

两车道交通流模型与数值计算

唐铁桥 黄海军*

(北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100083. * 联系人, E-mail: hjhuang@mail.nsf.gov.cn)

摘要 研究一个由快慢两条车道组成的交通流模型, 快车道上的车辆可以根据瞬时交通情况进入慢车道. 将基于速度梯度的交通流连续模型应用到每条车道上, 研究车流的小扰动失稳和走走停停等非平衡特性. 还研究了模型线性稳定的充要条件, 并用算例进行验证.

关键词 交通流模型 两车道 动量方程

Lighthill 和 Whitham^[1] 以及 Richards^[2] 在上世纪五十年代提出了一阶连续介质交通流模型, 被称为 LWR 理论. 根据这一理论, 交通流应满足守恒方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = s(x, t), \quad (1)$$

其中 ρ 为交通密度, q 为交通流量, x 和 t 分别表示空间和时间, $s(x, t)$ 是流量产生率. 对于没有进出匝道的公路, $s(x, t) = 0$, 否则 $s(x, t) \neq 0$. 设 v 为空间平均速度, 则有

$$q = \rho v. \quad (2)$$

LWR 还认为, 均衡状态下的平均速度 v 与交通密度 ρ 存在以下关系:

$$v = v_e(\rho). \quad (3)$$

以上三个方程联立起来, 可以得到简单交通流问题的解析解, 可以论证交通流激波的存在和堵塞的产生与疏导^[3]. 但由于 LWR 理论假定 (3) 总是成立, 所以它不能反映非均衡状态下交通流的动力特性, 如交通流是怎样失稳的、走走停停现象又是如何发生的. 后来, 学者们引进了高阶连续介质模型, 将车辆运动的加速度和惯性考虑进去, 大大丰富了交通流的研究内容和提高了模型的解释能力. Payne^[4] 从车辆跟驰模型推导出来的动量方程是

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_e(\rho) - v}{\tau} - \frac{v}{\rho \tau} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (4)$$

其中 $v = -0.5 \partial v_e(\rho) / \partial \rho$, τ 是车辆跟驰的延滞时间(司机的反应快慢). 使用 Payne 模型, 可以分析交通流失稳、走走停停和相变等特性. 之后, 人们在 Payne 模型的基础上, 进一步发展了多种形式的动量方程, 参见文献[5~8]等. 1998 年, Zhang^[9] 提出如下动量方程:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_e(\rho) - v}{\tau} - \rho (v'_e(\rho))^2 \frac{\partial \rho}{\partial x}. \quad (5)$$

Zhang 认为车流对强扰动的反应是分 3 个阶段发展的, 即以预期为主的阶段、预期与延迟相互平衡的阶段和以延迟为主的阶段, Zhang 模型刻画了第 2 阶段交通流的特性. 以上模型的一个致命缺陷是, 由动量方程和守恒方程得到的特征速度之一, 总是大于平均速度, 即后车的扰动能够影响前车的行为, 这是错误的^[10].

姜锐等人^[10,11] 从完全速度差跟驰模型出发, 提出了基于速度梯度的新交通流连续模型, 所推出的特征速度永远不会大于平均速度. 姜锐等人的动量方程是^[10,11]

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_e(\rho) - v}{\tau} + c_0 \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (6)$$

其中 $c_0 = \Delta / t_d$, Δ 是前后车之间的距离, t_d 是扰动向后传播 Δ 距离所需的时间.

上述模型有一个基本假设条件, 就是不允许超车, 因而只适用于单车道情形的交通流. Daganzo 于 1997 年建立了两车道的交通流模型, 其守恒方程是^[12]

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

其中 $P = (\rho_1, \rho_2)$, $Q = (q_1, q_2)$, ρ_1 和 ρ_2 , q_1 和 q_2 , v_1 和 v_2 分别表示快车道和慢车道的车流密度、流量和速度, Q 与 P 之间存在关系 $Q = Q(P)$. (7) 可以改写成

$$\frac{\partial P}{\partial t} + Q'(P) \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

