



论 文

一种基于 GTD 模型和状态空间处理的运动目标超宽带散射中心提取方法

王俊*, 魏少明, 孙进平, 毛士艺

北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100191

* 通信作者. E-mail: wangjun203@gmail.com

收稿日期: 2010-07-01; 接受日期: 2010-09-13

重点实验室基金 (批准号: 9140C8001011001) 和国家自然科学基金 (批准号: 60901056) 资助项目

摘要 超宽带条件下散射中心的不同运动将对参数提取造成影响. 基于 GTD 模型和状态空间处理, 本文提出了一种针对运动目标的超宽带散射中心提取方法. 该方法首先将超宽带条件下的目标 GTD 散射模型转化为状态空间方程, 通过奇异值分解提取散射中心的径向距离和径向速度信息; 然后由标准正交向量基降维表示散射中心在整个带宽上的类型参数信息, 采用遍历方法和最小二范数准则求解出散射中心的类型参数信息; 最后基于最小二乘法求解出散射中心的散射强度. 文中同时给出了各参数估计的 CR 界. 仿真结果验证了文中方法的有效性, 该方法可同时提取散射中心径向距离、径向速度、散射强度和类型参数信息, 从而有利于各散射中心的跟踪和整体目标的有效识别.

关键词 散射中心提取 GTD 模型 状态空间法 超宽带 多普勒处理

1 引言

散射中心特征模型能够刻画目标的细节信息, 因而得到广泛应用^[1-5]. 目前用于描述超宽带雷达散射中心特征的模型主要有指数和模型、衰减指数和 (DE) 模型、GTD 模型. 其中 GTD 模型基于几何绕射理论 (geometrical theory of diffraction), 以高频散射的局部性原理为基础^[1,3,6-8], 该模型增加了频率依赖的幅度指数变化项, 能够表征散射中心位置、幅度、频率依赖因子信息, 更接近于目标实际的散射机理. 类型参数 (频率依赖因子) 能够反映边沿、曲面、锥形、直角、凹槽等目标典型结构, 具有明确的物理意义.

目前对散射中心的参数提取, 主要以基于参数化模型的谱估计方法为主, 例如常规的 Prony 方法、矩阵束法、ARMA 模型、ESPRIT 和 MUSIC 算法、Cauchy 方法^[2,9-16]等. 这些方法主要用于计算散射中心的位置、强度和衰减因子, 且都基于 DE 模型的假设, 无法反映不同的散射中心频率依赖特性. 近年来, 出现了很多基于模型的特征分解方法, 一般采用状态空间法来实现系统的识别和对目标散射参数的提取. 在文献 [17] 中首先采用状态空间法对时序数据进行处理来估计衰减正弦信号的频率和散射强度. 文献 [18-21] 基于 DE 模型, 利用状态空间法提取散射中心的散射强度, 衰减速率和径向距离信息. 文献 [22] 中利用正弦信号恢复的例子证明, 状态空间法可以减少参数对噪声的敏感性. 与基

引用格式: 王俊, 魏少明, 孙进平, 等. 一种基于 GTD 模型和状态空间处理的运动目标超宽带散射中心提取方法. 中国科学: 信息科学, 2011, 41: 929-944

于多项式的处理方法如 Prony、MUSIC 方法不同, 状态空间法在一次运算中利用特征分解可以同时估计出散射强度、初始相位和频率, 而基于多项式的方法, 则是通过复杂的多项式根搜索得到频率估计后再进行散射强度的估计^[22]. 另外, 不同于之前方法通过对传递函数分母多项式求根来获得系统极点, 从而要求系统的极点在单位圆内以保持系统的稳定, 状态空间法进行处理时, 直接利用矩阵的特征分解来求取系统的极点, 因此系统极点可以在 Z 平面的任何地方, 也就是各个散射中心的散射强度可以和频率存在不同的依赖关系, 所以可以捕获散射机理的动态宽带行为^[19,20]. 现有状态空间方法的不足是所采用的散射模型没有考虑目标超宽带散射中心的相异运动及多普勒色散的影响, 只能适用于静态目标及散射中心相同运动时径向距离、幅度和频率依赖因子的估计. 当各散射中心进行任意空间运动, 特别出现径向距离重合或相互遮挡时, 无法实现散射中心特征的准确提取.

本文提出了一种针对运动目标的基于 GTD 模型的超宽带联合多普勒处理的状态空间方法. 该方法首先将超宽带条件下的目标 GTD 散射模型转化为状态空间方程, 通过奇异值分解提取散射中心的径向距离和径向速度信息, 这有效解决了不同散射点距离交叉时距离轨迹出现的混叠问题; 然后对散射中心的类型参数和散射强度进行了求解, 这两个参量有利于将不同类型的散射中心有效的识别出来. 文中给出了一个散射中心情况下的各参数估计的 CR 界的推导. 通过将由旋转圆锥目标上提取的动态回波数据进行处理的结果与 CR 界的比较, 验证了文中方法的有效性.

2 GTD 散射模型

传统的散射模型假定所有散射中心合在一起产生目标在不同频率下的 RCS,

$$\hat{g}(f) = \sum_s \Gamma_s e^{-2\pi j f \frac{2}{c} r_s} + v(f), \quad (1)$$

其中 s 为散射中心数目, Γ_s 为散射中心散射强度, r_s 为雷达到散射中心的径向距离, $v(f)$ 为白噪声.

GTD 假定目标的后向散射从一系列离散散射中心发出^[6,8], 这些散射中心都存在一个频率依赖因子 $(jf/f_c)^\alpha$, 则目标的 RCS 假定由这一系列的 GTD 散射中心合成,

$$\hat{g}(f) = \sum_s \Gamma_s \left(j \frac{f}{f_c} \right)^{\alpha_s} e^{-2\pi j f \frac{2}{c} r_s} + v(f), \quad (2)$$

其中类型参数 $\alpha = n/2$, n 为小的正整数或负整数, 它与目标的外形参数相关, 可作为目标识别的特征量.

对散射点存在运动的目标, 当径向距离上目标的各散射中心不能分辨时, 可以采用径向速度来对各散射中心进行分辨, 因此这里在 GTD 模型中引入径向速度 $\dot{r}_s$, 并且假设短时间内散射中心的径向速度保持不变,

$$\hat{g}(f, t) = \sum_s \Gamma_s \left(j \frac{f}{f_c} \right)^{\alpha_s} e^{-2\pi j f \frac{2}{c} (r_s + \dot{r}_s t)} + v(f). \quad (3)$$

为便于进行数字信号处理, 这里将 f 用 f_n 表示, 设频率步进间隔为 Δf , 则 $f_n = n\Delta f$, 其中 $n \in \{n_0, n_0 + 1, \dots, n_0 + N - 1\}$, N 为一个脉冲串中回波采样点的总数; 将 t 用 t_k 表示, 设脉冲重复频率为 PRF, 则 $t_k = k\Delta t$, 这里 $\Delta t = 1/\text{PRF}$, $k \in \{k_0, k_0 + 1, \dots, k_0 + K - 1\}$, K 为一次处理的脉冲串个数或者称为时间窗长度, 则式 (3) 可写为

$$\hat{g}_{n,k} = \sum_s \Gamma_s \left(j \frac{n\Delta f}{f_c} \right)^{\alpha_s} e^{-j4\pi \frac{n\Delta f}{c} (r_s + \dot{r}_s k\Delta t)} + v(n). \quad (4)$$

3 状态空间法散射中心参数估计

3.1 ARMA 模型与状态空间表达式

ARMA 模型的输入输出关系可以用差分方程表示为

$$y(n) = \sum_{i=1}^m d_i y(n-i) + \sum_{j=1}^q b_j w(n-j) + b_0 w(n), \quad (5)$$

其中, $w(n)$ 和 $y(n)$ 分别是输入和输出, 则系统的传输函数为

$$H(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{B_0(z)}{A_0(z)}, \quad (6)$$

其中

$$A_0(z) = 1 - \sum_{i=1}^m d_i z^{-i}, \quad (7)$$

$$B_0(z) = b_0 + \sum_{j=1}^q b_j z^{-j}. \quad (8)$$

多项式 $A_0(z)$ 的根就是系统的极点, $B_0(z)$ 的根就是系统的零点.

