

鐵 磁 性

C. B. 翁索甫斯基

(蘇聯科學院通訊院士)

鐵磁性是物質在凝聚相（晶態）的各種各樣的極有趣味的物理性質之一。決定物質在鐵磁狀態下的特征的基礎是其中的自發的平行排列着的原子磁矩，這種自發的平行排列是與外磁場無關的。單位體積中原子磁矩的向量總和——自發磁化強度 I_s ，——是物質在鐵磁狀態下的一個宏觀特征量。在鐵磁體中，不加外磁場而有 $I_s \neq 0$ 的存在是晶體中電子之間內在的相互作用的結果。自然，當外加磁場作用於鐵磁體時，將出現特殊的磁性。與非鐵磁性物質的性質比較，鐵磁體所有的非磁性的物理性質都有其獨特的“不正常性”。

解釋物質所有鐵磁現象的本質是鐵磁學理論的任務。許多國家的學者們曾經進行過並且還在繼續進行着有關鐵磁學問題的研究。本文是蘇聯學者們對鐵磁現象的微观理論的許多基本研究的一個概述。

磁化曲線是鐵磁性物質最重要的唯象的特性曲線，它給出了外加磁場與鐵磁性物質的磁化強度之間的關係。鐵磁性物質的磁化曲線是俄國物理學家 А. Г. 斯托列托夫 (Столетов)⁽¹⁾ 於 1871 年發現的，他第一次正確地考慮了試品形狀的影響並且研究出了可以避免形狀影響的測量磁化曲線的衝擊法。

為斯托列托夫所開始的對鐵磁性物體的磁性的系統研究使得能夠開始建立起近代的理論。當然這種理論具有它唯象的特征。它的基礎是所謂的“分子場”的假設。這個假定是在 1892 年被俄國物理學家 Б. Л. 羅津格 (Розинг)⁽²⁾ 首先引入的，後來在著名的法國學者 P. 魏斯 (Weiss)⁽³⁾ 的工作中得到了進一步的發展。

在建立鐵磁學的热力學理論時，曾經利用了兩個重要的假定：(1) 自 $0^\circ K$ 一直到某一個臨界溫度（居里點 θ ）的溫度間隔內，在鐵磁體中具有不等於零的自發磁化強度 I_s ，這是鐵磁體最基本和很特殊的性質。(2) 在正常狀態下（即不加外磁場時），任何鐵磁體都是沒有磁化的，從這樣一個已知的實驗事實可以得到這樣一個結論，就是任何鐵磁性的試品在居里點之下都區分為許多小的疇，其中每一個疇都具有自發的磁化強度；當不加外磁場時，在樣品整個體積中，這些疇的磁化向量的方向是這樣分布的，就是使得它的總磁矩等於零。

按照這兩個假定，鐵磁理論可以劃分為兩部分：

(1) 自發磁化強度的理論，解釋鐵磁性的本質；(2) 鐵磁疇的理論以及在外磁場和其他作用的影響下，它們的變化的理論（技術磁化的理論）。

在這篇概述中，我們只敘述一下蘇聯學者們關於第一部份的主要工作。

根据罗津格-魏斯的唯象理論，在鉄磁体中原子磁矩之間內在的相互作用使得出现了内分子場，这种場是产生自發磁化强度 I_s 的原因。將朗之万的順磁性古典理論加以簡單的推广，就成功地得到了 I_s 与温度的关系的理論公式，它大体上可以正确地描述实验的結果。

在分子場的理論中，假定了在鉄磁体的热力学勢中有一个与磁化强度有关的特殊的項

$$E = -NA_1 y^2, \quad (1.1)$$

这里 $y = I_s/I_0$ 是自發磁化强度的相对值 (I_0 —在 $0^\circ K$ 时的絕對飽和值)， N —晶体中原子的数目，而 A_1 是度量每个原子的能量的量。理論給出了 A_1 与居里温度之間的关系

$$\Theta = \frac{2A_1}{K} \quad (1.2)$$

(K —波茲曼常数)。从实验知道，对于典型的鉄磁体來說， Θ 是数量級为 $10^3^\circ K$ 的量，因此根据 (1.2) 可以得出 A_1 的数量級为

$$A_1 \sim 10^{-13} \text{ 尔格/原子}。 \quad (1.3)$$

使这个理論更加精确一些是可能的，这与在有序合金的理論中計算所謂短程序的情形时引入的改进是类似的。Л. С. 斯基尔班斯 (Стильбанс)⁽⁴⁾ 在他的工作中首先进行了这种計算，苏联^(5,6)以及国外⁽⁷⁾其他的物理学家們也进行过一系列的研究。

虽然分子場的唯象理論是一个被簡化的理論，但是它的成就表明我們可以从严格的热力学理論得到与实验基本上符合的一系列的結果。根据爱倫法斯特 (Ehrenfest)⁽⁸⁾ 的分类，鉄磁轉变屬於第二类相变，即轉变时用热力学勢描述的物体的状态連續地改变，但是它的对称性發生突变。在鉄磁状态下，自發磁化强度 (“磁” 長程序) 在居里点处消失，这并不引起热力学勢 Φ 及其第一次微商 (熵、体积等等) 量上的躍变。但是 Φ 的第二次微商 (热容量、压缩系数、热膨胀等等) 在 $T = \Theta$ 时却發生躍变。在 Л. Д. 朗道和 Е. М. 里甫西茨^(9,10) 的基本的工作中給出了研究第二次相变的一般方法。許多工作者也曾將这个理論应用到鉄磁的問題^(11,12)。在理論中，可以取磁化强度的相对值的平方 y^2 作为磁远程序的参数。在 Θ 附近， $y \ll 1$ ，可以把以压力 p 、温度 T 及無量綱量 y 为变数的势函数 Φ ，按小参量 y 的升幂展成級数，并且只限于一次項。那末从热力学平衡条件，当 T 在 Θ 附近时，就可以很容易地得到

$$y = a\sqrt{\Theta - T} \quad (1.4)$$

这里 a 是与 T 无关的一个常数。这个結論与分子場理論的結論是相符的，但是在得到它的时候並沒有作任何的近似，因此應該把它看做分子場唯象理論基本上正确的一个証明^(注)。

二

从 (1.3) 中对能量 A_1 数量級的估計可以看出，我們不可能用原子磁矩間的磁交互作

(注) 关于第二次相变的热力学理論，應該作这样一个說明，即在 $T = \Theta$ 附近，將 Φ 按小参量 y 展开的可能性并不是这样明显的，因为在这个温度，势 Φ 有一个特異点。(可參閱 (9) 第 433 頁和 Ю. Б. Румер 的文章。)

用来解释发生自发磁化强度的原因，因为磁交互作用只有 $\sim 16^{-16}$ 尔格/原子，根据(1.2)它不可能产生被观察到的居里点 $\sim 1000^\circ K$ 而只能有 $-1^\circ K$ 。铁磁体中分子场的非磁性的本质曾经在 Я. Г. 多夫曼(Дорфман)⁽¹⁴⁾的实验中得到了证实。他测量了电子束通过被磁化了的铁磁性薄膜时受到的偏转。同时偏转的数值是与假定样品中有普通大小的磁感应所预期的结果相一致的。