其中 $Q'(P)$ 是 $Q(P)$ 的 Jacobi 矩阵, 即

$$Q'(P) = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial \rho_1} & \frac{\partial q_1}{\partial \rho_2} \\ \frac{\partial q_2}{\partial \rho_1} & \frac{\partial q_2}{\partial \rho_2} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Daganzo^[12]根据快、慢车道的密度对比情况,设定了各种情形下的速度-密度关系.再按照流量-密度之间的三角形关系,将 ρ_1 - ρ_2 关系图分成4个区域,分析了各区域内的交通流特性.为了得到解析结果,Daganzo模型没有考虑加速度和惯性的影响,因此不能如实地反映非均衡状态下交通流的动力学特性.吴正^[13]基于国内交通流的低速混合特点,建立了考虑车道数的质量守恒方程和动量方程,这相当于是研究多车道交通流问题,然而该模型令交通流密度取各车道密度的平均值,等于是假定了各车道的密度为一致,实际情况并非如此.通常情况下,快车道上的车流密度比慢车道上的车流密度要小一些.

本文将姜锐等人^[10]的动量方程引入到Daganzo建立的多车道模型框架内,建立高阶的多车道连续交通流模型.利用这个模型研究交通波问题,还研究模型线性稳定的充要条件,并用算例进行验证.

1 两车道高阶连续模型

设有快、慢两条车道和快、慢两种车型,快车道上的流量、密度和速度分别为 q_1, ρ_1, v_1 ; q_2, ρ_2, v_2 分别是慢车道上的流量、密度和速度.规定快车既可以在快车道上行驶,也可以在慢车道上行驶,而慢车只能在慢车道上行驶.还假定整个系统没有出、入匝道.

记 $P = (\rho_1, \rho_2)$, $Q = (q_1, q_2)$, $V = (v_1, v_2)$, 其中 $q_i = \rho_i v_i$, $i = 1, 2$. 这里我们为密度矩阵 P 和速度 V 之间定义一种乘法规则(为了表达形式上的统一而已):

$$Q = PV = (\rho_1, \rho_2)(v_1, v_2) = (\rho_1 v_1, \rho_2 v_2), \quad (10)$$

并做如下假设:首先,在均衡状态下,速度与密度之间、流量与密度之间存在关系

$$V = V_e(P), \quad Q = PV_e(P). \quad (11)$$

其次,均衡状态下, $v_{1e} = v_{1e}(\rho_1)$, $v_{2e} = v_{2e}(\rho_1, \rho_2)$, 分别是 ρ_1 和 ρ_2 的单调递减函数,而 $q_{1e} = q_{1e}(\rho_1)$, $q_{2e} = q_{2e}(\rho_1, \rho_2)$, 分别是 ρ_1 和 ρ_2 的严格凹函数.因此,快车道的速度和流量只是自己的密度的函数,而慢车道的速度和流量则是两条车道的密度的函数.再假定,函数 $q_1 = q_1(\rho_1)$ 和 $q_2 = q_2(\rho_1, \rho_2)$ 是相互独立的,以保证系统的特征速度不为零.

采用Daganzo的质量守恒方程

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = S(x, t), \quad (12)$$

其中 $S(x, t) = [s_1(x, t), s_2(x, t)]^T$, $s_1(x, t)$, $s_2(x, t)$ 分别是快慢车道的流量产生率.由于假定整个系统没有出、入匝道,因而有

$$s_1(x, t) + s_2(x, t) = 0. \quad (13)$$

每条车道都采用姜锐等人提出的高阶连续动力学模型,有

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = \frac{v_{ie} - v_i}{\tau_i} + c_{i0} \frac{\partial v_i}{\partial x}, \quad i = 1, 2, \quad (14)$$

其中 τ_1, τ_2 分别是快慢车道上车辆跟驰的延滞时间, c_{10}, c_{20} 分别表示快慢车道上扰动的传播速度,通常 $c_{10} \geq c_{20}$.

