



论文

液体表面张力对气泡声散射的影响

王勇, 林书玉*, 张小丽

陕西师范大学应用声学研究所, 西安 710062

*联系人, E-mail: sylin@snnu.edu.cn

收稿日期: 2012-08-20; 接受日期: 2013-01-18

陕西师范大学研究生培养创新基金(编号: 2012CXB014)、中央高校基本科研业务费专项资金(编号: 2010ZYGX020)和国家自然科学基金(批准号: 11174192)资助项目

摘要 气泡在液体中受液体的表面张力和液体静态压力相当的情况下, 研究了表面张力对气泡声散射的影响. 建立球形气泡表面的速度和压力连续性方程, 并在方程中引入气泡受液体表面张力的影响, 求出了气泡在对称振动模式下的散射系数及散射声功率, 并进一步推导了在多气泡的情况下的等效入射声场. 通过数值分析发现, 当球形气泡在液体中受液体的表面张力和液体静态压力相当时, 球形气泡的半径约为 10^{-6} m, 在此情况下, 液体表面张力对气泡声散射的影响只在驱动声场的角频率小于 10^5 rad/s 时才能表现出来, 并且在多气泡的情况下对等效入射声场的等效声压振幅会产生较大影响. 而在驱动声场的角频率大于 10^5 rad/s 的情况下, 液体表面张力对气泡的散射系数、散射声功率及等效入射声场声压振幅的影响不明显. 对于气泡的声散射问题, 气泡受液体表面张力的影响需根据所研究的具体问题进行取舍.

关键词 含气泡液体, 声散射, 表面张力, 微气泡

PACS: 43.35.+d, 43.20.Fn

doi: 10.1360/132012-707

液体中通常会溶入气体而在其中形成一定大小的气泡, 声波在含气泡液体中的传播问题受到广泛的关注和研究^[1–6]. 液体中气泡对声传播的影响, 在很大程度上表现在气泡对声的散射效应. 而作为散射问题来看, 气泡可以看成是一个极易压缩的弹性圆球, 当一自由行波在传播路径上遇到这样的弹性球时, 该球体就要对声波产生散射作用, 这时空间中除了原来的声波外, 还会出现一个从圆球向四周散

射的散射波^[7]. 所以存在于液体中的气泡, 将对液体中声波传播的相关参数产生很大的影响. 特别是水中的气泡在共振时, 对声波有很大的衰减. 理论和实验研究表明, 单个气泡的声衰减主要有三个原因导致: 第一是由气体和周围介质间热传导过程的不可逆性导致; 第二是由气泡向周围介质的声辐射导致; 第三是由于气泡和周围介质间的黏滞磨擦作用导致^[8]. 但是对于气泡群或气泡层来说, 问题要复杂得多. 根

引用格式: 王勇, 林书玉, 张小丽. 液体表面张力对气泡声散射的影响. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 917–922

Wang Y, Lin S Y, Zhang X L. The influence of the surface tension of the liquid on bubble's acoustic scattering (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2013, 43: 917–922, doi: 10.1360/132012-707

据理论分析, 当气泡受激共振时, 散射截面是其几何截面的 1000 倍以上, 对于气泡群这样的多体强散射体, 其气泡体积浓度大于 10^{-7} 时, 气泡间的多次散射问题将十分重要^[9]. 同时, 气泡幕中气泡声阻尼的实验结果也表明, 单个理想气泡的声阻尼远小于气泡幕中每个气泡的平均声阻尼, 气泡群的多体多次散射是增大气泡群声衰减最主要的原因^[8]. 文献[10,11]均对水中气泡群建立了多体多次多散射模型, 并发现在考虑气泡群分布特性和多体多次散射问题后, 水中气泡群的振动方程发生了很大的变化, 直接使得气幕的阻尼系数增加, 并且气泡群的多体多次散射对声衰减系数有很大的影响.