只有量子力学才能解决铁磁性这个“谜”。量子力学证明了遵守泡利原理的电子系统的静电能与其磁化强度是有关系的。在迴转磁效应的实验里〔德阿斯(De Haas)、爱因斯坦、巴奈特(Barnett)以及其他〕曾经确定了在铁磁体中磁矩的基本原子负荷者(атомные носители)是电子自旋。因此可以肯定铁磁性是自旋顺磁性的一个特殊的形式。这个想法首先在 Я. И. 弗伦克尔⁽¹⁵⁾的工作中明确地被表述了出来。他指出，碱金属中^(16,17)自由电子气体的微弱的顺磁性和金属晶体的情形是完全不同的；由于在电子间存在着强的静电交互作用，电子的能量与磁化强度的本质上的联系将导致与碱金属的情形相反的情况，即在 $0^\circ K$ 到居里点 θ 的温度范围内，磁化了的狀態相应于热力学势的极小值。

这个概念的严格的数学处理，稍后为海森伯⁽¹⁸⁾独立地得出了；这个处理方法的主要成功之处在于它能够给能量 A_1 以正确的数量级。这个量子力学计算的第一个方案是非常近似的。首先，它计算的不是铁磁晶体中准确的能谱，而仅仅是能量的重心（即相应于一定的总自旋量子数的能量的平均值）。其次，就在这种能量平均值的计算里，也只考虑了这样一些电子过程，即在过程中只有自旋方位不同的电子在晶格格点位置上的交换而没有考虑到晶体中电子密度的均匀分布的变化，也就是说没有考虑电荷的迁移（铁电体的模型）；由于这个原因现在讨论的这种计算常常被称为交换模型。计算能量重心（磁矩的函数）最简单的办法是利用狄拉克⁽¹⁹⁾的向量模型来进行，在这种模型中，静电能标符中可加交换部份（аддитивная обменная часть）的形式为（它给出了与磁化强度（自旋）的关系），

$$\hat{H}_{\text{交换}} = -2 \sum_{q, q'} A_{qq'} \hat{\sigma}_q \hat{\sigma}_{q'}, \quad (2.1)$$

这里 $\hat{\sigma}_q$ 是格点 q 上电子自旋的标符（自旋子（спинор））， $A_{qq'}$ 是格点 q 和 q' 之间电子的交换积分。因为量 $A_{qq'}$ 随着格点间的距离增大而很快地下降，因此计算可以仅限于最近邻的近似。引入一个符号 $A_{q, q \pm 1} = A$ ，可以将(2.1)改写为

$$\hat{H}_{\text{交换}} = -2A \sum_{(\text{最近邻})} \hat{\sigma}_q \hat{\sigma}_{q'}. \quad (2.2)$$

晶体中所有电子的总自旋向量的平方的本征值是

$$\sigma'(\sigma'+1) = N\sigma(\sigma+1) + \sum_{q \approx q'} \hat{\sigma}_q \hat{\sigma}_{q'},$$

这里 σ' 是 N 个电子的总自旋的量子数，而 σ 是晶体点阵中某一个格点的自旋量子数。两项乘积累加的总项数是 $N(N-1)$ 。因此在这个总和中个别一项的平均值等于：

$$\langle \hat{\sigma}_q \hat{\sigma}_{q'} \rangle_{\text{平均}} = \frac{\sigma'(\sigma'+1) - N\sigma(\sigma+1)}{N(N-1)}.$$

在 (2.2) 的和中总項数等于 $\frac{1}{2} Nz$, 这里 z 是某一个格点最近鄰的数目。所以平均能量 (“重心”) (总自旋量子数的函数) 等于

$$\langle H_{\text{交換}} \rangle_{\text{平均}} = -\frac{sA}{N-1} [\sigma'(\sigma'+1) - N\sigma(\sigma+1)] .$$

个别格点的总自旋的数量級是 1, 而 σ' 是与晶体磁化强度同数量級的量 (以玻耳磁子 μ_B 为單位), 因此如果不計数量級为 $\frac{1}{N}$ 的量, 則

$$\langle \hat{H}_{\text{交換}} \rangle_{\text{平均}} \approx -Nz\sigma A y^2 . \quad (2.3)$$

將 (2.3) 与 (1.1) 加以比較, 我們可以看出古典的分子場理論与量子力学的交換理論外表上是相当的, 只要令

$$A_1 = z\sigma A \quad (2.4)$$

但是在量子力学的理論中, 靜电 (交換) 能量 A_1 具有其充分的物理基础, 而且得到了正确的量的約值 ($A \sim 10^{-13}$ 尔格)。交換理論的定量的結論由于它是非常近似的, 因而具有很大的局限性, 但是根据 (1.2) 式它可以給量 Θ 以正确的約值, 而且給出了鉄磁性的必要的判据: 即交換能必須是正值 (由于交換模型的近似性, 自然, 这个判据不可能具有充分条件的性質)。

三

鉄磁交換理論进一步的精确化將放弃最粗略的近似——以平均能量 (能量重心) 来代替能譜。在引用根据量子力学对鉄磁性的解釋得到的更严格的計算結果之前, 我們先討論一下这个理論的某些一般性問題。

鉄磁性是晶体点陣中相互作用着的电子系統的性質。因此, 从徹底的微觀理論 (атомная трактовка) 的观点看来, 鉄磁理論屬于量子力学中的多体問題。由于电子間相互作用的存在, 出現了本質上新的性質, 如果系統中的电子沒有相互作用, 那末也就不会有这种性質。在試圖建立集体相互作用的定量的多电子理論时, 我們遇到了很大的困难。如果我們仔細看一下电子系統的能量算符 (电子間有相互作用) 就会很容易了解这些困难的所在。为了將問題簡化, 假定离子在点陣的格点上处于靜止状态, 因而所有的問題都归結为对純电子系統的研究 (絕对的近似)。那末, 能量算符的形式將变成:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{q=1}^N \Delta_q + \sum_{i,q} G_i(\mathbf{r}_q) + \sum_{q < q'} V(|\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_{q'}|), \quad (3.1)$$

这里 q 及 q' 是所有电子的号碼, i 代表格点, m 是电子的質量, $\hbar = 2\pi\hbar$ 是普朗克常数, $V(|\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_{q'}|)$ 是电子相互作用的势能 (q 与 q' 之間的相互作用), $G_i(\mathbf{r}_q)$ 是第 q 个电子与第 i 个离子之間相互作用的势能。如果將 (3.1) 中电子間的相互作用 V 去掉, 那么算符將具有这样一种累加形式, 其中任何一項仅与一个电子的坐标有关。在这种情形, 多电子的問題就归結为單电子問題的累加了。如果 $V \neq 0$ 而且不能將它忽略掉, 那么 (3.1) 中变数不能被分离, 因而問題帶有甚为复杂的性質。虽然如此, 理論还是可能相当准确地描写这种有强交互作用的粒子系統的复杂运动的某些方面。我們知道, 正是由于粒子間的强交互作用, 在系統的运动中, 可以划分为所謂集体自由度 (коллективные степени