现在,我们采用矩阵形式来表达(12)和(14)式,得到

$$\frac{\partial U}{\partial t} + [A] \frac{\partial U}{\partial x} = E, \quad (15)$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ v_1 \\ \rho_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad [A] = \begin{bmatrix} v_1 & \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_1 - c_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_2 & 2\rho_2 \\ 0 & 0 & 0 & v_2 - c_{20} \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} s_1 \\ (v_{1e} - v_1)/\tau_1 \\ s_2 \\ (v_{2e} - v_2)/\tau_2 \end{bmatrix}.$$

与Daganzo的连续模型比较,(15)式中包括了两个动量方程,使得新模型可以反映非均衡状态下的一些动力特性.通过分析偏微分方程系统(15)的特征值,我们可以考察特征速度的一些性质.矩阵 $[A]$ 的特征值是以下方程的 λ 解:

$$\det([A] - \lambda[I]) = 0, \quad (16)$$

其中 $[I]$ 为 4×4 阶单位矩阵.(16)式即

$$\begin{vmatrix} v_1 - \lambda & \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_1 - c_{10} - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_2 - \lambda & 2\rho_2 \\ 0 & 0 & 0 & v_2 - c_{20} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (17)$$

于是,特征值为 $\lambda_1 = v_1, \lambda_2 = v_1 - c_{10}, \lambda_3 = v_2, \lambda_4 = v_2 - c_{20}$.因此,模型的4个特征速度分别是

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_1 = v_1, \quad \left(\frac{dx}{dt}\right)_2 = v_1 - c_{10}, \quad \left(\frac{dx}{dt}\right)_3 = v_2,$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_4 = v_2 - c_{20}. \quad (18)$$

显然, 由于 $c_{i0} \geq 0 (i=1, 2)$, 快慢车道上的特征速度 dx/dt 总是不会超过他们的宏观平均速度 $v_i (i=1, 2)$, 即后面的扰动不会向前传播; 另外, 由于特征速度不能为负, 所以 $c_{i0} < v_i$, 说明扰动向后传播的速度不会超过车流的平均速度.

2 模型分解

我们将 $\rho_1 - \rho_2$ 之间的关系分成 4 个区域, 分别建立高阶连续模型, 以研究各个区域内的交通流特性. 目前的区域划分还是定性的, 给出明确的区域边界值还有待进一步研究.

(a) ρ_1 和 ρ_2 都很小. 此时, 快慢车道均处于自由流状态, 速度分别为 v_{10}, v_{20} (它们是零流量时所对应的速度, 为常数, 而且 $v_{20} < v_{10}$), 因而, $\partial v_i / \partial x = 0$ 和 $v_{ie} = v_{i0}, i=1, 2$, 代入(15)得

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + v_{i0} \frac{\partial \rho_i}{\partial x} = s_i(x, t), \quad i=1, 2, \quad (19)$$

由于系统没有出入匝道, 所以 $s_1(x, t) = s_2(x, t) = 0$. 我们可以很容易从(19)得到密度的解析解.

(b) ρ_1 很小, ρ_2 较大. 快车道为自由流, 它的车流速度为 v_{10} , $\partial v_1 / \partial x = 0$, $v_{1e} = v_{10}$; 慢车道处于拥挤流状态, 其速度为 v_2 (它不是常数, 而且 $v_2 < v_{20} < v_{10}$). 代入(15)得

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + v_{10} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} = s_1(x, t), \quad (20)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + 2\rho_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} = s_2(x, t), \quad (21)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + (v_2 - c_{20}) \frac{\partial v_2}{\partial x} = \frac{v_{2e} - v_2}{\tau_2}, \quad (22)$$

快车道上的车辆不会行驶到慢车道上去, 所以 $s_1(x, t) = 0$. 另外, 因为假定系统没有进出口匝道, 所以有 $s_2(x, t) = 0$. 据此, (20)可以给出解析解, (21)、(22)式则宜用数值法求解.

(c) ρ_1 较大, ρ_2 很小. 快车道比较拥挤, 其速度为 $v_1(\rho_1)$, 慢车道的速度是 $v_2(\rho_1, \rho_2)$. 展开(15)式得:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \rho_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} = s_1(x, t), \quad (23)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + (v_1 - c_{10}) \frac{\partial v_1}{\partial x} = \frac{v_{1e} - v_1}{\tau_1}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + 2\rho_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} = s_2(x, t), \quad (25)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + (v_2 - c_{20}) \frac{\partial v_2}{\partial x} = \frac{v_{2e} - v_2}{\tau_2}, \quad (26)$$

当快车发现在快车道上行驶可能比在慢车道上还慢时, 就会转移到慢车道, 所以, $s_1(x, t) \neq 0$, $s_2(x, t) \neq 0$, 但 $s_1(x, t) + s_2(x, t) = 0$. 这种情况下, (23)~(26)式宜用数值法求解.

