



激光干涉仪空间天线航天计划的轨道设计

夏炎^{①②*}, 李广宇^{①*}, Heinzl Gerhard^③, Rüdiger Albrecht^③, 罗永杰^{①②}

① 中国科学院紫金山天文台, 南京 210008;

② 中国科学院研究生院, 北京 100049;

③ 德国马普引力物理研究所, 汉诺威 D30167

* E-mail: yxia@pmo.ac.cn; pmoliguangyu@gmail.com

收稿日期: 2009-03-19; 接受日期: 2009-07-13

中国科学院研究生创新研究基金(编号: EC0805261026)、国家自然科学基金(批准号: 10573037, 10503013)和小行星基金会资助项目

摘要 激光干涉仪空间天线(laser interferometer space antenna, LISA)是欧洲太空局和美国航天局合作用于探测从 0.1 mHz 到 1 Hz 低频引力波的航天项目, 引力波的探测将通过在空间中的 3 个探测器之间使用激光干涉仪的高精度测距来实现. 3 个探测器计划于 2018 年前后发射, 并于一年后进入引力波探测实验的绕日轨道. 为了引力波探测的成功, 保持 3 个探测器所组成星座的高度稳定性是至关重要的. 我们在以前 2015 年实验轨道优化设计的基础上, 选取 2019 年 3 月 1 日为起始历元做了实验轨道的优化设计, 介绍了任意起始时刻下确定轨道优化起始点的规则和轨道优化的算法; 并给出了从地球停泊轨道进入引力波探测实验轨道的发射段和分离段的轨道设计, 讨论了所需飞行时间与发射能量之间的关系, 给出了设计实例.

关键词

共轨限制性三体问题
轨道设计
轨道优化
发射能量

激光干涉仪空间天线是欧洲太空局和美国宇航局合作用于探测 0.1 mHz 到 1 Hz 范围内低频引力波的空间项目. 计划于 2018 年前后发射 3 个空间探测器, 约 14 个月后到达绕日的引力波探测实验轨道, 然后进行 5~10 年的探测.

如图 1 所示, 3 个探测器组成一个边长为 5×10^6 km 的等边三角形星座, 星座的中心运行于地球轨道上, 且落后地球 20° , 星座平面与黄道面成 60° 夹角. 引力波的探测将通过 3 个探测器之间的激光干涉高精度测距达到, 限于激光干涉测距技术的能力, 为了保证高精度测距的成功, 保持 3 个探测器组成星座的稳定性是至关重要的^[1].

由于探测器轨道偏心率以及其他天体引力作用

的影响, 尤其是地球引力的影响, 星座的边长, 三边之间的内夹角, 以及星座质心落后地球的角度, 都在不断变化, 并且探测器之间还有一定的相对速度. 但是作为引力实验的探测计划, LISA 项目使用无拖曳航天技术, 3 个探测器完全按照惯性轨道运行, 禁止非引力的因素影响轨道, 这就使得保持星座的稳定性只能通过事先的轨道设计来实现. 为了保证探测器之间激光干涉测距在工程上的实现, LISA 星座参数的变化必须控制在表 1 所示的范围之内. 参数变化范围越小, 对硬件的要求就越容易达到, 轨道设计的主要目标就是尽可能的缩小这些参数的变化范围.

LISA 星座轨道的设计问题可以概括为: 寻找一组轨道根数 $a_i, e_i, \omega_i, \Omega_i, I_i, M_{0i}$, ($i=1, 2, 3$) 使得(1)式定

引用格式: 夏炎, 李广宇, Heinzl Gerhard, 等. 激光干涉仪空间天线航天计划的轨道设计. 中国科学 G 辑, 2009, 39(12): 1779—1785

Xia Y, Li G Y, Heinzl G, et al. Orbit design for the laser interferometer space antenna. Sci China Phys Mech Astron, doi: 10.1007/s11433-010-0100-7