свободы) 的組, 它們的能譜在某些情況下可以作定量的計算。电子間電的相互作用具有相当大的“作用半徑”。这样, 每一个个别电子的运动都将显著地影响到許多圍繞着它的电子的运动状态。因此可以預料, 在这种系統中, 可以产生有序的集体运动(振動)。从集体自由度的角度来看, 在某种意义上, 可以將粒子系統看作連續稠密的介質。此外, 在系統中自然还保留有与本原粒子 (исходные частицы) 無序的混乱的运动相联系的个体自由度。由于微觀粒子具有粒子及場的双重性, 在强的交互作用之下, 微觀粒子系統的运动集体自由度也具有量子性 (动量矩、能量以及其他量的非連續数值)。如果系統处于微弱的激發状态, 那么从場的观点来看, 这些集体自由度相当于量子場的基本振子, 而从粒子的观点来看, 它們相应于該場的基本量子, 并且可以把它們看作某种准粒子。这样, 在微弱的激發状态下(低温范围), 我們可以很精确地將多电子系統复杂运动的自由度的一部分看做自由的准粒子的集体的运动, 或有序的集体运动的基本激發态的整体运动。这些自由度的能量的本征值可以被当做相应的量子場的独立振子(准粒子理想气体)的能量和来计算。这些粒子的能量可以被确定为波数或者准动量的函数。自然, 在每一种具体情况下, 能量与准动量的关系 (彌散方程 (дисперсионное уравнение)) 都具有它自己特有的形式, 并且由本原粒子的本質及它們之間相互作用的特点来决定。

現在已經建立起了足够强有力的数学方法。从多电子系統的哈密頓算符的准确表示式 (3.1) 出發, 这些方法可以將集体运动的振子的能量算符的可加和分出来。这些方法是量子力学中么正变换理論普遍情形的具体形式。变换算符 $\hat{H}$ ((3.1) 式) 的最完善的方法之一是所謂“剩余变数” (Лишние переменные) 法, 它是 Н. Н. 波戈留波夫 (Н. Н. Боголюбов)⁽²⁰⁾ 提出来的, 并被 Д. Н. 祖巴辽夫 (Д. Н. Зубарев)⁽²¹⁾ 詳細地研究过了。这个方法的一般概念如下:

我們考虑一下粒子数目的密度的算符、自旋矩的密度的算符、單电子状态的密度的算符以及其他算符, 它們在一般情况下的形式是,

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{q=1}^N \alpha^{(q)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_q),$$

这里 $\alpha^{(q)}$ 是某些数或矩陣, $\delta(\mathbf{r})$ 是狄拉克的 δ -函数, 而 $\mathbf{r}_q$ 是系統的本原粒子的向徑。这个密度算符的傅利叶分量与粒子的普通坐标合在一起, 可以被看做描写系統集体自由度的剩余变数。在鉄磁体的情形, 剩余变数是自旋矩密度的算符的富氏分量。对于接近饱和的状态 (低温), 可以比較容易地决定基本集体激發态的基本彌散方程。除了自旋矩算符 $\hat{\sigma}_q$ 以外, 籍助于么正变换, 这里还适当地引入了两个自旋密度的算符幅 (операторные амплитуды) $\hat{\varphi}_q$ 和 $\hat{\psi}_q$, 它們分別对应于两种不同的自旋投影 (“向右” 或 “向左”)。这些新的算符与投影間的关系可由下面的式子給出:

$$\left. \begin{aligned} (\hat{\sigma}_q)_x &= \sigma(\hat{\varphi}_q \hat{\psi}_q^+ + \hat{\psi}_q \hat{\varphi}_q^+), \\ (\hat{\sigma}_q)_y &= \frac{1}{i} \sigma(\hat{\varphi}_q \hat{\psi}_q^+ - \hat{\psi}_q \hat{\varphi}_q^+), \\ (\hat{\sigma}_q)_z &= \sigma(\hat{\varphi}_q \hat{\varphi}_q^+ - \hat{\psi}_q \hat{\psi}_q^+). \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

此外, 算符 $\hat{\varphi}_q$ 和 $\hat{\psi}_q$ 滿足下面的关系

$$\hat{g}_q \hat{g}_q^+ + \hat{\psi}_q \hat{\psi}_q^+ = 1, \quad (3.3)$$

这关系表示在点陣的某一个格点上永远有向“右”的或向“左”的自旋（交換模型！）。其次

$$\sum_{q=1}^N \hat{g}_q \hat{g}_q^+ = \tau, \quad \sum_{q=1}^N \hat{\psi}_q \hat{\psi}_q^+ = N - \tau,$$

这里 τ 是系統中向右的自旋的数目，与它相联系的磁化强度（向左的） m 为

$$m = (N - \tau) - \tau, \quad \text{或} \quad \tau = \frac{N - m}{2}. \quad (3.4)$$

算符 φ 和 ψ 滿足波色 (Bose) 型的交換关系:

$$\hat{\varphi}_q^+ \hat{\varphi}_q - \hat{\varphi}_q \hat{\varphi}_q^+ = \delta_{qq'}, \quad \hat{\psi}_q^+ \hat{\psi}_q - \hat{\psi}_q \hat{\psi}_q^+ = \delta_{qq'}, \quad \hat{\psi}_q^+ \hat{\varphi}_q - \hat{\varphi}_q \hat{\psi}_q^+ = 0. \quad (3.5)$$

很容易看出，如果不計一个常数項，由于 (3.2)，算符 (2.1) 的形式为:

$$\hat{H} = 4\sigma \sum_{q \neq q'} A_{qq'} (\hat{\varphi}_q \hat{\psi}_{q'} - \hat{\psi}_q \hat{\varphi}_{q'}) (\hat{\varphi}_q^+ \hat{\psi}_{q'}^+ - \hat{\psi}_q^+ \hat{\varphi}_{q'}^+). \quad (3.6)$$

在接近于飽和状态时（例如“向左方”），由于 (3.3)，可以令

$$\hat{\psi}_q \hat{\psi}_q^+ \approx 1 \quad \text{且} \quad \hat{\varphi}_q \hat{\varphi}_q^+ \ll 1. \quad (3.7)$$

此时，根据变换关系 (3.5)，能量算符 (3.6) 取如下的形式:

$$\hat{H} = 2\sigma \sum_{q, q'} A_{qq'} (\hat{\varphi}_q \hat{\varphi}_q^+ - \hat{\varphi}_q \hat{\varphi}_{q'}^+). \quad (3.8)$$

不用算符 $\hat{\varphi}_q$ 和 $\hat{\varphi}_q^+$ 本身而把它們的傅利叶分量（剩余变数）

$$\hat{\varphi}_\mathbf{k} = N^{\frac{1}{2}} \sum_{q=1}^N e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_q} \hat{\varphi}_q, \quad \hat{\varphi}_\mathbf{k}^+ = N^{\frac{1}{2}} \sum_{q=1}^N e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_q} \hat{\varphi}_q^+ \quad (3.9)$$

代入 (3.8) 式，这里 $\mathbf{r}_q$ 是第 q 个格点以点陣常数为單位时的向徑， $\mathbf{k}$ 是自旋的系統集体运动的准动量向量。周期性条件需要这些向量的数值滿足下面的关系:

$$K_{\mathbf{v},j} = \frac{2\pi v_j}{G_j} \quad (j=x, y, z), \quad (3.10)$$

这里 v_j 是整数，受下面的限制

$$-\frac{G_j}{2} \leq v_j \leq \frac{G_j}{2} - 1,$$

而 G_j 是以点陣常数为單位时晶体沿着軸 $j=x, y, z$ 的綫度。由于 (3.5) 式，新算符的变换关系的形式如下:

$$\hat{\varphi}_\mathbf{k} \hat{\varphi}_{\mathbf{k}'}^+ - \hat{\varphi}_{\mathbf{k}'}^+ \hat{\varphi}_\mathbf{k} = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}, \quad \text{等等}. \quad (3.11)$$

利用 (3.11) 和 (3.9)，(3.8) 可变为:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} C_{\mathbf{k}} \hat{\varphi}_\mathbf{k} \hat{\varphi}_\mathbf{k}^+, \quad (3.12)$$

