

基于多伯努利滤波的厚尾噪声条件下多扩展目标跟踪

陈辉¹ 张星星¹

摘要 针对厚尾噪声条件下不规则星凸形多扩展目标跟踪 (Multiple extended target tracking, METT) 问题, 提出一种基于多伯努利滤波的厚尾噪声条件下多扩展目标跟踪方法. 首先, 采用学生 t 分布对厚尾过程噪声和量测噪声进行建模, 并基于有限集统计 (Finite set statistics, FISST) 理论利用随机超曲面模型 (Random hypersurface model, RHM) 建立不规则星凸形多扩展目标的跟踪滤波模型. 然后, 利用学生 t 混合 (Student's t mixture, STM) 模型来表征多伯努利密度, 提出学生 t 混合多扩展目标多伯努利 (Student's t mixture multiple extended target multi-Bernoulli filter, STM-MET-CBMeMber) 滤波算法, 并进一步基于鲁棒学生 t 容积滤波算法提出了非线性鲁棒学生 t 混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波算法. 最后, 通过构造厚尾噪声条件下星凸形多扩展目标和多群目标的跟踪仿真实验验证了所提方法的有效性.

关键词 多扩展目标跟踪, 厚尾噪声, 随机超曲面, 多伯努利

引用格式 陈辉, 张星星. 基于多伯努利滤波的厚尾噪声条件下多扩展目标跟踪. 自动化学报, 2023, 49(7): 1573–1586

DOI 10.16383/j.aas.c201061

Multiple Extended Target Tracking in the Presence of Heavy-Tailed Noise Using Multi-Bernoulli Filtering Method

CHEN Hui¹ ZHANG Xing-Xing¹

Abstract Aiming at the problem of the irregular star-convex multiple extended target tracking (METT) with heavy-tailed noise, a multiple extended target tracking in the presence of heavy-tailed noise using multi-Bernoulli filtering method is proposed in this article. First, the student's t distribution is used to model the heavy-tailed process noise and measurement noise. The irregular star-convex multiple extended target filtering problem is formulated based on the finite set statistics (FISST) theory and the random hypersurface model (RHM). Then, the multi-Bernoulli density is approximated by the student's t mixture (STM) and a student's t mixture multiple extended target multi-Bernoulli filter (STM-MET-CBMeMber) is proposed correspondingly. Furthermore, this article proposes a nonlinear robust student's t mixture star-convex multiple extended target multi-Bernoulli filter based on the robust student's t based cubature filtering method. Finally, simulation experiments on star-convex multiple extended target tracking and multiple group target tracking with the heavy-tail noise verify effectiveness of the proposed method.

Key words Multiple extended target tracking (METT), heavy-tailed noise, random hypersurface, multi-Bernoulli

Citation Chen Hui, Zhang Xing-Xing. Multiple extended target tracking in the presence of heavy-tailed noise using multi-Bernoulli filtering method. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(7): 1573–1586

多扩展目标跟踪 (Multiple extended target tracking, METT)^[1–4] 是利用高分辨率传感器获取的目标多源量测信息联合估计多目标个数和多目标状态 (运动参数和形状). METT 将多目标跟踪问题推广到扩展目标层面. 除了噪声、漏检和杂波等不

确定因素之外, 运动目标形状随机不规则展现, 目标量测源在目标表面随机可变, 而扩展目标对应量测的非唯一性又加剧了目标与量测之间的模糊关系, 这就使得 METT 问题的求解难度大大增加.

以有限集统计 (Finite set statistics, FISST) 理论^[5–6] 为基础的多目标滤波器在近些年引起了国内外学者的高度关注. 该方法以集值估计的角度进行了多目标跟踪滤波问题的统一建模, 并涌现出很多优秀的研究成果^[7–11]. 其中包括以概率假设密度滤波器 (Probability hypothesis density, PHD) 为代表的一系列矩递推滤波器^[7–8] 和以势均衡多目标多伯努利滤波器 (Cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli, CBMeMber) 为代表的一系列多伯努利滤波器^[9–11]. 两者相较而言, 由于 CBMeM-

收稿日期 2020-12-24 录用日期 2021-03-19

Manuscript received December 24, 2020; accepted March 19, 2021

国家自然科学基金 (62163023), 甘肃省教育厅产业支撑计划项目 (2021CYZC-02) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62163023) and Industrial Support Project of Education Department of Gansu Province (2021CYZC-02)

本文责任编辑 王卓

Recommended by Associate Editor WANG Zhuo

1. 兰州理工大学电气工程与信息工程学院 兰州 730050

1. School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050

Ber 直接递推多伯努利有限集参数, 最终直接近似了多目标有限集的后验概率分布, 因此其滤波过程更加高效, 滤波结果更加可靠. 在此基础上, 一些学者通过引入多量测似然函数模型将多目标跟踪问题推广到了扩展目标领域, 提出了扩展 CBMeMBer (Extended CBMeMBer, ECBMeMBer) 滤波器^[12-14]. ECBMeMBer 滤波器不仅解决了目标数的过估计问题, 还得益于扩展目标的多个量测源的信息融合提升了点目标 CBMeMBer 滤波器的估计精度. 序贯蒙特卡罗 (Sequential Monte Carlo, SMC) 方法仍然是 ECBMeMBer 滤波器实现的有效方法, 但它存在计算复杂度高的缺陷. 相对于 SMC 实现, 基于线性高斯假设的高斯混合 (Gaussian mixture, GM) 实现具有计算成本低的优点. 另外, 非线性扩展^[15]使 GM-ECBMeMBer 滤波器具有处理非线性系统的能力. GM-ECBMeMBer 滤波器已经应用在多扩展目标跟踪^[16-17]中.

值得注意的是, 最优滤波器大多基于高斯分布前提进行推导, 即用高斯噪声来表征其模型的统计不确定性. 但在多扩展目标跟踪的实际工程应用中, 为了保持最优滤波系统的有效性, 需要比较精确的表征传感数据的统计特性. 而可靠性较差的传感器很容易诱导出异常量测值, 导致离均值较远处的量测噪声的不确定性增大, 呈现“厚尾特性”, 例如视觉系统、全球定位系统 (Global position system, GPS) 设备和声纳传感器经常提供包含“位于某个整体分布模式之外”的异常量测数据. 异常值可能来自传感器异常噪声、暂时性的传感器故障或环境中的意外 (电磁) 干扰. 此外, 目标未知运动 (异常机动) 所表现出的模型不确定性也会诱导产生厚尾的过程噪声. 因此, 过程和量测模型往往同时伴随着不可避免的厚尾噪声, 这更贴近于工程实际, 因而以高斯分布为前提假设的多扩展目标滤波性能将会严重下降, 加剧 METT 滤波问题处理的难度. 现有的一些方法可以在一定程度上处理厚尾噪声, 如膨胀法^[18]通过膨胀量测噪声的协方差来减弱厚尾噪声干扰, 自适应方法^[19]利用变分贝叶斯 (Variational Bayesian, VB) 近似方法来联合估计多目标量测噪声协方差, 能够解决实际的厚尾量测噪声与假定的高斯量测噪声之间的不匹配问题. 多模型 (Multiple-model, MM) 方法^[20]利用多个模型在不同阶段动态匹配目标状态, 处理实际的厚尾过程噪声与高斯假设过程噪声之间的不匹配问题. 然而, 膨胀法和自适应法不能处理厚尾过程噪声, 而 MM 方法不适用于解决厚尾量测噪声问题. 文献^[21-22]提出在高斯假设下通过重加权方法同时处理厚尾过程噪声和量测噪声, 但高斯假设使得该方法处理厚尾非高斯

噪声的能力受到限制. 近几年的一些研究集中于应对这一困难, 如文献^[23]针对线性系统提出了一种基于学生 t 分布的滤波方法, 该方法借助学生 t 分布很好地对过程异常值和量测异常值建模, 最终通过学生 t 分布来近似系统的后验概率密度函数. 此外, 一些学者研究了非线性系统的学生 t 滤波器^[24-25]以及一些相应的数值求解方法^[26-27]. 虽然基于学生 t 分布的学生 t 滤波器的性能可能会因自由度参数的选择不当而降低, 但相比于基于高斯近似的滤波器, 在处理厚尾非高斯噪声方面仍然显示出巨大的优越性.

多扩展目标跟踪中对于目标形状的有效估计是目前 METT 求解的关键核心和难点^[28]. 随机矩阵模型 (Random matrix model, RMM)^[29-31]是一类比较经典的扩展目标形状建模方法, 它采用椭圆描述物体形状, 并使用高斯逆 Wishart 分布对扩展目标状态进行建模, 能够得到目标的基本轮廓和方向信息. 此外, 随机超曲面模型 (Random hypersurface model, RHM)^[32-33]可直接建模扩展目标的不规则轮廓, 该方法相较于 RMM 对目标轮廓的辨识度更高, 其假定每个测量源都位于目标轮廓边界的缩放版本中, 通过借助径向函数描述目标随时间演变的不规则轮廓, 再利用傅里叶级数将其展开, 取有限阶系数近似表示星凸形扩展目标的形状边界. 近几年, 已有一些学者陆续提出结合基于随机有限集 (Random finite set, RFS) 的多目标滤波器解决具有不规则形状的多扩展目标跟踪问题^[34-35]. 但是, 扩展目标的多个量测源信息依然会同时存在厚尾噪声的影响, 而且扩展目标的异常运动使得过程噪声中包含异常值, 以上这些厚尾噪声特性显然会很大程度联合影响扩展目标形状和运动状态估计的准确性. 已经有学者研究了厚尾噪声条件下单扩展目标跟踪问题^[36], 而且仅仅解决量测噪声为厚尾噪声时的单扩展目标跟踪问题. 截至目前, 国内外尚缺乏对于受厚尾噪声影响下带形状估计的多扩展目标跟踪问题研究的相关报道. 所以, 在厚尾噪声分布条件下, 研究基于扩展目标多源量测信息稳健估计多扩展目标运动状态和不规则形状轮廓的滤波算法具有非常重要的现实意义.