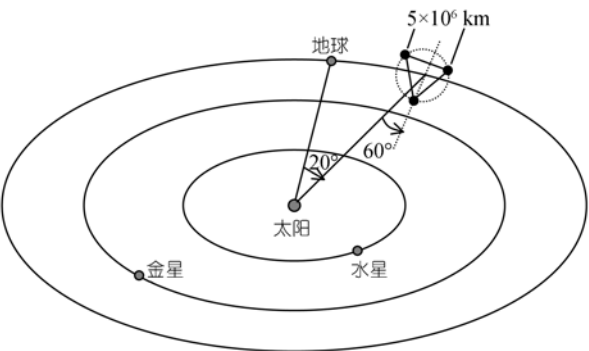


图 1 LISA 星座构形与绕日轨道示意图

表 1 LISA 星座中各参数的变化范围要求

参数	平均值	变化范围
臂长 l/km	5×10^6	$\pm 5 \times 10^4$
内角 $\beta(^{\circ})$	60	± 1.5
相对速度 $v_r/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	0	± 15
质心相对地球的滞后角 $\theta(^{\circ})$	20	变化尽量小

义的价值函数达到最小:

$$Q(a_i, e_i, \omega_i, \Omega_i, I_i, M_{0i}) = w_1 \Delta l^2 + w_2 \Delta \beta^2 + w_3 \Delta v_r^2 + w_4 \Delta \theta^2, \quad (1)$$

其中 w_j 是各优化目标的权重. 轨道根数分别为初始时刻的半长径, 偏心率, 近日点角距, 升交点黄经, 轨道面倾角和平近点角. 2007 年, 李广宇等人在文献[2]中指出, 这个函数可以简化为

$$Q(a_i, e_i, \omega_i, \Omega_i, I_i, M_{0i}) = w_1 \Delta l^2 + w_2 \Delta \theta^2. \quad (2)$$

自从 Faller 等人 [3] 在 1985 年提出使用空间激光测距探测引力波以来, 关于 LISA 星座的研究已经进行了很多年, Vincent [4], Folkner [5], Cutler [6], Hughes [7], Hechler [8], Dhurandhar [9], Sweetser [10] 和 Nayak 等人 [11] 分别从科学目标和飞行器工程的角度讨论了 LISA 星座问题. 由于 LISA 星座所在空间环境的复杂性和该项目所需的极高的稳定性, 仍然有进一步研究的必要. 2006 年 2 月, 李广宇应马普学会引力物理研究所邀请赴德国进行 LISA 轨道设计和优化的合作研究, 回国后又邀请南京大学易照华先生参加这项工作, 成功地使用混合反应禁忌搜索算法, 为 LISA 设计了起始历元为 2015 年 1 月 1 日的探测器实验轨道 [2], 同时提出了共轨限制性三体问题的概念, 为 LISA 的轨道设计提供了重要理论依据 [12].

现在 LISA 计划将推迟到 2018 年前后发射, 本论文继续文献[2]的工作, 为 LISA 重新设计了起始历元

为 2019 年 3 月 1 日的实验轨道, 并对从地球发射进入实验轨道的发射段和分离段轨道进行了讨论.

1 引力波探测实验轨道的设计与优化

一个航天器的轨道由 6 个初始根数 $a, e, \omega, \Omega, I, M_0$ 唯一确定. 我们的讨论将在 6 维轨道空间的如下子空间上进行:

$$\chi \{ x_{i0} - g_i \leq x_i \leq x_{i0} + g_i, i = 1, 2, \dots, 6 \}, \quad (3)$$

空间中的点 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_6)^T$ 代表一条轨道, 它的 6 个坐标 x_i 即为 6 个轨道根数, 不再使用各自特有的符号. 轨道优化问题可以抽象为求取价值函数 $Q(\mathbf{x})$ 在空间 χ 上的全局最小值的问题.

1.1 选取用于轨道优化的起始点

在轨道空间中选取一点作为轨道优化的出发点, 即确定(3)式中的 x_{i0} . 在只考虑太阳引力作用的二体模型下对 LISA 星座的运动有很多讨论 [2,5,9~12], 这种方式确定的轨道虽然与实际情况相差甚远, 但是可以提供轨道优化的出发点.