这里引入了簡化的表示式

$$C_{\mathbf{k}} = 2\sigma \sum_{\mathbf{h}} A_{\mathbf{h}}(\mathbf{r}_{\mathbf{h}}) [1 - e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_{\mathbf{h}}}], \quad (3.13)$$

(其中 $\mathbf{h} = \mathbf{q} - \mathbf{q}'$ 而 $\mathbf{r}_h = \mathbf{r}_q - \mathbf{r}_{q'}$)。

根据定义, 算符 $\hat{\varphi}_\nu$ 、 $\hat{\varphi}_\nu^\dagger$ 的本征值是整数,

$$n_\nu = 0, 1, 2, 3. \quad (3.14)$$

如此, 在接近饱和状态时, 铁磁体中相互作用着的电子系统的交换相互作用能算符的本征值等于:

$$E = \text{常数} + \sum_{\mathbf{k}_\nu} n_{\mathbf{k}_\nu} \varepsilon(\mathbf{k}_\nu), \quad (3.15)$$

这里 $n_{\mathbf{k}_\nu}$ 是准动量为 $\mathbf{k}_\nu$ 的基本激发态的数目。如果局限于最近邻的近似 $A_{-1} = A_1 = A$, 且只考虑向量 $\mathbf{k}_\nu$ 的小数值 (低温度!), 那么在简单立方点阵的情形, 对于基本激发态的能量, 也即对于弥散关系, 我们可以得到下面的表示式:

$$\varepsilon(\mathbf{k}_\nu) \sim 2\sigma A (k_{ix}^2 + k_{iy}^2 + k_{iz}^2). \quad (3.16)$$

如上所述, 我们可以把这些激发态比拟成某种“准粒子”, 即所谓自旋波或铁磁子 (ферромагнеты), 根据 (3.11) 它们具有有效质量

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2d^2\sigma A}, \quad (3.17)$$

这里 d 是点阵常数; 根据 (1.2) 及 (2.4), $2\sigma A \sim \kappa\theta$, 所以 m^* 决定于居里点的大小, 即

$$m^* \sim \frac{\hbar^2}{d^2\kappa\theta} \sim 10^{-25} \text{ 克}. \quad (3.18)$$

为布洛赫 (Bloch)⁽²²⁾, 贝特 (Bethe)⁽²³⁾, 霍尔施坦 (Holstein) 和普瑞玛克夫 (Prima-koff)⁽²⁴⁾, 阿赫叶席尔 (Ахизер)⁽²⁵⁾, 波戈留波夫和嘉布里克夫 (Тябликов)^(26,27) 等所发展的铁磁子理论的最重要的结果是得到了接近 $0^\circ K$ 时自发磁化强度与温度的关系, 它具有如下的形式:

$$I_s = I_0 (1 - \alpha T^{\frac{2}{3}}), \quad (3.19)$$

这里系数 α 与点阵的类型及交换积分 A 有关。朗道⁽²⁸⁾ 首先指出, 借助于实验上对系数 α 的测定, 现在有可能最可靠最准确地来确定交换能 A , 因为在推导公式 (3.19) 时, 只用了最少的任意作出的模型式的简化。

将铁磁子的理论向更高温的情形拓广时 (此时近似式 (3.7) 已经不正确了), 遇到了很大的数学上的困难, 因为当激发态升高时, 铁磁子的“气体”已经不能再被当做是“理想的”了。

康德尔斯基 (Е. И. Кондорский) 和巴赫莫夫 (А. С. Пахомов)⁽²⁹⁾ 将铁磁子的理论推广到了每一个原子的未满的电子壳中不仅有一个而是有几个没有被抵消的磁矩的铁磁性晶体的情形。此外, 这些作者指出了: 在莫勒尔 (Möller)⁽³⁰⁾ 以及霍尔施坦和普瑞玛克夫⁽²⁴⁾ 的类似的计算中存在有本质上的不精确之处, 后者没有考虑同一个格点的电子间的交换相互作用。

霍尔施坦和普瑞玛克夫⁽²⁴⁾、阿赫叶席尔⁽²⁵⁾ 和嘉布里克夫⁽³¹⁾ 将磁矩的 (偶极子的) 相互作用也考虑了进来, 因之又补充了铁磁子的理论。这个计算可以给铁磁体真正的顺磁化强度以更严格的描述。在低温度和不很弱的磁场的作用下 $H \sim 4\pi I_s$, 这种顺磁过程 (парапроцесс) 的磁化率与磁场和温度的关系为:

$$\lambda_D \sim \frac{T}{\sqrt{H}}. \quad (3.20)$$

波列(Polley)⁽³²⁾和巴勒弗么諾夫(парфёнов)⁽³³⁾的實驗表明,根据實驗这个关系是存在的。

阿庫洛夫(Н. С. Акулов)⁽³⁴⁾(1928年)在他著名的工作中首先指出晶体的磁各向异性与磁致伸縮的現象是由基本磁矩的負載者之間的磁交互作用引起的。布洛赫和奇提尔(Gentile)⁽³⁵⁾在自旋波的范围內考虑了这个問題。万弗賴克(Van Vleck)⁽³⁶⁾發展了布洛赫和奇提尔的計算,确定了立方晶体磁各向异性常数与温度的关系。翁索甫斯基⁽³⁷⁾成功地得出了鈷的六角晶体的各向异性常数与温度的关系,并且对實驗中观测到的該常数符号的改变做了原則上的解釋。他⁽³⁸⁾也得出了磁致伸縮常数与温度的关系,結果表明在實驗上被观察到的該常数随温度的非單調变化(немонотонное изменение)以及它們符号的改变都是合乎情理的。嘉布里克夫⁽³¹⁾考虑了各向异性的交換磁相互作用,便發展了六角晶系的鉄磁性單晶体磁各向异性的最徹底的量子力学理論。古謝夫(Гусев)⁽³⁹⁾利用了波戈留戈夫和嘉布里克夫的普遍模型,發展了鉄磁性晶体磁致伸縮的量子力学理論。

四

鉄磁性的多电子理論應該沿着这样的途徑来發展,就是將交換模型精确定,并將其推广到金屬合金及电子性半导体的情况中去。为了使理論适用于鉄磁性金屬,其中必須考虑到所謂極态(полярные состояния),在这种状态下,可能發生由电子形成的电荷的迁移过程。这种極模型,原則上可以將金屬及电子性半导体的所有性質在一个統一的方案中加以考虑。

曾經指出过,鉄磁性元素是屬於过渡族金屬的。它們的特点在于当它們的原子处于孤立的狀態时具有未填滿的电子壳(3d或4f)。这些沒有填滿的壳(总自旋磁矩不等于零)的存在就是出現鉄磁性狀態最根本的原因。当鉄磁性元素或者合金的原子聚結成晶体时,它們的电子壳的結構自然被毀坏了。由于相互作用,原子的外層电子失掉了它們自己对个别格点的个体的从屬性(индивидуальная принадлежность),而形成整个晶格中的統一的电子群的集体。这对最外層的电子特別显著(例如在鉄、鎳和鈷的情形是4s电子)。內部沒有被填充滿的壳中的电子(3d或4f)受到这种集体化的影响較小,但是也会改变其个体的特点而形成有强交互作用的統一的系統。外層的价电子基本上决定晶体中与迁移过程或电荷(金屬及半导体中傳导电子及半导体中的激子)的激發有关的現象,即电导、热导及光学性質等。至于未填滿的壳中的內層电子,由于它們与原子核有很强的联系,因而只在較小的程度上参与电子迁移的現象,但是它們同时却基本上决定了过渡元素及其化合物晶体的鉄磁及反鉄磁性質。自然这种將晶体中电子加以分类只有在一定条件下才是正确的,但是我們有理由認為这是对过渡元素晶体的量子力学解釋的第一次近似。