鉴于此, 本文的主要创新和贡献点是, 针对复杂不确定性环境下受厚尾噪声影响的多扩展目标跟踪问题, 研究提出相应的多扩展目标多伯努利滤波算法. 首先, 利用学生 t 分布对带厚尾过程噪声和量测噪声的系统建模, 利用学生 t 混合 (Student's t mixture, STM) 表征多伯努利密度, 提出厚尾噪声条件下学生 t 混合多扩展目标多伯努利滤波 (Student's t mixture multiple extended target

multi-Bernoulli filter, STM-MET-CBMeMber) 算法. 进一步地, 利用 RHM 对扩展目标不规则星凸形轮廓进行建模, 研究利用鲁棒学生 t 容积滤波求解 RHM 的高度非线性问题, 并进一步推导提出非线性鲁棒学生 t 混合多扩展目标多伯努利滤波 (Non-linear robust STM-MET-CBMeMber based on the robust student's t cubature filtering, STM-RStCF-MET-CBMeMber) 算法. 最后, 通过构造具有不规则形状的多扩展目标和多群目标的跟踪实验, 验证了本文算法的有效性.

1 系统建模

通常, 利用 RFS 可以将多目标状态和多目标量测分别建模为

$$X_k = \{\mathbf{x}_{k,1}, \dots, \mathbf{x}_{k,M_k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{X}) \quad (1)$$

$$Z_k = \{\mathbf{z}_{k,1}, \dots, \mathbf{z}_{k,N_k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{Z}) \quad (2)$$

式中, $\mathcal{F}(\mathcal{X})$ 和 $\mathcal{F}(\mathcal{Z})$ 分别表示多目标 $\mathcal{X}$ 与 $\mathcal{Z}$ 上所有的有限子集组成的集合. 考虑到目标的存活、新生和消亡 (不考虑目标衍生), 多目标动态系统建模为

$$X_{k+1} = [\cup_{\mathbf{x}_k \in X_k} S_{k+1|k}(\mathbf{x}_k)] \cup \Gamma_{k+1} \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_k = f_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) + \boldsymbol{\nu}_{k-1} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 表示 k 时刻的系统状态向量, n 为系统状态维度, $f_{k-1}(\cdot)$ 为非线性系统转移函数, $\boldsymbol{\nu}_{k-1}$ 为系统的过程噪声. 考虑到传感器检测的不确定性和杂波的影响, 多目标观测模型可以建模为

$$Z_{k+1} = [\cup_{\mathbf{x}_{k+1} \in X_{k+1}} \Theta_{k+1}(\mathbf{x}_{k+1})] \cup \kappa_{k+1} \quad (5)$$

其中, $\Theta_{k+1}(\mathbf{x}_{k+1})$ 表示 $k+1$ 时刻传感器以检测概率 $p_{D,k}$ 检测到的由目标状态 $\mathbf{x}_{k+1}$ 产生的量测数据构成的集合, κ_{k+1} 表示 $k+1$ 时刻跟踪环境中的杂波量测集合. k 时刻的任一目标状态 $\mathbf{x}_k \in X_k$, 对应传感器检测得到的量测 $\mathbf{z}_k \in Z_k$, 其在非线性离散随机系统中的量测方程建模为

$$\mathbf{z}_k = h_k(\mathbf{x}_k) + \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (6)$$

其中, $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^m$ 表示 k 时刻的量测向量, m 为量测维度, $h_k(\cdot)$ 为非线性系统观测函数, $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 为系统的量测噪声. 根据图 1 可知, 相较于高斯分布而言, 学生 t 分布具有厚尾优势, 对异常值有良好的鲁棒性和包容度, 由此学生 t 分布适用于对厚尾噪声建模

$$p(\boldsymbol{\nu}_k) = St(\boldsymbol{\nu}_k; 0, Q_k, v_1) \quad (7)$$

$$p(\boldsymbol{\varepsilon}_k) = St(\boldsymbol{\varepsilon}_k; 0, R_k, v_2) \quad (8)$$

其中, $St(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, v)$ 表示学生 t 分布, $\boldsymbol{\mu}$ 为均值, v 为自由度参数, $\boldsymbol{\Sigma}$ 为尺度矩阵, 它与协方差矩阵间

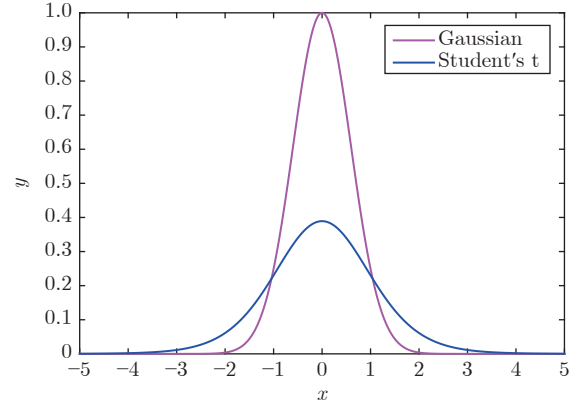


图 1 高斯分布和学生 t 分布示意图

Fig.1 Gaussian distribution and student's t distribution diagram

的关系满足 $\boldsymbol{\Sigma} = ((v-2)/v)E[(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T]$. 系统的初始状态向量 $\mathbf{x}_0$ 建模为学生 t 分布

$$p(\mathbf{x}_0) = St(\mathbf{x}_0; \hat{\mathbf{x}}_{0|0}, P_{0|0}, v_3) \quad (9)$$

其中, 假设向量 $\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\nu}_k, \boldsymbol{\varepsilon}_k$ 互不相关. 学生 t 分布和高斯分布比较图如图 1 所示.

在上述建模的基础上, 首先, 在线性系统中研究厚尾噪声条件下的多扩展目标跟踪问题; 然后, 基于 RHM 针对扩展目标不规则形状进行建模; 最终, 研究厚尾噪声条件下星凸形多扩展目标跟踪算法.

2 学生 t 混合多扩展目标多伯努利滤波器

2.1 学生 t 混合多扩展 CBMeMber 滤波器

ECBMeMber 算法将 CBMeMber 算法推广到扩展目标跟踪领域, 文献 [13] 借助概率生成泛函对 ECBMeMber 算法进行了详细的推导, 并在系统状态方程和量测方程均满足线性高斯的前提条件下给出了 GM 实现的步骤. 然而, 一旦系统中出现异常噪声, 使得噪声特性已经不能用高斯特性去近似时, 传统的 GM-ECBMeMber 的滤波性能明显下降. 以下本文将研究引入学生 t 混合 (STM) 模型来近似多伯努利 RFS 的后验概率密度函数, 建立更新学生 t 混合分量参数的 ECBMeMber 的闭式递推框架, 推导出一种学生 t 混合多扩展目标 CBMeMber (STM-MET-CBMeMber) 滤波算法.

2.1.1 STM-MET-CBMeMber 的预测步

考虑到系统可能受到异常噪声影响, 将过程噪声和量测噪声均建模为多元学生 t 分布, 假设系统

是线性的, 则目标运动方程和量测方程通过简单推导分别可表示为

$$f_{k|k-1}(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}) = St(\mathbf{x}_k; F_{k-1}\mathbf{x}_{k-1}, Q_{k-1}, v_1) \quad (10)$$

$$g_{k|k}(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k) = St(\mathbf{z}_k; H_k\mathbf{x}_k, R_k, v_2) \quad (11)$$

假设系统初始状态和噪声不相关的前提下, $k-1$ 时刻的多目标后验概率密度具有多伯努利形式 $\pi_{k-1} = \{(r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 其中 $k-1$ 时刻系统的概率密度可以用学生 t 混合表示为

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} St(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, P_{k-1}^{(i,j)}, v_{k-1}^{(i,j)}) \quad (12)$$

其中, $[w_{k-1}^{(i,j)}, \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, P_{k-1}^{(i,j)}, v_{k-1}^{(i,j)}]$ 分别表示 $k-1$ 时刻第 j 个学生 t 分量的权重、均值、尺度方差和自由度参数. 则 k 时刻的预测概率密度可以表示为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ \left(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \left\{ \left(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}} \quad (13)$$

其中, $\{(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$ 表示系统由 $k-1$ 时刻到 k 时刻仍然存活的多目标多伯努利 RFS 参数. $\{r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$ 表示对新生目标建模的多伯努利 RFS, $r_{\Gamma,k}^{(i)}$ 为 k 时刻新生目标的存在概率, $p_{\Gamma,k}^{(i)}$ 为 k 时刻新生目标的概率密度函数, 利用学生 t 混合表示为

$$p_{\Gamma,k}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{\Gamma,k}^{(i)}} w_{\Gamma,k}^{(i,j)} St(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{(i,j)}, v_{\Gamma,k}^{(i,j)}) \quad (14)$$

其中, $w_{\Gamma,k}^{(i,j)}, \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{(i,j)}, v_{\Gamma,k}^{(i,j)}$ 分别表示第 j 个学生 t 分量的权重、均值、尺度方差和自由度参数.

根据文献 [13], ECBMeMber 的预测步为

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} \langle p_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle \quad (15)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \frac{\langle f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\cdot), p_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \rangle}{\langle p_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle} \quad (16)$$

同时与文献 [9] 相同, 假设系统中的存活概率、检测概率与系统状态相互独立

$$p_{S,k}(\mathbf{x}) = p_{S,k}, p_{D,k}(\mathbf{x}) = p_{D,k} \quad (17)$$

以上假设保持了滤波器递推过程中多伯努利密度对于学生 t 混合近似的封闭性. 将式 (10), (12) 和 (17) 代入式 (16), 得

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \frac{\langle f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\cdot), p_{k-1}^{(i)} \rangle}{\langle p_{k-1}^{(i)}, 1 \rangle} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \int St(\mathbf{x}; F_{k-1}\mathbf{x}_{k-1}, Q_{k-1}, v_1) \times St(\mathbf{x}_{k-1}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, P_{k-1}^{(i,j)}, v_{k-1}^{(i,j)}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (18)$$

根据 Chapman-Kolmogorov 方程和 Roth 等的学生 t 随机变量的仿射变换, 得到引理 1.

引理 1. 若 P 和 Q 均为正定矩阵, 则有

$$\int St(\mathbf{x}; F\xi, Q, v_1) St(\xi; \mathbf{m}, P, v_3) d\xi = St(\mathbf{x}; F\mathbf{m}, FPF^T + Q, v_3) \quad (19)$$

结合引理 1, 可将式 (18) 的预测概率密度表示为

$$p_{P,k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} St(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{(i,j)}, v_{P,k|k-1}^{(i,j)}) \quad (20)$$

其中,

$$\mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = F_{k-1}\mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)} \quad (21)$$

$$P_{P,k|k-1}^{(i,j)} = Q_{k-1} + F_{k-1}P_{k-1}^{(i,j)}F_{k-1}^T \quad (22)$$

$$v_{P,k|k-1}^{(i,j)} = v_{k-1}^{(i,j)} \quad (23)$$

将式 (17) 代入式 (15), 得到预测的目标存活概率为

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \langle p_{k-1}^{(i)}, 1 \rangle = r_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \quad (24)$$

由此可见, STM-MET-CBMeMber 的预测步为该时刻新生目标的多伯努利 RFS 与存活目标的多伯努利 RFS 的叠加, 最终的预测航迹数为 $M_{k|k-1} = M_{k-1} + M_{\Gamma,k}$.