(d) ρ_1 和 ρ_2 都很大. 两条车道都高度拥挤, 因此快慢车都没有必要改变车道. (15)式成为

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \rho_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + (v_1 - c_{10}) \frac{\partial v_1}{\partial x} = \frac{v_{1e} - v_1}{\tau_1}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + 2\rho_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} = 0, \quad (29)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + (v_2 - c_{20}) \frac{\partial v_2}{\partial x} = \frac{v_{2e} - v_2}{\tau_2}, \quad (30)$$

上述方程仍然适宜用数值法求解.

3 稳定性分析

我们最感兴趣的是(c)区域, 因为这个区域有快车转换车道的现象, 下面分析该区域交通流模型的稳定性.

设 ρ_{i*} 和 v_{i*} 是模型(23)~(26)在稳定状态下的解, 令 $\rho_i = \rho_{i*} + \xi_i$ 和 $v_i = v_{i*} + \eta_i$ 是模型的一个扰动解, 其中 $\xi_i = \xi_i(x, t)$ 和 $\eta_i = \eta_i(x, t)$ 是稳定解的一个小光滑扰动. 将 $\rho_i = \rho_{i*} + \xi_i$ 和 $v_i = v_{i*} + \eta_i$ 代入(23)~(26), 然后在 ρ_{i*} 和 v_{i*} 处进行 Taylor 展开并丢掉 ξ_i 和 η_i 的高阶项, 得到下列方程组:

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial t} + v_{1*} \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \rho_{1*} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = 0, \quad (31)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + (v_{1*} - c_{10}) \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = \frac{v'_{1e}(\rho_{1*})\xi_1 - \eta_1}{\tau_1}, \quad (32)$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial t} + v_{2*} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + 2\rho_{2*} \frac{\partial \eta_2}{\partial x} = 0, \quad (33)$$

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} + (v_{2*} - c_{20}) \frac{\partial \eta_2}{\partial x} = \frac{(\partial v_{2e}(\rho_{1*}, \rho_{2*}) / \partial \rho_1) \xi_1 + v'_{2e}(\rho_{1*}, \rho_{2*}) \xi_2 - \eta_2}{\tau_2} \quad (34)$$

其中 $v'_{ie} = \frac{\partial v_{ie}}{\partial \rho_i}, i=1, 2$. 假定 $\partial v_{2e} / \partial \rho_1 \ll v'_{1e}$, 就可以忽略(34)式中的 $(\partial v_{2e}(\rho_{1*}, \rho_{2*}) / \partial \rho_1) \xi_1$, 再从方程组(31)~(34)式中消掉 ξ_1 和 ξ_2 , 得到

$$(\partial_t + c_1 \partial_x) \eta_1 = -\tau_1 [(\partial_t + c_{11} \partial_x)(\partial_t + c_{12} \partial_x)] \eta_1, \quad (35)$$

$$(\partial_t + c_2 \partial_x) \eta_2 = -\tau_2 [(\partial_t + c_{21} \partial_x)(\partial_t + c_{22} \partial_x)] \eta_2, \quad (36)$$

其中 $c_1 = v_{1*} + \rho_{1*} v'_{1e}(\rho_{1*})$, $c_2 = v_{2*} + 2\rho_{2*} v'_{2e}(\rho_{1*}, \rho_{2*})$, $c_{11} = v_{1*} - c_{10}$, $c_{12} = v_{1*}$, $c_{21} = v_{2*} - c_{20}$, $c_{22} = v_{2*}$. 接下来, 沿用Jiang等人(2002)^[10]的办法可以证明, 模型(23)~(26)为线性稳定的充分必要条件为

$$c_{11} \leq c_1 \leq c_{12}, \quad (37)$$

$$c_{21} \leq c_2 \leq c_{22}, \quad (38)$$

这两个条件中若有一个不满足, 系统就会出现不稳定的现象.