文献[10-15]等在研究气泡在声场中的振动时, 一般认为液体中的气泡为球状对称结构, 将其看成是一个极易压缩的弹性圆球, 忽略液体黏滞系数等的影响^[5], 利用气泡表面上压力和速度连续的边界条件

$$\rho(\varphi_i + \varphi_{se}^{(1)}) = \rho_g \varphi_{si}^{(1)} \Big|_{r=R}, \quad (1)$$

$$\nabla(\varphi_i + \varphi_{se}^{(1)}) = \nabla \varphi_{si}^{(1)} \Big|_{r=R}, \quad (2)$$

式中, φ_i , $\varphi_{se}^{(1)}$ 与 $\varphi_{si}^{(1)}$ 分别表示入射波、散射波和气泡内部声场的速度势, ρ 与 ρ_g 分别表示液体与泡中气体的密度, R 表示气泡的半径, 而 r 是空间坐标变量. 通过以上二式得到单个气泡作小振幅振动时等效的散射声场振幅, 进而得到液体中所有气泡在某点产生的一次散射声场. 在此基础上考虑到液体中所有气泡间的一次、二次、三次……散射相互作用, 便可近似得到含气泡液体中的等效入射声场.

在(1)式中忽略了气泡表面张力带来的影响. 对于水中气泡来说, 如果取水中气泡的表面张力系数为 $\sigma = 7.2 \times 10^{-2} \text{ N/m}$, 则可估计对于 R 大于 10^{-5} m 的气泡, 其表面张力小于 $1.4 \times 10^4 \text{ Pa}$, 与通常液体中的静压约为 10^5 Pa 相比来说要小得多, 故其带来的影响可以忽略不计. 在文献[7]中指出了(1)式近似成立时气泡大小的适用范围. 另外, 当液体中气泡的含量较小的情况下, 一般可以忽略气泡散射带来的影响. 但是

对于含气泡半径小且个数较多的液体来说, 在研究气泡在声场中的振动时, 其气液边界上的表面张力的影响是否可以忽略以及液体表面张力对液体中驱动声压的等效入射声场是否有影响? 正是基于这个问题, 我们对气泡受的液体表面张力对气泡声散射及其对液体中声传播的等效入射声场的影响进行了研究.

1 单个气泡的散射

1.1 散射系数

设在一无边界的液体中含有一定成分的气泡, 且气泡的体积分数 $\beta < 1$. 空间中除了入射的平面声波外, 气泡还产生散射声波, 设其速度势分别为 φ_i , $\varphi_{se}^{(1)}$, 如果认为我们所讨论的辐射是具有极轴对称性质的, 则有^[7,14,15]

$$\varphi_i = p_a e^{j\omega t} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-j)^l j_l(kr) P_l(\cos \theta), \quad (3)$$

$$\varphi_{se}^{(1)} = e^{j\omega t} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-j)^l A_l^{(1)} h_l^{(2)}(kr) P_l(\cos \theta). \quad (4)$$

在气泡的内部产生的声场为

$$\varphi_{si}^{(1)} = e^{j\omega t} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-j)^l B_l^{(1)} j_l(k_g r) P_l(\cos \theta), \quad (5)$$

式中, k , k_g 分别表示液体和气泡中的波数, 其中 $j_l(x)$ 为球 Bessel 函数, $h_l^{(2)}(x)$ 为第二类 Hankel 函数. $A_l^{(1)}$, $B_l^{(1)}$ 为待定系数, 可通过边界条件求解得到, 其中 $A_l^{(1)}$ 为散射系数. 考虑到液体中气液界面的表面张力的影响, 对于球形气泡, 设

$$\frac{2\sigma}{r} = 2\sigma \sum_{l=0}^{\infty} (-j)^l (2l+1) M_l(r) P_l(\cos \theta), \quad (6)$$

则(1)式应该改为

$$\rho(\varphi_i + \varphi_{se}^{(1)}) = \rho_g \varphi_{si}^{(1)} + \frac{j}{\omega} 2\sigma M_l(r) e^{-j\omega t} \Big|_{r=R}, \quad (7)$$

