial^2 b}{\partial t^2} \right]_{t_0} \vec{K} \right), \quad (20)$$

由于

$$\left[\frac{\partial^2 b}{\partial t^2} \right]_{t_0} = -\vec{V}_0 \cdot \nabla \left[\frac{\partial b}{\partial t} \right]_{t_0} = N^2 \vec{V}_0 \cdot \nabla w_0, \quad (21)$$

因此, (20)式可写为:

$$\left[\frac{\partial^3 \vec{\zeta}}{\partial t^3} \right]_{t_0} = \nabla \times \left[\vec{V}_0 \times (N^2 \vec{K} \times \nabla w_0) + (N^2 \vec{V}_0 \cdot \nabla w_0) \vec{K} \right]. \quad (22)$$

$\vec{K} \cdot \text{Eq. (22)}$ 式, 可得:

$$\left[\frac{\partial^3 \vec{\zeta}}{\partial t^3} \right]_{t_0} \cdot \vec{K} = \vec{K} \cdot \nabla \times \left[\vec{V}_0 \times (N^2 \vec{K} \times \nabla w_0) \right]. \quad (23)$$

在上述公式中, 我们考虑了地形的效应, 并且采用了 Smith(1984) 关于初始垂直涡度的假设, $w_0 = \vec{V}_0 \cdot \nabla h$. 由(23)式我们就可以讨论背风涡旋产生的机制. 该式表明: 垂直涡度的产生因子有两个, 即分别是层结参数 N 和地形坡度.

5 结论和讨论

长江流域地处青藏高原大地形的下风方, 在春季, 东亚大气环流季节转换时期, 西风带急流减弱北退, 急流中心向偏西北方向移动, 东亚大槽明显减弱, 处于南海季风爆发前夕, 西南气流及偏南气流在中、低层开始控制我国长江流域, 但在 500 hPa 高空仍为冷空气及偏西气流控制. 所以大气低层在长江流域长维持着一条切变线, 而在其 500 hPa 及其以上的高空, 由于层结相对稳定, 越过高原的西风气流产生背风波. 这种背风波极易同低层切变线上的扰动耦合, 使扰动发展形成切变线上的背风涡旋, 这种背风涡旋一旦形成, 在旋转的配合下, 涡旋会脱落或以波的形式向下游传播, 给当地和下游的天气或气候带来影响.

更为值得重视的是, 在梅雨期间, 长江流域对流层上层结仍然是稳定的, 在稳定区域仍然存在着背风波. 一方面背风槽前的正涡度平流同低层切变线上的扰动仍存在着耦合作用; 另一方面由于此时副热带高压正在西伸北挺, 副热带高压西部边缘的西南气流同背风波槽前的西南气流相遇, 从而当槽逼近副高边缘时, 槽前及副高边缘的西南气流明显加强, 由于狭管效应, 造成槽底及相临地区的水平辐合, 促使背风涡旋的产生. 可见, 大地形上的背风波同季风区内切变线上的扰动极易发展成为背风涡旋,

我们的实验也间接的证实了这一点,这是一个令人兴奋的研究课题。

本文的转槽实验结果及分析表明,在不同的 Froude 数、Rossby 数和层结条件控制下,特别是这几个参数的结合,可产生出背风涡旋。无论对于旋转流,还是非旋转流,在适当的层结下,背风涡旋都会激发出来。但总的说来,在旋转情况下,背风涡旋更容易被激发出来。

由于目前的理论都不适于研究大地形背风涡旋的研究,因此本文从过山气流的动力机制出发,分别对旋转流和非旋转流的背风涡旋的形成机制进行了研究,发现旋转流和非旋转流的背风涡旋的形成机制是不同的。对于旋转流而言, β 效应以及相关的扰动速度水平辐合是形成背风涡旋的主要原因,而与斜压性有关的倾斜项是其产生的次要原因;但对于非旋转流而言,与扰动引起的斜压性有关的倾斜项是背风涡旋产生的主要原因。事实上,背风涡旋的产生机制是极其复杂的,我们给的流体是定常、绝热、低粘的流体,并且对入流速度作了最简单的假设,即入流速度仅在 x 方向,并且为一常量。因此,我们理论上给出的是理想情况,尽管这种简化有利于我们抓住背风涡旋产生的本质,而且也在转槽实验中能给予初步的证实,但是毕竟事实上,过山气流以及大气环境要比这种理想状态复杂的多,因此在这一方面还须作进一步的研究。