2.1.2 STM-MET-CBMeMber 的更新步

本部分首先对多扩展目标的量测集采用距离划分 (Distance partitioning, DP) 方法^[37] 进行划分, 继而将泊松似然模型^[38] 应用于扩展目标对应的一簇量测, 从而实现多扩展目标的概率密度函数的递推与更新. 下面给出详细的量测更新推导过程. 根据预测步, k 时刻预测的扩展目标的后验概率密度函数可以表示为 $\pi_{k|k-1} = \{r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, 其中每个概率函数 $p_{k|k-1}^{(i)}$ 都可以表示为学生 t 混合的形式

$$p_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} St\left(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1}^{(i,j)}, v_{k|k-1}^{(i,j)}\right) \quad (25)$$

则 k 时刻更新的多目标密度由漏检部分和量测更新部分叠加构成

$$\pi_k = \left\{ \left(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{ (r_{U,k}(W), p_{U,k}(\cdot; W)) \}_{W \in \varphi} \quad (26)$$

其中, φ 为量测集 Z_k 的 DP 划分方式, W 表示每种划分方式所包含的量测单元, 漏检部分中目标存活概率 $r_{L,k}^{(i)}$ 和概率密度函数 $p_{L,k}^{(i)}$ 分别表示为

$$r_{L,k}^{(i)} = \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, q_{D,k} + p_{D,k} e^{-r} \right\rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, (1 - e^{-r}) p_{D,k} \right\rangle} = \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \frac{(q_{D,k} + p_{D,k} e^{-r}) \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, 1 \right\rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k} (1 - e^{-r}) \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, 1 \right\rangle}}{r_{k|k-1}^{(i)} \frac{q_{D,k} + p_{D,k} e^{-r}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k} (1 - e^{-r})}} \quad (27)$$

$$p_{L,k}^{(i)} = \frac{p_{k|k-1}^{(i)} (q_{D,k} + p_{D,k} e^{-r})}{\left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, q_{D,k} + p_{D,k} e^{-r} \right\rangle} = \frac{q_{D,k} + p_{D,k} e^{-r}}{(q_{D,k} + p_{D,k} e^{-r}) \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, 1 \right\rangle} p_{k|k-1}^{(i)} = p_{k|k-1}^{(i)} \quad (28)$$

其中, 漏检概率 $q_{D,k} = 1 - p_{D,k}$, γ 表示每个时刻量测个数的均值, 有效检测概率为 $(1 - e^{-r}) p_{D,k}$, 而 $\langle p, h \rangle = \int h(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$. 根据文献 [13], 扩展 CBMeMBer 的量测校正更新部分中的目标存在概率 $r_{U,k}(W)$ 和概率密度函数 $p_{U,k}(\mathbf{x}; W)$ 分别表示为

$$r_{U,k}(W) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, \rho_{U,k}^{(i)}(W) \right\rangle}{\left(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, (p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma}) \right\rangle \right)^2}}{\delta_{|W|,1} + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, \rho_{U,k}^{(i)}(W) \right\rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma} \right\rangle}} \quad (29)$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{p_{k|k-1}^{(i)} r_{k|k-1}^{(i)} \rho_{U,k}^{(i)}(W)}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma} \right\rangle}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, \rho_{U,k}^{(i)}(W) \right\rangle}{\left(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \left\langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma} \right\rangle \right)^2}} \quad (30)$$

将式 (17) 代入式 (29), 推导可得

$$r_{U,k}(W) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \rho_{U,k}^{(i)}(W)}{\left[1 - r_{k|k-1}^{(i)} (p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma}) \right]^2}}{\delta_{|W|,1} + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \rho_{U,k}^{(i)}(W)}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} (p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma})}} \quad (31)$$

其中, $\delta_{|W|,1}$ 为狄拉克函数, 单目标量测似然为 $\phi_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) = g_{k|k}(\mathbf{z}|\mathbf{x})$, 将式 (11), (17) 和 (25) 代入式 (30), 对概率密度函数 $p_{U,k}(\mathbf{x}; W)$ 进行推导, 得

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k} e^{-\gamma} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \prod_{\mathbf{z} \in W} \frac{\gamma \phi_k^{(i,j)}(\mathbf{z})}{\lambda_{k|k} c_k(\mathbf{z})} w_{k|k-1}^{(i,j)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} (p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma})}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \rho_{U,k}^{(i)}(W)}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} (p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma})}} \times St\left(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1}^{(i,j)}, v_{k|k-1}^{(i,j)}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)} St\left(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1}^{(i,j)}, v_{k|k-1}^{(i,j)}\right)}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}} \times St(\mathbf{z}_k; H_k x_{k-1}, R_k, v_2) \quad (32)$$

其中,

$$\rho_{U,k}^{(i)}(W) = p_{D,k} e^{-\gamma} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \prod_{\mathbf{z} \in W} \frac{\gamma \times \phi_k^{(i,j)}(\mathbf{z})}{\lambda_{k|k} c_k(\mathbf{z})} \quad (33)$$

各个学生 t 混合分量的权值为

$$w_{U,k}^{(i,j)} = \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k} e^{-\gamma} w_{k|k-1}^{(i,j)} \prod_{\mathbf{z} \in W} \frac{\gamma \times \phi_k^{(i,j)}(\mathbf{z})}{\lambda_{k|k} c_k(\mathbf{z})}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} (p_{D,k} - p_{D,k} e^{-\gamma})} \quad (34)$$

为了求解式 (32) 中两个学生 t 分布乘积的形式, 根据文献 [25] 引入引理 2.

引理 2. 若 P 和 R 均为正定矩阵, 则有

$$St(\mathbf{z}; H\mathbf{x}, R, v_2) St(\mathbf{x}; \mathbf{m}, P, v_3) = q(\mathbf{z}) St(\mathbf{x}; \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{P}, \tilde{v}) \quad (35)$$

其中,

$$q(\mathbf{z}) = St(\mathbf{z}; H\mathbf{m}, S, v_3) \quad (36)$$

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{m} + PH^T S^{-1}(\mathbf{z} - H\mathbf{m}) \quad (37)$$

$$\tilde{P} = \frac{v_3 + \Delta_z^2}{\tilde{v}_3} P(I - H^T S^{-1}H) \quad (38)$$

$$S = HPH^T + R, \quad \tilde{v} = v_3 + dz \quad (39)$$

$$\Delta_z^2 = (z - Hm)^T S^{-1} (z - Hm) \quad (40)$$

其中, dz 表示系统的量测维度. 根据引理 2, 进一步将式 (32) 表示为

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(W) St(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)+}, P_{U,k}^{(i,j)+}, v_{U,k}^{(i,j)+})}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}} \quad (41)$$

其中, 各个参数分别为

$$v_{U,k}^{(i,j)+} = v_{k|k-1}^{(i,j)} + dz \quad (42)$$

$$\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)+} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} + K_{U,k}^{(i,j)} \left(z - H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \quad (43)$$

$$P_{U,k}^{(i,j)+} = \frac{v_{k|k-1}^{(i,j)} + \left(\Delta_{z,k}^{(i,j)} \right)^2}{v_{U,k}^{(i,j)+}} \left(I - K_{U,k}^{(i,j)} H_k \right) P_{k|k-1}^{(i,j)} \quad (44)$$

$$\left(\Delta_{z,k}^{(i,j)} \right)^2 = \left(z - H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right)^T \left(S_k^{(i,j)} \right)^{-1} \left(z - H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} \right) \quad (45)$$

$$K_{U,k}^{(i,j)} = P_{k|k-1}^{(i,j)} H_k^T \left[S_k^{(i,j)} \right]^{-1} \quad (46)$$

$$S_k^{(i,j)} = H_k P_{k|k-1}^{(i,j)} H_k^T + R_k \quad (47)$$

上述为带厚尾噪声的线性系统中, 对 ECB-MeMBer 进行学生 t 混合实现再利用学生 t 滤波算法进行求解的完整过程. 然而, 本文的重要目的之一是研究在异常噪声影响下结合多源量测信息对扩展目标的不规则形状进行估计. 由此, 需要利用合适的扩展目标形状建模方法进一步深入研究厚尾噪声条件下星凸形多扩展目标跟踪问题.

2.2 学生 t 混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波器

2.2.1 随机超曲面模型

Baum 提出的随机超曲面 (RHM) 模型可对任意星凸形扩展目标的多源量测进行建模. 该模型假设每个量测源是目标形状边界随机缩放之后产生的随机超曲面上的一个元素, 因此 RHM 是一种量测集为超曲面的随机集模型. 本文研究的对象为星凸

形扩展目标, 这种扩展目标可以表示为中心点为 $\mathbf{m}_k$ 的星凸集合 $S(\mathbf{p}_k)$, 其中 $\mathbf{p}_k$ 为形状参数向量. 如果 $\tilde{S}(\mathbf{p}_k)$ 表示形状 $S(\mathbf{p}_k)$ 的边界, 尺度因子 s_k 为一维随机变量, 且 $s_k \in [0, 1]$, 那么量测源为

$$\mathbf{y}_k \in \mathbf{m}_k + s_k \cdot \tilde{S}(\mathbf{p}_k) \quad (48)$$

则星凸形扩展目标 $S(\mathbf{p}_k)$ 的径向函数 $r(\mathbf{p}_k, \phi)$ 可参数化表示为

$$S(\mathbf{p}_k) = s_k \cdot r(\mathbf{p}_k, \phi) \cdot \boldsymbol{\eta}(\phi) + \mathbf{m}_k \quad (49)$$

其中, $\phi \in [0, 2\pi]$, $r(\mathbf{p}_k, \phi)$ 为目标质心与轮廓之间的距离关于角度 ϕ 的函数, $\boldsymbol{\eta}(\phi) = [\cos(\phi), \sin(\phi)]^T$ 为单位向量.