(3)–(5)式代入(2)式和(7)式, 当 $r=R$ 时可以得到

$$A_l^{(1)} = p_a \frac{-D_l(x) \sin \delta_l(x) + \frac{\bar{x} \rho}{x \rho_g} \frac{1}{j_l(\bar{x})} \left[j_l(x) + \frac{2\sigma M_l(R)}{\rho \omega} e^{-j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \right] D_l(\bar{x}) \sin \delta_l(\bar{x})}{j \left[D_l(x) e^{-j\delta_l(x)} - \frac{\bar{x} \rho}{x \rho_g} \frac{e^{-jx}}{x j_l(\bar{x})} D_l(\bar{x}) \sin \delta_l(\bar{x}) \right]}. \quad (8)$$

式中, $x=kR$, $\bar{x}=k_g R$. $D_l(x)$, $\delta_l(x)$ 满足关系式

$$-\frac{d}{dx} j_l(x) = D_l(x) \sin \delta_l(x) \quad (9)$$

与

$$\frac{d}{dx} h_l^{(2)}(x) = -D_l(x) e^{-j\delta_l(x)}. \quad (10)$$

由于 $l=0$ 为对称振动模式, 通常气泡在这种模式下的振动是主要的, 所以下文中只讨论 $l=0$ 时的相互作用.

如果忽略表面张力, 则(8)式还原到文献[7]中的结论. 由(8)式可以看出, 气泡受到的液体表面张力对散射系数的影响与气泡的大小和驱动声波频率均有关, 且表面张力对单个气泡的散射系数的影响会受到驱动声波的影响, 与其在相位上相差 $\pi/2$. 由于在水中当气泡所受的液体表面张力和液体静态压力相当时气泡的半径约 10^{-6} m, 所以我们模拟了散射系数在此情况下受驱动声场角频率的影响. 图 1 给出了 A'/A 受 ω 的影响, 其中 A , A' 分别为不考虑液体表面张力时的散射系数和考虑液体表面张力时的散射系数模值的最大值. 由图 1 可知, 只有在驱动声场的角频率小于 10^5 rad/s 时, 表面张力的影响才会表现出来, ω 越小, 其影响越大, 其值大于 1 且随 ω 的减小而增大, 说明考虑液体表面张力会使气泡的散射系数模

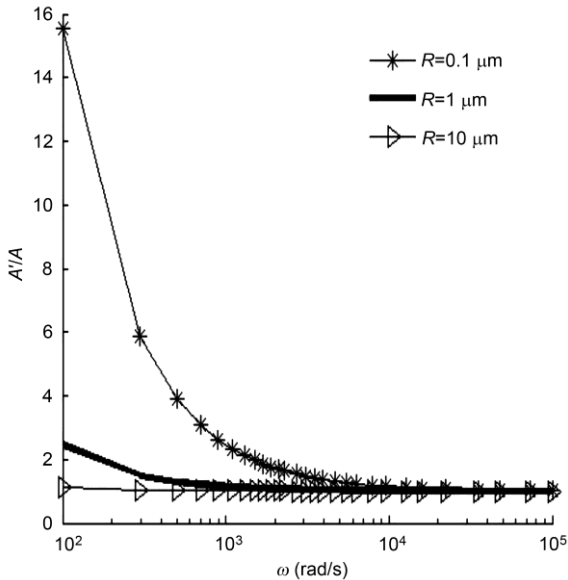


图 1 气泡半径为 10^{-6} m 时, 液体表面张力对气泡散射系数比 A'/A 的影响随驱动声场角频率 ω 的变化

Figure 1 The dependency of the ratio of scattering coefficients A'/A on the angular frequency ω when the bubble's radius is 10^{-6} m.

值的最大值增加. 而当驱动声场的角频率大于 10^5 rad/s 时, 液体表面张力对散射系数的影响则不明显. 在角频率一定的情况下, 半径越大的气泡, 其散射系数受表面张力的影响越小.