ARMA 模型的输入输出关系也可以用离散时间状态空间式来表示:

$$x(n+1) = Ax(n) + Bw(n), \quad (9)$$

$$y(n) = Cx(n) + w(n), \quad (10)$$

其中, $w(n)$ 和 $y(n)$ 分别为输入和输出变量, $x(n) \in C^{s \times 1}$ 为状态变量, $A \in C^{s \times s}$ 是开环矩阵, $B \in C^{s \times 1}$ 和 $C \in C^{1 \times s}$ 是常数矩阵.

对式 (9) 和 (10) 进行 z 变换, 可以得到系统的传输函数 $H(z)$,

$$H(z) = C(zI - A)^{-1}B + 1, \quad (11)$$

其中 I 为单位矩阵, 在式 (11) 中, 矩阵 A 的特征值是 ARMA 模型的极点 (即 $H(z)$ 分母的根), 矩阵 $(A - BC)$ 的特征值是 ARMA 模型的零点 (即 $H(z)$ 分子的根). 同时可以得到模型的单位冲击响应为

$$y(n) = CA^{n-1}B. \quad (12)$$

3.2 Hankel 矩阵的构造

参照状态空间模型的单位冲击响应式 (12), 可以将式 (4) 改写为状态空间的形式, 首先对式 (4) 分解为

$$\hat{g}_{n,k} = \sum_s \Gamma_s \left(j \frac{n\Delta f}{f_c} \right)^{\alpha_s} e^{-j4\pi \frac{n\Delta f}{c} r_s} e^{-j4\pi \frac{n\Delta f k \Delta t}{c} \dot{r}_s}, \quad (13)$$

可以看出, 后一个指数项中的 $n\Delta f k \Delta t$, 同时存在两个变量 n 和 k , 这将阻碍式 (13) 进一步转化为标准的状态空间模型表达式, 从而不能单独将径向距离和径向速度从中分离出来. 不过可以采用时域重采样的方法将 $n\Delta f k \Delta t$ 中的 n 去除掉: 将采样数据以 K 为行数, N 为列数, 排成一个矩阵, 沿每一列

对数据进行插值, 这里选择新的采样时间间隔 $\Delta t'$, 其满足 $n\Delta f\Delta t' = f_0\Delta t$. 经过重采样后, 式 (13) 可表示为 $\tilde{g}_{n,k}$,

$$\begin{aligned}\tilde{g}_{n,k} &= \sum_s \Gamma_s \left(j \frac{n\Delta f}{f_c} \right)^{\alpha_s} e^{-j4\pi \frac{n\Delta f}{f_c} r_s} e^{-j4\pi \frac{f_0 k \Delta t}{c} \dot{r}_s} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma_1 (j \frac{n\Delta f}{f_c})^{\alpha_1} & \Gamma_2 (j \frac{n\Delta f}{f_c})^{\alpha_2} & \dots \end{bmatrix}}_{C_1} \underbrace{\text{diag} \left[e^{-\frac{j4\pi r_1 \Delta f}{c}} \quad e^{-\frac{j4\pi r_2 \Delta f}{c}} \quad \dots \right]}_{A_{r_1}^n} \underbrace{\text{diag} \left[e^{-\frac{j4\pi f_0 \dot{r}_1 \Delta t}{c}} \quad e^{-\frac{j4\pi f_0 \dot{r}_2 \Delta t}{c}} \quad \dots \right]}_{A_{\dot{r}_1}^k} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix}}_{B_1} \\ &= C_1 A_{r_1}^n A_{\dot{r}_1}^k B_1,\end{aligned}\quad (14)$$

其中, $(j \frac{n\Delta f}{f_c})^{\alpha_s} = j^{\alpha_s} (\frac{n\Delta f}{f_c})^{\alpha_s} = j^{\alpha_s} e^{\alpha_s \ln(\frac{n\Delta f}{f_c})}$, 又 $\ln(\frac{n\Delta f}{f_c}) = \ln(1 + \frac{n'\Delta f}{f_c}) = (\frac{n'\Delta f}{f_c}) + \dots + (-1)^m \frac{1}{m+1} (\frac{n'\Delta f}{f_c})^{m+1}$, 其中, $n' = -(N-1)/2, \dots, (N-1)/2$ (N 为奇数), 或 $n' = -N/2, \dots, N/2$ (N 为偶数), 且 $(\frac{(N-1)\Delta f}{f_c})^2 \ll 1$, 所以上式可以忽略二次及高次项的影响, 得 $(j \frac{n\Delta f}{f_c})^{\alpha_s} \simeq j^{\alpha_s} e^{\alpha_s \frac{n'\Delta f}{f_c}}$, 即频率依赖因子对系统极点的相位不产生影响, 也就是对径向距离和径向速度的求解不产生影响. 同时, $\Gamma_s j^{\alpha_s} e^{-j4\pi \frac{n\Delta f}{f_c} r_s} = \Gamma_s j^{\alpha_s} e^{-j4\pi \frac{f_c + n'\Delta f}{f_c} r_s} = \Gamma'_s e^{-j4\pi \frac{n'\Delta f}{f_c} r_s}$, 其中 $\Gamma'_s = \Gamma_s j^{\alpha_s} e^{-j4\pi \frac{f_c}{f_c} r_s}$, 所以式 (14) 可以近似为

$$\begin{aligned}\tilde{g}_{n,k} &= \sum_s \Gamma_s \left(j \frac{n\Delta f}{f_c} \right)^{\alpha_s} e^{-j4\pi \frac{n\Delta f}{f_c} r_s} e^{-j4\pi \frac{f_0 k \Delta t}{c} \dot{r}_s} \\ &\simeq \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma'_1 & \Gamma'_2 & \dots \end{bmatrix}}_C \underbrace{\text{diag} \left[e^{\alpha_1 \frac{\Delta f}{f_c} + \frac{-j4\pi r_1 \Delta f}{c}} \quad e^{\alpha_2 \frac{\Delta f}{f_c} + \frac{-j4\pi r_2 \Delta f}{c}} \quad \dots \right]}_{A_r^{n'}} \underbrace{\text{diag} \left[e^{-\frac{j4\pi f_0 \dot{r}_1 \Delta t}{c}} \quad e^{-\frac{j4\pi f_0 \dot{r}_2 \Delta t}{c}} \quad \dots \right]}_{A_{\dot{r}}^k} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix}}_B \\ &= C A_r^{n'} A_{\dot{r}}^k B.\end{aligned}\quad (15)$$

利用 $\tilde{g}_{n,k}$ 可构造一个二维的 Hankel 矩阵 H , 其每一块都是由一个脉冲串构造的小 Hankel 矩阵. 其中选择小 Hankel 矩阵的行数为 $N_R = \frac{2}{3}N$, 大 Hankel 矩阵的行数为以小 Hankel 矩阵为单位的 $K_R = \frac{2}{3}K$, 以获得最佳的估计精度^[12,23], 虽然 K_R, N_R 取值更小能提供更好的分辨力, 但是算法的估计性能将对噪声的鲁棒性降低很多. 同时, H 矩阵可以因式分解为观察 Ω 矩阵和控制 Θ 矩阵^[23], 如

式 (16) 所示:

$$\begin{aligned}
 H &= \left[\begin{array}{c|c|c} \begin{array}{ccc} \tilde{g}_{0,0} & \tilde{g}_{1,0} & \cdots & \tilde{g}_{N-N_R,0} \\ \tilde{g}_{1,0} & \tilde{g}_{2,0} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \tilde{g}_{N_R-1,0} & \cdots & & \tilde{g}_{N-1,0} \end{array} & \begin{array}{ccc} & & \ddots & \cdots \\ & & \vdots & \tilde{g}_{N-1,K-K_R} \\ & & & \end{array} & \\ \hline & \ddots & \\ \hline \begin{array}{ccc} & \ddots & \cdots \\ & \vdots & \tilde{g}_{N-1,K_R-1} \end{array} & \begin{array}{ccc} & \ddots & \cdots \\ & \vdots & \tilde{g}_{N-1,K-1} \end{array} & \end{array} \right] \\
 &= \underbrace{\left[\begin{array}{c} CA_r^0 A_{\dot{r}}^0 \\ \vdots \\ CA_r^{N_R-1} A_{\dot{r}}^0 \\ \vdots \\ CA_r^0 A_{\dot{r}}^{K_R-1} \\ \vdots \\ CA_r^{N_R-1} A_{\dot{r}}^{K_R-1} \end{array} \right]}_{\Omega} \underbrace{\left[A_r^0 A_{\dot{r}}^0 B \cdots A_r^{N-N_R} A_{\dot{r}}^0 B \mid \cdots \mid A_r^0 A_{\dot{r}}^{K-K_R} B \cdots A_r^{N-N_R} A_{\dot{r}}^{K-K_R} B \right]}_{\Theta}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