考虑到 LISA 计划于 2018 年前后发射, 经过约 14 个月的时间之后进入引力波探测的实验轨道, 我们取实验轨道的历元时刻为 2019 年 3 月 1 日, 使用文献[2]的方法确定的初始轨道如表 2.

1.2 禁忌搜索算法和轨道优化结果

对于 LISA 引力波探测实验轨道的优化, 价值函数有 18 个自变量, 存在数量众多的局部极小值. 使用简单的局部优化算法往往因为陷入某个局部极小值点不能跳出, 而找不到满足要求的轨道, 所以我们采用了全局优化的禁忌搜索算法来进行轨道优化 [2,13].

禁忌搜索算法划分连续的自变量空间为若干子空间, 并给每一个子空间赋予标识符以实现问题的离散化. 标识符的取法是对每一维自变量进行中分, 用 0 和 1 分别标识中分后的两侧, 将各维标识连在一起就得到该区域的标识符. 二维空间的划分和标识符如图 2 所示.

将任意子空间标识符的某一位取反, 就得到另一个标识符, 对应的子空间称为原来子空间的邻域. 对每个子空间采点计算价值函数, 得到的最小价值函数值称为该子空间的当前评估, 搜索总是从当前

表 2 待优化的 LISA 航天器初始轨道根数(叻切历元 JD2458543.5, 2019-3-1)

	a (AU)	e	$\omega/(^{\circ})$	$\Omega/(^{\circ})$	$I/(^{\circ})$	$M/(^{\circ})$
探测器 1	0.9992	0.009648	270.0	347.061	0.9529	238.0
探测器 2	0.9992	0.009648	270.0	107.061	0.9529	118.0
探测器 3	0.9992	0.009648	270.0	227.061	0.9529	358.0
星座质心	0.9987	0.000343	270.0	45.0176	0.0138	180.0

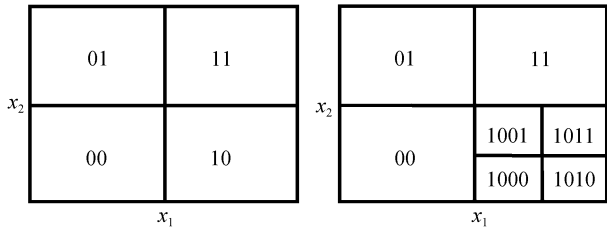


图 2 二维子空间的分割与标识符

子空间转移到评估最好且未被禁止的邻域进行的。
为了达到全局优化的目的,避免陷入局部极小

值. 对所划分的区域设定一个禁忌期. 即限定在以后的若干次搜索内禁止访问该区域, 在邻域之间的转移暂时不予考虑. 这样就强制搜索离开某些区域, 从而达到全局优化的目的.

应用禁忌搜索算法优化表 2 给出的初始轨道, 得到的结果如表 3 所示. 优化前后目标参数的变化范围列如表 4. 由表 4 可以看出, 通过优化, 找到了满足引力波探测要求的轨道. 使用同样的方法我们还得到了 2019 年和 2020 年发射的引力波探测实验轨道如表 5 和 6.

表 3 优化后的 LISA 航天器轨道根数(叻切历元 JD2458543.5, 2019-3-1)

	a (AU)	e	$\omega/(^{\circ})$	$\Omega/(^{\circ})$	$I/(^{\circ})$	$M/(^{\circ})$
探测器 1	0.99939269	0.0095252587	269.59713	344.81578	0.95344831	238.75756
探测器 2	0.99940861	0.0096189086	270.19185	104.53887	0.95638086	118.45504
探测器 3	0.99940940	0.0096207595	269.35168	224.70667	0.95009636	359.12551
星座质心	0.99894252	0.0003175493	277.21125	45.851451	0.01668598	170.11741