4 数值计算

本节对区域(c)的交通流模型进行数值计算, 以验证模型的特性. 首先对(23)~(26)式进行差分, 得到如下方程

$$\begin{aligned} \rho_{li}^{j+1} = & \rho_{li}^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} v_{li}^j (\rho_{l(i-1)}^j - \rho_{li}^j) \\ & + \rho_{li}^j \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_{li}^j - v_{l(i+1)}^j) + \Delta t s_{li}^j, \end{aligned} \quad (39)$$

若交通量很大, 即 $v_{li}^j < c_{10}$ 时, 有

$$v_{li}^{j+1} = v_{li}^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_{10} - v_{li}^j)(v_{l(i+1)}^j - v_{li}^j) + \frac{\Delta t}{\tau_1} (v_{1e} - v_{li}^j), \quad (40)$$

否则

$$v_{li}^{j+1} = v_{li}^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_{10} - v_{li}^j)(v_{li}^j - v_{l(i-1)}^j) + \frac{\Delta t}{\tau_1} (v_{1e} - v_{li}^j). \quad (41)$$

同理

$$\rho_{2i}^{j+1} = \rho_{2i}^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} v_{2i}^j (\rho_{2(i-1)}^j - \rho_{2i}^j)$$

$$+ 2\rho_{2i}^j \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_{2i}^j - v_{2(i+1)}^j) + \Delta t s_{2i}^j, \quad (42)$$

若交通量很大, 即 $v_{2i}^j < c_{20}$ 时, 有

$$v_{2i}^{j+1} = v_{2i}^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_{20} - v_{2i}^j)(v_{2(i+1)}^j - v_{2i}^j) + \frac{\Delta t}{\tau_2} (v_{2e} - v_{2i}^j), \quad (43)$$

否则

$$v_{2i}^{j+1} = v_{2i}^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_{20} - v_{2i}^j)(v_{2i}^j - v_{2(i-1)}^j) + \frac{\Delta t}{\tau_2} (v_{2e} - v_{2i}^j), \quad (44)$$

其中 j 代表时间段、 i 代表空间段. 为了分析小扰动所产生的交通流特性, 采用下列初值条件^[10]:

$$\begin{aligned} \rho_i(x, 0) = & \rho_{i0} + \Delta \rho_{i0} \left\{ \cosh^{-2} \left[\frac{160}{L} \left(x - \frac{5L}{16} \right) \right] \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} \cosh^{-2} \left[\frac{40}{L} \left(x - \frac{11L}{32} \right) \right] \right\}, \quad i=1, 2, \end{aligned} \quad (45)$$

其中道路长度 $L=32.2$ km, ρ_{i0} 是密度初始值, $\Delta \rho_{i0}$ 代表扰动. 设置如下周期边界条件:

$$\rho_i(L, t) = \rho_i(0, t), v_i(L, t) = v_i(0, t), \quad i=1, 2. \quad (46)$$

采用的均衡速度公式是

$$v_{1e} = v_{10} (1 - \rho_1 / \rho_{1j}), \quad (47)$$

$$v_{2e} = v_{20} (1 - \rho_2 / \rho_{2j}) (1 - (\rho_1 + \rho_2) / (\rho_{1j} + \rho_{2j})), \quad (48)$$

其中, ρ_{1j} 和 ρ_{2j} 分别是快慢车道的临界(堵塞)密度. 速度初值设置为 $v_1(x, 0) = v_{1e}(\rho_1(x, 0))$, $v_2(x, 0) = v_{2e}(\rho_1(x, 0), \rho_2(x, 0))$. 其他输入参数是: $\Delta \rho_{10} = 0.005$, $\Delta \rho_{20} = 0.008$, $\Delta x = 100$ m, $\Delta t = 1$ s, $v_{10} = 40$ m $\cdot$ s⁻¹, $v_{20} = 30$ m $\cdot$ s⁻¹, $c_{10} = 15$ m $\cdot$ s⁻¹, $c_{20} = 11$ m $\cdot$ s⁻¹, $\tau_1 = 15$ s, $\tau_2 = 10$ s, $\rho_{1j} = 0.15$ 车 $\cdot$ m⁻¹, $\rho_{2j} = 0.3$ 车 $\cdot$ m⁻¹. 如果 $v_1 < v_2$, 则 $s_1 = -0.01 \rho_1 v_1$, $s_2 = 0.01 \rho_1 v_1$. 将上述数据代入(36)式下面给出的 c_{11}, c_{12} 计算式中, 根据关系式(37)易知, 如果快车道上的车辆不允许向慢车道转移, 当 $\rho_{10} > 0.056$ 时, 快车道上将出现车流不稳定. 数值模拟表明, 当允许快车道上的车辆向慢车道转移时, 只有在 $\rho_{10} > 0.06$ 时才发生不稳定, 说明维持稳定的临界条件提高了.