3.3 径向距离和径向速度的估计

为了得到观测 Ω 矩阵和控制矩阵 Θ , 需要对 H 矩阵进行奇异值分解, 如式 (17) 所示:

$$H = U \Sigma V^H = \begin{bmatrix} U_s & U_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_s & 0 \\ 0 & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s^H & V_n^H \end{bmatrix}, \quad (17)$$

其中 Σ 矩阵包含了 H 矩阵的奇异值, U 和 V 矩阵包含了相应的奇异向量. Σ 矩阵中的奇异值可以用来估计 ARMA 的阶数, 其中大的奇异值对应于信号 Σ_s , 小的奇异值对应于噪声 Σ_n . 在高信噪比情况下, 大的奇异值与小的奇异值中间有明显的过渡点, 而在低信噪比情况下, 这个过渡点比较平滑, 从而使得模型阶数的估计变得比较困难. 在这种情况下采用赤池信息准则 (AIC)^[24,25] 和最小描述长度准则 (MDL)^[26,27] 可以对模型阶数进行有效估计.

利用估计的模型阶数 s , 可以将 U , Σ 和 V^H 中的噪声部分截断, 从而获得标准 2 型的秩为 s 的 Hankel 矩阵^[22]

$$\tilde{H} = U_{1:s} \Sigma_{1:s,1:s} V_{1:s}^H = \tilde{\Omega} \tilde{\Theta}, \quad (18)$$

其中 $U_{1:s}$ 为 U 阵的前 s 列, $\Sigma_{1:s,1:s}$ 为 Σ 阵的前 s 个奇异值, $V_{1:s}$ 为 V 阵的前 s 列. 同时, 可得到观测矩阵 $\tilde{\Omega}$ 和控制矩阵 $\tilde{\Theta}$:

$$\tilde{\Omega} = U_{1:s} \sqrt{\Sigma_{1:s,1:s}}, \quad (19)$$

$$\tilde{\Theta} = \sqrt{\Sigma_{1:s,1:s}} V_{1:s}^H. \quad (20)$$

对观测矩阵 $\tilde{\Omega}$ 进行改造^[23], 定义 $\tilde{\Omega}_{+n}$ 为 $\tilde{\Omega}$ 去掉每一部分的第一行元素, $\tilde{\Omega}_{-n}$ 为 $\tilde{\Omega}$ 去掉每一部分的最后一行元素, $\tilde{\Omega}_{+k}$ 为 $\tilde{\Omega}$ 去掉第一部分, $\tilde{\Omega}_{-k}$ 为 $\tilde{\Omega}$ 去掉最后一部分, 如式 (21) 所示:

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_{-n} &= \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A}_r^0\tilde{A}_{\dot{r}}^0 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^{N_R-2}\tilde{A}_{\dot{r}}^0 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^0\tilde{A}_{\dot{r}}^{K_R-1} \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^{N_R-2}\tilde{A}_{\dot{r}}^{K_R-1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Omega}_{+n} = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A}_r^1\tilde{A}_{\dot{r}}^0 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^{N_R-1}\tilde{A}_{\dot{r}}^0 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^1\tilde{A}_{\dot{r}}^{K_R-1} \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^{N_R-1}\tilde{A}_{\dot{r}}^{K_R-1} \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Omega}_{-k} &= \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A}_r^0\tilde{A}_{\dot{r}}^0 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^{N_R-1}\tilde{A}_{\dot{r}}^0 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^0\tilde{A}_{\dot{r}}^{K_R-2} \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^{N_R-1}\tilde{A}_{\dot{r}}^{K_R-2} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Omega}_{+k} = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A}_r^0\tilde{A}_{\dot{r}}^1 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^{N_R-1}\tilde{A}_{\dot{r}}^1 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^0\tilde{A}_{\dot{r}}^{K_R-1} \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}_r^{N_R-1}\tilde{A}_{\dot{r}}^{K_R-1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (21)$$

由于 $\tilde{A}_r$ 和 $\tilde{A}_{\dot{r}}$ 都为对角阵, 因此 $\tilde{A}_r\tilde{A}_{\dot{r}} = \tilde{A}_{\dot{r}}\tilde{A}_r$, 所以 $\tilde{\Omega}_{-n}$ 与 $\tilde{\Omega}_{+n}$ 的关系和 $\tilde{\Omega}_{-k}$ 与 $\tilde{\Omega}_{+k}$ 的关系, 如式 (22) 和 (23) 所示:

$$\tilde{\Omega}_{-n}\tilde{A}_r = \tilde{\Omega}_{+n}, \quad (22)$$

$$\tilde{\Omega}_{-k}\tilde{A}_{\dot{r}} = \tilde{\Omega}_{+k}. \quad (23)$$

与直接采用最小二乘法相比, 采用最小范数最小二乘法并利用伪逆, 可以更准确地得到径向距离矩阵 $\tilde{A}_r$ 和径向速度矩阵 $\tilde{A}_{\dot{r}}$:

$$\tilde{A}_r = \tilde{\Omega}_{-n}^+ \tilde{\Omega}_{+n}, \quad (24)$$

$$\tilde{A}_{\dot{r}} = \tilde{\Omega}_{-k}^+ \tilde{\Omega}_{+k}. \quad (25)$$

将矩阵 $\tilde{A}_r$ 和 $\tilde{A}_{\dot{r}}$ 进行特征分解, 即可得到对角化的特征值矩阵 A_r 和 $A_{\dot{r}}$:

$$\tilde{A}_r = T A_r T^{-1}, \quad (26)$$

$$\tilde{A}_{\dot{r}} = T A_{\dot{r}} T^{-1}, \quad (27)$$

其中径向距离特征值矩阵 A_r 和径向速度特征值矩阵 $A_{\dot{r}}$ 分别为

$$A_r = \text{diag} \left[e^{\alpha_1 \frac{\Delta f}{f_c} + \frac{-j4\pi\Delta f}{c} r_1} \quad e^{\alpha_2 \frac{\Delta f}{f_c} + \frac{-j4\pi\Delta f}{c} r_2} \quad \dots \quad e^{\alpha_s \frac{\Delta f}{f_c} + \frac{-j4\pi\Delta f}{c} r_s} \right], \quad (28)$$

$$A_{\dot{r}} = \text{diag} \left[e^{\frac{-j4\pi f_0 \Delta t}{c} \dot{r}_1} \quad e^{\frac{-j4\pi f_0 \Delta t}{c} \dot{r}_2} \quad \dots \quad e^{\frac{-j4\pi f_0 \Delta t}{c} \dot{r}_s} \right]. \quad (29)$$

令 λ_{r_i} 为矩阵 A_r 的特征值, $\lambda_{\dot{r}_i}$ 为矩阵 $A_{\dot{r}}$ 的特征值, 则径向距离和径向速度的估计为

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \dots & r_s \end{bmatrix} = \frac{c}{-4\pi\Delta f} \cdot \angle \left(\begin{bmatrix} \lambda_{r_1} & \lambda_{r_2} & \dots & \lambda_{r_s} \end{bmatrix} \right), \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_1 & \dot{r}_2 & \dots & \dot{r}_s \end{bmatrix} = \frac{c}{-4\pi f_0 \Delta t} \cdot \angle \left(\begin{bmatrix} \lambda_{\dot{r}_1} & \lambda_{\dot{r}_2} & \dots & \lambda_{\dot{r}_s} \end{bmatrix} \right). \quad (31)$$

3.4 类型参数的估计

由式 (15) 知, 利用 A_r 的特征值 λ_{r_i} 的绝对值可以直接计算得到类型参数, 但式 (15) 本身是对频率依赖因子的近似, 虽然对径向距离和径向速度的求解没有影响, 但是对类型参数的求解会造成很大误差, 所以需要采用另一种类型参数的求解方法.