根据这些很自然的假定,翁索甫斯基⁽⁴⁰⁾提出了所謂s-d交換模型做为第一个方案,在这种模型里以近似的形式考虑了兩組电子——价电子(外層电子)及內層电子的存在,也考虑了它們之間的静电相互作用。利用能量重心的方法,成功地証明了,在外層电子与內層电子系統間s-d交換能 $E_{s,d}$ 具有如下的形式:

$$E_{sd} = -\frac{1}{2}A(\mathbf{k})(1 + \sigma \cdot \mathbf{u}), \quad (4.1)$$

这里 $A(\mathbf{k})$ 是与外層电子准动量 $\mathbf{k}$ 有关的外層与內層电子的交换积分, σ 是外層电子的自旋向量而 μ 是以 μ_B 为單位时每一个內層电子的平均磁矩。对 (4.1) 式可以做如下的显明的解釋: 由于內層和外層电子的交换相互作用, 后者的自旋受到了与分子場同数量級的强大的“准磁場”(квазимагнитное)的作用。这样一来, $s-d$ 的交换相互作用就表现为內層电子对外層电子的“磁化”作用。外層电子的磁矩平行或反平行于內層电子的磁化强度与 (4.1) 式中交换积分的符号有关。同时必須指出, 作用在外層电子上的“准磁場”(4.1) 与外層电子的状态有很大的关系 (与其准动量的数值有关)。这就使得在鉄磁体中傳导电子的有效質量与自發磁化强度有关。当然也可以計算出外層电子对內層电子的相反的影响 (由于 $s-d$ 交换相互作用而引起的 $3d$ 能級的分裂⁽⁴¹⁾)。

外層电子与內層电子具有相互作用的模型一开始就可以对鉄磁体中原子磁矩的分数性很自然地加以解釋, 这不仅对合金如此, 而且对純金屬也是如此。从实验中已經知道, 如果把鉄磁体的饱和磁化强度外延到 $0^\circ K$ 的数值用單位体积中晶体格点的数目来除那么得到的数值并不是整数, 而是一个分数 (以波耳磁子为單位)。例如在鎳、鉄、鈷和釷的情形, 这个量分别等于: 0.606, 2.221, 1.716 和 7.10。根据 $s-d$ 交换模型进行的計算表明^(40, 42, 43, 44), 在鉄磁体中原子磁矩是由兩部分組成的, 一部分决定于內層电子, 另一部分决定于外層电子。同时这两部分中任何一部分以及其和, 絕大可能应该是分数。重要的是这个理論上的結論并不是粗略的定性的“东拼西凑”的結果, 而是从理論上十分普遍的情形出發很自然地得到的。

从 $s-d$ 的交换理論出發, 也可以得出这样的結論, 即在接近居里点的温度下, 外層电子的磁化强度与內層电子的磁化强度成比例, 因而在第一次近似中具有与公式 (1.4) 給出的同样的温度关系, 这已經被实验証实了。

对極态的計算也可以得出关于鉄磁体原子磁矩分数性的合理的結論。实际上, 如果以 n_d 表示內層电子的总数而以 $\bar{s}_0$ 代表所謂的“偶子”(двойки) (即这样一些基本激发态, 在这些状态下, 格点附近各有两个电子, 而根据包里原理, 它們自旋的投影的方位是相反的) 的数目, 那么在 $0^\circ K$ 相应于每个原子的磁化强度为:

$$\bar{\mu}_d = \frac{n_d - \bar{s}_0}{n_d} \mu_B = \left(1 - \frac{\bar{s}_0}{n_d}\right) \mu_B \quad (4.2)$$

由此当 $\bar{s}_0 > 0$ 时, 立刻就可以得到磁矩的分数值 (显然, $\bar{s}_0$ 的最大值等于 $n_d/2$, 此时 $\bar{\mu}_d = 0$)。

$s-d$ 交换模型可以使鉄磁性的判据更加精确, 它表明內層电子間的交换积分大于零并不是鉄磁性出現的充分条件。还必须考虑到外層和內層电子的交换积分的数值和符号⁽⁴⁴⁾。对極态的計算也使得这个判据更加精确了^(45, 42)。当考虑了內層电子和外層电子的相互作用后, 就进一步知道居里点与交换能間的关系有着更为复杂的特征^(43, 44)。

为 $s-d$ 交换模型所預言的外層电子的有效質量与鉄磁体磁化强度有关的事实使我們可以解釋許多鉄磁性反常現象的本質: 如电导⁽⁴⁰⁾、热导和热电动势^(46, 47)、光学性質、

磁光性質⁽⁴⁸⁾、磁場電效應⁽⁴⁹⁾、光電性質⁽⁵⁰⁾以及二次電子發射⁽⁵¹⁾。最近又成功地使 $s-d$ 交換理論最初的形式更加明確化了，並且推廣了它的应用範圍⁽⁵²⁾。這樣一來，這個模型就在集體相互作用的嚴格的量子力學理論的範圍內找到了根據。利用么正變換把相互作用着的電子系統的能量算符變換到二次量子化的表象中去^(53,54)，並且利用 $s-d$ 交換模型的基本概念，就可以把能量算符劃分為交換模型的項 (3.6) $\hat{H}_d$ 、與傳導電子平移運動相聯系的項 $\hat{H}_s$ (在“能帶”模型中要考慮到它們)、決定鐵磁子間相互作用的項 $\hat{H}_{dd}$ 、傳導電子間相互作用的項 $\hat{H}_{ss}$ 以及描述外層電子及鐵磁子相互作用的項 $\hat{H}_{sd}$ 。如此，系統的能量算符取如下的形式：

$$\hat{H} = \hat{H}_d + \hat{H}_s + \hat{H}_{dd} + \hat{H}_{ss} + \hat{H}_{sd} \quad (4.3)$$

算符 (4.3) 的对角綫部分在第一次近似中具有下面的形式：

$$E = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} n_{\mathbf{k}\sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{g}} n_{\mathbf{g}} \varepsilon_{\mathbf{g}}, \quad (4.4)$$

這裡 $n_{\mathbf{g}}$ 及 $\varepsilon_{\mathbf{g}}$ 分別為鐵磁子處於准動量為 $\mathbf{g}$ 的狀態時的數目和能量， $n_{\mathbf{k}\sigma}$ 和 $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ 分別為准動量為 $\mathbf{k}$ 、自旋為 σ 的狀態下的傳導電子的數目和能量。這樣看來，在第一次近似中相互作用着的外層及內層電子系統的能量就等於鐵磁子和傳導電子能量的和。同時對於任何一種符號的自旋都可以把傳導電子的能量寫成普遍公式的形式：

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}^{\sigma} = E_{\mathbf{k}} - \frac{1}{2}(1 + \sigma \mu) I(\mathbf{k}, \mathbf{k}), \quad (4.5)$$