1.2 散射声功率

散射声场可表示为

$$p_{sc}(t, r, \theta) = -j\omega\rho\phi_{sc}. \quad (11)$$

径向质量速度可表示为

$$v_{sc}(t, r, \theta) = -\frac{\partial\phi_{sc}}{\partial r}. \quad (12)$$

根据平均声功率的表达式

$$\bar{W} = 4\pi R^2 I, \quad (13)$$

式中, I 为散射声强

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}(p) \text{Re}(v) dt. \quad (14)$$

联立以上各式可得

$$\bar{W} = 4\pi R^2 \left[\frac{p_a^2}{2\rho c} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^3} |A_0^{(1)}|^2 \sin(x-\delta_0) \right]. \quad (15)$$

对于半径约为 10^{-6} m 的气泡, 我们研究了(15)式在考虑气泡受液体表面张力时和不考虑时的平均声功率最大值的比值 $\bar{W}'/\bar{W}$, 其值随角频率 ω 的变化如图 2 所示.

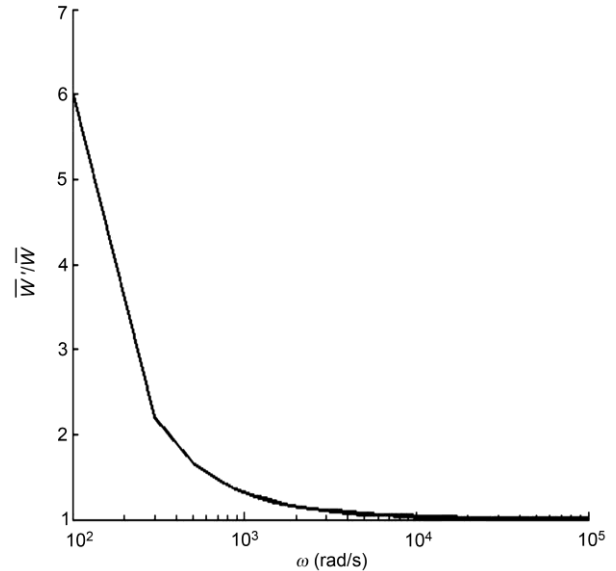


图 2 气泡半径为 10^{-6} m 时, 液体表面张力对气泡散射系数比 $\bar{W}'/\bar{W}$ 的影响随驱动声场角频率 ω 的变化

Figure 2 The dependency of the ratio of scattering coefficients $\bar{W}'/\bar{W}$ on the angular frequency ω when the bubble's radius is 10^{-6} m.

从图 2 中可知气泡所受液体表面张力对于半径约为 10^{-6} m 的气泡散射声功率的影响也是在角频率小于 10^5 rad/s 时才能表现出来, 且其值大于 1. 说明考虑液体表面张力会使气泡的散射声功率增加, 但总体上随驱动声压角频率的增大而减小, 在角频率大于 10^5 rad/s 后其影响变得不明显.

结合图 1 分析, 可以认为气泡受液体的表面张力对气泡声散射的影响与驱动声压的频率有关. 对于存在于液体中的气泡, 当气泡所受的驱动声场变化时, 在气泡内气体及液体表面张力和外界声压的共同作用下, 气泡的大小将处于一种变化的状态. 如果外界声压变化过快, 则会出现气泡体积的变化跟不上外界声压的变化情况, 这时气泡的大小相对稳定; 而液体表面张力的大小与气泡的大小有关, 所以其散射系数及散射声功率受液体表面张力的影响就会难以表现出来. 如果气泡的大小变化能跟上外界声压的变化, 则在外界声压的变化过程中, 气泡的大小变化会比较明显, 此时气泡受液体的表面张力对气泡散射的影响就会表现得比较明显. 另外, 通过数值分析发现, 气泡受液体的表面张力对气泡声散射的影响与气泡的大小有关. 在气泡非常小的情况下, 液体表面张力将变得非常大, 气泡的大小几乎不发生变化, 这时, 气泡相当于一个固体小球, 气泡的散射问题相当于固体小球的散射. 而对于固体小球来说, 其本身在 $kR \ll 1$ 情况下的散射功率就非常小, 大约与 $(kR)^4$ 成正比, 所以表面张力对气泡散射基本不起作用, 即便是在驱动声压特别大的情况下^[16]. 如果气泡较大, 则表面张力的值相对泡内气体压力及液体静态压力会很小, 所以其对气泡散射的影响也就相对较小.