类型参数 α 的取值范围, 和对应的频率依赖因子如下所示:

$$\alpha_{1,2,\dots,9} = \left\{ -2, -1\frac{1}{2}, \dots, 2 \right\}, \quad (32)$$

$$F^{\alpha_i} = \left[\left(\frac{jf_0}{f_c} \right)^{\alpha_i} \dots \left(\frac{jf_{N-1}}{f_c} \right)^{\alpha_i} \right]'. \quad (33)$$

由于 F^{α_i} 的维数为 N , 直接将 F^{α_i} 与实际测量值进行比较, 计算量太大, 因此采用两个向量组成的标准正交基底来对 F^{α_i} 进行表示, 并将其系数与实际测量计算得到的系数进行比较, 最接近的即为散射中心所对应的 α . 定义 $\hat{\alpha}_i$ 为基底的类型参数集合, 定义 $F^{\hat{\alpha}_i}$ 为基底的频率依赖因子:

$$\hat{\alpha}_{1,2} = \{-1, 1\}, \quad (34)$$

$$F^{\hat{\alpha}_i} = \left[\left(\frac{jf_0}{f_c} \right)^{\hat{\alpha}_i} \dots \left(\frac{jf_{N-1}}{f_c} \right)^{\hat{\alpha}_i} \right]'. \quad (35)$$

通过 Schur 分解, 可获得标准正交的频率依赖因子基 F . 利用 F 对 F^{α_i} 进行分解, 可得到系数向量库 C_{library} :

$$F = \text{orth}\{[F^{\hat{\alpha}_1} \quad F^{\hat{\alpha}_2}]\}, \quad (36)$$

$$C_{\text{library}}(i) = F^+ \cdot F^{\alpha_i}. \quad (37)$$

接下来计算测量数据的系数. 一个时间窗里各个时间点和频点的回波形式, 如式 (38) 所示, 其中每个散射中心的径向距离和径向速度的分量 $e^{\frac{-j4\pi\Delta f}{c} r_s}$ 和 $e^{\frac{-j4\pi f_0 \Delta t}{c} \dot{r}_s}$ 已求解出来. 再由式 (14) 知, 通过对每个散射中心的径向距离和径向速度分量进行矩阵构造, 当每个散射中心在每一时刻都有一个独一无二的径向距离或径向速度时, 即可把每个散射中心各个频点的散射强度与频率依赖因子组成的矩阵 $C'(m) = [\Gamma_m(j\frac{f_0}{f_c})^{\alpha_m} \quad \dots \quad \Gamma_m(j\frac{f_{N-1}}{f_c})^{\alpha_m}]'$ 求解出来, 如式 (39) 所示:

$$G = \begin{bmatrix} \tilde{g}_{0,0} & \dots & \tilde{g}_{N-1,0} & \dots & \tilde{g}_{0,K-1} & \dots & \tilde{g}_{N-1,K-1} \end{bmatrix}', \quad (38)$$

$$C_1 = \tilde{g}_{n,k} [A_{r_1}^n A_{\dot{r}_1}^k B_1]^+ = [A_{r_1}^n A_{\dot{r}_1}^k B_1]^+ \tilde{g}_{n,k}. \quad (39)$$

然后, 对每个散射中心的径向距离和径向速度分量进行矩阵构造. 定义 $\tilde{\lambda}_{r_i}$ 为矩阵 A_r 中第 i 个散射点的归一化极点, 构造矩阵 Λ_{r_i} , 它的对角线由 $\tilde{\lambda}_{r_i}$ 与频率下标构成; 定义 $\tilde{\lambda}_{\dot{r}_i}$ 为矩阵 $A_{\dot{r}}$ 中第 i 个

散射点的归一化极点, 构造矩阵 $\Lambda_{\dot{r}_i}$, 它的对角线由 $\tilde{\lambda}_{\dot{r}_i}$ 与时间下标构成:

$$\tilde{\lambda}_{r_i} = \frac{\lambda_{r_i}}{|\lambda_{r_i}|}, \quad (40)$$

$$\Lambda_{r_i} = \text{diag} \left[\tilde{\lambda}_{r_i}^{n_0} \quad \tilde{\lambda}_{r_i}^{n_0+1} \quad \dots \quad \tilde{\lambda}_{r_i}^{n_0+N-1} \right], \quad (41)$$

$$\tilde{\lambda}_{\dot{r}_i} = \frac{\lambda_{\dot{r}_i}}{|\lambda_{\dot{r}_i}|}, \quad (42)$$

$$\Lambda_{\dot{r}_i} = \text{diag} \left[\tilde{\lambda}_{\dot{r}_i}^{k_0} \quad \tilde{\lambda}_{\dot{r}_i}^{k_0+1} \quad \dots \quad \tilde{\lambda}_{\dot{r}_i}^{k_0+K-1} \right]. \quad (43)$$

接着构造径向距离和径向速度的矩阵 Υ_{PIPL} . 其中 $\Lambda_{\dot{r}_i m, n}$ 表示矩阵 $\Lambda_{\dot{r}_i}$ 的第 (m, n) 的元素, 这是因为如式 (38) 和 (14) 所示, 每个散射中心在一个时间窗的各次回波里径向距离矩阵 Λ_{r_i} 保持不变, 而径向速度系数 $\Lambda_{\dot{r}_i m, n}$ 则随时间不断变化

$$\Upsilon_{\text{PIPL}} = \begin{bmatrix} \Lambda_{\dot{r}_1 0, 0} \cdot \Lambda_{r_1} & \Lambda_{\dot{r}_2 0, 0} \cdot \Lambda_{r_2} & \dots & \Lambda_{\dot{r}_s 0, 0} \cdot \Lambda_{r_s} \\ \Lambda_{\dot{r}_1 1, 1} \cdot \Lambda_{r_1} & \Lambda_{\dot{r}_2 1, 1} \cdot \Lambda_{r_2} & & \Lambda_{\dot{r}_s 1, 1} \cdot \Lambda_{r_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Lambda_{\dot{r}_1 K-1, K-1} \cdot \Lambda_{r_1} & \Lambda_{\dot{r}_2 K-1, K-1} \cdot \Lambda_{r_2} & \dots & \Lambda_{\dot{r}_s K-1, K-1} \cdot \Lambda_{r_s} \end{bmatrix}. \quad (44)$$

假设每个散射中心在每一时刻都有一个独一无二的径向距离或径向速度, 则 Υ_{PIPL} 的每一部分在空间频率上都是分开的, 再由回波反射系数 G 矩阵和式 (39), 则可以通过伪逆计算得到 C' 矩阵

$$C' = \Upsilon_{\text{PIPL}}^+ \cdot G = \begin{bmatrix} C'(1) \\ \vdots \\ C'(s) \end{bmatrix}. \quad (45)$$

利用 F 对 C' 进行分解, 可得到测量的系数矩阵

$$c_{\text{measured}} = \begin{bmatrix} F^+ \cdot C'(1) \\ \vdots \\ F^+ \cdot C'(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\text{measured}}(1) \\ \vdots \\ c_{\text{measured}}(s) \end{bmatrix}. \quad (46)$$

最后, 从系数向量库 $c_{\text{library}}(j)$ 中寻找与散射中心的测量系数 $c_{\text{measured}}(i)$ 最匹配的值, 从而确定散射中心的类型参数 α_i . 然而, 由于 C' 中每个散射中心的频率依赖因子上都乘以其散射强度信息, 所以散射中心的测量系数会有散射强度的缩放, 因此需要先求解综合系数 β . 那么, 对于第 i 个散射中心, 其类型参数 α 就是使式 (47) 最小的那个向量库系数所对应的 α_j :

$$\alpha_{\lambda(i)} = \alpha_j \quad \text{s.t.} \quad \min_j \left\{ \left\| c_{\text{measured}}(i) - c_{\text{library}}(j) \cdot \underbrace{\left[c_{\text{library}}(j)^+ \cdot c_{\text{measured}}(i) \right]}_{\beta} \right\|_2 \right\}. \quad (47)$$