這裡 $I(\mathbf{k}, \mathbf{k})$ 是內層和外層電子的交換積分，而 $E_{\mathbf{k}}$ 是傳導電子普通的平移運動的能量。從 (4.5) 式可以看出其右方第二項與公式 (4.1) 是相符的，只是符號不一樣就是了。因此嚴格的計算表明，所有的应用公式 (4.1) 所得到的 $s-d$ 交換模型都是有根據的。公式 (4.3) 比公式 (4.1) 根本上優越的地方在於當考慮了 $s-d$ 交換相互作用之後，將鐵磁性晶体的能量算符表示在二次量子化的表象中，就可以徹底地對鐵磁體中所有平衡的以及動力的現象進行理論上的研究；在鐵磁體中其電性與磁性是有聯系的。如果可以認為 (4.3) 中的非綫性項 $\hat{H}_{sd}\hat{H}_{ss}$ 和 $\hat{H}_{dd}$ 小於 (4.4) 中的綫性項，那末根據微擾的理論，就可以把它們當做描述基本激發態之間的彈性和非彈性碰撞的項來加以考慮。這樣也就有可能利用動力方程來解釋鐵磁體中一系列的弛豫過程和動力系數。阿赫葉席爾⁽²⁵⁾第一次在鐵磁子的理論中考慮了弛豫過程。他確定了在鐵磁子氣體中達到熱平衡的時間 τ_{ϕ} ，以及鐵磁子氣體與聲子間達到熱平衡所需的時間 $\tau_{\phi p}$ (聲子是晶格熱振動的基本激發態)。同時他發現在低溫範圍內 $\tau_{\phi} \ll \tau_{\phi p}$ ，這就是說引入一個與晶格溫度不同的鐵磁子氣體的“自治”溫度 (автономная температура) 是有意義的。這些計算在鐵磁共振的問題中具有非常重要的意義⁽⁵⁵⁾。在 $s-d$ 交換模型的範圍內也成功地考慮了鐵磁子與傳導電子之間的碰撞對鐵磁共振的影響⁽⁵⁶⁾。

在解決動力學問題的時候，自然而然地會發生某種准粒子應該服從哪種類型的統計的問題。可能有兩種情況，即費米的或波色的統計。在第一种情形，准粒子應該具有半整數的自旋，成對地發生；同時這些准粒子的准動量應該有一定的“邊界”值。與此相反，在波色統計的情形我們處理的是自旋量子數為整數值的粒子。除了這些明顯的理由之

外，还有严格的可以單值地确定准粒子的統計类型的方法。为此只需要知道相应于某一种类型的准粒子的变换关系的类型就够了。例如，从(3.5)中可以看出鉄磁子应该遵循波色的統計。同样地可以知道在 $s-d$ 交换模型(52)中的“傳导电子”遵循費米的統計。

五

將电子与鉄磁子之間的碰撞加以計算，对分析鉄磁体电阻的特点有很重要的意义。从实验我們知道鉄磁体的电阻和温度的关系与非鉄磁性金屬的这种关系是不同的，这不仅在接近居里点时如此，在低温范围内也是如此。在居里点以下將發生电阻的反常减小，它与自發磁化强度的平方成比例

$$\Delta\rho \sim -a'y^2. \quad (5.1)$$

这在哥尔德哈麦(Гольдгаммер)和格尔拉赫(Gerlach)⁽⁵⁷⁾以及其他人的工作中早已被指出过。从金屬的極模型的普遍情况出發⁽⁴⁵⁾，可以証明在自發磁化了的鉄磁体中，在 $T=\theta$ 附近，电阻确实应该按照(5.1)式减小。 $s-d$ 交换模型也引导到这样一个結論，即由于傳导电子的有效質量与鉄磁体的自發磁化强度有关，电阻的减小就应该遵从(5.1)的規律^(40,58)。在低温，利用(4.3)中的非綫性算符对电子与鉄磁子碰撞的計算，使我們得出一个附加的电阻，它随温度按下面的規律变化⁽⁵⁹⁾

$$\rho \sim aT^2 + bT^3 \quad (5.2)$$

它与声子貢獻的电阻是不同的，后者随 T^5 發生变化。

$s-d$ 交换模型也可以对鉄磁体中的磁場电效应(电阻在磁場中的改变以及霍尔—基克因(Hall-Кикоин)現象)的特征加以解釋。如果在考虑靜电 $s-d$ 交换相互作用的同时，对各向异性的磁交互作用也加以考虑，那么就可以解釋在磁場中电阻的各向异性公式^(61,62)，这个公式早已經从阿庫洛夫⁽⁶⁰⁾的唯象理論中得到过了。

从实验我們知道，鉄磁体中的霍尔效应也具有一系列的反常現象。首先，霍尔效应的电动势不仅决定于磁場强度，而且还取决于鉄磁体的磁化强度

$$E_x = R_H [Ij], \quad (5.3)$$

这里 j 是电流密度而 R_H 是一个常数。这个关系曾在И. К.基科因⁽⁶³⁾的論文中非常清楚地被指出过，因此这个效应也被称为霍尔—基科因效应，而常数 R_H 被称做基科因常数。其次，珂瑪尔(Комар)和伏尔根施坦(Волкенштейн)⁽⁶⁴⁾也曾指出基科因常数与鉄磁体的自發磁化强度有关。根据極模型，可以很容易地了解为什么会有这个关系(可参閱参考材料⁽⁴³⁾第418—419頁)。借助于 $s-d$ 交换模型，并将自旋与軌道的磁交互作用考虑在內，就可以在一幅統一的圖画中得出公式(5.3)以及基科因常数与 I_S 的关系⁽⁶⁵⁾。

在 $s-d$ 交换模型的范围內，对鉄磁体中發生的某些动力过程如热磁現象(Термомангнитные явления)⁽⁶⁶⁾以及声波在磁鉄体中的吸收現象的特性⁽⁶⁶⁾，也已有人进行过計算。

六

把鉄磁性的量子力学理論推广到鉄磁合金的情形去的工作是有很重要的意义的。現

在确实知道的純鉄磁性元素只有四个，即鉄、鎳、鈷、和釷。但是这些金屬彼此之間以及与其他元素形成的鉄磁性合金系与化合物系统是非常多的。一些不包含鉄磁性成分的錳和鉻的三元合金和二元合金也是鉄磁性的。对后者的研究特別有兴趣，因为它可以使我們更充分、更詳細地了解产生鉄磁状态的一切必要条件。

早在能量重心近似法的範圍內，人們就已經成功地吧理論推广到了二元鉄磁性合金的情形了^(67,68,69,42)。引入 A_{aa} 、 A_{bb} 和 A_{ab} 代表兩種元素 A 及 B 的兩元合金中不同类型的近鄰的交換积分，我們可以得出这些合金的居里点与合金濃度 n_a 及 n_b 的关系（对無序的固溶体而言）

$$\Theta_{ab(\text{無序})} = \frac{\beta}{2k} (n_a^2 A_{aa} + 2n_a n_b A_{ab} + n_b^2 A_{bb}) \quad (6.1)$$

从(6.1) 可以看出，二元合金居里点的濃度关系（концентрационная зависимость）是一个二次式。公式(6.1)的最最重要的結果是它可以使我們了解为什么在由非鉄磁成分合成的二元合金中会出现鉄磁性。在这种情形，兩個純成分的交換积分 A_{aa} 和 A_{bb} 都是負的，因此鉄磁性出現的必要条件是 $A_{ab} > 0$ ，此外还要滿足下面的不等式：

$$A_{ab} > \frac{n_a}{2n_b} |A_{aa}| + \frac{n_b}{2n_a} |A_{bb}|. \quad (6.2)$$

在有序合金的情形，(6.1)式的形式为：

$$\Theta_{ab(\text{有序})} = \frac{\beta}{2k} [n_a(n_a - n_b \xi_1) A_{aa} + 2n_a n_b (1 - \xi_1) A_{ab} + n_b(n_b - n_a \xi_1) A_{bb}] \quad (6.3)$$