表 4 优化前后目标参数的变化范围比较

参数	期望变化范围	优化前变化范围	优化后变化范围
臂长 l/km	$\pm 5 \times 10^4$	$\pm 25.3 \times 10^6$	$\pm 4.996 \times 10^4$
内角 $\beta/(^{\circ})$	± 1.5	± 3.16	± 0.83
相对速度 $v_r/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	< 15	< 53.52	< 10.59
质心相对地球的滞后角 $\theta(^{\circ})$	变化尽量小	± 3.28	± 3.1

表 5 2019 年发射的优化后的 LISA 航天器轨道根数(叻切历元 JD2458909.5, 2020-3-1)

	a (AU)	e	$\omega/(^{\circ})$	$\Omega/(^{\circ})$	$I/(^{\circ})$	$M/(^{\circ})$
探测器 1	0.99939433	0.0095252089	269.60197	344.81513	0.95357063	238.75703
探测器 2	0.99941018	0.0096189089	270.19220	104.53893	0.95636762	118.45549
探测器 3	0.99940922	0.0096206895	269.35279	224.70686	0.94998702	359.12594
星座质心	0.99894436	0.0003170919	277.40213	45.698595	0.01672384	170.08145

表 6 2020 年发射的优化后的 LISA 航天器轨道根数(叻切历元 JD 2459274.5, 2021-3-1)

	a (AU)	e	$\omega/(^{\circ})$	$\Omega/(^{\circ})$	$I/(^{\circ})$	$M/(^{\circ})$
探测器 1	0.99939721	0.0095252674	269.59838	344.81758	0.95350479	238.76001
探测器 2	0.99941026	0.0096188205	270.19162	104.53899	0.95629292	118.45465
探测器 3	0.99940886	0.0096207572	269.35234	224.70705	0.95010717	359.12567
星座质心	0.99894616	0.0003162547	277.41775	45.700866	0.01665669	170.06354

2 发射任务所需的能量分析

为了让3个探测器到达节1得到的引力波探测实验轨道, 按照 LISA 的计划是使用一个火箭, 通过一次发射将3个探测器送入太空, 然后3个探测器分离, 使用各自的离子推进器将自己送入预定的实验轨道. 所以发射任务的轨道可以分为两段: 发射段, 从地球到实验轨道星座质心; 分离段, 从3个探测器在质心轨道上分离到进入各自的实验轨道. 为了让探测器以较小的代价在较短的时间内进入实验轨道, 本节先分析两段轨道所需的发射能量和飞行时间的关系, 然后给出各自合理的选择.

2.1 发射段的能量分析

LISA 航天器由地球停泊轨道发射到达地球轨道上落后地球约 20° 的位置, 目标位置相对于地球是不变的, 所以航天器的轨道设计与具体的发射日期无关. 所需要的发射能量只和飞行时间有关.

发射能量的计算, 可以求解只考虑太阳引力作用的 Lambert 问题来达到^[14]. 根据 Lambert 定理, 在只考虑中心力源的情况下, 给定两个时刻的探测器位置 r_1 , r_2 和间隔的飞行时间 $t_2 - t_1$, 就可以唯一地确定一条轨道. 对于 LISA 发射任务, 发射所需能量与发射时间无关, 在选定发射时间后, 只需给定飞行时间, 就可以确定发射轨道, 进而根据起始与终止速度状态, 得到发射与制动能量的估算. 由此得到的发射能量与飞行时间的关系如图 3 所示, 图中不同的线型对应不同的滞后角, 期望的滞后角越大所需的发射能量越高. 可以看出, 当飞行时间大于 300 d 时所需的发射与制动能量都趋于稳定, 不再有显著的减小.

2.2 分离段的能量分析

探测器在分离段轨道上没有与大质量天体密近交会的过程, 可以用只考虑太阳引力作为中心力的二体模型处理. 分离段是为了让探测器进入实验轨道, 所以将表 3 中实验轨道的根数转化为坐标速度, 就得到分离段每个探测器的终止位置 r_{2i} , 对应的时刻 JD2458543.5 也就是分离段的终止时刻, 记为 t_2 ; 设定飞行时间 T , 根据表 3 所给星座质心的轨道根数, 即可反推得到初始时刻 $t_2 - T$ 的位置 r_1 , 这也就是 3 个探测器初始时刻共同的位置. 根据 Lambert 定理, r_{2i} , r_1 和 T 唯一确定每个探测器的分离轨道, 由此可以得到分离过程中 3 个探测器的分离和制动所需要的速度增量与飞行时间 T 的关系, 如图 4 所示. 可以看出在飞行时间大于 80 d 以后, 所需的分离和制动能量趋于稳定, 不再显著减少.