3.5 散射强度的估计

根据求得各个散射中心的径向距离、径向速度和类型参数, 采用最小范数最小二乘法并利用伪逆可求解出每个散射中心的散射强度估计. 不过, 由 $C'(m) = [\Gamma_m(j\frac{f_0}{f_c})^{\alpha_m} \dots \Gamma_m(j\frac{f_{N-1}}{f_c})^{\alpha_m}]'$ 可知, 只要将求解出来的每个散射中心的 $\alpha_{\lambda(i)}$ 带入式 (33) 中, 用 $F^{\alpha_{\lambda(i)}}$ 来代替式 (46) 中 F , 即可求解得到每个散射中心的散射强度

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^{\alpha_{\lambda(1)}} \cdot C'(1) \\ \vdots \\ F^{\alpha_{\lambda(s)}} \cdot C'(s) \end{bmatrix}. \quad (48)$$

4 参数估计算法的性能极限

为了了解算法对参数的估计性能, 这里推导了各个参数的克拉美劳界 (CRB), 即它们性能估计的理论界限. 关注的目标参数有反射强度、类型参数、径向距离和径向速度, 为了简化计算, 这里只给出一个散射中心情况下 CRB 的推导.

定义原始信号模型和加入了加性高斯白噪声的信号模型如式 (49) 和 (50) 所示, 在雷达回波中, 测量值 $\tilde{z}_{n,k}$ 对应的频率为 $n\Delta f$, 时间为 $k\Delta t$, 其中包含原始回波信号 $y_{n,k}$, 以及加性高斯白噪声 $\tilde{x}_{n,k}$, 需要估计的参数有反射强度 Γ 、类型参数 α 、径向距离 r 、径向速度 $\dot{r}$ 和回波相位偏移 ϕ . 在 $\Gamma > 0$ 的情况下, 这些参数都假定为实数. 为了方便, 定义 $\theta = [\Gamma \ \alpha \ r \ \dot{r} \ \phi]^T$ 来表示这些参量,

$$y_{n,k} = \Gamma \left(j \frac{n\Delta f}{f_c} \right)^\alpha e^{-j4\pi \frac{n\Delta f}{c} (r + \dot{r}k\Delta t) + j\phi}, \quad (49)$$

$$\tilde{z}_{n,k} = y_{n,k} + \tilde{x}_{n,k}. \quad (50)$$

可以得到 $\tilde{z}_{n,k}$ 的概率密度函数 (PDF) $p_{\tilde{z}|\theta}$, 其中 σ^2 为噪声方差,

$$p_{\tilde{z}|\theta}(\mathbf{z}) = \prod_{n=n_0}^{n_0+N-1} \prod_{k=k_0}^{k_0+K-1} \frac{1}{\pi\sigma^2} e^{-(\tilde{z}_{n,k} - y_{n,k})^H (\tilde{z}_{n,k} - y_{n,k}) / \sigma^2}. \quad (51)$$

对数似然函数 $L_{\tilde{z}}(\theta)$ 为

$$L_{\tilde{z}}(\theta) = \ln p_{\tilde{z}|\theta}(\mathbf{z}) = -\ln(\pi\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} \sum_{k=k_0}^{k_0+K-1} (\tilde{z}_{n,k} - y_{n,k})^H (\tilde{z}_{n,k} - y_{n,k}). \quad (52)$$

由 $L_{\tilde{z}}(\theta)$ 可以得到 Fisher 信息矩阵 (FIM) 的元素

$$J_{v,w} \triangleq -E \left[\frac{\partial L_{\tilde{z}}(\theta)}{\partial \theta_v} \cdot \frac{\partial L_{\tilde{z}}(\theta)}{\partial \theta_w} \right] = -E \left[\frac{\partial^2 L_{\tilde{z}}(\theta)}{\partial \theta_v \partial \theta_w} \right]. \quad (53)$$

由参考文献 [28] 可知

$$L_x(\theta) \triangleq \ln p_{x|\theta}(\mathbf{z}) = -\ln(\det[\pi K_x(\theta)]) - \{(x^H - m^H(\theta)) K_x^{-1}(\theta) (x - m(\theta))\}, \quad (54)$$

其中 $m(\theta)$ 为 x 的均值, $K_x(\theta)$ 为 x 的协方差, FIM 的元素 $J_{v,w}$ 为

$$J_{v,w} = \text{tr} \left[K_x^{-1}(\theta) \frac{\partial K_x(\theta)}{\partial \theta_v} K_x^{-1}(\theta) \frac{\partial K_x(\theta)}{\partial \theta_w} \right] + 2\text{Re} \left[\frac{\partial m^H(\theta)}{\partial \theta_v} K_x^{-1}(\theta) \frac{\partial m(\theta)}{\partial \theta_w} \right]. \quad (55)$$

对比式 (52) 和 (54) 可得 $K_x(\theta) = \sigma^2$ 为常数, $m(\theta) = y_{n,k}$, 因此由式 (55) 知, 式 (53) 中的 $J_{v,w}$ 为

$$J_{v,w} = 2\text{Re} \left[\frac{\partial y_{n,k}^H}{\partial \theta_v} (\sigma^2)^{-1} \frac{\partial y_{n,k}}{\partial \theta_w} \right], \quad (56)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{1,1} & J_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ J_{2,1} & J_{2,2} & J_{2,3} & J_{2,4} & J_{2,5} \\ 0 & J_{3,2} & J_{3,3} & J_{3,4} & J_{3,5} \\ 0 & J_{4,2} & J_{4,3} & J_{4,4} & J_{4,5} \\ 0 & J_{5,2} & J_{5,3} & J_{5,4} & J_{5,5} \end{bmatrix}, \quad (57)$$

其中 $J_{i,j} = J_{j,i}$,

$$\begin{aligned} J_{1,1} &= \frac{2\Delta f^{2\alpha} K}{\sigma^2 f_c^{2\alpha}} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha}, \\ J_{1,2} &= \frac{2\Gamma \Delta f^{2\alpha} K}{\sigma^2 f_c^{2\alpha}} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} \left(n^{2\alpha} \ln \left(\frac{n\Delta f}{f_c} \right) \right), \\ J_{2,2} &= \frac{2\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha} K}{\sigma^2 f_c^{2\alpha}} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} \left(n^{2\alpha} \left(\ln^2 \left(\frac{n\Delta f}{f_c} \right) - \ln^2(j) \right) \right), \\ J_{2,3} &= \frac{-4\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha+1} \pi^2 K}{\sigma^2 f_c^{2\alpha} c} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1}, \\ J_{2,4} &= \frac{-2\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha+1} \Delta t \pi^2 K (2k_0 + K - 1)}{\sigma^2 f_c^{2\alpha} c} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1}, \\ J_{2,5} &= \frac{\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha} K \pi}{\sigma^2 f_c^{2\alpha}} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha}, \\ J_{3,3} &= \frac{32\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha+2} \pi^2 K}{\sigma^2 f_c^{2\alpha} c^2} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2}, \\ J_{3,4} &= \frac{16\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha+2} \Delta t \pi^2 K (2k_0 + K - 1)}{\sigma^2 f_c^{2\alpha} c^2} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2}, \\ J_{3,5} &= \frac{-8\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha+1} \pi K}{\sigma^2 f_c^{2\alpha} c} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1}, \\ J_{4,4} &= \frac{16\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha+2} \Delta t^2 \pi^2 K (6k_0^2 + 6k_0 K + 2K^2 - 6k_0 - 3K + 1)}{3\sigma^2 f_c^{2\alpha} c^2} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2}, \\ J_{4,5} &= \frac{-4\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha+1} \Delta t \pi K (2k_0 + K - 1)}{\sigma^2 f_c^{2\alpha} c} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1}, \\ J_{5,5} &= \frac{2\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha} K}{\sigma^2 f_c^{2\alpha}} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha}. \end{aligned}$$