2 多气泡的散射

建立如图 3 所示坐标系, 任一气泡在 s 处. 根据(4)式可得到任一气泡在声场中 M 点所产生的散射声场可以表示为

$$A_0^{(1)} e^{-jk r_{0s} \cos \theta_{0s}} h_0^{(2)}(kr_s) e^{j\omega t}. \quad (16)$$

由于空间中有许多半径为 R 的气泡, 设它们的密度函数为 $N(r, R)$, 其值与气泡分布及大小相关, 可简写为 N . 则它们在 M 点产生的一次散射声场为

$$\begin{aligned} \phi_0^{(1)}(P) = & \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty N(r, R) e^{-jk r_0 \cos \theta_0 + jk r_s \cos \theta_s} \\ & \times h_0^{(2)}(kr_s) dV_P, \end{aligned} \quad (17)$$

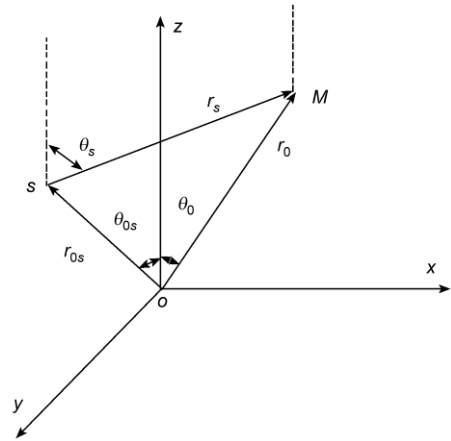


图 3 系统坐标系及相应的参数说明

Figure 3 Coordinate system and the description of corresponding parameter.

$$dV_P = r'^2 \sin \theta'_s dr'_s d\theta'_s d\phi'_s. \quad (18)$$

如果忽略气泡的高阶散射, 将(16)式代入(17)式并积分得到半径相同的所有气泡在 M 点所产生的多体一次散射场为

$$\phi_0^{(1)}(P) = \frac{jN\pi A_0^{(1)}}{k^3} e^{-jk r_0 \cos \theta_0}, \quad (19)$$

所以在 M 点的一次等效入射声场 $\phi_{ie}^{(1)}$ 应为

$$\phi_{ie}^{(1)} = \phi_i + \phi_0^{(1)}(P). \quad (20)$$

如果考虑到液体中所有气泡的多次散射, 则可得到 M 点的等效入射声场^[10,11]

$$\phi_{ie}^{(\infty)} = \frac{1}{1 - \frac{jN\pi A_0^{(1)}}{k^3}} e^{-jk r_0 \cos \theta_0}. \quad (21)$$

所以, 在当考虑到气泡之间的声相互作用时, 入射声场 $p_a e^{j\omega t}$ 应换为

$$\frac{p_a e^{j\omega t}}{1 - \frac{jN\pi A_0^{(1)}}{k^3}}, \quad (22)$$

即等效入射声场. 由(22)式分析, 气泡之间的声相互作用会影响到液体中某点的声场, 其影响因素有气泡的密度函数、散射系数和频率等. 由于散射系数的出现, 使等效入射声压振幅变为一与驱动声波频率相关的复振幅, 由于在不同的频率下, 液体表面张力对气泡的散射系数会带来影响, 所以自然会影响到等效入射声场声压振幅. 图 4 给出了球形气泡半径为 10^{-6} m 时, 在考虑液体表面张力和不考虑液体表面张