图 1~6 给出了不同初始密度下的数值计算结果 (x, t, ρ 的单位分别为 100 m, 100 s, 100 车 $\cdot$ m⁻¹), 基本结论如下:

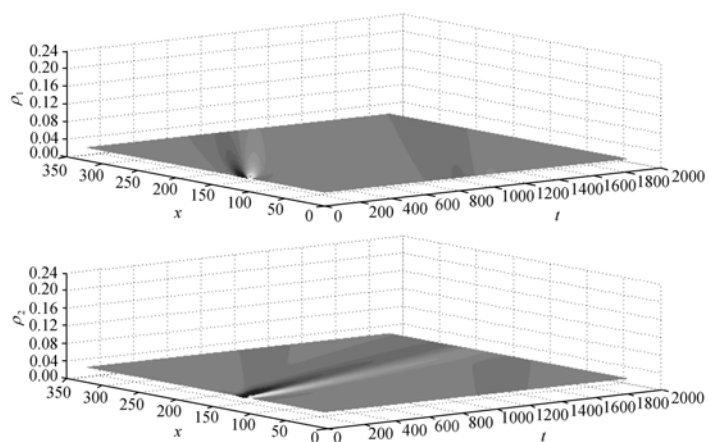


图 1 $\rho_{10}=0.03, \rho_{20}=0.035$

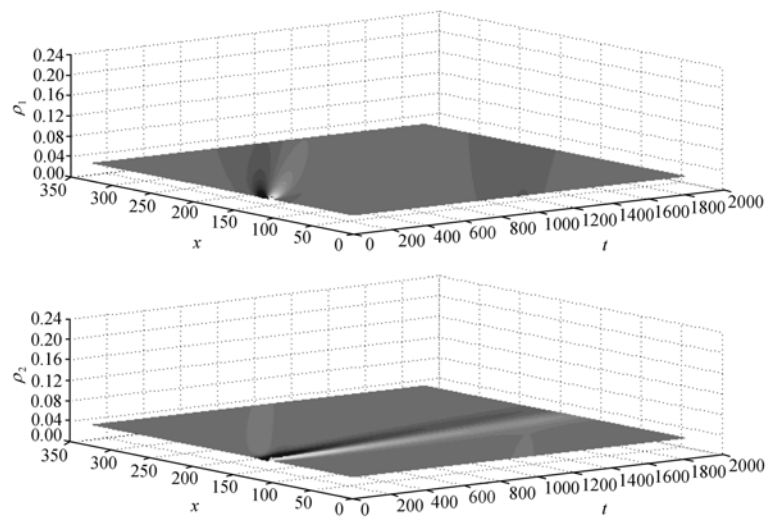


图 2 $\rho_{10}=0.036, \rho_{20}=0.042$

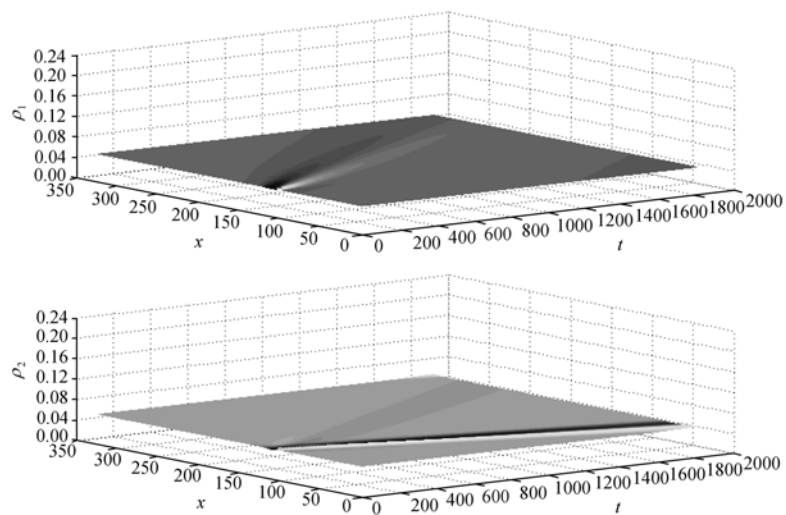
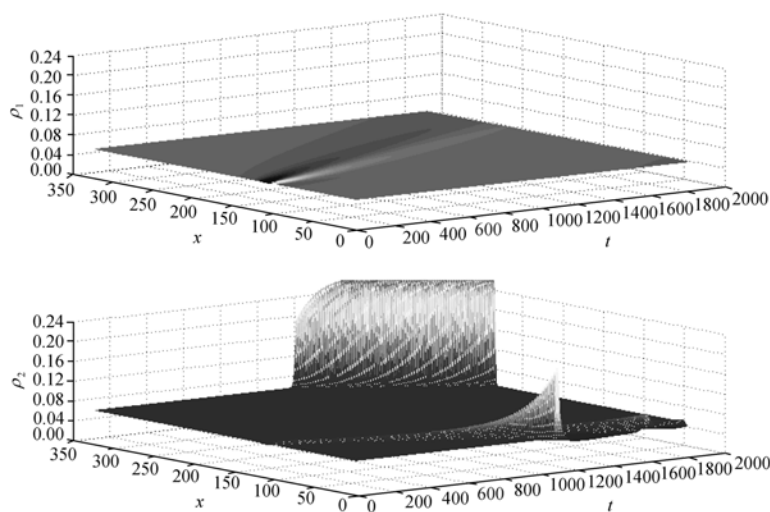
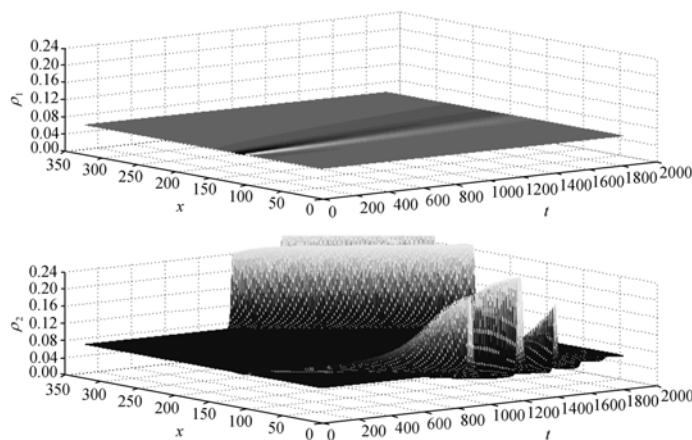


图 3 $\rho_{10}=0.055, \rho_{20}=0.06$

图4 $\rho_{10}=0.06, \rho_{20}=0.07$ 图5 $\rho_{10}=0.07, \rho_{20}=0.08$

(1) 快车道的密度变化远远小于慢车道;

(2) 当 $\rho_{10} \leq 0.03, \rho_{20} \leq 0.035$ 时, 两条车道上的车流都非常稳定, 见图 1;