3 发射轨道设计实例

本节以 2018 年的发射任务为例, 为 LISA 做发射轨道设计. 根据以上对能量与飞行时间的分析, 我们选定发射段的飞行时间为 314 d, 分离段的飞行时间为 110 d. 那么为了使探测器进入节 1 优化得到的实验轨道(表 3), 航天器从停泊轨道出射的时间就是 2018 年 1 月 1 日, 经过 314 d 后, 于 2018 年 11 月 11 日在太空制动并分离出 3 个探测器, 3 个探测器使用各自的离子推进器变轨, 再经过 110 d 到达实验轨道的起点, 然后制动进入实验轨道.

取航天器运行于 500 km 高度的圆形停泊轨道进行发射段轨道设计. 因为起始位置和目标位置都在黄道面上, 所以选取停泊轨道位于黄道面上, 航天器

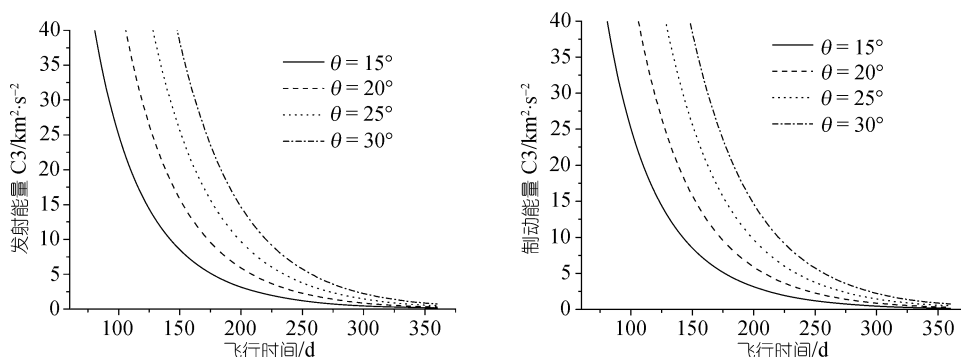


图 3 发射段轨道所需能量与飞行时间的关系

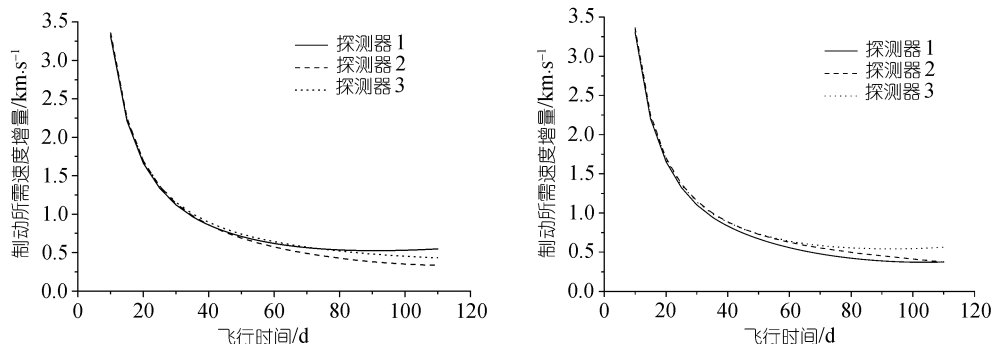


图 4 分离段所需要的速度增量与飞行时间

沿停泊轨道切向出射, 则如图 5 所示, 只有发射点位置角 α 和速度改变量 dv 两个参数待确定.

