论 文

非对称双向中继 X 网络中基于最大化和速率的
干扰对齐与中继处理算法

谢显中*, 白立平*, 熊泽波, 雷维嘉

重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室, 重庆邮电大学个人通信研究所, 重庆 400065

* 通信作者. E-mail: xiexzh@cqupt.edu.cn, bailiping.happy@163.com

收稿日期: 2013-10-06; 接受日期: 2014-01-27

国家自然科学基金 (批准号: 61271259, 61301123)、重庆市自然科学基金 (批准号: CTSC2011JJA40006)、重庆市教委科学技术研究项目 (批准号: KJ120501, KJ120502, KJ130536)、长江学者和创新团队发展计划 (批准号: IRT1299) 和重庆市科委重点实验室专项经费资助项目

摘要 双向中继 X 网络相对于传统无线网络可以实现更高的自由度. 然而, 基于迫零算法的中继处理算法仅考虑了消除干扰成分, 忽略了对期望信号的影响, 从而使得网络的和速率有待提高. 特别地, 当用户发送功率越低, 其和速率劣势越明显. 针对上述问题研究其干扰对齐方案, 并给出了优化的联合考虑期望信号和干扰信号的中继处理算法. 首先, 通过利用用户矢量信号之间的空间关系, 给出网络和速率的数学模型; 其次, 通过矩阵分析及数值分析理论将最大化网络和速率的中继预编码设计问题转化为线性搜索最优值问题, 并用极限值方法近似网络目标函数; 再次, 进一步将双向网络的目标函数近似为单向网络用户参数的线性组合, 大大降低算法复杂度; 最后, 基于优化的线性搜索最优值问题, 得到最大化网络和速率的中继预编码矩阵. 仿真结果表明: 相较于现有的中继处理方案, 本文方案明显改善了网络和速率, 同时还简化了最大化网络和速率带来的算法复杂度.

关键词 双向中继 X 网络 非对称 中继处理算法 最大化和速率 干扰对齐

1 引言

协作中继网络可以有效提高无线通信系统的覆盖范围和通信容量. 在传统的单向中继网络中, 节点之间的双向信息交换需要 4 个时隙. 为了弥补单向中继带来的频谱效率损失, 人们提出了双向中继网络, 只需要 2 个时隙即可完成双边信息交换^[1~3].

干扰对齐 (interference alignment, IA)^[4,5] 在无线通信网络的容量和自由度方面有着明显优势. 最近, 双向中继网络的干扰对齐算法得到了广泛关注^[6~10]. 文献 [6] 针对双向中继干扰网络研究分析了提高网络吞吐量的网络编码设计方案; 文献 [7] 针对该系统模型提出了信号对齐 (物理层网络编码) 方式以及中继迫零 (zero forcing, ZF) 算法, 并指出该方案下的网络可达自由度; 文献 [8] 针对该系统模型研究分析了中继处理算法, 并提出 2 种改进的中继处理方案. 文献 [9] 研究分析了单天线双向中继干扰网络的用户可达容量, 文献 [10] 研究分析了 2 用户对 2 中继双向网络中的干扰对齐算法, 并分析证

引用格式: 谢显中, 白立平, 熊泽波, 等. 非对称双向中继 X 网络中基于最大化和速率的干扰对齐与中继处理算法. 中国科学: 信息科学, 2014, 44: 664-675, doi: 10.1360/N112013-00175

明了网络可达自由度. 然而, 这些研究均针对单天线或多天线的双向中继干扰网络, 而没有考虑 X 网络与双向中继相结合通信环境的干扰对齐方案.

相对于干扰网络, 无线 X 网络可以实现更高的自由度. 但当用户间 X 通信 (多点对多点通信) 时, 随着网络用户的期望信号及干扰成分的成倍增多, 干扰对齐更加复杂, 即干扰对齐受到的限制更严格^[5,11], 目前该方面研究很少. 针对 2 用户对, 且用户和中继的天线数分别固定为 3 和 4 的特殊配置, 文献 [12] 给出了双向中继 X 网络的自由度和信号对齐方案. 在文献 [7] 的基础上, 文献 [13] 针对 K 用户对双向中继 X 网络给出了中继节点采用迫零算法, 即仅考虑消除干扰时的网络可达自由度. 文献 [14] 扩展了文献 [12] 的工作, 针对特定的通信网络环境, 即 2 用户对双向中继 X 网络研究了基于迫零干扰思想的网络可达自由度, 指出中继天线数 N 和用户天线数 M 满足 $N \leq 8M/5$ 时的网络自由度为 $2N$. 上述 3 个文献在进行干扰对齐时均未考虑期望信号因素, 然而用户接收期望信号同干扰成分一并较大程度上影响着用户容量; 此外, 文献 [13] 对中继的处理还可以进一步改进, 文献 [14] 可以进一步扩展到多用户对和非对称网络.

针对信号流图较复杂的多用户对和非对称双向中继 X 网络, 本文研究其干扰对齐方案. 本文的主要工作和创新点在于提出同时考虑期望信号和干扰成分, 即以网络和信息速率为目标函数的干扰对齐优化方案, 不仅满足网络更高的速率要求, 还简化了最大化网络和速率带来的算法复杂度. 首先, 通过利用相应用户的矢量信号之间的空间关系, 给出网络和信息速率的数学模型; 其次, 通过矩阵分析及数值分析理论将最大化网络和速率的中继预编码设计问题转化为线性搜索最优值问题, 并优化搜索目标函数, 大大降低了算法复杂度; 最后, 基于优化的线性搜索最优值问题, 得到最大化网络和速率的中继预编码矩阵. 该方案给出了信号传输相当复杂的多用户协作中继 X 网络中的中继处理算法, 相较于现有的中继处理方案, 不仅明显改善网络和速率, 还可对网络的性能指标和算法复杂度之间进行有效折中.