最后, 可以从式 (57) 得到 $C_{\text{CR}}(\theta)$ 矩阵, 其对角线上各元素即为各参数估计性能的 Craner-Rao 界

(CRB)

$$C_{CR}(\theta) \triangleq J^{-1} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & 0 & 0 & C_{1,5} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & 0 & 0 & C_{2,5} \\ 0 & 0 & C_{3,3} & C_{3,4} & C_{3,5} \\ 0 & 0 & C_{4,3} & C_{4,4} & 0 \\ C_{5,1} & C_{5,2} & C_{5,3} & 0 & C_{5,5} \end{bmatrix}, \quad (58)$$

其中 $C_{i,j} = C_{j,i}$,

$$\begin{aligned} C_{1,1} &= \frac{\sigma^2 f_c^{2\alpha} (-4 \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} (n^{2\alpha} (\ln^2(\frac{n\Delta f}{f_c}) - \ln^2(j))) + \pi^2 \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha})}{2K\Delta f^{2\alpha} P}, \\ C_{1,2} &= \frac{2\sigma^2 f_c^{2\alpha} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} (n^{2\alpha} \ln(\frac{n\Delta f}{f_c}))}{\Gamma K \Delta f^{2\alpha} P}, \\ C_{1,5} &= \frac{-\sigma^2 f_c^{2\alpha} \pi \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} (n^{2\alpha} \ln(\frac{n\Delta f}{f_c}))}{\Gamma K \Delta f^{2\alpha} P}, \\ C_{2,2} &= \frac{-2\sigma^2 f_c^{2\alpha} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha}}{\Gamma^2 K \Delta f^{2\alpha} P}, \\ C_{2,5} &= \frac{\pi \sigma^2 f_c^{2\alpha} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha}}{\Gamma^2 K \Delta f^{2\alpha} P}, \\ C_{3,3} &= \frac{c^2 \sigma^2 f_c^{2\alpha} Q}{32K(K^2 - 1)\Gamma^2 \pi^2 \Delta f^{2\alpha+2} ((\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2})(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha}) - (\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1})^2)} \\ &\quad \cdot \frac{1}{(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2})}, \\ C_{3,4} &= \frac{-3c^2 \sigma^2 f_c^{2\alpha} (2k_0 + K - 1)}{16K(K^2 - 1)\Gamma^2 \pi^2 \Delta f^{2\alpha+2} \Delta t (\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2})}, \\ C_{3,5} &= \frac{c \sigma^2 f_c^{2\alpha} (\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1})}{8K\Gamma^2 \pi \Delta f^{2\alpha+1} ((\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2})(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha}) - (\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1})^2)}, \\ C_{4,4} &= \frac{3c^2 \sigma^2 f_c^{2\alpha}}{8K(K^2 - 1)\Gamma^2 \pi^2 \Delta f^{2\alpha+2} \Delta t^2 (\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2})}, \\ C_{5,5} &= \frac{\sigma^2 f_c^{2\alpha} R}{2K\Gamma^2 \Delta f^{2\alpha} P ((\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2})(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha}) - (\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1})^2)}, \\ P &= -4 \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha} \right) \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} \left(n^{2\alpha} \left(\ln^2 \left(\frac{n\Delta f}{f_c} \right) - \ln^2(j) \right) \right) \right) + \pi^2 \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha} \right)^2 \\ &\quad + 4 \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} \left(n^{2\alpha} \ln \left(\frac{n\Delta f}{f_c} \right) \right) \right)^2, \\ Q &= (12k_0^2 + 12k_0 K + 4K^2 - 12k_0 - 6K + 2) \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2} \right) \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha} \right) \\ &\quad + (-12k_0^2 - 12k_0 K - 3K^2 + 12k_0 + 6K - 3) \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1} \right)^2, \end{aligned}$$

$$R = -4 \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha} \right) \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} \left(n^{2\alpha} \left(\ln^2 \left(\frac{n\Delta f}{f_c} \right) - \ln^2(j) \right) \right) \right) \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2} \right) \\ + \pi^2 \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha} \right) \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+1} \right)^2 + 4 \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} \left(n^{2\alpha} \ln \left(\frac{n\Delta f}{f_c} \right) \right) \right)^2 \left(\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} n^{2\alpha+2} \right).$$

5 仿真结果

仿真条件: 目标选取锥形弹头, 其切面和散射中心如图 1 所示. 其中顶点、中间两个凹槽、基底的散射强度分别设为 4, 2, 1, 频率依赖度设为 0, 1.5, -0.5, 设目标以原点 (弹头的中心点) 为中心, 以 2π rad/s 的角速度逆时针进行旋转. 信号采用步进频, 频率间隔 Δf 为 20 MHz, 频率点数取 101 个, 频率起始点为 9 GHz; 信号采样间隔 ΔT (脉冲串重复周期) 为 0.001 s, 时间窗口采用 19. 则径向距离的最大测量范围为 $c/2\Delta f = 7.5$ m, 径向速度的最大测量范围为 $\lambda/2\Delta T = c/2f_c\Delta T = 15$ m/s. 总体仿真时间为 1 s, 信噪比设为 15 dB.

其中图 1 是锥形弹头的切面和散射中心图; 采用常规 Fourier 方法进行处理, 即在距离向做 FFT 实现脉冲压缩处理, 得到每个慢时间时刻的目标一维距离像, 对每个脉冲数据处理后所得到的径向距离散射强度图像如图 2 所示; 图 3 为仅依赖径向距离的状态空间法对径向距离 - 散射强度、径向距离 - 类型参数提取图; 图 4 为本文状态空间法对径向距离 - 散射强度、径向速度 - 散射强度、径向距离 - 类型参数、径向速度 - 类型参数提取图; 图 5 为一个散射中心的情况下, 仅依赖径向距离提取的状态空间法各参数的 CR 界、依赖于径向距离和径向速度提取的状态空间法各参数的 CR 界、和依赖径向距离和径向速度的状态空间法在每个 SNR 下进行 1000 次 Monte Carlo 实验得到的各参数估计的均方根误差与 CR 界的比较.

从图 2 可以看出, 对无频率依赖性的目标顶点, Fourier 方法可以得到与信号带宽相符的分辨率特征, 但对于仿真中频率依赖因子为 1.5 的中间两个凹槽, 距离像出现了明显的展宽, 无法准确提取散射中心的距离信息. 从图 3(a), (b) 和图 4(a)-(d) 的时间距离散射强度图像和时间速度散射强度图像可以看出, 仅依赖径向距离提取的状态空间法, 在散射中心径向距离交叉的地方, 散射中心径向距离轨迹出现断裂和混叠, 而依赖于径向距离和径向速度提取的状态空间法, 在散射中心径向距离交叉和径向速度交叉的地方, 各个散射中心的径向距离轨迹和径向速度轨迹完全连续并可以区分出来, 说明图 4 的径向距离提取精度较之图 3 要好很多, 散射强度的提取也是同样的结论. 且图 4 表明该方法也能实现径向速度的准确提取.

由图 5(a), (b) 可以看出在一个散射中心的情况下, 依赖于径向距离和径向速度提取的状态空间法各参数的 CR 界较之仅依赖径向距离提取的状态空间法各参数的 CR 界提升了一个数量级. 而由图 5(c) 中依赖于径向距离和径向速度提取的状态空间法的各参数估计的均方根误差与 CR 界的比较可以看出, 散射强度、径向距离和径向速度的估计的均方根误差都逼近 CR 界, 类型参数和相位估计的均方根误差则在大于 5 dB 时, 都低于 CR 界, 这由于采用遍历法求解类型参数时, 类型参数的赋值都是从离散的有限个 0.5 倍整数数值的集合中得到, 而 CR 界的推导则是假定类型参数是连续值 [29,30].