这里 ξ_1 表示合金成分的原子的短程序的程度。对(6.2)式的分析表明不論是在完全有序的状态或在完全無序的状态或在部分有序化的状态下都可能出現鉄磁性的状态。实验証实了这个理論上的結論。A.П. 珂瑪尔⁽⁶⁸⁾用实验与理論作了充分的比較。

对低温的場合，可以把鉄磁子的理論推广到二元合金的情形去^(62,69)。在这种情形，自發磁性强度与溫度的关系也滿足(3.19)的規律。康多尔斯基(Кондорский)和費德托夫(Федотов)⁽⁷⁰⁾对鉄鎳合金的情形从实验上証明了这一点。上面所論述的 $s-d$ 交換模型也可以被推广到二元鉄磁性合金的情形。經過計算可以得出無序以及有序合金的原子磁矩的表示式⁽⁴⁴⁾。

七

在这篇簡述的結尾，我們討論一下鉄磁性半导体、鉄氧体(Феррити)和反鉄磁体的理論問題。

晶体的極模型使我們有可能对金屬和半导体，建立起比單电子(能帶)近似更为精确的判据。为了在晶体中出現半导性状态，必須要基本激發态的能量(产生偶子，或空穴或者激子的能量)远远超过电子从一个格点躍迁到另一个格点的“动”能。在这种情形，虽然被極化的状态(поляризованные состояния)的产生具有有限的几率，但是外电場并没有加速的效应。在半导体的情形可以將激發态(“激子”)考虑在內，而將極模型加以补充；極模型也可用来將鉄磁子的理論加以推广⁽⁷¹⁾。接近 $0^\circ K$ 时，自發磁化强度与溫度的关系具有如下的形式：

$$I_s = I_0 [1 - \alpha T^{\frac{3}{2}} - \alpha' T^{\frac{3}{2}} e^{-\gamma/kT} + e^{-\Delta E/kT} (1 - \alpha'' T^{\frac{3}{2}})] \quad (7.1)$$

公式(7.1)中的第一項給出了根据鉄磁子理論曾得到过的普通关系(3.19)，第二項給出了由于滲杂了被極化的状态(“偶子”和“空穴”)而产生的磁矩的附加减小，最后，第三項

$$\Delta I_s = I_0 e^{-\Delta E/kT} (1 - \alpha'' T^{\frac{3}{2}}) \quad (7.2)$$

是由激子决定的磁化强度的部分(ΔE 是激發激子的能量)。由(7.2)式可以知道，当 $T \rightarrow 0^\circ K$ 时，量 ΔI_s 也趋近于零。这样看来，如果在半导体中鉄磁性仅仅由被激發的状态决定(交換积分只对于被激發的状态才是正的)，那末自發磁化强度与温度的关系应该具有与一般 $I_s(T)$ 曲綫不同的形式，因为在这种情形除了在高温有一个居里点 $\theta > 0$ 之外，在 $0^\circ K$ 还有第二个低温度居里点。但是目前还没有可靠的实验数据能够证实这种“激子鉄磁性”的可能性。只有这样一种情形，即在鉻硫的合金中⁽⁷²⁾鉄磁性在低温度范围内也同样地消失了，但是实验上进行的研究还不足以把它来和理論加以比較。

最近属于鉄氧体这一类的鉄磁性半导体引起了人們很大的兴趣(参閱⁽⁷³⁾)。这种物質一般的化学式是 $MO \cdot Fe_2O_3$ ，这里 M 是某一种金屬的兩价的离子(Cu^{++} , Zn^{++} , Mn^{++} , Ni^{++} 等)。这些物質結晶成尖晶石 $Mg Al_2O_4$ 型的晶体点陣。奈尔(Néel)⁽⁷⁴⁾曾把分子場的理論推广到了鉄氧体的情形。这里我們遇到的特性表明这些物質与鉄磁性金屬以及其派生物(роднящие)是不同的，在某种意义上可以說它們是反鉄磁体。所謂反鉄磁体是指这样一些晶态物質——元素或化合物，其中至少有一种过渡族的金屬参加，并且其中的交換相互作用的符号与鉄磁性的情形是相反的，因而使相鄰格点上自旋矩有序的配置不是平行的而是反平行的。在点陣中这种自旋的有序分布的存在已經在晶体中用中子衍射的实验直接証明了(参閱⁽⁷⁵⁾)。現在我們指出鉄氧体的鉄磁性的三个基本特点：(1)在晶体的磁活动性离子(магнитноактивные ионы)之間存在有反鉄磁性的联系，当不同本性的离子的磁矩的数量不相等时，由于不能完全相互抵消^[注]，这种联系可以导致到鉄磁性的存在(本来只有当相鄰的磁矩剛好完全抵消时才可能發生反鉄磁性)。(2)磁活动性离子間的交換联系(обменная связь)具有間接的性質，磁中性离子 O^{--} 在这种联系中起着非常重要的作用；(3)鉄氧体的电导具有与半导体相同的特征。

除了奈尔的工作，以外还应该提到安德孙(Anderson)⁽⁷⁶⁾关于間接交換作用与反鉄磁性联系的理論工作。此外，利用波戈留波夫和嘉布里克夫⁽²⁶⁾的普遍方法，已經成功地建立了鉄氧体的量子力学理論⁽⁷⁷⁾。在鉄氧体中瀾散規律(дисперсионный закон)(自旋波与准动量之間的联系)比(3.16)式有更加复杂的形式。在低温范围内，根据計算得出了下面的鉄氧体的自發磁化强度与温度的关系：

$$I_s = I_0 (1 - \gamma_1 - \gamma_2 T^2) \quad (7.3)$$

从这个公式我們可以得出两个非常重要的結論：(1)在鉄氧体中，在 $0^\circ K$ 附近， I_s 与温度 T 并不是 $3/2$ 次方的关系(可参閱(3.19)式)而是平方的关系；(2)出現了与温度無关的附加項 $\gamma_1 \sim 10^{-2}$ ，因而破坏了鉄氧体中对磁化强度有貢獻的原子磁矩的相加性的簡單規則。这些理論上的結論与波特奈(Pauthenet)的实验数据非常吻合⁽⁷⁸⁾。

[注] 原文中用了差异效应(разностный эффект)这样一个名詞来表明譯文中所表达的意思，因为原文的結構与我們習慣的用法相差很多，因此在譯文中作了較大的更改。
——譯者注

已經成功地 $s-d$ 交換模型应用到了反鉄磁性金屬的情形, 并且估計了由傳導电子与自旋波碰撞而引起的附加电阻与温度的关系⁽⁷⁹⁾。这个关系具有如下的形式:

$$\rho \sim aT^2 + bT^4 + cT^6. \quad (7.4)$$

將能量重心的理論推广到反鉄磁体和鉄氧体的情形也已經是可能的了⁽⁸⁰⁾。

在鉄磁性和反鉄磁性的量子力学理論面前, 还有許許多多尚未被解決的問題, 各国的物理学家包括苏联的学者們在內正在緊張地进行着这些工作。集体相互作用理論貢獻的新的計算方法为理論工作开辟了广闊的前途。

[本刊特稿 孟宪振譯]