本文以下部分安排如下: 第 2 节是系统模型; 第 3 节给出了用户信号空间对齐方式; 第 4 节通过优化网络和速率的数学模型, 推导出最大化网络信息速率的次优中继处理矩阵的非闭式解; 第 5 节进行了计算机仿真; 第 6 节是本文结论.

2 系统模型

多用户非对称双向中继 X 网络包括相互通信的两组用户和单个中继节点, 系统模型如图 1 所示. 我们设定用户 i ($i = 1, 2, \dots, K$) 表示第 1 组用户, 用户 j' ($j = 1, 2, \dots, L$) 表示第 2 组用户, 任意用户都要通过中继节点 (即 relay) 才能与另一组所有用户进行相互通信, 如用户 i 要通过中继与另一组 L 个用户进行信息交换, 而用户 j' 也要通过中继与另一组 K 个用户交换信息. 我们记用户 i 及用户 j' 的天线数分别为 M_i 及 $M_{j'}$, 中继节点的天线数为 N , 且所有用户间的通信信息为单个数据流.

在双向中继网络中, 用户间的相互通信需要 2 个时隙的通信回合, 即用户的多址接入 (multiple access, MAC) 阶段和中继的广播 (broadcast, BC) 阶段. 下面讨论 2 个时隙通信的信号处理流程.

在第 1 个时隙 (MAC 阶段) 里, 用户发送给中继节点的信号表达式为

$$\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^L \mathbf{x}_{j'i} = \sum_{j=1}^L \mathbf{v}_{j'i} s_{j'i}, \forall i \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad (1)$$

其中, $s_{j'i}$ 表示用户 i 发给用户 j' 的原始发送信号; $\mathbf{v}_{j'i}$ 为用户 i 的发送数据流 $s_{j'i}$ 对应的单位预编码矢量; $\mathbf{x}_i$ 为用户 i 的发送信号矢量, 并满足功率约束条件: $\mathbb{E}\{\text{tr}[\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^H]\} \leq P_i$. 同理, 可以求得用户

图 1 多用户非对称双向中继 X 网络

Figure 1 Multi-pair asymmetric two-way relay X networks

j' 发至用户 i 的原始发送信号 $s_{ij'}$, $s_{ij'}$ 对应的单位预编码矢量 $\mathbf{v}_{ij'}$ 及用户 j' 的发送信号矢量 $\mathbf{x}_{j'}$. 从而, 中继节点的接收信号矢量可以表示为

$$\mathbf{y}_R = \sum_{i=1}^K \mathbf{H}_{Ri} \mathbf{x}_i + \sum_{j=1}^L \mathbf{H}_{Rj'} \mathbf{x}_{j'} + \mathbf{n}_R, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{H}_{Ri}$, $\mathbf{H}_{Rj'}$ 分别表示用户 i 及用户 j' 至中继节点的信道矩阵; $\mathbf{n}_R$ 为 MAC 阶段里中继节点所接收到的 $N \times 1$ 维加性白高斯噪声 (additive white gaussian noise, AWGN) 矢量, 其各分量独立同分布且服从零均值单位方差的循环对称复高斯分布, 即 $\mathbf{n}_R \sim CN(0, \sigma^2)$. 中继接收信号之后对其进行预编码, 再将其广播出去.

在第 2 个时隙 (BC 阶段) 里, 中继节点的广播信号为

$$\mathbf{x}_R = \eta \mathbf{G} \mathbf{y}_R, \quad (3)$$

其中, $\mathbf{G}$ 为 $N \times N$ 维中继预编码矩阵; η 为功率约束因子, 满足: $E\{\text{tr}[\mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^H]\} \leq P_R$, 即 $\eta = \sqrt{\frac{P_R}{E\{\text{tr}[\mathbf{G} \mathbf{y}_R \mathbf{y}_R^H \mathbf{G}^H]\}}}$.

从而, 用户 j' 的接收信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{j'} &= \mathbf{H}_{j'R} \mathbf{x}_R + \mathbf{n}_{j'} \\ &= \mathbf{H}_{j'R} \eta \mathbf{G} \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{H}_{Ri} \mathbf{x}_i + \sum_{j=1}^L \mathbf{H}_{Rj'} \mathbf{x}_{j'} + \mathbf{n}_R \right) + \mathbf{n}_{j'}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{H}_{j'R}$ 为中继节点至用户 j' 的信道矩阵; $\mathbf{n}_{j'}$ 为用户 j' 接收到的 $M_{j'} \times 1$ 维加性高斯白噪声 (AWGN) 矢量, 服从分布如同 $\mathbf{n}_R$.