6 结论

本文基于目标在超宽带情况下的 GTD 散射参数模型, 采用联合多普勒处理的状态空间法直接提

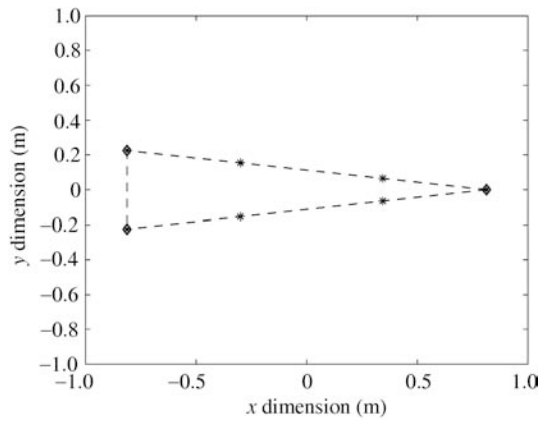


图 1 锥形弹头的切面及散射中心

Figure 1 The section and scattering centers of the conical target

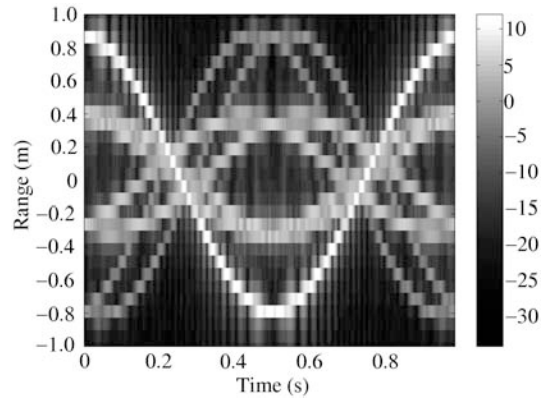


图 2 Fourier 方法得到的时间距离散射强度

Figure 2 A plot of range versus time versus intensity obtained by Fourier method

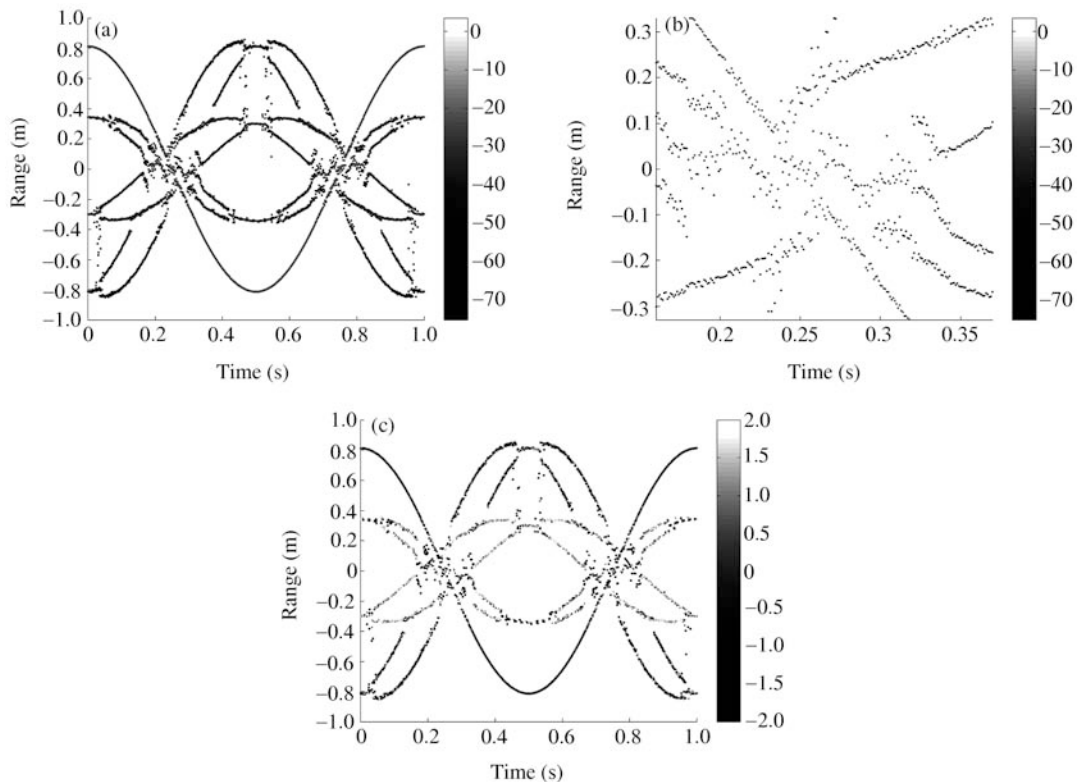


图 3 仅依赖径向距离提取的状态空间处理结果

Figure 3 Simulation results of the state space approach depending on range extraction

(a) A plot of range versus time versus intensity; (b) enlargement of (a); (c) a plot of range versus time versus type parameter

取散射中心参数, 并对散射中心径向速度和类型参数的提取算法进行了推导和扩展, 使参数提取性能较之仅依赖于径向距离的状态空间法有大的提升. 即使在径向距离出现交叉不能分辨时, 也可以依赖径向速度将各个散射中心区分出来, 为各个散射中心的跟踪和整体目标的有效识别提供了良好的途径.

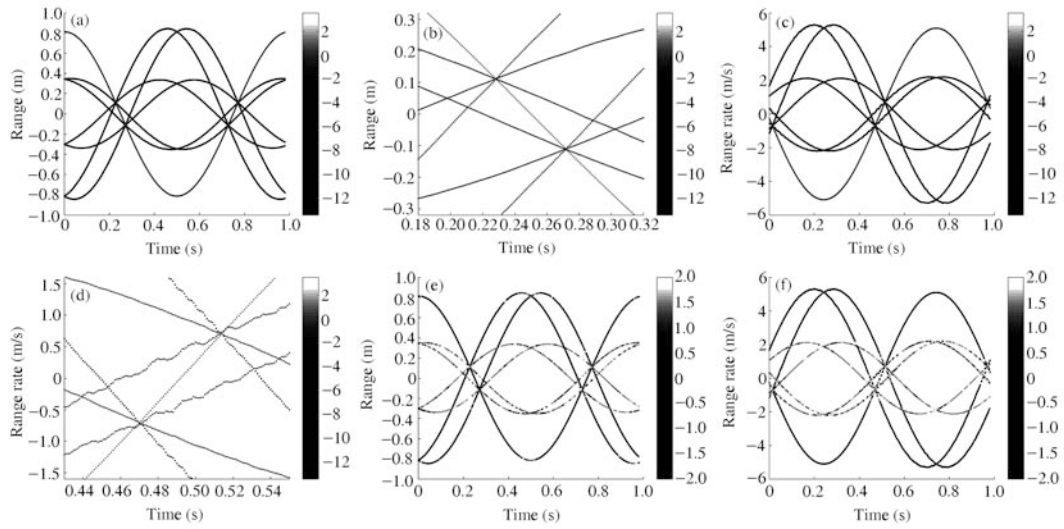


图 4 同时依赖距离和速度提取的状态空间处理结果

Figure 4 Simulation results of the state space approach depending on range and range rate extraction
(a) A plot of range versus time versus intensity; (b) enlargement of (a); (c) a plot of range rate versus time versus intensity; (d) enlargement of (c); (e) a plot of range versus time versus type parameter; (f) a plot of range rate versus time versus type parameter

