

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2016.11.021

基于元胞自动机的车辆换道行为研究

李娟, 曲大义, 刘聪, 王进展, 许翔华
(青岛理工大学 汽车与交通学院, 山东 青岛 266520)

摘要: 为进一步完善微观交通仿真中的车辆换道行为模型, 运用元胞自动机理论, 以换道过程中目标车道跟随车为研究对象, 对跟随车与换道车之间的交互行为进行了分析, 给出了自由换道、强制换道、协作换道的换道规则。在改变交通流密度的情况下进行了数值模拟分析, 对3种模型进行了仿真对比。结果表明: 协作换道模型得到的平均速度高于其他换道模型, 说明车辆之间的信息交互提高了换道成功率, 使道路资源得到充分利用; 协作换道在提高交通流速度和减缓交通堵塞方面比原有的STCA模型有更好的效果。

关键词: 交通工程; 换道规则; 元胞自动机; 换道模型; 交通流

中图分类号: U491

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268(2016)11-0140-06

Study on Vehicle Lane-changing Behavior Based on Cellular Automaton

LI Juan, QU Da-yi, LIU Cong, WANG Jin-zhan, XU Xiang-hua

(School of Automobile and Traffic, Qingdao Technological University, Qingdao Shandong 266520, China)

Abstract: In order to improve the vehicle lane-changing behavior model in microscopic traffic simulation, by the theory of cellular automaton, the interaction between the following and the lane-changing vehicles is analyzed regarding the following vehicle in the target lane as the research object during lane-changing process, and the lane-changing rules of 3 lane-changing models, including free, forced, cooperative, are put forward. Under the condition of changing traffic flow density, the numerical analysis is conducted, and 3 kinds of model are simulated and compared. The result shows that the average velocity of the cooperative lane-changing model is higher than those of the other lane-changing models, showing that the information exchange between the vehicles improved the success rate of lane-changing, so that the road resources are fully utilized. The cooperative lane-changing model is better than the original STCA model in terms of improving traffic flow speed and reduce traffic jam.

Key words: traffic engineering; lane-changing rule; cellular automaton; lane-changing model; traffic flow

0 引言

换道行为是车辆驾驶过程中常见的行为之一, 车辆换道行驶对道路交通流的影响较大。近几十年来, 国内外交通学者从不同角度对车辆换道行为进行了研究分析, 从宏观方面和微观方面建立了许多交通流理论和模型, 其中元胞自动机理论被较多地应用到交通领域, 尤其是对于车辆驾驶行为的研究。

元胞自动机交通流模型结构简单, 能很好地描述交通流这类非线性现象。

元胞自动机模型简称CA模型, 其实质是在一个具有离散、有限状态的元胞组成的元胞空间上, 按照一定的局部规则, 在离散的时间维度上演化的动力学系统^[1]。CA模型包括4个部分: 元胞、元胞空间、邻域及更新规则。元胞自动机模型最早由Cremer等^[2]提出; 一维模型由Wolfram^[3]命名为184

收稿日期: 2016-03-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(51178231)

作者简介: 李娟(1991-), 女, 山东泰安人, 硕士。(948819491@qq.com)

号模型; Nagel 等^[4]提出了 NS 模型; Nagatani^[5]在 184 模型的基础上提出了双车道模型; Daoudia 等^[6]提出三车道 CA 模型; 刘友军等进行了基于元胞自动机的强制换道模型研究^[7]; 史丹丹等^[8]考虑车-车通信建立了双车道的元胞自动机交通流模型; 杨海飞等^[9]从宏观运动波和微观元胞自动机两个方面进行了交通流混合建模; 王江锋等^[10]基于元胞自动机建立了改进的多车道换道模型; 施俊庆等^[11]对元胞自动机模型在城市路网中的应用进行了归纳整理。

上述元胞自动机理论的应用都局限于一种换道方式的研究, 没有针对换道的不同方式进行建模分析并对比不同换道方式对交通流的影响。本文基于元胞自动机理论, 对车辆不同换道方式进行建模分析, 旨在通过对换道过程的研究, 在提高交通效率、降低交通事故、保障交通安全等方面有很好的应用价值。