由此, 径向函数 $r(\mathbf{p}_k, \phi)$ 的有限阶傅里叶级数展开为

$$r(\mathbf{p}_k, \phi) = \frac{a_k^{(0)}}{2} + \sum_{j=1, \dots, N_F} (a_k^{(j)} \cos(j\phi) + b_k^{(j)} \sin(j\phi)) \quad (50)$$

其中, N_F 为有限阶傅里叶级数阶数. 由此形状参数向量为

$$\mathbf{p}_k = [a_k^{(0)}, a_k^{(1)}, b_k^{(1)}, \dots, a_k^{(N_F)}, b_k^{(N_F)}]^T \quad (51)$$

$$\mathbf{R}(\phi) = \left[\frac{1}{2}, \cos \phi, \sin \phi, \dots, \cos(N_F \phi), \sin(N_F \phi) \right] \quad (52)$$

即径向函数可以表示为

$$r(\mathbf{p}_k, \phi) = \mathbf{R}(\phi) \cdot \mathbf{p}_k \quad (53)$$

进而, RHM 星凸形扩展目标的任一量测源可以建模为 $\mathbf{y}_{k,l} = s_{k,l} \cdot \mathbf{R}(\phi_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k \cdot \boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l}) + \mathbf{m}_k$. 由于量测模型由传感器噪声模型与量测源模型共同构成, 即 $\hat{\mathbf{z}}_{k,l} = \mathbf{y}_{k,l} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k,l}$, 进而基于 RHM 的星凸形 ET 的量测方程为

$$\hat{\mathbf{z}}_{k,l} = s_{k,l} \cdot \mathbf{R}(\phi_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k \cdot \boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l}) + \mathbf{m}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_{k,l} \quad (54)$$

$$p(\boldsymbol{\varepsilon}_{k,l}) = St(\boldsymbol{\varepsilon}_{k,l}; 0, \mathbf{R}_{k,l}, v_2) \quad (55)$$

其中, 通常用 k 时刻目标质心位置的点估计值 $\hat{\mathbf{m}}_k$ 和量测 $\hat{\mathbf{z}}_{k,l}$ 之间的向量与 x 轴的夹角近似代替位置角度 $\phi_{k,l}$. 进一步, 式 (54) 可推导为如下伪量测方程

$$0 = h^*(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\varepsilon}_{k,l}, s_{k,l}, \hat{\mathbf{z}}_{k,l}) = 2s_{k,l} \mathbf{R}(\hat{\phi}_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k \cdot \boldsymbol{\eta}^T(\hat{\phi}_{k,l}) \boldsymbol{\varepsilon}_{k,l} + \|\boldsymbol{\varepsilon}_{k,l}\|^2 + s_{k,l}^2 \left\| \mathbf{R}(\hat{\phi}_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k \right\|^2 - \|\hat{\mathbf{z}}_{k,l} - \mathbf{m}_k\|^2 \quad (56)$$

其中, $h^*(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\varepsilon}_{k,l}, s_{k,l}, \hat{\mathbf{z}}_{k,l})$ 将状态向量 $\mathbf{x}_k$, 尺度因子 $s_{k,l}$, 量测噪声 $\boldsymbol{\varepsilon}_{k,l}$, 量测 $\hat{\mathbf{z}}_{k,l}$ 映射到伪量测 $\mathbf{0}$, 则

式 (56) 称为伪量测方程。

利用式 (56) 可以有效描述星凸形 RHM 的量测模型, 这为多扩展目标的形状估计奠定了基础。

2.2.2 非线性鲁棒容积学生 t 混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波器

在第 2.1 节的基础上, 本部分研究在带厚尾噪声分布特性的系统中如何结合星凸形 RHM 和学生 t 混合 ECBMeMBer 得到对多扩展目标的不规则形状和运动状态参数的实时估计。同时, 由于通过 RHM 得到的伪量测方程具有高度非线性的特性, 加剧了问题的复杂度。本文利用鲁棒容积滤波器对包含多维学生 t 加权积分的 RHM 伪量测方程进行求解。在非线形系统中对学生 t 分量均值 $\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}$ 、协方差 $P_{U,k}^{(i,j)}$ 和自由度参数 $v_{U,k}^{(i,j)}$ 进行更新, 并求解伪量测似然函数 $\phi_k^{(i,j)}(\mathbf{z})$ 。

利用数值积分方法求解学生 t 权值积分的思想为

$$I(g) = \int g(\mathbf{x}) St(\mathbf{x}; \mu, \Sigma, v) d\mathbf{x} \approx \sum_{i=0}^{2n} w_i g(\mathbf{x}_i) \quad (57)$$

结合三阶球面径向容积采样规则可得

$$I(g) = \frac{1}{2n_x} \sum_{j=1}^{2n_x} \left[g \left(\mu - \sqrt{\frac{vn_x \Sigma}{v-2}} e_j \right) + g \left(\mu + \sqrt{\frac{vn_x \Sigma}{v-2}} e_j \right) \right] \quad (58)$$

其中, $g(\cdot)$ 表示任意的非线性函数, n_x 为系统状态维数, $St(\mathbf{x}; \mu, \Sigma, v)$ 表示学生 t 分布, 其中 μ 为均值, v 为自由度参数, Σ 为尺度矩阵。根据上述思想, 具体步骤如下。

步骤 1. 基于标准学生 t 分布密度积分准则确定容积采样点 ξ_j 及其权值 ω_j

$$\xi_j = \sqrt{\frac{vn_x}{v-2}} e_j, \omega_j = \frac{1}{2n_x}, j = 1, 2, \dots, 2n_x \quad (59)$$

其中, e_j 为该完全对称点集中的第 j 个点, 容积点总数为 $2n_x$ 。

步骤 2. 已知 k 时刻每个学生 t 分量的预测均值和协方差分别为 $\mathbf{m}_{U,k|k-1}^{(i,j)}$, $P_{U,k|k-1}^{(i,j)}$, 则预测容积点为

$$\hat{\xi}_{k|k-1}^j = \mathbf{m}_{U,k|k-1}^{(i,j)} + S_{k|k-1} \xi_j \quad (60)$$

其中, $S_{k|k-1}$ 由 $P_{U,k|k-1}^{(i,j)}$ 进行 Cholesky 分解得到。

步骤 3. 经过 RHM 伪量测方程 (56) 传递后的容积点为

$$\xi_{k|k-1}^j = h^* \left(\hat{\xi}_{k|k-1}^j \right), j = 1, 2, \dots, 2n_x \quad (61)$$

步骤 4. 由经过伪量测方程传递后的容积点确定量测的预测均值、协方差

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \frac{v_{U,k}^{(i,j)} - 2}{v_{U,k}^{(i,j)}} \sum_{j=1}^{2n_x} \omega_i \xi_{k|k-1}^j \quad (62)$$

$$P_{k|k-1}^{xz} = \frac{v_{U,k}^{(i,j)} - 2}{v_{U,k}^{(i,j)}} \sum_{j=1}^{2n_x} \omega_i \hat{\xi}_{k|k-1}^j \left(\xi_{k|k-1}^j \right)^T - \frac{v_{U,k}^{(i,j)} - 2}{v_{U,k}^{(i,j)}} \mathbf{m}_{U,k|k-1}^{(i,j)} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^T \quad (63)$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = \frac{v_{U,k}^{(i,j)} - 2}{v_{U,k}^{(i,j)}} \sum_{j=1}^{2n_x} \omega_i \xi_{k|k-1}^j \left(\xi_{k|k-1}^j \right)^T - \frac{v_{U,k}^{(i,j)} - 2}{v_{U,k}^{(i,j)}} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^T + \frac{v_2(v_{U,k}^{(i,j)} - 2)}{(v_2 - 2)v_{U,k}^{(i,j)}} R_k \quad (64)$$

步骤 5. 根据 k 时刻的量测值以及式 (62) 和式 (64) 确定系统的量测似然函数为

$$\phi_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) = St \left(\mathbf{z}_k; \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}, P_{k|k-1}^{zz}, v_{U,k}^{(i,j)} \right) \quad (65)$$

步骤 6. 根据式 (42) ~ (47), 结合文献 [25] 中的非线性鲁棒容积学生 t 容积滤波器和 RHM 伪量测更新系统的均值、协方差和自由度参数

$$\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)+} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} + K_{U,k}^{(i,j)} (\mathbf{0} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) \quad (66)$$

$$\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} = \left\{ \hat{\xi}_{k|k-1}^j \right\}_{j=1}^{2n_x} \quad (67)$$

$$P_{U,k}^{(i,j)+} = \frac{v_{k|k-1}^{(i,j)} + \left(\Delta_{z,k}^{(i,j)} \right)^2}{v_{U,k}^{(i,j)}} \times \left(P_{k|k-1}^{(i,j)} - K_{U,k}^{(i,j)} P_{k|k-1}^{zz} \left(K_{U,k}^{(i,j)} \right)^T \right) \quad (68)$$

在上述滤波算法中, 由式 (42) 可以看出, 随着滤波递推自由度参数越来越大, 最终使得系统的厚尾特性丧失, 学生 t 混合实现形式转变为高斯混合实现, 从而导致本算法丧失了对厚尾噪声的鲁棒性。为了保持算法对厚尾特性的鲁棒性, 采用二阶矩匹配的方法^[24], 对式 (42) ~ (44) 和式 (66) ~ (68) 进行修正, 即

$$v_{U,k}^{(i,j)} = v_{k|k-1}^{(i,j)} \quad (69)$$

$$\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)+} \quad (70)$$

$$\frac{v_{U,k}^{(i,j)} - 2}{v_{U,k}^{(i,j)}} P_{U,k}^{(i,j)} = \frac{v_{U,k}^{(i,j)+} - 2}{v_{U,k}^{(i,j)+}} P_{U,k}^{(i,j)+} \quad (71)$$

其中,

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}(W) St(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}, P_{U,k}^{(i,j)}, v_{U,k}^{(i,j)})}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{(i,j)}} \quad (72)$$

由此, 确定系统的最终估计状态为 $\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)}$, 估计系统协方差为 $P_{U,k}^{(i,j)}$, 系统自由度参数保持为 $v_{U,k}^{(i,j)}$.

2.2.3 剪枝与合并

更新步之后, 多扩展目标估计用多伯努利 RFS 来表示. 此时, 为了限制后验分布的学生 t 混合分量的数目随着时间增加而不断增长, 需要引入剪枝合并的方法. 具体地说, 剪枝合并方法是通过删除权重较小的学生 t 分量及合并在一定距离内的学生 t 分量从而达到减小计算负担的目的. 剪枝合并部分算法的具体伪码如算法 1 所示.

