



Si, S, Ca, Ni 同位素中的新幻数

王宁*, 刘敏

广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004

* 联系人, E-mail: wangning@gxnu.edu.cn

2014-12-02 收稿, 2014-12-30 接受, 2015-04-10 网络版发表

国家自然科学基金优秀青年科学基金(11422548)资助

摘要 基于Weizsaecker-Skyrme(WS)原子核质量公式, 系统研究了Si, S, Ca, Ni同位素链的壳能隙、原子核形变以及电荷均方根半径. WS质量公式的计算结果能够非常好地再现已有的实验数据, 对于885个已测原子核电荷半径的rms偏差仅为0.022 fm; 对于2353个已测原子核质量的rms偏差仅为298 keV. 除了已知的中子幻数, WS公式还预言 $N=14$, 16以及32也可能是幻数. 对于中等质量以及重核, 基于核质量得到的经验壳能隙能够比较敏锐地给出幻数信息. 原子核电荷半径也能给出幻数信息, 不过需要大幅度提高电荷半径测量精度并开展丰中子核电荷半径的系统测量.

关键词

原子核质量
电荷半径
幻数
壳能隙

原子核质量公式的完善与发展不仅对于原子核物理非常重要, 而且对于核天体物理研究也非常关键. 极度丰中子核的结构性质以及壳演化研究是当前核物理研究的热点问题之一^[1~6]. 原子核物理中大量实验事实显示随着核内质子和中子数增大, 核的性质呈现某种周期性变化, 当质子数 Z 或中子数 N 为2, 8, 20, 28, 50, 82以及中子数为126时, 原子核显得特别稳定, 在自然界的含量也比邻近的核素更丰富. 这些数称为幻数, 具有幻数的核称为幻核. 原子核壳模型由于能够成功解释这些幻数, 因而成为最基本的核结构模型之一. 由于多数核结构模型是用来描述beta稳定线附近原子核性质的, 其对于远离beta稳定线原子核性质的预言需要进一步的检验. 为了系统地描述原子核的基态性质, 人们发展了相对论平均场^[7]以及Skyrme Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB)^[8]等微观质量模型. 对于超重核以及滴线核, 人们发现各种不同的理论模型预言出来的原子核性质, 包括质量、壳修正、形状等都存在较大的分歧. 因此通过研究原子核壳结构以及形状演化可以有效地检验和改进原子核质量公式.

除了这些微观模型外, 王宁、刘敏等人提出一个

新的原子核质量公式—Weizsaecker-Skyrme(WS)质量公式^[9~13]. 该公式是在Skyrme能量密度泛函的启发下, 采用了宏观-微观模型思想, 特别考虑了模型参数的同位旋依赖. 其最新的版本WS4对已知的2353个原子核质量的均方根(rms)偏差只有 298 keV. 与此同时, 该模型预言出来的超重核alpha衰变能与现有的实验数据符合得非常好. 通过对壳能隙的系统研究, WS模型能够很好地再现重核的子壳闭合结构^[10], 譬如($Z=64$, $N=82$)以及 ($Z=100$, $N=152$)等地方出现的壳能隙增强现象. 不过, 该模型能否成功描述较轻的丰中子核结构还需要进一步检验.

除了已知的幻数, 人们通过对一些丰中子核譬如^{22,24}O, ⁵²Ca的能谱或者质量研究表明这些核可能呈现幻核结构^[1,4]. 对 $N=14$, 16, 32等这些可能的“幻数”进行合理地解释是核结构理论的一个新挑战. 除了原子核能谱、质量, 人们发现幻核结构在原子核电荷半径中似乎也会有所体现. 除了基于核质量模型研究原子核电荷半径, 张双全、孟杰等人基于经验公式系统研究了电荷半径的同位旋以及 $Z^{1/3}$ 依赖^[14]. 倪冬冬、任中洲等人基于原子核alpha衰变来提取原子核电荷半径信息^[15]. 为了准确了解幻数的变化, 与原子

引用格式: 王宁, 刘敏. Si, S, Ca, Ni 同位素中的新幻数. 科学通报, 2015, 60: 1145–1149

Wang N, Liu M. New magic numbers in Si, S, Ca and Ni isotopes (in Chinese). Chin Sci Bull, 2015, 60: 1145–1149, doi: 10.1360/N972014-01299