1 换道行为分析

车辆在直行道路上的行驶过程中, 主要涉及的驾驶行为就是换道, 在换道过程中, 较常产生车辆之间的交通事故, 交通安全性成为考虑的重点问题。典型的换道行为过程主要包括感知、判断、操作 3 个阶段。驾驶员首先在感知到周围环境信息的情况下, 对得到的信息进行分析处理后做出相应判断, 然后通过对车辆进行操作来改变车辆运动状态并达到驾驶操作的目的。在多车道道路上, 车辆换道行为较多发生, 影响车辆换道行为的因素需要考虑其所在车道车辆和相邻车道车辆。

传统换道类型的分类方法主要是以驾驶员的换道需求为前提, 将其分为判断性换道和强制性换道^[12]。后来的换道行为研究中, 交通学者将车辆换道类型分为自由换道、强制换道、协作换道 3 种^[13]。

(1) 自由换道: 目标车道上跟随车与前导车之间的相对间距没有明显变化, 换道过程中换道车与其周边车辆之间基本不会产生干扰。

(2) 强制换道: 换道车强制汇入目标车道, 目标车道跟随车被迫减速。

(3) 协作换道: 换道车发出换道信号, 目标车道跟随车主动减速协助换道车成功换道。

上述 3 种换道方式的主要区别在于换道车和跟随车相互作用的效果。在自由换道中车辆间几乎没有任何影响。在强制性换道中, 换道车通过建立相互关系起主导作用, 而跟随车只能以减速来应对。在协作换道中, 交互行为主要由 3 部分组成: 首先, 换道车表明换道需求; 然后, 跟随车接收换道信号,

主动减速为换道车创造更大换道空间; 最后, 两车相对间距满足安全间距要求, 换道车执行换道操作。

2 建立换道模型

2.1 双车道环境模型

将双车道道路视为两条由 n 个元胞组成的离散格点图, 如图 1 所示。

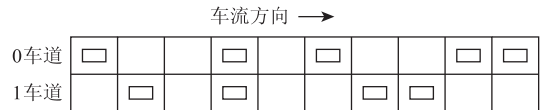


图 1 双车道元胞自动机模型

Fig. 1 A two-lane cellular automaton model

设元胞长为 l ; 车辆长为 l_c ; C_n 为第 n 辆车所在车道, $C_n = 1$ 或 0 ; $V_i(t)$ 为第 i 辆车在 t 时刻的速度; $X_i(t)$ 为第 i 辆车车尾在 t 时刻的位置; $gap_{i,i+1}(t)$ 为两车行驶间距, 其初始值为第 i 辆车车头与第 $i+1$ 辆车车尾之间的距离 [$gap_{i,i+1}(t) = X_{i+1}(t) - X_i(t) - l_c$]; $V_{\max}$ 为车辆的最大速度; $a_{\max}$ 为车辆最大加速度。

传统的 STCA 模型建立了符合现实交通流状态的双车道换道规则, 即:

$$C_n = \begin{cases} 1 - C_n, & gap_n < \min\{V_n + 1, V_{\max}\}, gap_{n,other} > d_n, \\ & gap_{n,back} > d_{\text{safe}}, \\ C_n, & \text{其他情况,} \end{cases} \quad (1)$$

式中, gap_n , $gap_{n,other}$, $gap_{n,back}$ 分别为第 n 辆车与前方车辆的间距、与相邻车道前方车辆的间距、与相邻车道后方车辆的间距; d_{safe} 为模型中限定的安全换道间距, 在 STCA 模型中 $d_{\text{safe}} = V_{\max}$; C_n 为第 n 辆车所在车道, 且 $C_n = 1$ 或 0 。 $gap_n < \min\{V_n + 1, V_{\max}\}$ 表示第 n 辆车在原车道受到阻挡; $gap_{n,other} > d_n$ 表示该受阻车辆可以在另一车道上达到更快的速度; $gap_{n,back} > d_{\text{safe}}$ 表示如果换道, 安全换道间距符合条件, 即在另一条车道上, 后方的车辆与其有一定距离。在 STCA 模型中, 对车辆设置的换道规则是单一不变的, 无法再现实际交通的多样性。