算法 1. 剪枝合并部分伪码

输入. $\{\mathbf{m}_k^{(i)}, P_k^{(i)}, v_k^{(i)}, w_k^{(i)}, r_k^{(i)}\}_{i=1}^{J_k}$; 截断阈值为 T_r , 合并阈值为 U_r , 学生 t 分量的个数最大值为 $J_r^{\max}$, 设 $n = 0$; $I = \{i \in I | i = 1, \dots, J_k | w_k^{(i)} > T_r\}$.

repeat

$n = n + 1$;

$j = \arg \max w_k^{(i)}$;

$L = \mathbf{m}_k^{(i)} - \mathbf{m}_k^{(j)}$;

$N = \{i \in I | L^T (P_k^{(i)})^{-1} L \leq U_r\}$;

$\tilde{w}_k^{(n)} = \sum_{i \in N} w_k^{(i)}$;

$\tilde{v}_k^{(n)} = v_k^{(j)}$;

$\tilde{\mathbf{m}}_k^{(n)} = (1/\tilde{w}_k^{(n)}) \sum_{i \in N} w_k^{(i)} \mathbf{m}_k^{(i)}$;

$\tilde{P}_k^{(n)} = ((\tilde{v}_k^{(n)} - 2)/(\tilde{v}_k^{(n)} \tilde{w}_k^{(n)})) \sum_{i \in N} w_k^{(i)} S_k^{(n)}$;

$e_k^{(n)} = (\tilde{\mathbf{m}}_k^{(n)} - \mathbf{m}_k^{(i)})(\tilde{\mathbf{m}}_k^{(n)} - \mathbf{m}_k^{(i)})^T$;

$S_k^{(n)} = \tilde{v}_k^{(n)} / (\tilde{v}_k^{(n)} - 2) P_k^{(i)} + e_k^{(n)}$;

$I = I/N$;

until $I = \emptyset$;

if $n > J_r^{\max}$

$\tilde{J}_k = \min(n, J_r^{\max})$;

输出. $\{\tilde{\mathbf{m}}_k^{(i)}, \tilde{P}_k^{(i)}, \tilde{v}_k^{(i)}, \tilde{w}_k^{(i)}, \tilde{r}_k^{(i)}\}_{i=1}^{\tilde{J}_k}$.

3 STM-RStCF-MET-CBMeMBer 算法实现伪码

为了更具体详细地说明本算法的滤波过程, 本节给出该算法滤波部分的详细伪码, 如算法 2 所示.

算法 2. 本文算法滤波部分伪码

输入. 量测集 Z_k , k 时刻的多目标随机 RFS 参数集

$\pi_{k-1} = \{r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 其中, $p_{k-1}^{(i)}$ 可以表示为 $p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} St(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, P_{k-1}^{(i,j)}, v_{k-1}^{(i,j)})$.

步骤 1. 预测和新生

1) 预测:

for $i = 1 : M_{k-1}$ **do**

for $j = 1 : J_{k-1}^{(i)}$ **do**

根据式 (20) ~ (24), 计算得到 k 时刻相应的预测值

$r_{P,k|k-1}^{(i)}, \mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{(i,j)}, v_{P,k|k-1}^{(i,j)}$, 而对应的权值为 $w_{P,k|k-1}^{(i)} = w_{k-1}^{(i,j)}$;

end for

end for

2) 新生:

新生多伯努利 RFS 可表示为 $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}, p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}) =$

$\sum_{j=1}^{J_{\Gamma,k-1}^{(i)}} w_{\Gamma,k}^{(i,j)} St(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{(i,j)}, v_{\Gamma,k}^{(i,j)})$.

步骤 2. 更新

k 时刻的预测多伯努利 RFS 可表示为 $\{r_{k|k-1}^{(i)},$

$p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}, M_{k|k-1} = M_{k-1} + M_{\Gamma,k}$;

1) 漏检部分:

for $i = 1 : M_{k|k-1}$ **do**

根据式 (27) 和式 (28) 计算出 $r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)}$;

end for

2) 量测更新部分:

采用 DP 方法对量测集 Z_k 进行划分;

for each $\emptyset \subset Z_k$ **do**

for each cell $W \subset \emptyset$ **do**

for $i = 1 : M_{k|k-1}$ **do**

for $j = 1 : J_{k|k-1}^{(i)}$ **do**

$\mathbf{m}_k^a = \mathbf{m}_{k|k-1}^i$;

$P_k^a = P_{k|k-1}^i$;

$v_k^a = v_{k|k-1}^i$;

for each $\emptyset \in W$ **do**

由式 (59) ~ (61) 计算容积点 $\hat{\xi}_{k|k-1}^j$ 及经过

RHM 伪量测方程传递后的容积点 $\xi_{k|k-1}^j$;

根据式 (62) ~ (72) 更新均值 $\mathbf{m}_k^a$ 、协方差 P_k^a

和自由度参数 v_k^a ; 同时确定量测似然函数:

$\phi_k^{(i,j)}(\mathbf{z}) = St(\mathbf{z}_k; \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}, P_{k|k-1}^{zz}, v_{U,k}^{(i,j)})$;

$\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}_k^a, P_0 = P_k^a, v_0 = v_k^a$;

end for

根据式 (34) 计算权值 $w_{U,k}^{(i,j)}$;

$\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j)} = \mathbf{m}_0, P_{U,k}^{(i,j)} = P_0, v_{U,k}^{(i,j)} = v_0$;

end for

根据式 (33) 计算 $\rho_{U,k}^{(i)}(W)$;

end for

计算式 (31) 的分母部分;

end for

计算式 (31) 的分子部分;

end for

计算式 (31), 得 $r_{U,k}(W)$;

权重归一化: $w_{U,k} = 1 / (\sum_{i=1}^{M_k|k-1} \sum_{j=1}^{J(i)} w_{U,k}^{(i,j)});$

势均值: $M_k = \sum_{i=1}^{M_k|k-1} r_{L,k}^{(i)} + \sum_{\varphi \in W} r_{U,k}(W);$

输出. $m_k^{(i,j)}, P_k^{(i,j)}, v_k^{(i,j)}, r_k^{(i)}, w_k^{(i,j)}.$

4 多扩展目标不规则形状评价性能指标

针对多扩展目标跟踪滤波结果的评价, 需要综合考虑目标形状和目标运动状态的估计效果. 本文引入拟 Jaccard (Quasi-Jaccard) 距离和最优次模式分配 (Optimal sub-pattern assignment, OSPA) 距离来分别评价扩展目标不规则形状的估计性能和质心位置的估计性能, 从而对滤波算法的性能形成较为全面的评价.

1) 拟 Jaccard 距离: 主要用于定量评价滤波算法对扩展目标不规则形状估计的精确程度. 通过建立真实目标与估计目标之间的关联矩阵^[35], 将目标的真实质心位置和滤波得到的估计质心位置重合, 找到真实目标形状与估计目标形状之间的相似程度. k 时刻扩展目标的真实轮廓与估计轮廓间的拟 Jaccard 距离定义为^[35]

$$J_k^q = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n \left[\min \left(\left\| \hat{x}_{k,j}^{sh} - m_k \right\|, \left\| x_{k,j}^{sh} - m_k \right\| \right) \right]^2}{\sum_{j=1}^n \left[\max \left(\left\| \hat{x}_{k,j}^{sh} - m_k \right\|, \left\| x_{k,j}^{sh} - m_k \right\| \right) \right]^2} \quad (73)$$

其中, m_k 表示 k 时刻扩展目标的真实质心位置信息, 目标的真实轮廓点集 $X_k^{sh} = \{x_{k,j}^{sh}\}_{j=1}^n$ 通过在目标的真实边界上等角度间隔选取; 目标的估计轮廓点集 $\hat{X}_k^{sh} = \{\hat{x}_{k,j}^{sh}\}_{j=1}^n$ 根据扩展目标 RHM 获取.

2) OSPA 距离: 用来评价滤波算法对质心位置估计精确程度. OSPA 距离是定义在两个已知集合 $X = \{x_i\}_{i=1}^m$ 和 $Y = \{y_i\}_{i=1}^n$ 之间的, m, n 分别表示两个集合中的元素个数, 若 $m < n$, 集合 X, Y 之间的 OSPA 距离定义为

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(x_i, y_{\pi(i)})^p + c^p(n-m) \right) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (74)$$

否则

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \bar{d}_p^{(c)}(Y, X) \quad (75)$$

其中, $d^{(c)}(x, y) = \min(c, \|x, y_{\pi(i)}\|)$, 距离阶次表示为 $p \in (1, \infty)$, Π_k 表示集合 $\{1, 2, \dots, k\}$ 的全排列. c 为截断系数, 一般取正数用于调整集合元素个数误差产生的影响.

5 仿真实验

仿真厚尾噪声场景对不同的多扩展目标滤波算法进行比较, 以验证本文算法的有效性, 选择的依据为: 1) 文献 [35] 是最新提出的星凸形多扩展目标多伯努利滤波器, 与该算法的对比有利于客观反映厚尾噪声条件下的星凸形多扩展目标跟踪滤波器的性能; 2) 验证针对 RHM 高度非线性问题, 不同的非线性星凸形多扩展目标多伯努利滤波器的适应性. 鉴于此, 实验中选择滤波器为: 1) 基于容积卡尔曼滤波器的星凸形高斯混合多扩展目标多伯努利滤波算法 (GM-CKF-ECBMeMBer); 2) 基于容积卡尔曼滤波器的星凸形学生 t 混合多扩展目标多伯努利滤波算法 (STM-CKF-MET-CBMeMBer); 3) 本文所提的非线性鲁棒学生 t 混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波算法 (STM-RStCF-MET-CBMeMBer). 通过比较以上三种算法在厚尾噪声条件下, 对多扩展目标的不规则形状和运动状态、目标数 (势) 以及目标质心位置等估计精度, 验证本文所提算法的有效性.