核质量相关的壳能隙以及原子核电荷半径能否作为描述新“幻数”的重要探针是一个值得探讨的问题。

本文将基于WS质量公式系统研究Si, S, Ca, Ni同位素链的壳能隙以及电荷半径, 探索壳能隙、电荷半径随中子数的变化规律, 寻找新“幻数”可能的探针。

1 Weizsaecker-Skyrme质量公式

在Weizsaecker-Skyrme质量公式(以下简称WS公式)中, 原子核基态能量包含液滴能、Strutinsky壳修正以及残余修正:

$$E(A, Z, \beta) = E_{\text{LD}}(A, Z) \prod_{k \geq 2} (1 + b_k \beta_k^2) + \Delta E(A, Z, \beta) + \Delta_{\text{res}}, \quad (1)$$

其中, E_{LD} 表示球形核的液滴能:

$$E_{\text{LD}}(A, Z) = a_v A + a_s A^{2/3} + E_C + a_{\text{sym}} I^2 A f_s + a_{\text{pair}} \delta_{\text{np}} A^{-1/3} + \Delta_w, \quad (2)$$

这里 $I = (N-Z)/A$ 表示同位旋不对称度. E_C 和 Δ_w 分别表示库仑能和重核Wigner修正, f_s 是考虑原子核表面弥散效应而引入的一个修正因子, 其详细表达式参见文献[11,13].

在WS公式中, 原子核宏观能随核形变的变化规律由一个解析表达式 $E_{\text{LD}} \prod (1 + b_k \beta_k^2)$ 来描述. 这个形式是基于Skyrme能量密度泛函得到的, 其中 $b_k = (k/2)g_1 A^{1/3} + (k/2)^2 g_2 A^{-1/3}$. 它将原子核表面弥散效应以及对称能系数的形变依赖等有效地包含进来. 对于形变不是很大的原子核体系, 该公式是适用的. 对原子核形变能采用抛物线近似能够极大地提高形变核的计算速度. 对于超形变、巨超形变原子核基态的描述, 特别是原子核裂变过程势能曲面的描述, 抛物线近似显然不是非常适合, 还需要考虑高次项的影响. 对于大形变原子核电荷半径的研究表明, 抛物线近似得到的原子核基态形变绝对值比实验数据偏小一些.

与传统的宏观-微观质量公式不同的是, WS公式考虑了模型参数的同位旋依赖, 主要包括:

(1) 对称能系数的同位旋依赖. 在WS公式中, 对称能系数 a_{sym} 表示为

$$a_{\text{sym}} = c_{\text{sym}} \left(1 - \frac{\kappa}{A^{1/3}} + \xi \frac{2 - |I|}{2 + |I| A} \right), \quad (3)$$

其中的同位旋依赖项主要描述中子数和质子数比较

靠近的那些原子核中的Wigner效应.

(2) 对称势的同位旋依赖. 为了计算Strutinsky壳修正, 我们需要求解薛定谔方程得到单粒子能级. WS公式采用形变的Woods-Saxon单粒子势来描述其平均场. 对质子和中子, 其势阱深度是不同的. 势阱深度表示为 $V_q = V_0 \pm V_s I$, 加号针对中子, 减号针对质子. V_s 称作对称势, 它会直接影响远离beta稳定线原子核的能级结构. 在传统的宏观-微观质量公式中, V_s 是常数, 不随体系改变. 在WS公式中, $V_s = a_{\text{sym}}$, 从而使得宏观、微观两部分紧密相连, 模型的自治性得以提高.

(3) 自旋轨道耦合势强度参数的同位旋依赖. 自旋轨道耦合势强度直接影响能级劈裂, 因而影响原子核壳结构演化. 在Skyrme能量密度泛函的启发下, WS公式考虑了自旋轨道耦合势强度参数 λ 的同位旋依赖:

$$\lambda = \frac{3}{2} \lambda_0 \left(1 \pm \frac{1}{3} I \right), \quad (4)$$

其中, 加号针对中子, 减号针对质子. WS4在公式(4)的基础上还进一步考虑了 I^2 依赖项^[13].

(4) 对修正系数以及原子核表面弥散的同位旋依赖. WS公式没有采用BCS等微观计算对修正的方法, 而是直接将对修正的平滑部分放在液滴公式中, 同时考虑 δ_{np} 的同位旋依赖^[9]. 微观单粒子能级对原子核奇偶效应的影响直接放在残余修正 Δ_{res} 中, 详细介绍见文献[11]的公式(12). 另外, 在WS4中, 原子核表面弥散的同位旋依赖得到进一步考虑. 我们知道, 原子核对称势会将丰中子核中多余的中子排斥到核表面区域. 因而对丰中子核的单粒子势而言, 中子的表面弥散要大于质子的弥散; 而对缺中子核而言, 其结果刚好相反. 这些现象能够从微观的能量密度泛函计算中看到. 考虑核表面弥散的同位旋依赖能够直接影响滴线核的质量计算.