参 考 文 献

1. Столетов А. Г., Собрание сочинений, т. I, ГТТИ, 1939.
2. Розинг Б. Л., ЖРФХО (часть физич.) 24, 105 (1892); 28, 59 (1896); 42, 71 (1910).
3. Weiss P., Journ. de phys. et radium, 6, 661 (1907).
4. Стильбанс Л. С., ЖЭТФ 9, 432 (1939).
5. Вонсовский С. В., ДАН СССР 27, 550 (1940); Изв. АН СССР, серия физич., II, 485 (1947).
6. Канер Ф., ЖЭТФ 10, 67 (1940).
7. Weiss P. R., Phys. Rev. 74, 1493, (1948).
8. Эренфест П. С., Proc. Kon. Akad. Amsterdam, 36, 153 (1933).
9. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М., Статистическая физика, Гостехиздат, 1951.
10. Ландау Л. Д., ЖЭТФ 7, 19 (1937); Лифшиц Е. М., Journ. of Phys. 6, 61 (1942).
11. Вонсовский С. В., Изв. АН СССР, серия физич., II, 485 (1947).
12. Гинзбург В. Л., ЖЭТФ 17, 833 (1947).
13. Румер Ю. Б., Успехи физич. наук 53, 245 (1954).
14. Дорфман Я. Г., Nature, 119, 353 (1927).
15. Френкель Я. И., Zs. f. Phys. 49, 31 (1928).
16. Дорфман Я. Г., Новые идеи в физике, сб. № 11, Ленинград, 1924.
17. Pauli W., Zs. f. Phys., 41, 81 (1927).
18. Heisenberg W., Zs. f. Phys. 49, 619 (1928).
19. Дирак П. А. М., Основы квантовой механики, 2-ое изд., ОНТИ, 1937.
20. Боголюбов Н. Н., Известия АН СССР, серия Физич., 11, 77 (1947).
21. Зубарев Д. Н., ЖЭТФ 25, 548 (1953).
22. Блох Ф. Молекулярная теория магнетизма, ОНТИ, 1934.
23. Зоммерфельд Д. А. и Бете Г., Электронная теория металлов, ОНТИ, 1937.
24. Holstein T. Primakoff H., Phys. Rev., 58, 1098 (1940).
25. Ахиезер А. И., Journ. of Phys. 10, 217 (1946).
26. Боголюбов Н. Н. и Тябликов С. В., ЖЭТФ 19, 251 (1949).
27. Боголюбов Н. Н., Лекции 3., квантовой статистики, Киев, 1949.
28. См. работу Лифшиц Е. М., ЖЭТФ 15, 97 (1945).
29. Кондорский Е. И. и Пахомов А. С., ДАН СССР 93, 431 (1953).
30. Möller, Ch., Zs. f. Phys. 82, 559 (1933).
31. Тябликов С. В., ЖЭТФ 20, 661 (1950).
32. Polley H., Ann. der Phys., 36, 625 (1939).
33. Парфёнов В. В., Изв. АН СССР, серия физич., 16, 601 (1952).
34. Акулов Н. С., Ферромагнетизм, ОНТИ, 1939.
35. Bloch F. Gentile G., Zs. f. Phys. 70, 395 (1931).
36. Van Vleck J. H., Phys. Rev. 52, 1178 (1937).
37. Вонсовский С. В., ЖЭТФ 8, 1104 (1938).
38. Вонсовский С. В., ЖЭТФ 10, 762 (1940).
39. Гусев А. А., ДАН СССР 98, 749 (1954).
40. Вонсовский С. В., ЖЭТФ 16, 981 (1946).
41. Башидзе В. Л., ЖЭТФ 23, 55 (1952).
42. Вонсовский С. В. и Шур Я. С., Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1948.
43. Вонсовский С. В., Современное учение о ферромагнетизме, ГИТТЛ, 1953.
44. Вонсовский С. В. и Власов К. Б., ЖЭТФ 25, 327 (1953).
45. Шубин С. П. и Вонсовский С. В., Сов. Физ., 7, 292 (1935); 10, 348 (1936).
46. Резанов А. И., Изв. АН СССР, серия физич., 16, 581 (1952).
47. Вонсовский С. В. и Соколов А. В., ЖЭТФ 19, 615 (1949).
48. Вонсовский С. В. и Соколов А. В., ЖЭТФ 19, 705 (1949).
49. Вонсовский С. В. и Родионов К. П., ДАН СССР 75, 634 (1950).
50. Вонсовский С. В. и Соколов А. В., ДАН СССР 76, 197 (1951).

51. Соколов А.В. и Векслер А.З., ДАН СССР 81 27 (1951).
52. Вонсовский С.В. и Туров Е.А., ЖЭТФ 24, 419 (1953); Вонсовский С. В. и Бердышев А.А. ЖЭТФ 25, 723 (1953).
53. См., например, фок В.А., Zs. f. Phys. 75, 622 (1932).
54. Вонсовский С.В., Успехи физич. наук, 48, 289 (1952).
55. См., например, Kittel Ch., Journ. de phys. et radium, 12, 291 (1951).
56. Туров Е.А. и Вонсовский С.В., ЖЭТФ 24, 501 (1953).
57. Гольдгаммер Д.А., Учен. записки МДУ №8 (1889). Gerlach W., Ann. d. Phys. 8, 649 (1931).
58. Резанов А.И., ДАН СССР 82, 885 (1952).
59. Вонсовский С.В., ЖЭТФ 18, 190 (1948).
60. Акулов Н.С., Zs. f. Phys. 59, 254 (1930); 80, 693 (1933).
61. Вонсовский С.В., Кобелёв Л.Я. и Родионов К.П., Изв. АН СССР, серия физич. 16, 569 (1952).
62. Родионов К.П., Труды Ин-та физики металлов Уральского филиала АН СССР, вып. 15, стр. 10, 1954.
63. Кикоин И.К., Сов. физ., 9, 1 (1936); ЖЭТФ 10, 1242 (1940).
64. Комар А.П. и Волкенштейн Н.В., ДАН СССР 60, 785 (1948).
65. Патракин Н.П., Изв. АН СССР, серия физич., 16, 584 (1952).
66. Резанов А.И., Сборник, посвященный 70-летию акад. А.Ф. Иоффе, Изд-во АН СССР, 1950, стр. 474.
67. Рудницкий В. Е., ЖЭТФ 10, 63 (1940).
68. Комер А.П., Изв. АН СССР, серия физич., 11, 497 (1947).
69. Вонсовский С.В., ДАН СССР 26, 564 (1940); ЖТФ 18, 131 (1948).
70. Кондорский Е. И. и Фелотов Л.Н., Изв. АН СССР, серия физич., 16, 432 (1952).
71. Вонсовский С.В. и Агефонова Е.Н., Сборник, посвященный 70-летию акад. А. Ф. Иоффе, Изд-во АН СССР, 1950, стр. 92.
72. Haraldsen H., Z. anorg. u. allgem. Chem., 234, 372 (1937).
73. См., например, Сноек Я., Исследования в области новых ферромагнитных материалов, ИЛ, 1949.
74. Néel L., Ann. de Phys. 3, 137 (1948).
75. Shull C. G., Smart J. S. Phys. Rev. 76, 1256 (1949).
76. Anderson P.W., Phys. Rev. 79, 350 (1950); 86, 694 (1952).
77. Вонсовский С.В. и Сеидов Ю.М., Изв. АН СССР, серия физич., 18, 319 (1954).
78. Pauthenet R., Ann. de Phys., 7, 710 (1952).
79. Вонсовский С.В. и Бердышев А.А., Изв. АН СССР, серия физич., 18, 328 (1954).
80. Власов К.Б., Изв. АН СССР, серия физич., 18, 339 (1954).