2.2 模型建立

在对换道行为研究过程中简化模型, 只考虑目标车辆相邻车道前、后车对换道的影响, 如图 2 所示。 V_f 和 V_m 分别为目标车道后车 F 和换道车辆 M 的速度; a_f 和 a_m 分别为车辆 F 和车辆 M 的随机加速度。

当 $gap_{me}(t) > gap_{mm}(t)$ 且 $gap_{mm}(t) < \min\{V_m + a_m, V_{\max}\}$ 时, 说明 M 车在原车道受到阻挡, 换道到相



图 2 车辆之间相互位置关系

Fig. 2 Location relationship of vehicles

邻车道能够获得更快的速度,此时车辆为避免减速亟待换道,其中 gap_{me} 表示 M 车和 E 车的车间距, gap_{mn} 表示 M 车和 N 车的车间距。车辆换道需满足两个条件:一是速度空间优势,车辆在本车道无法按照期望速度行驶,且此时相邻车道行驶条件较好;二是换道安全条件,意为车辆换道需要满足一定的安全间距,避免交通事故。需要考察 F 车对 M 车的影响。当 M 车换道过程时, M 车与 F 车车易发生侧面碰撞和刮擦,当 M 车驶入目标车道时, F 车与 M 车易发生追尾。为避免交通事故发生,保证行车安全,车辆换道临界条件的判定是必要环节。不同类型的换道方式对 F 车行驶状态产生不同影响,本文将利用元胞自动机对 3 种换道方式进行建模解析。

2.2.1 自由换道

M 车可以自由换道,即 M 车换道驶入目标车道,对 F 车没有影响, F 车可以恒定速度行驶, M 车运行状态的改变对道路整体运行态势不产生扰动。M 车换道一般分为纵向恒速和纵向恒定加速两种方式,车辆安全换道要满足需求安全间距 d_{safe} , 由国内外研究可知,需求安全间距主要由两车相对纵向速度和相对纵向加速度及时间决定。当 $gap_{fm} > d_{safe}$ 时,车辆可以自由换道不受约束,其中 gap_{fm} 表示 F 车和 M 车的车间距。

(1) M 车恒定速度换道

速度更新:

$$\begin{cases} V_m(t+1) = V_m(t) \\ V_f(t+1) = V_f(t) \end{cases} \quad (2)$$

位置更新:

$$\begin{cases} X_m(t+1) = X_m(t) + V_m \\ X_f(t+1) = X_f(t) + V_f \\ gap_{fm}(t+1) = X_m(t+1) - X_f(t+1) - l_f \\ gap_{fm}(t+1) = gap_{fm}(t) + V_m - V_f \end{cases} \quad (3)$$

当 $V_m > V_f$ 时, gap_{fm} 递增, $gap_{fm} > d_{safe} \geq 0$ 恒成立,自由换道条件符合;当 $V_m < V_f$ 时, gap_{fm} 递减, M 车需在 $\frac{gap_{fm}(t)}{V_f - V_m}$ 时间内完成换道。

(2) M 车恒定加速度换道

速度更新:

$$\begin{cases} V_m(t+1) = V_m(t) + a_m \\ V_f(t+1) = V_f(t) \end{cases} \quad (4)$$

位置更新:

$$\begin{cases} X_m(t+1) = X_m(t) + V_m(t+1) \\ X_f(t+1) = X_f(t) + V_f(t) \\ gap_{fm}(t+1) = X_m(t+1) - X_f(t+1) - l_f \\ gap_{fm}(t+1) = gap_{fm}(t) + V_m + a_m - V_f \end{cases} \quad (5)$$

当 $V_m < V_f$ 时, M 车进行加速换道直到进入目标车道后满足 $V_m = V_f$, 随后进行速度为 V_f 的恒速运动,保证该车道车流运行稳定性。 t_s 为车辆进行加速操作到换道成功所需时间,则 $a_m = \frac{V_f - V_m}{t_s}$ 。