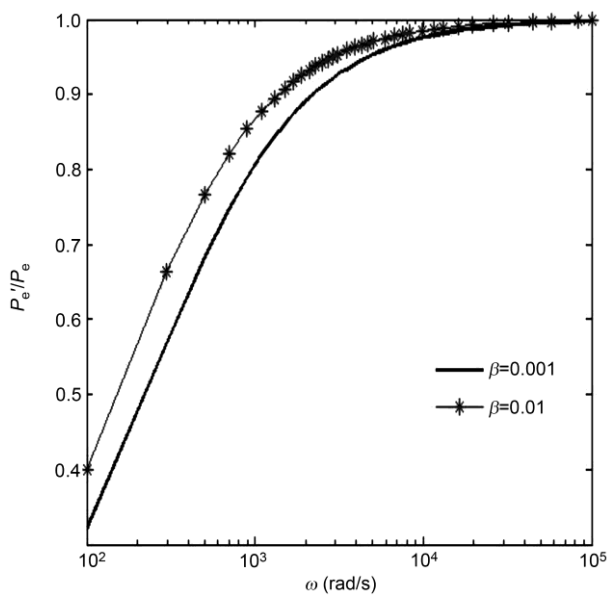


图 4 气泡半径为 10^{-6} m 时, 等效入射声场声压振幅模值的最大值随角频率 ω 的变化

Figure 4 The dependency of the maximum of the module of the equivalent incident sound pressure amplitude on the angular frequency ω when the bubble's radius is 10^{-6} m.

力时等效入射声场声压振幅模值最大值的比值 p'_e/p_e 随 ω 的变化, β 表示液体中气泡的体积分数且有 $\beta = (4/3)N\pi R^3$. 由图可知, 入射声场角频率和气泡的体积分数均可对等效入射声场产生影响. 其影响表现在: 当驱动声压的角频率处于 10^5 rad/s 以上时, p'_e/p_e 约等于 1, 说明此种情况下液体表面张力带来的影响较小, 但当驱动声压的角频率处于 10^5 rad/s 以下

时, 则表现为 p'_e/p_e 的值明显小于 1, 且随驱动声压的角频率减小而减小. 说明此种情况下液体表面张力带来的影响较大, 且液体表面张力会减小等效声压振幅模值的最大值. 另外, 考虑到气泡含量的多少时发现, 气泡含量的多少会影响等效入射声场的声压振幅模值的最大值, 其具体表现为气泡含量越大, 对应的等效入射声场声压振幅模值的最大值越大.

3 结论

对于含气泡液体中的声传播来说, 气泡的存在改变了液体的声阻抗和声衰减系数, 从而影响到液体中声传播的速度, 所以大大地改变了液体的声传播参数^[17]. 这其中气泡的散射现象是一个极其重要的因素, 但该问题又不仅仅限于气泡的散射问题^[18].

本文对液体中气泡的声散射特性受液体表面张力的影响作了研究. 通过理论推导及数值模拟分析可知, 液体表面张力对单个气泡的散射系数及散射声功率均有不同程度的影响. 在表面张力和液体中静态压力相当, 并且液体表面张力在驱动声场的角频率约小于 10^5 rad/s 的情况下, 对气泡的散射系数模值及散射功率的影响较大. 在文中所讨论的前提下, 当驱动声场的角频率约小于 10^5 rad/s 时, 液体表面张力对等效入射声场声压振幅也会产生较大影响. 所以, 对于是否考虑气泡受液体的表面张力对气泡散射的影响, 需根据所研究的具体问题进行取舍.