2 计算结果

基于WS质量公式, 我们首先系统计算了Si, S, Ca, Ni四个同位素链上原子核的经验壳能隙. 中子壳能隙 $\Delta_n(N, Z)$ 体现了两中子分离能的突变, 可以由原子核结合能负值计算得到

$$\Delta_n = B(N+2, Z) + B(N-2, Z) - 2B(N, Z). \quad (5)$$

图1给出了WS质量公式计算出来的中子壳能隙. 可以看出在已知幻数的地方譬如 $N=20, 28, 50$, 壳能

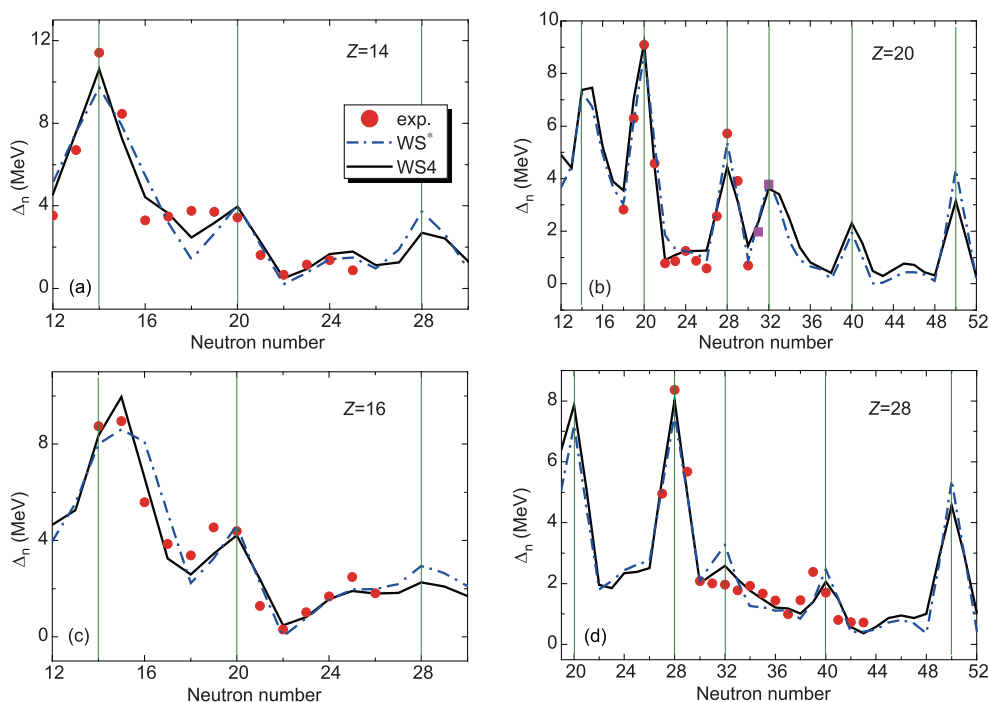


图 1 原子核壳能隙随中子数的变化. 圆点表示实验数据AME2012^[16]. (a)~(d)分别表示Si, Ca, S, Ni同位素链的计算结果; (b) 中 $N=32$ 附近的实心方块的实验数据取自文献[1]. 实线和点划线分别表示WS*和WS4模型^[12,13]的计算结果. 竖线给出中子数 $N=14, 20, 28, 40, 50$ 的位置

Figure 1 Shell gaps in nuclei as a function of neutron number. Solid circles denote the experimental data AME2012^[16]. (a)~(d) denote the results for Si, Ca, S and Ni isotope chains, respectively. Solid squares in (b) at around $N=32$ denote the experimental data taken from [1]. Solid and dot-dashed curves denote the results of WS* and WS4 models^[12,13], respectively. Vertical lines denote the positions of $N=14, 20, 28, 40, 50$

隙呈现明显增强. 除了已知的幻数, 我们发现WS公式预言在中子数 $N=14, 16, 32, 40$ 这些地方, 壳能隙也出了不同程度的增强. 特别值得注意的是, WS*公式在2010年就预言 ^{52}Ca (中子数 $N=32$)会出现明显增强. Wienholtz等人^[1]在2013年通过实验测量 $^{51,52,53,54}\text{Ca}$ 的质量证实了 ^{52}Ca 的壳能隙出现明显增强, 如图1(b)的实心方块所示. 这一实验表明, WS质量公式不仅对已知核质量描述比较理想, 而且具有很强的预言能力.