2.2.2 强制换道

M 车发出换道信号后,不顾及 F 车的运行状态直接执行换道操作。当 M 车进行强制换道时,在不发生冲突的前提下, F 车需以最大减速度进行减速运动,以保证行驶过程中 gap_{fm} 总满足换道安全间距。

车辆换道安全间距为:

$$d_{safe} = \min(V_f + a_f, V_{max}) - \min(V_m + a_m, V_{max}) \quad (6)$$

式 (6) 表示在下一时刻相邻车道后车 F 的最大可能速度减去本车 M 的最大可能速度。车辆强制换道大体有以下几种影响因素:车辆前方出现障碍物或交通限制;前方为匝道尽头;濒近交叉口实线有转向需求;驾驶员亢进性强等。前面几种因素可以分析得到,车辆离最迟换道位置距离越近,越容易发生强制换道,用换道压力 α 来定义。驾驶员亢进性体现了驾驶员的类型,在换道过程中,驾驶员亢进性越强,越容易发生强制换道,定义亢进系数为 β , β 越大,强制换道的可能性越大。

根据交通标志设置中识别距离的要求,在离换道位置为 50 m 处设置标志牌,假设此时换道压力为 1, l 为距最迟换道位置的距离^[14], 则:

$$\alpha = \frac{l}{50}, \quad 0 \leq l \leq 50. \quad (7)$$

假设强制换道可行度 γ 取决于两车间距、换道压力、驾驶员亢进性和两车相对速度及加速度等, 则:

$$\gamma = \frac{(gap_{fm}, \alpha, \beta)}{|V_f - V_m|} \quad (8)$$

参考文献 [15] 可知, $\gamma > 1.4$ 时换道安全。M

车强制换道时, F 车以最大减速度 $a_{\max}$ 减速运动。

速度更新:

$$\begin{cases} V_m(t+1) = V_m(t) \\ V_f(t+1) = V_f(t) - a_{\max} \end{cases} \quad (9)$$

位置更新:

$$\begin{cases} X_m(t+1) = X_m(t) + V_m(t+1) \\ X_f(t+1) = X_f(t) + V_f(t+1) \\ gap_{fm}(t+1) = X_m(t+1) - X_f(t+1) - l_f \\ gap_{fm}(t+1) = gap_{fm}(t) + V_m + a_{\max} - V_f \end{cases} \quad (10)$$

2.2.3 协作换道

M 车有换道意向, 在打开转向灯的同时, 不是直接进行换道操作, 而是以恒定速度 V_m 匀速前进, 然后观察目标车道后车 F 的反应, 此时 F 车一般有两种决策可能: 允许 M 车换道请求, 以一定的减速度做减速运动为 M 车换道提供足够的安全间距, M 车顺利换道; 不接受其换道请求, 加速或恒速前进, M 车只能等待下一次换道机会。这体现了车辆之间的协作关系, 存在着车辆间动态信息的交换。

协作换道过程变化主要受到后车 F 决策结果的影响, F 车以 p_1 概率加速前进, 以 p_2 概率减速前进, $p_1 + p_2 = 1$ 。加、减速概率主要受到驾驶员类型的影响 (分别对应激进型, 保守型)。

(1) 车辆 F 加速前进。 $V_f \rightarrow \min(V_f + a_f, V_{\max})$, $V_m = V_m, gap_{fm}$ 递减, 换道间距更加不符合要求, M 车只能放弃换道。

(2) 车辆 F 减速前进。F 车通过 t_1 时间的减速运动, 使 $gap_{fm}(t_1)$ 满足两车换道安全间距。

速度更新:

$$\begin{cases} V_m(t_1+1) = V_m(t_1) \\ V_f(t_1+1) = V_f(t_1) - a_f \end{cases} \quad (11)$$

位置更新:

$$\begin{cases} X_m(t_1+1) = X_m(t_1) + V_m(t_1+1) \\ X_f(t_1+1) = X_f(t_1) + V_f(t_1+1) \\ gap_{fm}(t_1+1) = X_m(t_1+1) - X_f(t_1+1) - l_f \\ gap_{fm}(t_1+1) = gap_{fm}(t_1) + V_m - V_f(t_1) + a_f \end{cases} \quad (12)$$