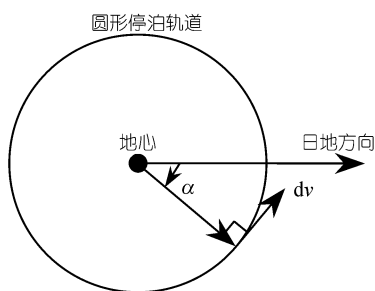


图 5 从圆形停泊轨道发射示意图

这样给定一组 (α, dv) 就唯一地确定一条轨道. 进而可以用数值方法得到这条轨道与地球轨道相交时, 探测器滞后地球的角度 $\theta = \theta(\alpha, dv)$. 反过来, 给定了滞后角 θ 的值, α 就是 dv 的函数, 对于给定的 dv , 可以求解 α , 进一步得到轨道和飞行时间, 如果 α 的解不止一个, 则取对应飞行时间最短的一个. 由此得到的飞行时间与速度改变量 dv 的关系如图 6.

根据表 3 所示优化得到的星座质心的轨道根数,

可以反推发射段终止时刻 2018 年 11 月 11.0 日探测器滞后地球的角度 θ 为 23.66° , 选定的飞行时间为 314 d, 那么从图 6 就可以得到发射时的速度改变量 $dv = 3.22$ km/s, 再求解发射点位置角 α , 就确定了发射段轨道.

分离段轨道的主要力源只有太阳, 所以仍然可以使用二体模型处理. 使用与 2.2 节相同的方法, 探测器的终止位置 r_{2i} 由表 3 的轨道根数确定; 起始位置 r_1 由星座质心的轨道反推飞行时间 110 d 计算得到, 求解 Lambert 问题即可以确定每个探测器的轨道. 这样得到的轨道只考虑了太阳的引力作用, 与实际情况有一定的偏差, 需要在仿真模型下做适当的修正, 即考虑太阳、八大行星、冥王星和月球的牛顿引力及后牛顿的影响计算各探测器轨道, 调整各探测器在分离段的起始速度, 使得探测器能够经过 110 d 准确到达各自期望的终止位置 r_{2i} .

整合发射段和分离段轨道设计的结果得到的探测器飞行过程如表 7 所示. 航天器从停泊轨道出射的速度是 10.83 km/s, 略大于此高度的逃逸速度 10.77 km/s, 所需的发射能量不高.

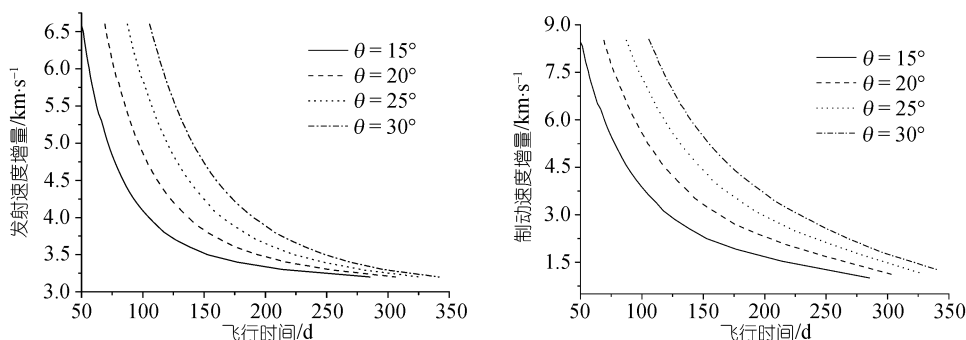


图 6 发射段轨道所需速度增量与飞行时间的关系

表 7 各节点的坐标速度和变轨的速度增量 (太阳系质心, J2000.0 平赤道系, AU, 单位: d)