仿真场景设置为在带有杂波的观测区域 $[-500, 500] \text{ m} \times [-500, 500] \text{ m}$ 内存在 3 个运动的不规则形状扩展目标. 值得一提的是, 为突出 RHM 目标不规则轮廓细节估计的准确性, 已有文献选择星凸形中的典型代表“十字形”作为扩展目标形状^[32, 34], “十字形”是典型的星凸形, 具备了星凸形更多方向上的凹凸特征, 而且基于一定数量量测就能利用 RHM 去刻画相对复杂的不规则形状, 满足 RHM 对于星凸形不规则形状的跟踪要求. 文献 [35] 中出现了更为复杂的“五角星形”作为扩展目标轮廓, 此时针对星凸形 RHM 不规则形状估计的滤波算法提出了更高的要求. 综上, 本文选择“十字形”和“五角星形”作为跟踪目标的典型形状. 设置目标的运动模型均为 CV (Chan-Vese) 模型, 总检测时长为 50 s, 采样间隔为 $T = 1 \text{ s}$. 其中系统杂波在观测区域内均匀分布且个数根据均值为 5 的泊松分布随机生成, 假设每个目标的运动状态互不影响, 系统中的噪声均为厚尾噪声, 服从学生 t 分布. 自由度参数设置为 $v_1 = v_2 = v_3 = 3$, 厚尾过程噪声和厚尾量测噪声分别构造如下:

$$\boldsymbol{\nu}_k \sim \begin{cases} N(0, Q_k^{\text{CV}}), & \text{w.p. } 0.95 \\ N(0, 100Q_k^{\text{CV}}), & \text{w.p. } 0.05 \end{cases} \quad (76)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k \sim \begin{cases} N(0, R_k), & \text{w.p. } 0.95 \\ N(0, 100R_k), & \text{w.p. } 0.05 \end{cases} \quad (77)$$

其中, w.p. 表示以一定的概率属于相应的分布, $R_k = \sigma^2 \mathbf{I}_2$, $\mathbf{I}$ 表示单位矩阵; $\sigma = 0.1$, 95% 的 $\boldsymbol{\nu}_k$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 来自于协方差为 Q_k^{CV} 和 R_k 的高斯噪声, 5% 的过程噪声和量测噪声来自于协方差严重增加 (100 倍) 的高斯分布. 每个目标的运动模型为

$$\mathbf{x}_k^{(i)} = F_k \mathbf{x}_{k-1}^{(i)} + \boldsymbol{\nu}_k^{(i)} \quad (78)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, n_x$, 状态转移矩阵和过程噪声协方差分别为

$$F_k = \text{diag}\{F_k^{\text{CV}}, \mathbf{I}_{n_f}\}, \quad Q_k = \text{diag}\{Q_k^{\text{CV}}, 0.01\mathbf{I}_{n_f}\} \quad (79)$$

式中, $\mathbf{I}_{n_f}$ 表示 n_f 阶的单位矩阵, n_f 为有限阶傅里叶级数的阶数, 此处取 $n_f = 11$. F_k^{CV} 与 Q_k^{CV} 分别为

$$F_k^{\text{CV}} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_2 \quad (80)$$

$$Q_k^{\text{CV}} = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3} & \frac{T^2}{2} \\ \frac{T^2}{2} & T \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \sigma_q^2 & 0 \\ 0 & \sigma_q^2 \end{bmatrix} \quad (81)$$

其中, $\otimes$ 表示克罗克内积, $\sigma_q^2 = 0.01 \text{ m/s}^2$ 表示过程噪声标准差. 传感器的检测概率 $p_D = 0.99$, 目标的存活概率 $p_S = 0.99$. 其他参数有: 扩展目标航迹存在概率的阈值 $T_r = 10^{-3}$, 学生 t 分量的截断阈值 $T_w = 10^{-4}$. 学生 t 分量的最大个数设置为 $J_{\max} = 100$, 学生 t 分量的合并阈值为 $U = 4$, 伯努利过程的阈值 $r_m = 0.5$. OSPA 距离需要的参数设置为 $c = 1.5$, $p = 1$, 拟 Jaccard 距离中目标轮廓点的采样个数为 $n = 20$.

此外, 初始时刻新生目标的多伯努利 RFS 表示为 $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^3$. 每个新生伯努利 RFS 的存在概率 $r_{\Gamma,k}^{(i)}$ 为 0.03, 概率密度 $p_{\Gamma,k}^{(i)} = St(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i)}, P_{\Gamma,k}^{(i)}, v_{\Gamma,k}^{(i)})$, 自由度参数 $v_{\Gamma,k}^{(i)} = 3$. 3 个新生目标的初始状态分别为: $\mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(1)} = [-200, 400, 8, -8]^T$, $\mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(2)} = [-400, -400, 20, 127]^T$, $\mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(3)} = [400, -200, -30, 9]^T$, $P_{\Gamma,k}^{(i)} = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 0.005, \dots, 0.005\}$. 另外, 每个扩展目标的新生时刻、消亡时刻、初始位置及真实形状如表 1 所示.

5.1 厚尾分布条件下的星凸形多扩展目标跟踪

本部分利用在设定场景中选择的 3 种算法对不

表 1 多扩展目标的初始参数

Table 1 Initial parameters of multiple extended target

目标	新生时刻 (s)	消亡时刻 (s)	初始位置 (m)	真实形状
目标 1	1	40	$[-200, 400]^T$	十字形
目标 2	15	50	$[-400, -400]^T$	十字形
目标 3	25	50	$[400, -200]^T$	五角星形

同形状的扩展目标进行滤波, 通过对比 3 种算法滤波后的目标势、质心位置和形状估计的精确度验证本文所提算法的有效性. 根据构建的仿真场景, 多扩展目标参数如表 1 所示.

图 2 是单次蒙特卡罗实验中所选用的 3 种不同算法对不同形状扩展目标的跟踪轨迹图. 观察可得, 在厚尾噪声条件下这 3 种算法都能较为准确地对多个运动的目标进行跟踪. 为了能更明确地观察 3 种滤波算法的准确性, 本文给出了如图 3 所示的目标新生时刻和消亡时刻的各种滤波算法对目标的形状估计的局部放大图. 其中, 图 3(a), 3(c), 3(e) 分别为 3 个目标新生时刻各种滤波算法的形状估计局部放大图 (横轴和纵轴坐标单位都为 m), 可以看出, 由于初始时刻目标形状的先验信息未知, 3 种滤波算法对目标的形状估计都不精确. 而图 3(b), 3(d), 3(f) 分别表示 3 个目标消亡时刻各种滤波算法的形状估计局部放大图. 经过多次滤波后, 通过最优滤波的有效工作, 在滤波的最终阶段, 3 种滤波算法都对星凸形的目标轮廓进行了一定程度的估计. 但可以看出, 由于受到厚尾噪声的影响, GM-CKF-ECBMeMBer 滤波不如学生 t 混合实现精确, 在应对高度非线性的 RHM 伪量测方程上, 本文提出的算法有更好的鲁棒性. 所以直观上看, 本文所提算法相较于其他两种算法而言对扩展目标形状, 尤其是形状的局部轮廓特征的估计精度更高.

图 4 和图 5 分别为经过 100 次独立的蒙特卡罗

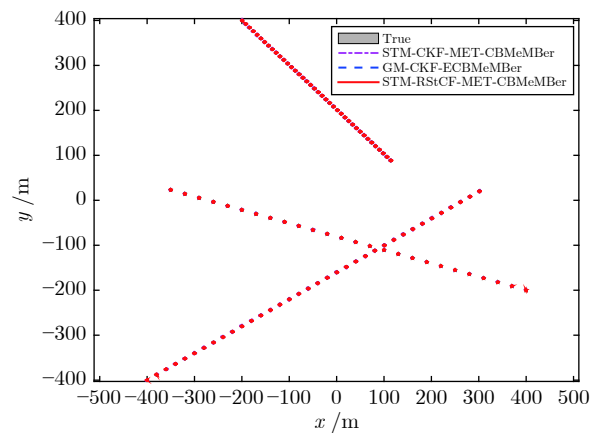


图 2 多扩展目标的跟踪效果图

Fig. 2 The tracking result of multiple extended target

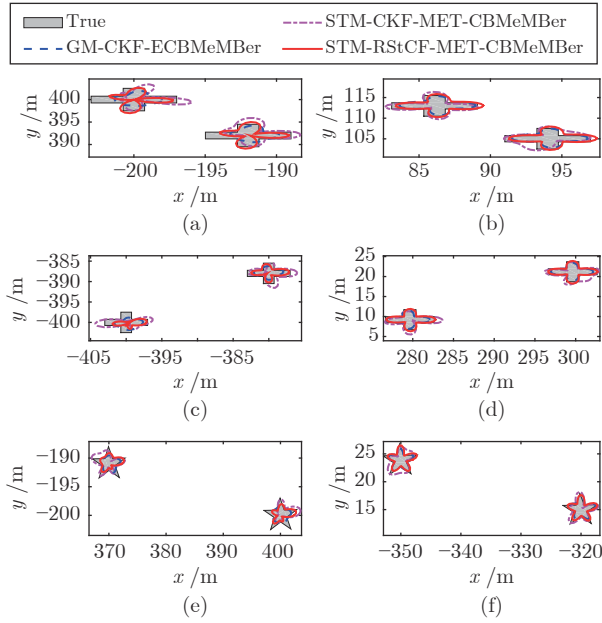


图 3 形状估计局部放大效果图

Fig. 3 The partial enlarged effect for shape estimation

仿真后得到的 3 种滤波算法对多扩展目标的势估计和质心估计 OSPA 距离的统计值. 观察图 4 可得, 在厚尾噪声条件下 3 种滤波算法对目标的势估计都是准确无偏的, 这与 ECBMeMBer 滤波算法对目标数目估计的无偏性保持一致. 对比图 5 中的质心估计 OSPA 曲线可得, 本文所提算法的 OSPA 距离总体相对最小. 由此表明, 在厚尾噪声条件下本文所提算法对多扩展目标的实时位置的估计更为准确.