3 数值模拟与分析

对上述模型进行模拟仿真分析, 由于自由换道不受约束, 所以不进行模拟。将 STCA 模型与本文强制换道和自由换道两种模型进行对比分析。仿真元胞如图 2 所示。车道 1 为换道车所在车道, 车道 0 为换道车目标车道, 两条车道均由 1 000 个元胞组

成, 总长 7.5 km。设置车辆速度为 5 个元胞单位, 车辆按照密度 ρ_0 随机分布在两条离散元胞链上, 随机慢化率 $p = 0.25$ 。每次运行 1 800 个时间步, 为消除暂态影响, 前后 450 个时间步不进行统计, 只考虑中间 900 个时间步 (15 min) 的交通流数据。 p_m 表示换道成功率, $\bar{v}$ 表示平均速度。

3.1 速度分析

改变车辆密度, 观察车辆平均速度的变化。通过仿真得到结果如图 3 所示。

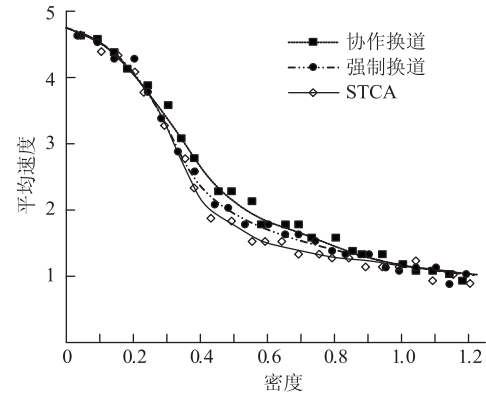


图 3 平均速度与车辆密度的关系

Fig. 3 Relationship between average speed and vehicle density

注: 横坐标为密度, 表示车辆总数占总元胞的比例, 单位为车辆数/元胞数; 纵坐标为平均速度, 单位为元胞数/时间步, 下同。

由图 3 可以看出, 3 种模型在相同的密度情况下, 当交通流密度较低时, 车辆满足自由换道条件, 车流速度变化不大, 3 种模型优劣势不明显。随着密度增大, 车辆行驶受到周围环境车辆的影响速度降低, 为寻求速度优势, 换道期望增加。数据表明, 车辆在进行协作换道时, 比直接进行强制换道获得的平均速度要高, 依照本文模型进行强制换道, 又比 STCA 模型下换道获得的平均速度要高。当密度达到一定程度后, 模型的优势不再明显, 车流呈现阻塞相, 车辆行驶速度迟缓。对比可知, 在进行车车之间的信息交互后协作换道, 能够提高车辆平均速度, 使道路资源得到较为充分的利用。

3.2 换道成功率分析

改变车辆密度, 观察车辆换道成功率的变化, 仿真结果如图 4 所示。在密度较小时, 道路资源相当充裕, 车辆换道成功率很大, 3 种模型的优势体现不出来。随着密度增大, 车辆换道变得困难, 通过车辆协作换道, 成功率明显高于强制换道, 模型优势得到体现。但在高密度情况下, 车辆换道困难, 车流拥挤, 换道成功率极低, 符合实际情况。其中, STCA 模型换道规则中的安全间距为后车的最大速

度,在提升本车速度的同时不阻碍后车行驶,但是较低的换道率对于交通流量的提升作用有限。

3.3 时空图分析

截取3个不同换道规则模型下的时空斑图,如图5所示。

由图5可以看出,STCA模型下的时空斑图存在严重的相分离现象,阻塞频率出现较高,且持续时间较长,表示现实道路资源利用不足。本文的强制换道模型中阻塞频率降低,相分离现象减弱,持续时间缩短。协作换道模型中阻塞相现象更为减弱,虽然偶尔出现,但持续时间很短,影响更小,道路资源能够得到合理利用。