致谢 本研究得到国家自然科学基金面上项目(编号:40175017)和(编号:40305010)以及国家自然科学基金重点项目(编号:40035010)的共同资助。

参 考 文 献

- 叶笃正,高由禧. 青藏高原气象学. 北京: 科学出版社, 1979, 102~127
- 徐祥德,高守亭. 外源强迫与波流作用动力学原理. 北京: 海洋出版社, 1999. 250~260
- GAO Shouting, Ping Fan. Laboratory Studies of a Stratified Rotating Flow Past an Isolated Obstacle, Chinese. Physics Letter, 2003, 20(7): 1094~1097
- Scorer R S. Theory of waves in lee of mountains, Quart. Journal Royal Meteorology Society, 1949, 75: 41~56
- Long P R. Some aspects of the stratified fluids. I. A theoretical investigation. Tellus, 1953, 5: 28~42
- Crapper G D. A three-dimensional solution for waves in the lee of mountains. Luid Mech J F, 1959, 6: 51~76
- Drazin P G. On the steady flow of a fluid of variable density past an obstacle. Tellus, 1961, 13: 239~251
- Brighton P W. Strongly stratified flow past three-dimensional obstacle, Quart. Journal Royal Meteorology Society, 1978, 104: 289~307
- Smith R B. Linear theory of hydrostatic flow over an isolated mountain in isosteric coordinates. J Atmos Sci, 1988, 45: 3889~3896[DOI]
- Smith R B. The steepening of hydrostatic mountain waves. J Atmos.Sci, 1977, 34: 1634~1654
- Smith R B. Linear theory of hydrostatic flow over an isolated mountain. Tellus, 1980, 54: 348~364
- Smolarkiewicz P K, Rotunno R. Further results on lee vortices in low-Froude-number flow. J Atmos Sci, 1991, 48: 2204~2211[DOI]
- Smolarkiewicz P K, Rotunno R. Low Froude number flow past three-dimensional obstacles Part 1: Baroclinically Generated lee vortices. J Atmos Sci, 1989, 46: 1154~1164[DOI]
- Smolarkiewicz P K, Rotunno R. Low Froude number flow past three-dimensional obstacles Part 2: Up wind flow reversal zone. J Atmos Sci, 1990, 46: 1489~1511
- Egger J. Alpine lee cyclogenesis: verification of Theories. J Atmos Sci, 1988, 43: 2187~2203[DOI]
- Tafferer A, Egger J. Test of theories of lee cyclogenesis: ALPEX cases. J Atmos Sci, 1990, 46: 2417~2428[DOI]
- Pieerhumbert R T, Nowark Z P. Upstream effects of mesoscale mountains. J Atmos Sci, 1985, 42: 977~1003[DOI]
- Buzzi A, Trevisian A, Salustri G. A two-dimensiondl nodef in isentropic, semi-geostrophic coordinates. Mon Wea Rev, 1981, 109: 1053~1060[DOI]
- Chen Ruirong, Li Guoqing. An experimental Simulation on the mechanical effect of Tibetan on zonal circulation of stratified atmosphere. Science in China Series B, 1982, 25: 1091~1102
- 桑建国. 大气中的内船舶波. 中国科学, D 辑, 1997, 27(6): 560~565
- 刘辉志, 洪钟祥, 桑建国. 大气中黏性效应对三维地形波及其波动阻力的影响. 气候与环境影响, 1999, 3: 315~322
- 高守亭, 陈辉. 大地形背风波的实验研究. 气象学报, 2000, 6: 654~665

(2004-03-23 收稿, 2004-08-24 收修改稿)