图 2 中继节点的信号空间对齐 ($K=2, L=3$)Figure 2 Signal alignment at relay for $K=2$ and $L=3$

经过 $M_{j'} \times 1$ 维干扰抑制矢量 $\mathbf{u}_{j'i}$ 之后, 用户 j' 接收来自用户 i 的 $d_{j'} \times 1$ 维信号估计矢量表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{j'i} &= \mathbf{u}_{j'i}^H \mathbf{y}_{j'} \\ &= \mathbf{u}_{j'i}^H \mathbf{H}_{j'R} \mathbf{G} \left(\mathbf{H}_{Ri} \mathbf{x}_{j'i} + \left(\sum_{i=1}^K \sum_{l=1, l \neq j}^L \mathbf{H}_{Ri} \mathbf{x}_{l'i} + \sum_{j=1}^L \mathbf{H}_{Rj'} \mathbf{x}_{j'} \right) \right) + \mathbf{u}_{j'i}^H \tilde{\mathbf{n}}_{j'i}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\tilde{\mathbf{n}}_{j'i} = \mathbf{H}_{j'R} \mathbf{G} \mathbf{n}_R + \mathbf{n}_{j'}$. 至此, 用户 j' 通过 $M_{j'} \times K$ 维干扰抑制矩阵 $\mathbf{U}_{j'} = [\mathbf{u}_{j'1} \ \mathbf{u}_{j'2} \ \dots \ \mathbf{u}_{j'K}]$ 已求得期望信号 $\mathbf{y}_{j'} = [\mathbf{y}_{j'1} \ \mathbf{y}_{j'2} \ \dots \ \mathbf{y}_{j'K}]^T$; 若从用户 j' 发送信号至用户 i , 用户 i 的求解类似.

3 中继节点的信号空间对齐

在多用户非对称双向中继 X 网络中, 用户 i 与另一组 L 个用户进行信息交换, 即用户 i 发送 L 个独立信息数据流, 因此天线数必满足 $M_i \geq L$. 类似地, 用户 j' 的天线数也应满足 $M_{j'} \geq K$, $\forall i \in \{1, 2, \dots, K\}, j \in \{1, 2, \dots, L\}$. 当用户发送信号无任何预编码处理时, 中继节点将接收到 $2KL$ 独立数据流. 为有效利用中继接收信号空间, 我们利用基于网络编码的信号对齐^[14]技术将用户间的相应数据流对齐到同一维信号子空间, 如图 2 所示.

在中继节点, 为了将对应用户对, 即将用户 i 及用户 j' 的交互信息信号矢量对齐到同一维信号空间, 其预编码矢量满足

$$\text{span}(\mathbf{H}_{Ri} \mathbf{v}_{j'i}) = \text{span}(\mathbf{H}_{Rj'} \mathbf{v}_{ij'}), \quad (6)$$

式中, $\text{span}(\mathbf{A}) = \text{span}(\mathbf{B})$ 表示由矩阵 $\mathbf{A}$ 的列向量构成的矢量空间和矩阵 $\mathbf{B}$ 的列向量构成的矢量空间的交集. 从而中继节点只接收到 KL 独立信息数据流, 中继天线数 N 应满足 $N \geq KL$. 为求预编码矢量, 上式可以转化为

$$\mathbf{H}_{Ri} \bar{\mathbf{v}}_{j'i} = \mathbf{H}_{Rj'} \bar{\mathbf{v}}_{ij'} = \bar{\mathbf{v}}_{(ij')}, \quad (7)$$

其中, $\bar{\mathbf{v}}_{j'i} = \|\bar{\mathbf{v}}_{j'i}\| \mathbf{v}_{j'i}$, $\bar{\mathbf{v}}_{ij'} = \|\bar{\mathbf{v}}_{ij'}\| \mathbf{v}_{ij'}$, $N \times 1$ 维的 $\bar{\mathbf{v}}_{(ij')}$ 表示经过信号对齐之后的预编码矢量 $\bar{\mathbf{v}}_{j'i}$ 和 $\bar{\mathbf{v}}_{ij'}$ 在中继所构成的信号矢量空间. 经过变换 (7) 式可变为

$$\begin{bmatrix} I_N & -\mathbf{H}_{Ri} & 0 \\ I_N & 0 & -\mathbf{H}_{Rj'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_{(ij')} \\ \bar{\mathbf{v}}_{j'i} \\ \bar{\mathbf{v}}_{ij'} \end{bmatrix} = 0, \quad (8)$$

要使上式有解必满足 $M_i + M_{j'} > N$.

同理, 在 BC 阶段, 对齐对应用户对 i 及 j' 的干扰抑制矢量, 即

$$\text{span}(\mathbf{u}_{j'i}^H \mathbf{H}_{j'R}) = \text{span}(\mathbf{u}_{ij'}^H \mathbf{H}_{iR}), \quad (9)$$

继而, 有

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_{(ij')}^H & \bar{\mathbf{u}}_{j'i}^H & \bar{\mathbf{u}}_{ij'}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_N & I_N \\ -\mathbf{H}_{iR} & 0 \\ 0 & -\mathbf{H}_{j'R} \end{bmatrix} = 0, \quad (10)$$

式中, $\bar{\mathbf{u}}_{j'i} = \|\bar{\mathbf{u}}_{j'i}\| \mathbf{u}_{j'i}$, $\bar{\mathbf{u}}_{ij'} = \|\bar{\mathbf{u}}_{ij'}\| \mathbf{u}_{ij'}$, $1 \times N$ 维的 $\bar{\mathbf{u}}_{(ij')}^H$ 表示经过干扰抑制之后的用户 i 及用户 j' 的交互信息在用户 i 及用户 j' 形成的信号矢量空间. 满足上式有解, 则 $M_i + M_{j'} > N$. 因此, 天线数满足

$$\begin{cases} M_i \geq L, M_{j'} \geq K, \\ KL \leq N < \min(M_i + M_{j'}), \end{cases} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, K\}, j \in \{1, 2, \dots, L\}. \quad (11)$$

系统即可实现 MAC 阶段的信号预编码矢量对齐和 BC 阶段的干扰抑制矢量对齐.