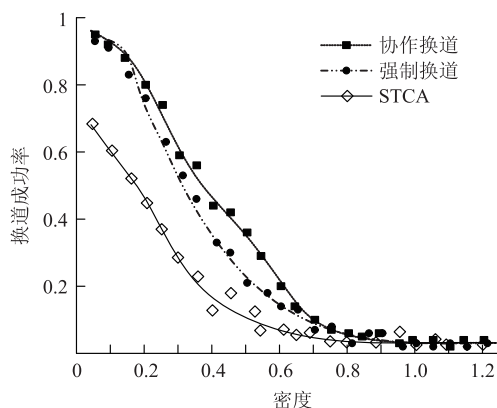


图4 换道成功率与车辆密度的关系

Fig. 4 Relationship between lane-changing rate and vehicle density

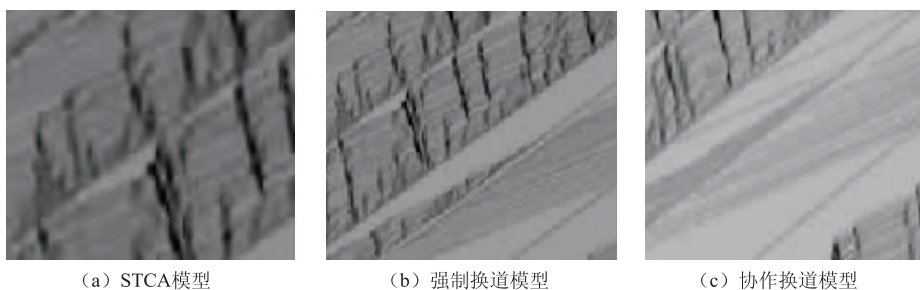


图5 三种模型的时空斑

Fig. 5 Temporal-spatial pattern of 3 models

4 结论

利用元胞自动机理论对自由换道、强制换道和协作换道3种换道方式进行了建模分析,并确定了不同换道方式的状态更新规则。在传统STCA换道模型的基础上,考虑更多的换道影响因素,建立了更符合交通流运行状态的换道模型;主要考虑道路交通流密度,建立了自由换道模型;考虑相对间距、相对速度和最迟换道距离,建立了强制换道模型;在满足车辆信息交互的基础上,考虑目标车道跟随车的驾驶员行为特性,建立了协作换道模型。通过对3种模型的仿真对比可知,协作换道模型得到的平均速度高于其他换道模型,说明车辆之间的信息交互提高了换道成功率,使道路资源得到充分利用。协作换道在提高交通流速度和减缓交通堵塞方面比普通换道模型有更好的效果,目前道路车流密度愈来愈大,相对于传统换道和强制换道,协作换道更具有指导性和实用性。

参考文献:

References:

[1] 贾斌,高自友,李克平,等. 基于元胞自动机的交通系统建模与模拟[M]. 北京:科学出版社,2007.

JIA Bin, GAO Zi-you, LI Ke-ping, et al. Models and Simulations of Traffic System Based on the Theory of Cellular Automaton [M]. Beijing: Science Press, 2007.

[2] CREMER M, LUDWIG J. A Fast Simulation Model for Traffic Flow on the Basic of Boolean Operation [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 1986, 28 (4): 297-303.

[3] WOLFRAM S. Statistical Mechanics of Cellular Automata [J]. Reviews of Modern Physics, 1983, 55 (3): 601-644.

[4] NAGGEL K, SCHRECKENBERG M. A Cellular Automaton Model for Freeway Traffic [J]. Journal of Physics, 1992, 2 (12): 2221-2229.

[5] NAGATANI T. Self-organization and Phase Transition in Traffic-flow Model of a Two-lane Roadway [J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1993, 26 (17): L781-L787.

[6] DAOUDIA A K, MOUSSA N. Numerical Simulations of a Three-lane Traffic Model Using Cellular Automata [J]. Chinese Journal of Physics, 2003, 41 (6): 671-681.

[7] 刘小明,王秀英. 基于信息交互的元胞自动机换道行为模型研究[J]. 计算机应用研究, 2010, 27 (10): 3826-3827.