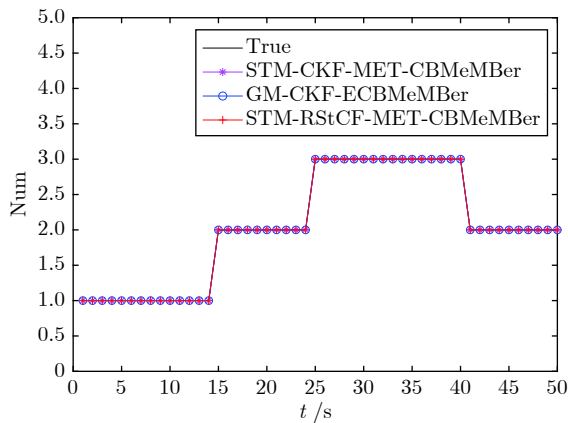


图 4 多扩展目标的势估计图

Fig. 4 Cardinality estimation of multiple extended target

图 6 为 3 种不同滤波算法对多扩展目标形状估计的拟 Jaccard 距离 (目标形状估计效果), 由于拟 Jaccard 距离可以定量分析不规则形状的估计精度,

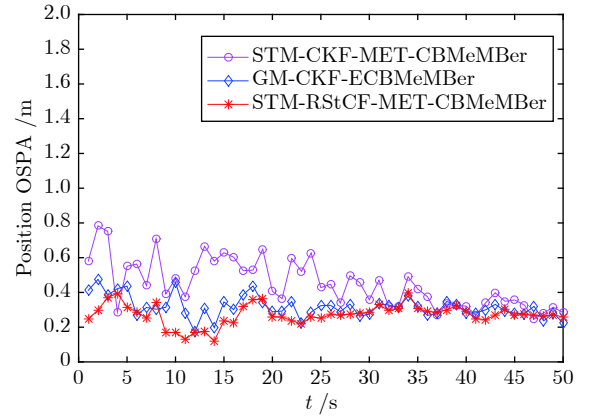


图 5 多扩展目标质心位置估计的 OSPA

Fig. 5 OSPA statistics of the centroid position estimation of multiple extended target

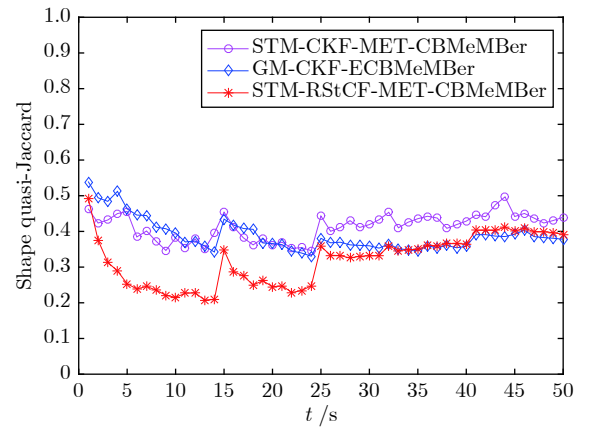


图 6 多扩展目标形状估计的拟 Jaccard 距离

Fig. 6 Quasi-Jaccard distance of the shape estimation of multiple extended target

所以明显看出本文算法对目标轮廓细节的估计效果是最优的. 根据图中形状估计评价可以看出, GM-CKF-ECBMeMBer 的拟 Jaccard 距离最大, 这就说明 GM 实现方法对厚尾噪声的情况确实缺乏鲁棒性. 在 $t = 1$ s, $t = 15$ s, $t = 25$ s 时由于新目标的出现会使形状估计的结果出现波动, 进而导致拟 Jaccard 距离发生剧增, 但随着滤波次数的递增会逐渐再次趋于稳定. 图 6 表明, 无论目标如何随机变化, 本文算法的拟 Jaccard 距离评价都要优于其他算法. 由此, 本文滤波算法对多扩展目标形状估计的稳定性和有效性得到验证.

5.2 厚尾分布条件下的多群目标跟踪

群目标是由相似运动属性的一群点目标所构成, 本文仍然利用提出的方法验证其对多个群目标跟踪的效果, 以下构造群目标跟踪的实验仿真场景. 构造 3 个星凸形群目标, 其中每个星凸形群目标由

20 个运动状态相同的子目标构成, 其形状分别构造为星凸形和矩形. 同样在式 (76) 和式 (77) 构造的厚尾噪声条件下利用 3 种滤波算法对多群目标的目标数、目标运动状态以及目标形状轮廓进行估计, 从而验证本文所提算法对多群目标跟踪的有效性.

图 7 是经过单次蒙特卡罗仿真实验得到的利用 3 种不同算法对不同形状的星凸形群目标的跟踪轨迹图, 观察可得在厚尾噪声条件下这 3 种算法都能较为准确地对多个运动的群目标进行跟踪. 为了能更明确地观察 3 种算法的跟踪准确性, 本文给出了如图 8 所示的目标新生时刻和消亡时刻的各个滤波算法对各个群目标的形状估计的局部放大图. 其中, 图 8(a), 8(c), 8(e) 分别为 3 个群目标新生时刻滤波算法的形状估计局部放大图. 在纵轴和横轴都以 m 为单位的二维坐标平面中观察不同算法估计的目标轮廓与目标真实轮廓的距离. 可以看出, 由于初始时刻目标形状的先验信息未知, 在滤波的初始时刻 3 种滤波算法对群目标的形状估计都不精确. 图 8(b), 8(d), 8(f) 分别表示 3 个目标消亡时刻滤波算法的形状估计局部放大图. 随着滤波次数的增加, 量测信息累积而且滤波器的最优估计发挥了作用, 在滤波的最终阶段, 3 种滤波算法都对星凸形

目标轮廓进行了一定程度上的估计. 但还是可以看出, 在厚尾噪声条件下本文提出的算法相较于其他两种算法而言对群目标轮廓特征的估计精度更高. 由此验证了该算法对多群目标跟踪的有效性.

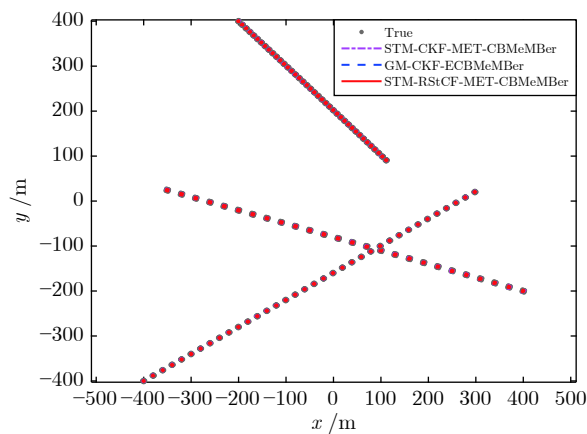


图 7 多群目标的跟踪效果图

Fig.7 The tracking result of multiple group target

图 9 和图 10 分别是独立的 100 次蒙特卡罗仿真实验下得到的 3 种滤波算法对多扩展目标的势估计图和质心估计 OSPA 距离的统计值. 观察图 9 可

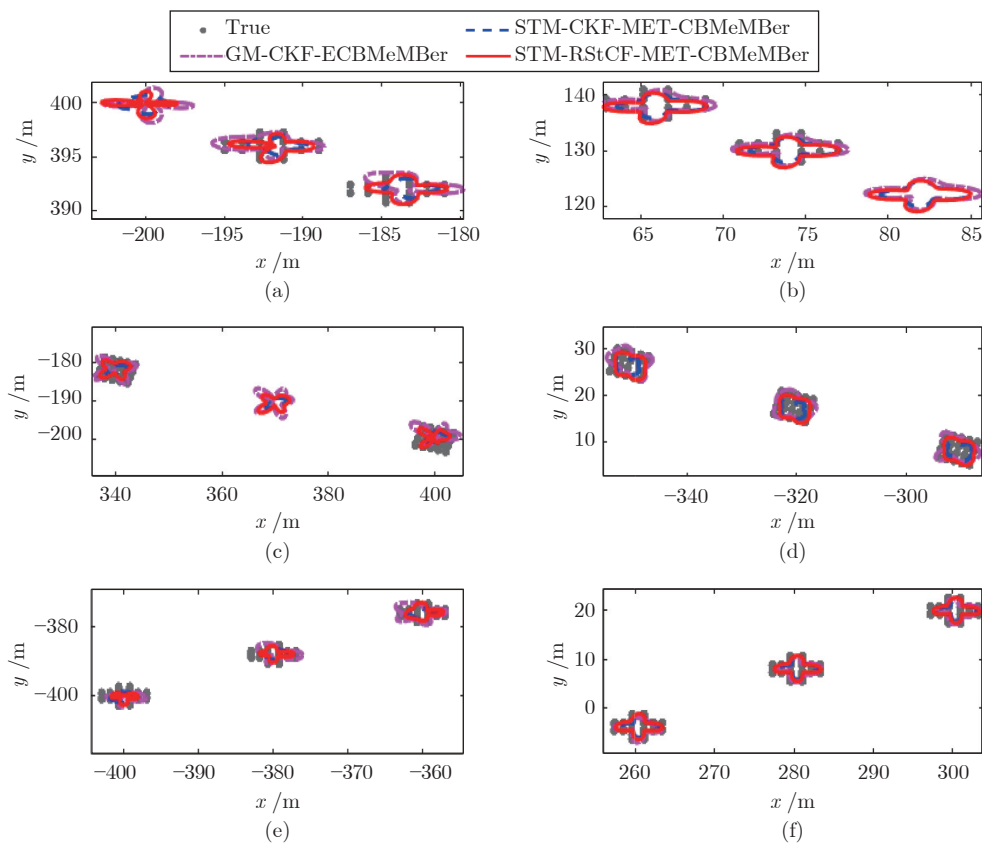


图 8 多群目标跟踪形状估计局部放大效果图

Fig.8 The partial enlarged effect for shape estimation of multiple group target tracking

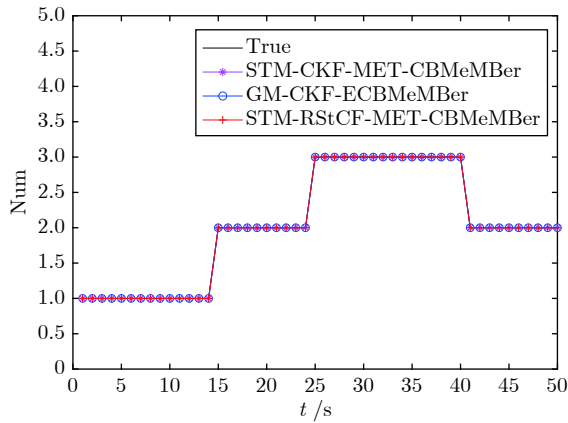


图 9 多群目标跟踪的势估计

Fig.9 Cardinality estimation statistics of multiple group target

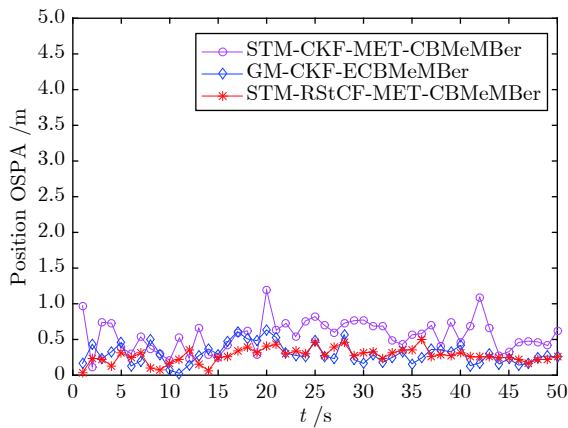


图 10 多群目标质心位置估计的 OSPA

Fig.10 OSPA statistics of the position estimation of multiple group target

得, 在厚尾噪声条件下, 3 种滤波算法对多群目标的势估计都具有无偏性. 对比图 10 中的质心估计 OSPA 距离曲线可得, 本文算法的 OSPA 距离最小, 再次验证了提出算法对于多群目标整体运动状态估计最为准确有效.