4 基于最大化网络和速率的中继预编码设计

经过可以有效利用中继信号空间的信号对齐之后, 我们需要设计中继预编码矩阵 $\mathbf{G}$. 为了使网络和速率 $R_{\text{sum}}(\mathbf{G})$ 最大化, 则中继预编码矩阵 $\mathbf{G}$ 为 $\{\mathbf{G} : \max R_{\text{sum}}(\mathbf{G})\}$.

4.1 网络和速率的数学模型

对于 X 网络, 系统的和信息速率 $R_{\text{sum}}(\mathbf{G})$ 为第 1 组用户 i 及第 2 组用户 j' 的接收信息速率之和, 即

$$R_{\text{sum}}(\mathbf{G}) = \sum_{j=1}^L R_{j'}(\mathbf{G}) + \sum_{i=1}^K R_i(\mathbf{G}) = \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^K R_{j'i}(\mathbf{G}) + \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L R_{ij'}(\mathbf{G}), \quad (12)$$

式中, $R_i(\mathbf{G})$, $R_{j'}(\mathbf{G})$ 分别表示第 1 组用户 i 及第 2 组用户 j' 的接收信息速率; $R_{ij'}(\mathbf{G})$, $R_{j'i}(\mathbf{G})$ 表示用户 j' 至用户 i 及用户 i 至用户 j' 的信息速率, 表示式如下:

$$R_{j'i}(\mathbf{G}) = \log_2 \left(1 + \frac{S_{j'i}}{I_{sg}^{j'i} + I_{dg}^{j'i} + N_0^{j'i}} \right), \quad (13)$$

其中, $S_{j'i}$ 表示用户 j' 接收来自用户 i 的期望信号功率; $I_{sg}^{j'i}$, $I_{dg}^{j'i}$ 分别表示用户 j' 接收 $S_{j'i}$ 信号时来自第 2 组及第 1 组用户的干扰信号功率; $N_0^{j'i}$ 为用户 j' 解调 $S_{j'i}$ 数据流时的噪声功率.

为方便讨论, 设 $\alpha_{j'i} = \|\mathbf{H}_{Ri}\mathbf{v}_{j'i}\|_2$, $\alpha_{ij'} = \|\mathbf{H}_{Rj'}\mathbf{v}_{ij'}\|_2$, $\beta_{j'i} = \|\mathbf{u}_{j'i}^H \mathbf{H}_{j'R}\|_2$, $\beta_{ij'} = \|\mathbf{u}_{ij'}^H \mathbf{H}_{iR}\|_2$ 及 $\tilde{\mathbf{v}}_{(ij')} = \bar{\mathbf{v}}_{(ij')}/\|\bar{\mathbf{v}}_{(ij')}\|_2$, $\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')} = \bar{\mathbf{u}}_{(ij')}/\|\bar{\mathbf{u}}_{(ij')}\|_2$. 用户各信号数学表示式如下:

$$\begin{aligned} S_{j'i} &= \frac{\rho}{L} \alpha_{j'i}^2 \beta_{j'i}^2 \eta^2 |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G} \tilde{\mathbf{v}}_{(ij')}|^2, \\ I_{sg}^{j'i} &= \frac{\rho}{K} \beta_{j'i}^2 \eta^2 \left(\sum_{p=1}^K \sum_{q=1}^L \alpha_{pq'}^2 |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G} \tilde{\mathbf{v}}_{(pq')}|^2 - \alpha_{ij'}^2 |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G} \tilde{\mathbf{v}}_{(ij')}|^2 \right), \\ I_{dg}^{j'i} &= \frac{\rho}{L} \beta_{j'i}^2 \eta^2 \left(\sum_{p=1}^K \sum_{q=1}^L \alpha_{q'p}^2 |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G} \tilde{\mathbf{v}}_{(pq')}|^2 - \alpha_{j'i}^2 |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G} \tilde{\mathbf{v}}_{(ij')}|^2 \right), \\ N_0^{j'i} &= \beta_{j'i}^2 \eta^2 \sigma^2 |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G}|^2 + \sigma^2. \end{aligned} \quad (14)$$

由 (12) 式、(13) 式及 (14) 式知, 目标函数 $R_{\text{sum}}(\mathbf{G})$ 非常复杂, 直接求解其最大值点难度相当大.

4.2 目标函数的优化

首先, 为了便于利用搜索算法寻找使目标函数 $R_{\text{sum}}(\mathbf{G})$ 最优的中继预编码矩阵 $\mathbf{G}$, 我们利用矩阵矢量关系式, 即张量积 $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^H \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{B})$ 特性^[15] 将矩阵表示 (13) 式等价为矢量表示式, 如下所示.

$$R_{j'i}(\mathbf{g}) = \log_2(1 + \rho \gamma_{j'i}), \quad (15)$$

其中, $\gamma_{j'i}$ 称之为用户的等效矢量信干噪比, 且 $\gamma_{j'i} = \frac{\mathbf{g}^H \mathbf{Y}_{j'i} \mathbf{g}}{\mathbf{g}^H \mathbf{X}_{j'i} \mathbf{g}}$.