(3) 当 $0.03 < \rho_{10} \leq 0.055, 0.035 < \rho_{20} \leq 0.06$ 时, 快车道的车流是稳定的, 慢车道的车流出现小扰动, 见图 2-图 3;

(4) 当 $0.055 < \rho_{10} \leq 0.06, 0.06 < \rho_{20} \leq 0.08$ 时, 快车道的车流仍然稳定, 慢车道上出现走走停停的现象, 见图 4,5;

(5) 当 $\rho_{10} > 0.06, \rho_{20} > 0.08$ 时, 快车道上出现小扰动, 慢车道上发生严重的走走停停现象, 出现多个

交通流“串”, 见图 6;

(6) 快车道的扰动波面在 $\rho_{10} \geq 0.07$ 时改变方向, 而慢车道的扰动波面在 $\rho_{20} \geq 0.042$ 时就改变了方向。

当初始密度较小时, 快慢车道上的扰动消失得都比较快(快车道的扰动消失速度相对要快一些), 前车自动提速, 所以扰动波面向前伸展; 当初始密度比较大时, 前车提速受到限制, 扰动波面开始向后伸展, 由于快车道的车辆可以向慢车道转移, 所以其扰动波面转向可以比慢车道迟一些, 而慢车道接受了快车道过来的车辆, 就更容易出现拥挤, 扰动波面提前向后伸展。这种现象在单车道交通流问题