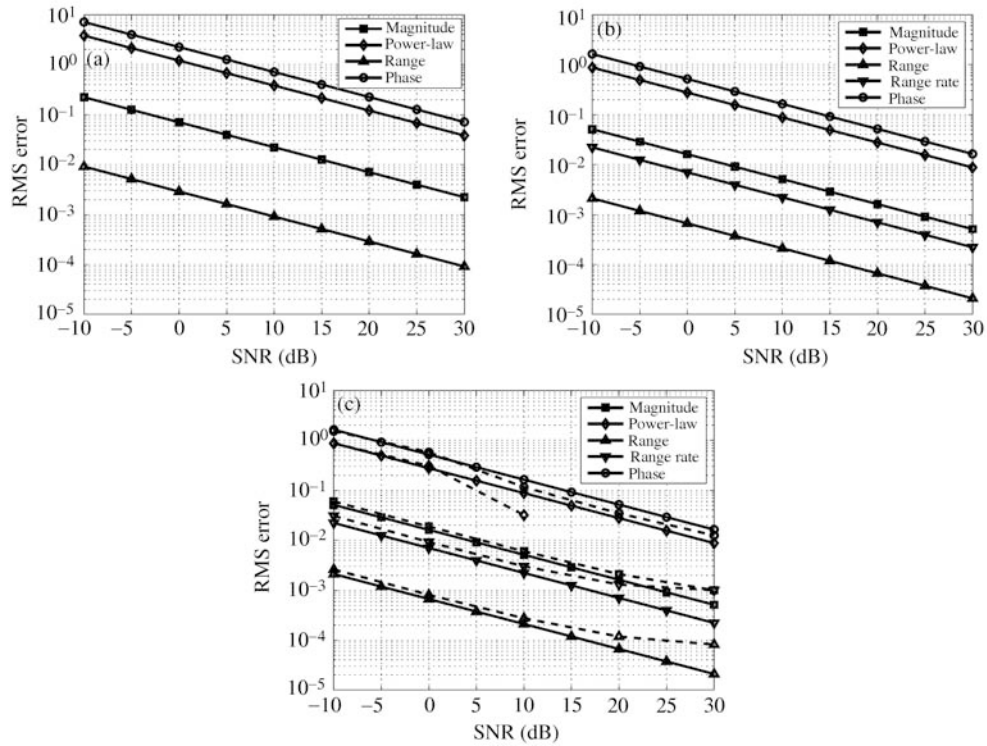


图 5 各参数估计的均方根误差与 CR 界比较

Figure 5 Comparison of RMSE of parameters estimation with the CRB versus SNR
(a) The CRB for parameter estimation of the state space approach depending on range extraction; (b) the CRB for parameter estimation of the state space approach depending on range and range rate extraction; (c) comparison of RMSE of parameter estimation of the state space approach depending on range and range rate extraction (dashed line) with the CRB versus SNR (solid line)

对于实际的工作环境, 散射中心的特征大多会随着视角的变化而发生变化, 文中方法对这种情况有一定的适应性, 主要基于两个假设: (1) 在一个处理时间窗口内, 目标所转过的角度很小, 例如对文中的仿真条件, 一个慢时间窗口内目标视角变化约为 6.84° , 在小的角度变化范围内, 可以认为散射中心的特征近似不变; (2) 在一些角度上, 散射中心可能发生闪烁、断裂的突变现象, 尽管在对应慢时间窗口中的估计结果会出现大的误差, 但由于各个时间窗的处理是相互独立的, 所以不会对后续角度的散射中心参数提取产生影响。

本文方法的缺点是需要进行矩阵的奇异值分解, 故计算量较大。

参考文献

- 1 Keller J B. Geometrical theory of diffraction. *J Opt Soc Amer*, 1962, 52: 116–130
- 2 Hurst M, Mittra R. Scattering center analysis via Prony's method. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1987, 35: 986–988
- 3 Wang J, Wang F, Zhou J. Radar target scattering center extraction based on the full-polarization GTD model. *Int Joint Confer Comput Sci Opt*, 2009, 1: 882–885
- 4 Steedly W M, Moses R L. High resolution exponential modeling of fully polarized radar returns. *IEEE Trans Aero Electr Syst*, 1991, 27: 459–469
- 5 Carriere R, Moses R L. High resolution radar target modeling using a modified Prony estimator. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1992, 40: 13–18
- 6 Fuller D F, Terzuoli A J, Collins P J, et al. 1-D feature extraction using a dispersive scattering center parametric model. *IEEE Antenn Propag Socie Interna Sympos*, 1998, 2: 1296–1299
- 7 Moghaddar A, Ogawa Y, Walton E K. Estimating the time-delay and frequency decay parameter of scattering components using a modified MUSIC algorithm. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1994, 42: 1412–1418
- 8 Potter L C, Chiang D M, Carriere R, et al. A GTD-based parametric model for radar scattering. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1995, 43: 1058–1067
- 9 Van Blaricum M, Mittra R. A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1975, 23: 777–781
- 10 Mackay A J, McCowen A. An improved pencil-of-functions method and comparisons with traditional methods of pole extraction. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1987, 35: 435–441
- 11 Hua Y, Sarkar T K. Generalized pencil-of-functions method for extracting poles of an EM system from its transient response. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1989, 37: 229–234
- 12 Hua Y, Sarkar T K. Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise. *IEEE Trans Acoust Speech Sig Process*, 1990, 38: 814–824
- 13 McClure M, Qiu R C, Carin L. On the superresolution identification of observables from swept-frequency scattering data. *IEEE Trans Antenn Propag*, 1997, 45: 631–641
- 14 Burrows M L. Two-dimensional ESPRIT with tracking for radar imaging and feature extraction. *IEEE Trans Antenn Propag*, 2004, 52: 524–532
- 15 Yang J, Sarkar T K. Interpolation/extrapolation of radar cross section (RCS) data in the frequency domain using the Cauchy method. *IEEE Trans Antenn Propag*, 2007, 55: 2844–2851
- 16 Bi Z, Li J, Liu Z S. Super resolution SAR imaging via parametric spectral estimation methods. *IEEE Trans Aero Electr Syst*, 1999, 35: 267–281
- 17 Kung S Y, Arun K S, Rao D V. State-space and singular-value decomposition-based approximation methods for the harmonic retrieval problem. *J Opt Soc Am*, 1983, 73: 1799–1811
- 18 Naishadham K, Piou J E. A robust state space model for the characterization of extended returns in radar target signatures. *IEEE Trans Antenn Propag*, 2008, 56: 1742–1751
- 19 Piou J E. A state identification method for 1-D measurements with gaps. In: *AIAA Guidance Navigation and Control Conf*, San Francisco, CA, 2005

- 20 Naishadham K, Piou J E. State-space spectral estimation of characteristic electromagnetic responses in wideband data. *IEEE Antenn Wirel Propag Lett*, 2005, 4: 406–409
- 21 Piou J E, Cuomo K M, Mayhan J T. A state-space technique for ultrawide-bandwidth coherent processing. Tech Rep 1054, MIT Lincoln Laboratory, Jul, 1999
- 22 Rao B D, Arun K S. Model based processing of signals: a state space approach. *IEEE Proc*, 1992, 80: 283–309
- 23 David J H. State-space approaches to ultra-wideband Doppler processing. PhD thesis. Worcester, MA: Worcester Polytechnic Institute, 2007. 33–37
- 24 Akaike H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Trans Autom Control*, 1974, 19: 716–723
- 25 Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Trans Acoust Speech Sig Process*, 1985, 33: 387–392
- 26 Rissanen J. Modeling by shortest data description. *Automatica*, 1978, 14: 465–471
- 27 Wax M, Ziskind I. Detection of the number of coherent signals by the MDL principle. *IEEE Trans Acoust Speech Sig Process*, 1989, 37: 1190–1196
- 28 Van Trees H L. Optimum Array Processing, Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2002. 925–928
- 29 Koets M A, Moses R L. Feature extraction using attributed scattering center models on SAR imagery. In: *SPIE 3721*, Orlando, FL, 1999
- 30 Shi Z G, Zhou J X, Zhao H Z, et al. Study on joint Bayesian model selection and parameter estimation method of GTD model. *Sci China Ser F-Inf Sci*, 2007, 50: 261–272

A GTD model and state space approach based method for extracting the UWB scattering center of moving target

WANG Jun*, WEI ShaoMing, SUN JinPing & MAO ShiYi

School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

*E-mail: wangjun203@gmail.com

Abstract Movements of the scattering center on the condition of ultra-wideband (UWB) will impact the extraction of parameters. This paper presents an approach for extracting the moving targets' UWB scattering center parameters based on the geometrical theory of diffraction (GTD) model and the state space approach. Firstly, the UWB GTD scattering model is transformed into state-space equations in order to estimate the range and range rate through the singular value decomposition. Secondly, the type parameter in the whole bandwidth is indicated dimension-reducedly by orthonormalized basis and estimated by traversal algorithm and minimum-norm algorithm. Finally, the intensity of scattering center is worked out based on the least square method. The paper provides the Cramer-Rao bound (CRB) for parameter estimation. The effectiveness of the approach is verified by computer simulation. The approach can estimate range, range rate, reflection intensity and type parameter simultaneously in order to improve the track of scattering centers and the target identification.

Keywords scattering center extraction, GTD model, state space approach, ultra-wideband, Doppler processing