$$\mathbf{Y}_{j'i} = \frac{1}{L} \alpha_{j'i}^2 \beta_{j'i}^2 \left(\tilde{\mathbf{v}}_{(ij')}^T \otimes \tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \right)^H \left(\tilde{\mathbf{v}}_{(ij')}^T \otimes \tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \right) \in C^{N^2 \times N^2}, \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{j'i} &= \rho \beta_{j'i}^2 \left(\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \left(\frac{\alpha_{kl'}^2}{K} + \frac{\alpha_{l'k}^2}{L} \right) \left(\tilde{\mathbf{v}}_{(kl')}^T \otimes \tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \right)^H \left(\tilde{\mathbf{v}}_{(kl')}^T \otimes \tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\alpha_{ij'}^2}{K} + \frac{\alpha_{j'i}^2}{L} \right) \left(\tilde{\mathbf{v}}_{(ij')}^T \otimes \tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \right)^H \left(\tilde{\mathbf{v}}_{(ij')}^T \otimes \tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \right) \right) \\ &\quad + \sigma^2 \beta_{j'i}^2 \sum_{p=1}^K \sum_{q=1}^L \left(\frac{\alpha_{pq'}^2}{K} + \frac{\alpha_{q'p}^2}{L} \right) \left(\tilde{\mathbf{v}}_{(pq')}^T \otimes \mathbf{I}_N \right)^H \left(\tilde{\mathbf{v}}_{(pq')}^T \otimes \mathbf{I}_N \right) \\ &\quad + \sigma^2 \beta_{j'i}^2 \left(\mathbf{I}_N \otimes \tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \right)^H \left(\mathbf{I}_N \otimes \tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \right) \\ &\quad + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{I}_N \right)^H \left(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{I}_N \right) \in C^{N^2 \times N^2}, \end{aligned} \quad (16b)$$

同理, 可求得 $\mathbf{X}_{ij'}$, $\mathbf{Y}_{ij'}$, $\gamma_{ij'}$ 及 $R_{ij'}(\mathbf{g})$. 因此, 系统和速率的等价矢量表示式为

$$R_{\text{sum}}(\mathbf{g}) = \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^K \log_2(1 + \rho \gamma_{j'i}) + \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L \log_2(1 + \rho \gamma_{ij'}). \quad (17)$$

其次, 为简化矢量目标函数 (17) 式, 我们利用极限值表示式, 即通过以下两式:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} R_{\text{sum}}(\mathbf{g}) \approx \log_2 \left(1 + \rho \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^K (\gamma_{ij'} + \gamma_{j'i}) \right) = R^L, \quad (18)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} R_{\text{sum}}(\mathbf{g}) \approx \log_2 \left(\rho^{2KL} \prod_{j=1}^L \prod_{i=1}^K \gamma_{ij'} \gamma_{j'i} \right) = R^H. \quad (19)$$

将 (17) 式转化为

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^* &= \arg \max_{\mathbf{g}} \left(1 + \rho \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^K (\gamma_{ij'} + \gamma_{j'i}) + \rho^{2KL} \prod_{j=1}^L \prod_{i=1}^K \gamma_{ij'} \gamma_{j'i} \right) \\ &= \arg \max_{\mathbf{g}} \left(2^{R^H} + 2^{R^L} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

由 (18) 式和 (19) 式知, 矢量目标函数 (20) 式考虑高低信噪比的同时大大简化了算法复杂度.

最后, 为进一步优化矢量表示 (20) 式, 我们将近似双向中继网络的目标函数, 将其转化为单向中继网络 (第 2 组用户) 参数的线性组合. 由矩阵表示 (14) 式知, 用户接收信干噪比 $\text{SINR}_{j'i} = \frac{S_{j'i}}{\beta_{j'i} I_{(ij')} + \sigma^2}$, $\text{SINR}_{ij'} = \frac{S_{ij'}}{\beta_{ij'} I_{(ij')} + \sigma^2}$. 其中, $I_{(ij')}$ 为如下所示.

$$I_{(ij')} = \rho \eta^2 \left(\sum_{p=1}^K \sum_{q=1}^L \left(\frac{\alpha_{pq'}^2}{K} + \frac{\alpha_{q'p}^2}{L} \right) |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G} \tilde{\mathbf{v}}_{(pq')}|^2 - \left(\frac{\alpha_{ij'}^2}{K} + \frac{\alpha_{j'i}^2}{L} \right) |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G} \tilde{\mathbf{v}}_{(ij')}|^2 \right) + \eta^2 \sigma^2 |\tilde{\mathbf{u}}_{(ij')}^H \mathbf{G}|^2. \quad (21)$$

当网络干扰可消除理想时, 有 $\beta_{j'i} I_{(j'i)} \approx \beta_{ij'} I_{(ij')}$, 即第 1 组用户的信干噪比与第 2 组用户的信干噪比满足关系式: $\text{SINR}_{ij'} \approx \frac{L \alpha_{ij'}^2 \beta_{ij'}^2}{K \alpha_{j'i}^2 \beta_{j'i}^2} \text{SINR}_{j'i}$. 继而, 两组用户的矢量信干噪比表示式有

$$\gamma_{ij'} \approx \frac{L \alpha_{ij'}^2 \beta_{ij'}^2}{K \alpha_{j'i}^2 \beta_{j'i}^2} \gamma_{j'i}. \quad (22)$$

我们将 (22) 式代入 (20) 式, 即得到目标函数的最优矢量表示式, 如下所示:

$$\mathbf{g}^* \approx \arg \max_{\mathbf{g}} \left(\underbrace{1 + \rho \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^K \left(1 + \frac{L \alpha_{ij'}^2 \beta_{ij'}^2}{K \alpha_{j'i}^2 \beta_{j'i}^2} \right) \gamma_{j'i}}_{C_L(\mathbf{g})} + \underbrace{\frac{L}{K} \rho^{2KL} \prod_{j=1}^L \prod_{i=1}^K \frac{\alpha_{ij'} \beta_{ij'}}{\alpha_{j'i} \beta_{j'i}} \gamma_{j'i}}_{C_H(\mathbf{g})} \right). \quad (23)$$

4.3 优化问题求解与算法步骤

由于目标函数 (12) 式的非凹非凸性, 我们利用 Armijo 快速线性搜索算法 [16] 迭代寻找使目标函数最大化的中继预编码矩阵. 求解主要思路是以矢量目标函数 (23) 式为目标函数迭代更新中继等效预编码矢量 $\mathbf{g}$, 直到其对应的预编码矩阵 $\mathbf{G}$ 为最优值点.