为了进一步了解 $N=14, 16, 32$ 这些原子核的结构, 我们在图2给出了WS*公式计算出来的原子核四极形变 β_2 的绝对值. 众所周知, 已知双幻核的形状为球形. 通过原子核的基态形状可以进一步了解这些新“幻数”. 图2中, 蓝色区域表示基态形状为球形的原子核. 可以看出其相应的中子数从左到右分别为: $N=8, 14, 16, 20, 28, 32, 40, 50, 58$ (竖线给出). 原子核形变的计算结果与壳能隙的结果是相对应的, 也就是在轻核及中等质量核区, 壳能隙比较大的那些原子核基本上呈现球形结构. 特别是 $^{24}\text{O}, ^{46}\text{Si}, ^{52}\text{Ca}$ 等预言出来的球形丰中子核需要实验上进一步确认.

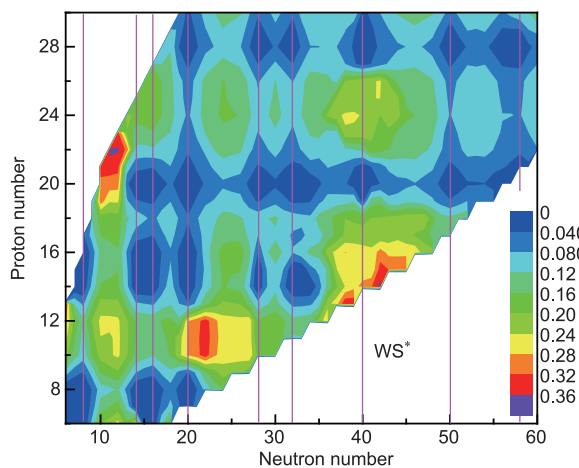


图 2 原子核四极形变的绝对值 $|\beta_2|$

Figure 2 Calculated nuclear quadrupole deformation $|\beta_2|$

另外, WS公式还预言了一些可能的球形镜像核, 譬如 ^{30}Si - ^{30}S , ^{22}O - ^{22}Si , ^{48}Ca - ^{48}Ni . 由于镜像核体现了核力的同位旋对称性, 这些镜像核的电荷半径的测量对于探索原子核对称能的信息能够提供重要帮助^[17].

除了原子核壳能隙, 我们还基于WS质量公式研

究了Si, S, Ca, Ni四个同位素链上原子核的电荷半径随中子数的变化. 考虑到核力的饱和性质, 原子核电荷半径通常与其质量数呈现 $A^{1/3}$ 规律. 如果进一步考虑原子核形变对电荷半径的影响, 原子核均方根电荷半径可以近似地写为

$$R_{\text{ch}} = \langle r^2 \rangle^{1/2} \cong \sqrt{\frac{3}{5}} R_c \left[1 + \frac{5}{8\pi} (\beta_2^2 + \beta_4^2) \right], \quad (6)$$

其中 β_2 和 β_4 分别表示原子核四极和十六极形变. 在文献[17]中, 王宁和李涛考虑电荷半径的同位旋以及壳效应, 给出了电荷半径 R_c 的经验公式:

$$R_c = 1.226A^{1/3} + 2.86A^{2/3} - 1.09(I - I^2) + 0.99\Delta E / A, \quad (7)$$

ΔE 为原子核基态壳修正. 结合 WS^* 质量公式^[12]得到的原子核形变以及壳修正, 这个电荷半径公式可以很好地再现已测原子核电荷的实验数据. 针对885个实验数据^[18], 其均方根偏差只有0.022 fm, 明显好于微观HFB模型^[8]的计算结果.