参考文献

- Prosperetti A, Crum L A, Commander K W. Nonlinear bubble dynamics. J Acoust Soc Am, 1988, 83(2): 502–514
- Commander K W, Prosperetti A. Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments. J Acoust Soc Am, 1989, 85(2): 732–746
- Brujan E A. Bubble dynamics in a compressible shear-thinning liquid. Fluid Dyn Res, 1998, 23(5): 291–318
- Vanhille C, Campos-Pozuelo C. A numerical formulation for nonlinear ultrasonic waves propagation in fluids. Ultrasonics, 2004, 42(10): 1123–1128
- Kudryashov N A, Sinelshchikov D I. Nonlinear waves in bubbly liquids with consideration for viscosity and heat transfer. Phys Lett A, 2010, 374(19–20): 2011–2016
- Kudryashov N A, Sinelshchikov D I. Nonlinear evolution equations for describing waves in bubbly liquids with viscosity and heat transfer consideration. Appl Math Comput, 2010, 217(1): 414–421
- 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础(第二版). 南京: 南京大学出版社, 2001
- Devin C J. Survey of thermal radiation and viscous damping of pulsating air bubbles in water. J Acoust Soc Am, 1959, 31(12): 1654–1667
- Welsby V G, Safar M H. Acoustic nonlinearity due to micro-bubbles in water. Acustica, 1970, 22: 177–182
- Qian Z W. Sound interaction among bubbles in water (in Chinese). Acta Phys Sin, 1981, 30(4): 442–447 [钱祖文. 水中气泡之间的声相互

- 作用. 物理学报, 1981, 30(4): 442–447]
- 11 Wang H B. Analysis of multi-body multi-dispersion model for bubble screen (in Chinese). *Ship Eng*, 2006, 28(3): 30–33 [王虹斌. 水中气泡幕的多体多次声散射模型分析. *船舶工程*, 2006, 28(3): 30–33]
 - 12 Sage K A, George J, Überall H. Multipole resonances in sound scattering from gas bubbles in a liquid. *J Acoust Soc Am*, 1979, 65(6): 1413–1422
 - 13 Gaunaurd G C, Überall H. Resonance of theory of bubbly liquids. *J Acoust Soc Am*, 1981, 69(2): 362–370
 - 14 Ye Z. On sound scattering and attenuation of albnex bubbles. *J Acoust Soc Am*, 1996, 100(4): 2011–2028
 - 15 Chen J S, Zhu Z M. Sound scattering characteristics of bubbles with viscoelastic shells (in Chinese). *Acta Acustica*, 2005, 30(5): 386–392 [陈九生, 朱哲民. 粘弹包膜气泡的声散射特性. *声学学报*, 2005, 30(5): 386–392]
 - 16 Akhatov I, Gumerov N, Ohl C D, et al. The role of surface tension in stable single-bubble sonoluminescence. *Phys Rev Lett*, 1997, 78(2): 227–230
 - 17 Louisnard O. A simple model of ultrasound propagation in a cavitating liquid. Part I: Theory, nonlinear attenuation and traveling wave generation. *Ultrasonics Sonochem*, 2012, 19(1): 56–65
 - 18 Jiménez-Fernández J, Crespo A. Bubble oscillation and inertial cavitation in viscoelastic fluids. *Ultrasonics*, 2005, 43(8): 643–651

The influence of the surface tension of the liquid on bubble's acoustic scattering

WANG Yong, LIN ShuYu* & ZHANG XiaoLi

Institute of Applied Acoustics Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China

In this situation, the influence of surface tension of liquid on the bubble's acoustic scattering is studied when the surface tension of liquid is equivalent to the static pressure of liquid. The continuity equation of velocity and pressure in the bubble's surface is established, and the bubble's surface tension of liquid is introduced into the continuity equation. We got the scattering coefficient and the scattering sound power of a single bubble in a symmetric vibration mode, and further deduced the equivalent incident sound field in the case of multi-bubble conditions. Numerical analysis shows that spherical bubble radius is about 10^{-6} m when the surface tension equivalent to the liquid static pressure, in this case, the influence of bubble's surface tension of liquid on the scattering coefficient and the scattering sound power of the single bubble can be shown when the angular frequency of the driving acoustic pressure is less than 10^5 rad/s. In the case of multiple bubbles, it will have a greater impact on the sound pressure amplitude of the equivalent incident sound field. While the influence will not appear clearly if the angular frequency of the driving acoustic pressure is bigger than 10^5 rad/s. For the acoustic scattering problem of bubbles, it bases on the specific issue to choose whether the surface tension of liquid should be taken into consideration.

bubbles liquid, acoustic scattering, surface tension, microbubble

PACS: 43.35.+d, 43.20.Fn

doi: 10.1360/132012-707