优化矢量目标函数 $C(\mathbf{g}_k) = C_H(\mathbf{g}_k) + C_L(\mathbf{g}_k)$, 其迭代更新搜索矢量为 $\mathbf{g}_k$, 满足 $C(\mathbf{g}_k) > C(\mathbf{g}_{k-1})$. 矢量 $\mathbf{g}_k$ 的迭代表示式为

$$\mathbf{g}_k = \mathbf{g}_{k-1} + \delta \nabla C(\mathbf{g}_{k-1}), k = 2, 3, 4, \dots, \quad (24)$$

式中, δ 为迭代步长, $\nabla C(\mathbf{g}_k)$ 为 $C(\mathbf{g}_k)$ 的梯度. 为快速收敛, 记 $\delta = \varepsilon^m$, m 为满足下式的最小整数, 满足

$$C(\mathbf{g}_k + \varepsilon^m \nabla C(\mathbf{g}_k)) - C(\mathbf{g}_k) \geq \mu \varepsilon^m \|\nabla C(\mathbf{g}_k)\|_F^2, \varepsilon, \mu \in [0, 1], \quad (25)$$

其中, 梯度表示式为

$$\begin{aligned} \nabla C(\mathbf{g}) &= \nabla C_H(\mathbf{g}) + \nabla C_L(\mathbf{g}) \\ &= \frac{L}{K} \rho^{2KL} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \left(\frac{\alpha_{ij'} \beta_{ij'}}{\alpha_{j'i} \beta_{j'i}} \left(\frac{2\mathbf{Y}_{l'k} \mathbf{g} \mathbf{g}^H \mathbf{X}_{l'k} \mathbf{g} - 2\mathbf{X}_{l'k} \mathbf{g} \mathbf{g}^H \mathbf{Y}_{l'k} \mathbf{g}}{(\mathbf{g}^H \mathbf{X}_{l'k} \mathbf{g})^2} \right) \right. \\ &\quad \left. \prod_{i=1, i \neq k}^K \prod_{j=1, j \neq l}^L \frac{\alpha_{ij'} \beta_{ij'}}{\alpha_{j'i} \beta_{j'i}} \frac{\mathbf{g}^H \mathbf{Y}_{j'i} \mathbf{g}}{\mathbf{g}^H \mathbf{X}_{j'i} \mathbf{g}} \right) \\ &\quad + \rho \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^K \left(1 + \frac{L \alpha_{ij'}^2 \beta_{ij'}^2}{K \alpha_{j'i}^2 \beta_{j'i}^2} \right) \left(\frac{2\mathbf{Y}_{j'i} \mathbf{g} \mathbf{g}^H \mathbf{X}_{j'i} \mathbf{g} - 2\mathbf{X}_{j'i} \mathbf{g} \mathbf{g}^H \mathbf{Y}_{j'i} \mathbf{g}}{(\mathbf{g}^H \mathbf{X}_{j'i} \mathbf{g})^2} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

由上述过程知, 可通过多次求解局部最优值逼近其全局最优值.

中继预编码矩阵的选取同时考虑了高低信噪比目标函数 $C_H(\mathbf{g}_k)$ 和 $C_L(\mathbf{g}_k)$, 其在高低信噪比时分别起着关键性作用. 值得一提的是中继线性搜索算法可以根据用户发送信噪比调目标函数 $C_H(\mathbf{g}_k)$ 和 $C_L(\mathbf{g}_k)$ 之间的权衡, 从而达到高中低信噪比时系统容量的最佳值.

具体算法步骤总结如下:

1. 初始化变量, 即初始中继矢量的数目 R 、最大迭代次数 $L_{\max}$ 、迭代终止阈值 T 以及中继矢量初始值 $\mathbf{g} = \mathbf{g}_0$ (随机矢量);
2. 在每个中继初始矢量附近, 利用上述线性搜索准则, 即通过 (23) 式、(24) 式、(25) 式及 (26) 式的约束条件寻找下一个或下下个中继矢量 $\mathbf{g}_k$, 并由 (12) 式、(13) 式及 (14) 式计算网络和信息速率, 直到满足 $k \leq L_{\max}$ 或 $|R_{\text{sum}}(\mathbf{G}_k) - R_{\text{sum}}(\mathbf{G}_{k-1})| \leq T$, 则迭代结束; 否则继续搜寻下一个中继矢量;
3. 在 R 个局部最优值中选取全局最优值.

5 仿真及性能分析

本节我们将仿真比较基于本文所提干扰对齐算法 (proposed interference alignment, Po-IA)、中继迫零算法 (zero forcing interference alignment, ZF-IA)^[13]、改进迫零算法 (enhanced zero forcing interference alignment, EZF-IA)^[8] 及联合干扰消除信号对齐算法 (signal alignment with joint interference cancellation, SAJIC)^[14] 的非对称双向中继 X 网络的系统性能. 假设信道为独立同分布的瑞利衰落信道, 其各分量服从零均值单位方差的复高斯分布; 系统中高斯白噪声的功率为 $\sigma^2 = 1$, 且归一化各节点的发送功率, 即 $P_i = P_{j'} = P_R = P, \forall i \in \{1, 2, \dots, K\}, j \in \{1, 2, \dots, L\}$, 则用户发送信噪比 $\text{SNR} = P/\sigma^2$, 并用 $[N|M_1, M_2, \dots, M_K; M_{1'}, M_{2'}, \dots, M_{L'}]$ 表示上述系统模型. 此外, 配置局部区域数, 即初始中继矢量的数目 $R = 100$, 每局部域线性搜索的最大迭代次数为 $L_{\max} = 60$, 迭代终止阈值为 $T = 10^{-4}$, 搜索算法步长参数为 $\mu = 0.2, \varepsilon = 0.7$.