图3给出了公式(6)结合 WS^* 模型计算出来的原子核形变以及壳修正信息得到的Si, S, Ca, Ni四个同位素链上原子核的电荷半径随中子数的变化. 其中竖线给出了 $N=14, 20, 28, 32, 40, 50$ 的位置. 可以看出由

于考虑了原子核的壳修正以及形变依赖, 在竖线附近理论预言出来的原子核电荷出现明显的减小. 通过与实验数据比较可以看出, 实验数据的变化规律, 特别是Ca同位素的抛物线规律能够被非常好地描述, 这也暗示 WS^* 模型计算出来的原子核形变以及壳修正信息是比较合理的. 因此精确的原子核电荷半径测量也可以作为一个研究“幻数”的有效探针.

3 总结与讨论

我们基于 WS 质量公式系统研究了Si, S, Ca, Ni四个同位素链上原子核基态性质, 包括中子壳能隙、形变以及电荷半径. 计算结果能够非常满意地再现已有的实验数据. 预言出来的中子壳能隙、原子核形变以及电荷半径显示在中子数 $N=14, 16, 20, 28, 32, 40, 50$ 等地方会表现出幻核性质. 除了已知的幻数, 这些新“幻数”的出现与核力的同位旋依赖紧密相关. WS 质量公式在Skyrme能量密度泛函的启发下, 通过考虑模型参数的同位旋依赖, 能够成功地描述这些新“幻数”. 这些新“幻数”同时表现出很强的质子-中子相关性. 譬如在 $N=32$ 的地方, ^{52}Ca ($Z=20$)的壳能隙呈现明显增强, 而 ^{60}Ni ($Z=28$)的壳能隙则没有 ^{52}Ca 的壳

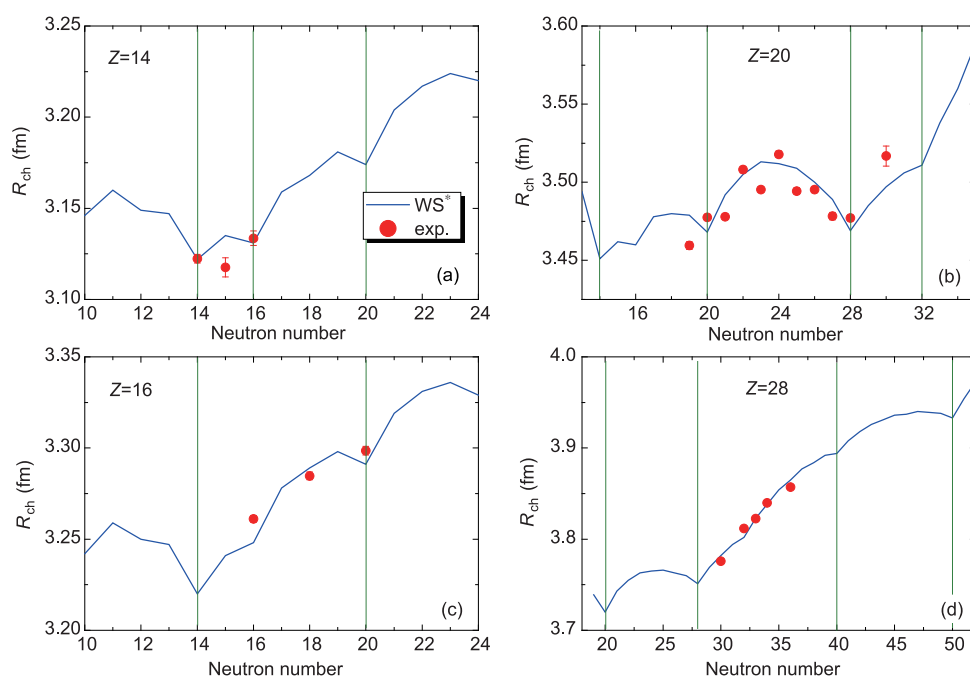


图3 (网络版彩色)原子核均方根电荷半径. 圆点表示实验数据^[18], 实线表示 WS^* 模型计算结果. (a)~(d)分别表示Si, Ca, S, Ni同位素链的计算结果

Figure 3 (Color online) Nuclear rms charge radii. Circles and curves denote the experimental data^[18] and the predictions of WS^* model, respectively. (a)~(d) denote the corresponding results of Si, Ca, S and Ni isotope chains, respectively

能隙那么明显. 另外对于 ^{30}Si , ^{30}S , (中子数接近其质子数), 由于Wigner效应的影响, 壳能隙不再是一个非常明显的观测量来判断这两个核是否呈现闭壳结构. 因此, 为了更明确地判断 $N=14, 16, 32$ 这些新“幻数”, 除了壳能隙、电荷半径, 还需要更多的实验观测

量, 譬如第一个 2^+ 激发态能量, $B(E2)$ 跃迁等等. 新的实验数据以及彼此之间的关联对于检验和完善原子核结构模型具有重要的学术意义. 基于WS公式得到的原子核质量表以及电荷半径表可以在下面网址下载: <http://www.imqmd.com/mass/>.