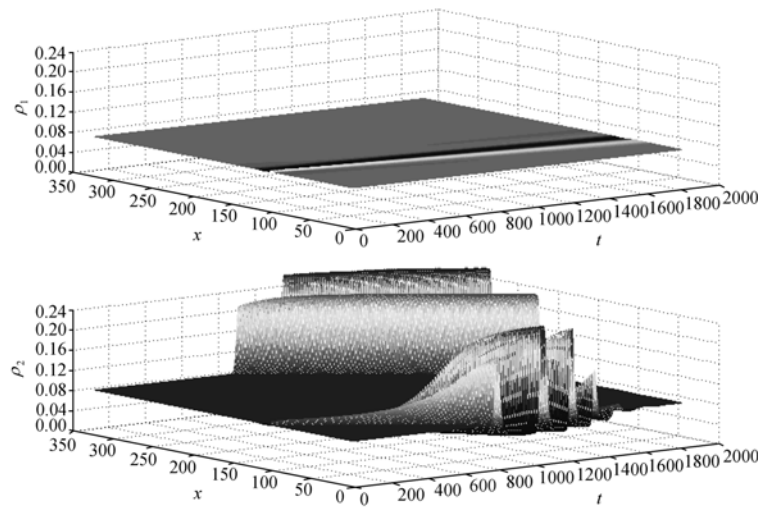


图 6 $\rho_{10}=0.08, \rho_{20}=0.09$

中是观察不到的.

5 结论

现存的高阶连续模型主要是针对单车道情形的,不能直接用来分析多车道的车流问题. Daganzo^[12]提出了两车道交通流模型,但没有考虑车辆的加速度和惯性影响,因而不能反映交通流的非平衡特性. 本文利用基于速度梯度的动力学方程,建立了新的两车道交通流模型,克服了Daganzo模型的缺陷. 数值计算结果表明,所建模型可以描述扰动及由扰动引起的走走停停现象. 但是,本文所建模型仍然是分车道处理的,实际上各车道之间的相互关系非常复杂,有必要发展真正的多维车流模型,这是我们需要进一步研究的内容.

致谢 本工作为国家杰出青年科学基金(批准号: 79825001)和国家重点基础研究发展规划资助项目.

参 考 文 献

- 1 Lighthill M J, Whitham G B. On kinematic waves: A theory of traffic flow on long crowded roads. Proc R Soc, Ser A, 1955, 22: 317~345
- 2 Richards P I. Shock waves on the highway. Opns Res, 1956, 4: 42~51
- 3 王明棋. 交通流理论的研究进展. 力学进展, 1995, 25: 343~356

- 4 Payne H J. Models of freeway traffic and control. In: Bekey G A, eds. Mathematical Models of Public Systems. Simulation Councils Proceedings Series, 1971, 51~60
- 5 Kühne R D. Macroscopic freeway model for dense traffic-stop-start waves and incident detection. In: Volmuller J, Hamerslag R, eds. Proceedings of 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory. Netherlands: VNU Science Press, 1984, 21~42
- 6 Ross P. Traffic dynamics. Transpn Res B, 1988, 22: 421~435
- 7 Papageorgiou M, Blosseville J M, Hadj-Salem H. Macroscopic modeling of traffic flow on the Boulevard Peripherique in Paris. Transpn Res B, 1989, 23: 29~47
- 8 Michalopoulos R, Yi P, Lyrintzis A S. Continuum modeling of traffic dynamics for congested freeways. Transpn Res B, 1993, 27: 315~332
- 9 Zhang H M. A theory of nonequilibrium traffic flow. Transpn Res B, 1998, 32: 485~498
- 10 Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J. A new continuum model for traffic flow and numerical tests. Transpn Res B, 2002, 36: 405~419
- 11 姜锐, 吴清松, 朱祚金. 一种新的交通流动力学模型. 科学通报, 2000, 45: 1895~1899[摘要] [PDF]
- 12 Daganzo C F. A continuum theory of traffic dynamics for freeways with special lanes. Transpn Res B, 1997, 31: 83~102
- 13 吴正. 低速混合型城市交通的流体力学模型. 力学学报, 1994, 26: 149~157

(2004-06-23 收稿, 2004-08-16 收修改稿)