图 3 给出了用户发送信噪比 $\text{SNR}=15$ dB 时, 本文算法下的系统和速率随着搜索算法迭代次数变化的性能曲线. 由图 3 可以看出, 本文算法可实现快速收敛, 即较小的迭代次数即可实现较高的系统速率. 同时, 网络用户可根据速率性能指标要求权衡算法复杂度.

图 4 给出了 $K=1, L=2, 3$ 时, 系统在迫零算法 (ZF-IA)、改进迫零算法 (EZF-IA) 及本文算法 (Po-IA) 下的和速率比较曲线. 由图 4 可以看出, 本文算法的中低信噪比和速率明显优于迫零算法及改进迫零算法, 高信噪比和速率随着发送信噪比的增大而趋于接近. 原因在于本文算法以系统和速率

图 3 本文算法下的系统和速率随迭代次数变化曲线
Figure 3 Sum rate of the proposed method as a function of the number of iterations

图 4 $K=1, L=2, 3$ 时非对称双向中继 X 网络的和速率曲线
Figure 4 Sum rate of the asymmetric two-way relay X networks with $K=1$ and $L=2$ or 3

图 5 $d=8$ 时 3 种算法下的非对称双向中继 X 网络和速率
Figure 5 Sum rate of the asymmetric two-way relay X networks with $d=8$ for 3 kinds of algorithms

图 6 $d=12$ 时 4 种算法下的非对称双向中继 X 网络和速率
Figure 6 Sum rate of the asymmetric two-way relay X networks with $d=12$ for 4 kinds of algorithms

为目标函数, 而迫零算法及改进迫零算法仅考虑了消除干扰成分. 在中低信噪比时, 用户发送信噪比不够大, 以系统和速率为目标函数的本文算法系统速率趋于和速率目标函数的最优值, 而迫零及改进迫零算法的用户期望信号功率不够大, 以至于本文算法的中低信噪比和速率性能明显优于迫零及改进迫零算法; 在高信噪比时, 用户发送信噪比足够大, 以至于迫零及改进迫零算法的用户期望信号功率足够大, 从而速率性能可以趋近于本文算法. 特别地, 当用户发送信噪比 $\text{SNR}=20 \text{ dB}$ 时, 所提算法在 $K=1, L=2$ 时相较于改进迫零算法大约有 1.5 bps/Hz 的速率增益; 在 $K=1, L=3$ 时大约有 4.1 bps/Hz 的速率增益.

接下来, 我们给出了自由度分别为 $d=8, d=12$ 时不同算法下的非对称双向中继 X 网络的和速率曲线. 图 5 给出了 $d=8$, 即 $K=2, L=2$ 时, 系统在 3 种算法下的和速率比较曲线. 可以看出, 当用户发送信噪比 $\text{SNR}=20 \text{ dB}$ 时, 相较于改进迫零算法, 本文算法大约有 6.5 bps/Hz 的速率增益.

为了能给出与文献 [13] SAJIC 算法的比较, 图 6 给出了 $d = 12$ 时系统的和速率比较曲线. 当 $d = 12$ 时, SAJIC 算法下的系统参数为 $K = L = 2, N = 6, M_i = [5, 5; 5, 5]$; ZF-IA 算法、EZF-IA 算法、Po-IA 算法下的系统参数为 $K = 2, L = 3, N = 6, M_i = [4, 4; 3, 3, 3]$. 可以看出, 本文算法的速率性能明显优于 ZF-IA 算法、EZF-IA 算法、SAJIC 算法的性能. 还可以看出, EZF-IA 算法的速率性能略优于 SAJIC 算法的性能. 原因在于 SAJIC 算法选取了任意的零空间矢量, 而 EZF-IA 算法通过变换获得多个候选零矢量, 再从众多候选零矢量中选择最优的零空间矢量.

由图 4、图 5 及图 6 知, 本文算法的系统性能和速率性能明显优于 ZF-IA 算法、EZF-IA 算法、SAJIC 算法的性能, 且信噪比越低, 本文算法的和速率优势越明显. 因为本文算法以和速率为目标函数, 通过在多个局部域初始化搜索点, 每个局部域借助快速搜索 Armijo 算法寻找最佳的中继处理矩阵, 再从多个局部域选取最优的全局中继处理矩阵的最佳值以达到提高网络和速率的目的. 本文算法将复杂的多用户非对称双向中继 X 网络的和速率目标函数近似为单向中继 X 网络用户参数的线性组合, 大大降低了算法搜索复杂度, 同时使得网络和速率得到明显改善.

6 结束语

本文针对多用户非对称双向中继 X 网络, 研究其干扰对齐方案, 给出了以最大化网络和速率为目标函数的优化中继预编码设计方案. 该算法通过数学变换将双向中继网络的和速率目标函数近似为单向中继网络用户参数的线性组合, 大大简化了最大化网络和速率带来的算法复杂度, 同时使得信号传输相当复杂的非对称双向中继 X 网络具有更高的传输速率. 仿真结果表明, 相较于现有的基于迫零算法的中继处理方案, 本文算法可明显改善网络和速率, 同时可对网络的速率性能和算法复杂度之间进行有效折中.