时间	事件	坐标	速度
2018-1-1 (JD2458119.5)	从地球 500 km 高度, 以 10.83 km/s 的速度出射	-0.173386008256354	-0.01288615084104520
		0.893378636503524	0.00130029796032726
		0.387154592953217	0.00046316474351179
2018-11-11 (JD2458433.5)	到达地球后 23.66° 的位置	0.906640209443509	-0.00795304034349394
		0.389133232039015	0.01437132563007470
		0.169111760171135	0.00622709220227012
	以 1.53 km/s 的速度改变量制动		-0.00708134040558332
			0.01433277077236680
			0.00637238391700597
	分离出 3 个探测器各自变轨, 速度改变量依次为: 0.042 km/s, 0.51 km/s 和 0.78 km/s		SC1: -0.0070691600041
			0.0143327707724
			0.0063931155847
			SC2: -0.0073761851666
			0.0143103930941
			0.0063931155847
			SC3: -0.0070813404056
2019-3-1 (JD2458543.5)	3 个探测器到达引力波探测轨道入点		0.0144314374658
			0.0059334703419
		SC1: -0.6764799309989	SC1: -0.01262730747917
		0.6854787784379	-0.01056633054337
		0.3069491681127	-0.00464281492098
		SC2: -0.7005196951891	SC2: -0.01251302066619
		0.6646399270490	-0.01082550796019
		0.2971326401095	-0.00475453791040
		SC3: -0.6782766033240	SC3: -0.01247752440103
		0.6757143262670	-0.01100731212385
		0. 2750266112748	-0.00467290577224
			SC1: -0.01258890655323
			-0.01055541117182
			-0.00483912612470
			SC2: -0.01239542676925
			-0.01094759555890
			-0.00447394931198
			SC3: -0.01267797476855
			-0.01090236031833
			-0.00473491005198

致谢 作者感谢南京大学易照华教授、紫金山天文台马月华研究员的指导和讨论。

参考文献

1 Team L S. LISA Pre-Phase A Report. 2nd ed. Max-Planck-Institute für Quantenoptik Report, 1998. 233

2 Li G, Yi Z, Heinzl G, et al. Methods for orbit optimization for the LISA gravitational wave observatory. Int J Mod Phys D, 2008, 17: 1021—1042^[DOI]

3 Faller J E, Bender P L, Hall J L, et al. Space antenna for gravitational wave astronomy: Colloquium kilometric Optical Arrays in Space, European Space Agency, 1985, SP-226: 157—163

4 Vincent M A, Bender P L. The orbital mechanics of a space-borne gravitational-wave experiment. AAS/AIAA Astrodynamics. Spe-

cialist Conf, 1987

- 5 Folkner W M, Hechler F, Sweetser T H, et al. LISA Orbit Selection and Stability. *Class Quantum Grav*, 1997, 14: 1405—1410[DOI]
- 6 Cutler C. Angular resolution of the LISA gravitational wave detector. *Phys Rev D*, 1998, 57: 7089—7102[DOI]
- 7 Hughes S P. Preliminary optimal orbit design for laser interferometer space Antenna. 25th Annual AAS Guidance and Control Conference, 2002
- 8 Hechler F, Folkner W M. Mission analysis for the laser interferometer space antenna (LISA) mission. *Adv Space Res*, 2003, 32: 1277—1282[DOI]
- 9 Dhurandhar S V, Nayak K R, Koshti S, et al. Fundamentals of the LISA stable flight formation. *Class Quantum Grav*, 2005, 22: 481—487[DOI]
- 10 Sweetser T H. An end-to-end trajectory description of the LISA mission. *Class Quantum Grav*, 2005, 22: S429—S439[DOI]
- 11 Nayak K R, Koshti S, Dhurandhar S V, et al. On the minimum flexing of LISA's arms. *Class Quantum Grav*, 2006, 23: 1763—1778[DOI]
- 12 Yi Z, Li G, Heinzel G, et al. Coorbital Restricted problem and its application in the design of the orbits of the LISA spacecraft. *Int J Mod Phys D*, 2008, 17: 1005—1020[DOI]
- 13 Battiti R, Techiolli G. The continuous reactive tabu search: Blending combinatorial optimization and stochastic search for global optimization. *Ann Oper Res*, 1994, 63(2): 151—188[DOI]
- 14 George L E, Kos L D. *Interplanetary Mission Design Handbook*. NASA/TM-1998-208533, 1998