图 11 为 3 种算法对多群目标形状估计的拟 Jaccard 距离, 图中显示 3 种方法都能在一定程度上估计各个群目标的局部轮廓特征. 根据曲线位置可以明显看出, 本文算法对多个群目标的不规则形状估计更加精确. 在 $t = 1\text{ s}$, $t = 15\text{ s}$, $t = 25\text{ s}$ 时由于新生群目标的出现会使得拟 Jaccard 距离发生剧增, 但随着滤波次数的递增会逐渐再次趋于稳定. 而无论目标如何随机变化, 相较于其他方法, 本文所提算法都能更加准确稳定地跟踪各个群目标的外形轮廓, 这对于编队作战的目标群的跟踪和识别, 具有非常重要的现实意义.

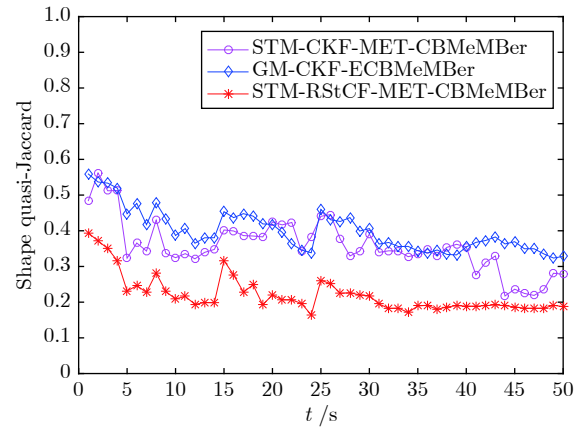


图 11 多群目标形状估计的拟 Jaccard 距离

Fig.11 Quasi-Jaccard distance of the shape estimation of multiple group target

6 结束语

本文的主要创新点在于研究了复杂不确定性环境下受厚尾噪声影响的星凸形多扩展目标跟踪问题, 提出了厚尾噪声条件下学生 t 混合多扩展目标多伯努利滤波算法, 在此基础上进一步提出非线性鲁棒学生 t 混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波算法. 最终, 针对具有不规则形状的多扩展 (群) 目标跟踪仿真实验验证了所提方法的有效性. 在今后的研究中, 为了使滤波器更适应不确定性环境, 可进一步研究检测概率不满足恒定假设的厚尾噪声下的多扩展目标滤波器.

References

- Granström K, Fatemi M, Svensson L. Poisson multi-Bernoulli mixture conjugate prior for multiple extended target filtering. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, **56**(1): 208–225
- Yang S S, Teich F, Baum M. Network flow labeling for extended target tracking PHD filters. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, **15**(7): 4164–4171
- Liu B, Tharmarasa R, Jassemi R, Brown D, Kirubarajan T. Extended target tracking with multipath detections, terrain-constrained motion model and clutter. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021, **22**(11): 7056–7072
- Granström K, Fatemi M, Svensson L. Gamma Gaussian inverse-Wishart Poisson multi-Bernoulli filter for extended target tracking. In: *Proceedings of the 19th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 893–900
- Vo B N, Vo B T. A multi-scan labeled random finite set model for multi-object state estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, **67**(19): 4948–4963
- Mahler R P S. *Advances in Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Boston, USA: Artech House, 2014.
- García-Fernández Á F, Svensson L. Trajectory PHD and CPHD filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, **67**(22): 5702–5714
- Granström K, Lundquist C, Orguner O. Extended target tracking using a Gaussian-mixture PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(4): 3268–3286

- 9 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(2): 409–423
- 10 Vo B N, Vo B T, Hoang H G. An efficient implementation of the generalized labeled multi-Bernoulli filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, **65**(8): 1975–1987
- 11 Dong P, Jing Z L, Leung H, Shen K, Wang J R. Student-t mixture labeled multi-Bernoulli filter for multi-target tracking with heavy-tailed noise. *Signal Processing*, 2018, **152**: 331–339
- 12 Zhang G H, Lian F, Han C Z. CBMeMber filters for nonstandard targets, I: Extended targets. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion (FUSION). Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–6
- 13 Lian Feng, Ma Dong-Dong, Yuan Xiang-Hui, Chen Wen, Han Chong-Zhao. CBMeMber filter for extended targets and its Gaussian mixture implementations. *Control and Decision*, 2015, **30**(4): 611–616
(连峰, 马冬冬, 元向辉, 陈文, 韩崇昭. 扩展目标 CBMeMber 滤波器及其高斯混合实现. 控制与决策, 2015, **30**(4): 611–616)
- 14 Ma D D, Lian F, Liu J. Sequential Monte Carlo implementation of cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter for extended target tracking. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2016, **10**(2): 272–277
- 15 Hu Q, Ji H B, Zhang Y Q. Tracking multiple extended targets with multi-Bernoulli filter. *IET Signal Processing*, 2019, **13**(4): 443–455
- 16 Li Cui-Yun, Wang Rong, Ji Hong-Bing. Multiple extended-target tracking based on variational Bayesian cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli. *Control Theory and Applications*, 2015, **32**(2): 187–195
(李翠芸, 王荣, 姬红兵. 基于变分贝叶斯势均衡多目标多伯努利滤波的多扩展目标跟踪算法. 控制理论与应用, 2015, **32**(2): 187–195)
- 17 Beard M, Reuter S, Granström K, Vo B T, Vo B N, Scheel A. Multiple extended target tracking with labeled random finite sets. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, **64**(7): 1638–1653
- 18 Vo B T, Vo B N, Hoseimezhad R, Mahler R P S. Robust multi-Bernoulli filtering. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 399–409
- 19 Zhang G H, Lian F, Han C Z, Han S Y. An improved PHD filter based on variational Bayesian method for multi-target tracking. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion (FUSION). Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–6
- 20 Pasha S A, Vo B N, Tuan H D, Ma W K. A Gaussian mixture PHD filter for jump Markov system models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(3): 919–936
- 21 Zhou H, Huang H Q, Zhao H, Han S, Yin X. Adaptive unscented Kalman filter for target tracking in the presence of nonlinear systems involving model mismatches. *Remote Sensing*, 2017, **9**(7): Article No. 657
- 22 Wu H, Chen S X, Yang B F, Chen K. Robust derivative-free cubature Kalman filter for bearings-only tracking. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, **39**(8): 1865–1870
- 23 Roth M, Özkan E, Gustafsson F. A student's t filter for heavy tailed process and measurement noise. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Vancouver, Canada: IEEE, 2013, 5770–5774
- 24 Huang Y L, Zhang Y G, Li N, Chambers J. Robust student's t based nonlinear filter and smoother. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, **52**(5): 2586–2596
- 25 Huang Y L, Zhang Y G, Li N, Naqvi S M, Chambers J. A robust student's t based cubature filter. In: Proceedings of the 19th International Conference on Information Fusion (FUSION). Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 9–16
- 26 Straka O, Duník J. Stochastic integration student's-t filter. In: Proceedings of the 20th International Conference on Information Fusion (Fusion). Xi'an, China: IEEE, 2017. 1–8
- 27 Huang Y L, Zhang Y G, Chambers J A. A novel Kullback-Leibler divergence minimization-based adaptive student's t-filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, **67**(20): 5417–5432
- 28 Granström K, Baum M, Reuter S. Extended OBJECT TRACKING: Introduction, overview, and applications. *Journal of Advances in Information Fusion*, 2017, **12**(2): 139–174
- 29 Feldmann M, Fränken D, Koch W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(4): 1409–1420
- 30 Lan J, Li X R. Extended-object or group-target tracking using random matrix with nonlinear measurements. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, **67**(19): 5130–5142
- 31 Hu Q, Ji H B, Zhang Y Q. A standard PHD filter for joint tracking and classification of maneuvering extended targets using random matrix. *Signal Processing*, 2018, **144**: 352–363
- 32 Baum M, Hanebeck U D. Extended object tracking with random hypersurface models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, **50**(1): 149–159
- 33 Yao G, Dani A. Image moment-based random hypersurface model for extended object tracking. In: Proceedings of the 20th International Conference on Information Fusion (Fusion). Xi'an, China: IEEE, 2017. 1–7
- 34 Han Y L, Zhu H Y, Han C Z. A Gaussian-mixture PHD filter based on random hypersurface model for multiple extended targets. In: Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion. Istanbul, Turkey: IEEE, 2013. 1752–1759
- 35 Chen Hui, Du Jin-Rui, Han Chong-Zhao. A multiple extended target multi-bernoulli filter based on star-convex random hypersurface model. *Acta Automatica Sinica*, 2020, **46**(5): 909–922
(陈辉, 杜金瑞, 韩崇昭. 基于星凸形随机超曲面模型多扩展目标多伯努利滤波器. 自动化学报, 2020, **46**(5): 909–922)
- 36 Gao L, Jing Z L, Li M Z, Pan H. Robust adaptive filtering for extended target tracking with heavy-tailed noise in clutter. *IET Signal Processing*, 2018, **12**(7): 826–835
- 37 Granström K, Lundquist C, Örguner U. A Gaussian mixture PHD filter for extended target tracking. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 38 Gilholm K, Godsill S, Maskell S, Salmond D. Poisson models for extended target and group tracking. In: Proceedings of SPIE 5913, Signal and Data Processing of Small Targets 2005. San Diego, California, USA: SPIE, 2005. Article No. 59130R



陈 辉 兰州理工大学电气工程与信息工程学院教授。主要研究方向为目标跟踪和传感器管理。本文通信作者。E-mail: huich78@hotmail.com
(**CHEN Hui** Professor at the School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology. His research interest covers target tracking and sensor management. Corresponding author of this paper.)



张星星 兰州理工大学电气工程与信息工程学院硕士研究生。主要研究方向为扩展目标跟踪。E-mail: zhangxing_59@163.com
(**ZHANG Xing-Xing** Master student at the School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology. Her main research interest is extended target tracking.)