参考文献

- 1 Louie R H Y, Li Y H, Vucetic B. Practical physical layer network coding for two-way relay channels: performance analysis and comparison. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2010, 9: 764–777
- 2 Wilson M P, Narayanan K, Pfister H D. Joint physical layer coding and network coding for bidirectional relaying. *IEEE Trans Inf Theory*, 2010, 56: 5641–5654
- 3 Zhou R, Yang L X, Zhu W, et al. Transmission strategy and performance analysis for MIMO decode-forward two-way relay channel. *Sci China Ser F-Inf Sci*, 2009, 39: 1331–1341 [赵睿, 杨绿溪, 朱卫, 等. 解码转发 MIMO 双向中继系统的传输策略与性能分析. *中国科学: 信息科学*, 2009, 39: 1331–1341]
- 4 Cadambe V R, Jafar S A. Interference alignment and degrees of freedom of the k-user interference channel. *IEEE Trans Inf Theory*, 2008, 54: 3425–3441
- 5 Jafar S A. Interference alignment—a new look at signal dimensions in a communication network. *Found Trends Commun Inf Theory*, 2010, 7: 1–134
- 6 Ding Z, Wang T, Peng M, et al. On the design of network coding for multiple two-way relaying channels. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2011, 10: 1820–1832
- 7 Ganesan R, Weber T, Klein A. Interference alignment in multi-user two way relay networks. In: *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, Budapest, 2011. 1–5
- 8 Chung H J, Lee N Y, Shim B H. On the beamforming design for MIMO multipair two-way relay channels. *IEEE Trans Veh Technol*, 2012, 61: 3301–3306
- 9 Tao M T, Wang R. Linear precoding for multi-pair two-way MIMO relay systems with Max-Min fairness. *IEEE Trans Signal Process*, 2012, 60: 5361–5370

- 10 Lee K W, Lee N Y, Lee I. Achievable degrees of freedom on MIMO two-way relay interference channels. *IEEE Trans Wirel Commun*, 2013, 12: 1472–1480
- 11 Jafar S A, Shamai S M. Degrees of freedom region of the MIMO X channel. *IEEE Trans Inf Theory*, 2008, 54: 151–170
- 12 Lee K, Park S, Kim J, et al. Degrees of freedom on MIMO multi-link two-way relay channels. In: *Proceedings of IEEE Global Telecommunication Conference (GLOBECOM)*, Miami, 2010. 6–10
- 13 Long W, Lv T L, Gao H, et al. Interference alignment for multi-user multi-way relaying X networks. In: *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, Yokohama, 2012. 1–5
- 14 Xiang Z Z, Tao M X, Mo J H, et al. Degrees of freedom for MIMO two-way X relay channel. *IEEE Trans Signal Process*, 2013, 61: 1711–1720
- 15 Zhang X D. *Matrix analysis and applications*. Beijing: Tsinghua University Press, 2004 [张贤达. 矩阵分析与应用. 北京: 清华大学出版社, 2004]
- 16 Bazaraa M S, Sherali H D, Shetty C M. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. 3rd ed. New York: John Wiley and Sons, 2006

Interference alignment and relay processing algorithm via sum rate maximization for asymmetric two-way relay X networks

XIE XianZhong*, BAI LiPing*, XIONG ZeBo & LEI WeiJia

Chongqing Key Lab of Mobile Communications Technology, Institute of Personal Communications, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

*E-mail: xiexzh@cqupt.edu.cn, bailiping.happy@163.com

Abstract Two-way relay X networks offer a higher degrees of freedom, in contrast to traditional wireless communication networks. The relay processing based on zero forcing only considers the interference, ignoring the desired signal, so that the sum rate of the network to be improved. Specifically, the lower user transmission power, the greater disadvantages. The interference alignment scheme was researched for asymmetric two-way relaying X networks, moreover the relay beamforming technique based on the desired signal and interference signal was also presented. Firstly, a mathematical model was obtained for the network sum rate by the spatial relationship between user signal vectors. Then, the relay beamforming scheme based on sum rate maximization was transformed into a linear search for the optimal value through the matrix analysis and numerical analysis theory, and the objective function of the network was approximated by the limitation. Furthermore, the objective function was approximated by the linear combinations of parameters of one-way network. Finally, the relay precoder matrix to maximize the sum rate was obtained. Simulation results show that the proposed scheme significantly improved the network rate compared with existing relay processing scheme, while simplifying the complexity of the algorithm.

Keywords two-way relay X network, asymmetric, relay processing, sum rate maximization, interference alignment

ests include MIMO precoding and CR networks.

XIE XianZhong was born in 1966. He received his Ph.D. degree in communication and information systems from Xidian University, Xi'an, in 2000. He is currently with the School of Computer Science and Technology at Chongqing University of Posts and Telecommunications, China, as a Professor and Director of the Institute of Broadband Access Technologies. His research inter-

BAI LiPing was born in 1986. She received his B.S. degree from Shandong University, Jinan, in 2011, M.S. degree from Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing, in 2014. Her research interests include interference alignment, MIMO precoding.

LEI WeiJia was born in 1969. He received his Ph.D. degree in communications and information systems from the University of Electronic Science and Technology of China (UESTC), Chengdu, in 2007. He is a Professor at Chongqing University of Posts and Telecommunications, China. His main research field is channel coding, information theory and adaptive modulation.