参考文献

- 1 Wienholtz F, Beck D, Blaum K, et al. Masses of exotic calcium isotopes pin down nuclear forces. *Nature*, 2013, 498: 346–349
- 2 Xu Z X, Qi C. Shell evolution and its indication on the isospin dependence of the spin-orbit splitting. *Phys Lett B*, 2013, 724: 247–252
- 3 Yuan C X, Qi C, Xu F R. Shell-model studies of the $N=14$ and 16 shell closures in neutron-rich nuclei. *Chin Phys C*, 2009, 33: 55–57
- 4 Hoffman C R, Baumann T, Bazin D, et al. Evidence for a doubly magic ^{24}O . *Phys Lett B*, 2009, 672: 17–21
- 5 Meng J, Ring P. Giant Halo at the Neutron Drip Line. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 460–463
- 6 Zhou S G, Meng J, Ring P, et al. Neutron halo in deformed nuclei from a relativistic Hartree-Bogoliubov model in a Woods-Saxon basis. *J Phys Conf Ser*, 2011, 312: 092067
- 7 Geng L S, Toki H, Meng J. Masses, deformations and charge radii—nuclear ground-state properties in the relativistic mean field model. *Prog Theor Phys*, 2005, 113: 785–800
- 8 Goriely S, Chamel N, Pearson J M. Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. XII. Stiffness and stability of neutron-star matter. *Phys Rev C*, 2010, 82: 035804
- 9 Wang N, Liu M, Wu X Z. Modification of nuclear mass formula by considering isospin effects. *Phys Rev C*, 2010, 81: 044322
- 10 Mo Q H, Liu M, Wang N. Systematic study of shell gaps in nuclei. *Phys Rev C*, 2014, 90: 024320
- 11 Liu M, Wang N, Deng Y G, et al. Further improvements on a global nuclear mass model. *Phys Rev C*, 2011, 84: 014333
- 12 Wang N, Liang Z Y, Liu M, et al. Mirror nuclei constraint in nuclear mass formula. *Phys Rev C*, 2010, 82: 044304
- 13 Wang N, Liu M, Wu X Z, et al. Surface diffuseness correction in global mass formula. *Phys Lett B*, 2014, 734: 215–219
- 14 Zhang S Q, Meng J, Zhou S G, et al. Isospin and $Z^{1/3}$ -dependence of the nuclear charge radii. *Eur Phys J A*, 2002, 13: 285–289
- 15 Ni D, Ren Z, Dong T, et al. Nuclear charge radii of heavy and superheavy nuclei from the experimental α -decay energies and half-lives. *Phys Rev C*, 2013, 87: 024310
- 16 Audi G, Wang M, Wapstra A H, et al. The AME2012 atomic mass evaluation. *Chin Phys C*, 2012, 36: 1287–1602
- 17 Wang N, Li T. Shell and isospin effects in nuclear charge radii. *Phys Rev C*, 2013, 88: 83–89
- 18 Angeli I, Marinova K P. Table of experimental nuclear ground state charge radii: An update. *At Data Nucl Data Tables*, 2013, 99: 69–95

New magic numbers in Si, S, Ca and Ni isotopes

WANG Ning & LIU Min

Department of Physics, Guangxi Normal Univeristy, Guilin 541004, China

The shell gaps, nuclear deformations, and rms charge radii of Si, S, Ca, and Ni isotopes were systematically investigated with the Weizsaecker-Skyrme (WS) mass formula. The measured data were reproduced remarkably well by the WS calculations. The rms deviation was only 298 keV with respect to the 2353 measured masses and only 0.022 fm with respect to the 885 measured charge radii. In addition to the known neutron magic numbers, the WS formula predicts that the neutron numbers $N=14, 16$, and 32 could also be magic numbers. The empirical shell gaps based on the nuclear masses of intermediate and heavy nuclei are sensitive observables which can be used to study the shell closures. To obtain helpful shell closure information from the nuclear rms charge radii, the precisions of the experimental measurements for neutron-rich nuclei should be improved further and more data are still required.

nuclear masses, charge radii, shell gap, magic number

doi: 10.1360/N972014-01299