LIU Xiao-ming, WANG Xiu-ying. Study of Vehicle Lane-

- changing Behavior Model of Cellular Automata Based on Information Interaction [J]. Application Research of Computers, 2010, 27 (10): 3826–3827.
- [8] 史丹丹, 朱正旺, 刘好德. 考虑车-车通信的双车道元胞自动机交通流模型 [J]. 公路交通科技, 2009, 26 (增 1): 142–146.
- SHI Dan-dan, ZHU Zheng-wang, LIU Hao-de. A Cellular Automaton Model of Traffic Flow Considering Vehicle-vehicle Communication [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26 (S1): 142–146.
- [9] 杨海飞, 路肩, 祁玥. 基于宏观运动波和微观元胞自动机的双车道交通流混合建模 [J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2012, 42 (4): 773–778.
- YANG Hai-fei, LU Jian, QI Yue. Hybrid Modeling of Two-lane Traffic Flow Based on Macroscopic Kinematic Wave and Microscopic Cellular Automata [J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2012, 42 (4): 773–778.
- [10] SHI Jun-qing, CHENG Lin, LONG Jian-cheng, et al. A New Cellular Automaton Model for Urban Two-way Road Networks [J]. Computational Intelligence and Science, 2014, 2014: 685047.
- [11] 施俊庆, 程琳, 褚昭明, 等. 城市路网交通流元胞自动机模型研究 [J]. 公路交通科技, 2015, 32 (4): 143–149.
- SHI Jun-qing, CHEN Lin, CHU Zhao-ming, et al. Cellular Automata Model of Urban Road Network Traffic Flow [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2015, 32 (4): 143–149.
- [12] 商蕾, 陆化普. 多车道下的车辆行为模型研究 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2007, 35(6): 115–117.
- SHANG Lei, LU Hua-pu. Model of Vehicle Behavior under Multilane Road Conditions [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition, 2007, 35 (6): 115–117.
- [13] HIDAS P. Modeling Vehicle Interaction in Microscopic Simulation of Merging and Weaving [J]. Transportation Research Part C Emerging Technologies, 2005, 13 (1): 37–62.
- [14] 刘有军, 曹珊. 基于元胞自动机的强制换道模型研究 [J]. 交通信息与安全, 2009, 27 (3): 78–80.
- LIU You-jun, CAO Shan. Compulsory Lane-changing Traffic Model Based on Cellular Automaton [J]. Traffic Information and Security, 2009, 27 (3): 78–80.
- [15] YANG Xiao-bao. A Lane-changing Model Considering the Maneuver Process and Its Applications [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58 (2): 836–842.
- +++++
- (上接第 139 页)
- [6] 谷丰, 王争, 宋琦, 等. 空地机器人协作导航方法与实验研究 [J]. 中国科学技术大学学报, 2012, 42 (5): 398–404.
- GU Feng, WANG Zheng, SONG Qi, et al. Theoretical and Experimental Study of Air-ground Cooperative Navigation [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2012, 42 (5): 398–404.
- [7] BARRAQUAND J, LATOMBE J C. A Monte-Carlo Algorithm for Path Planning with Many Degrees of Freedom [C] //1990 IEEE International Conference on Robotics & Automation. Cincinnati: IEEE, 1990: 1712–1717.
- [8] KAVRAKI L E, ŠVESTKA, PETR, LATOMBE J C, et al. Probabilistic Roadmaps for Path Planning in High-dimensional Configuration Spaces [J]. IEEE Transactions on Robotics & Automation, 1996, 12 (4): 566–580.
- [9] LAVALLE S M, KUFFNER Jr, J J. Rapidly-exploring Random Trees: A New Tool for Path Planning, TR 98–11 [R]. Ames: Iowa State University, 1998.
- [10] GARRIDO S, MALFAZ M, BLANCO D. Application of the Fast Marching Method for Outdoor Motion Planning in Robotics [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61 (2): 106–114.
- [11] GOMEZ J V, LUMBIER A, GARRIDO S, et al. Planning Robot Formations with Fast Marching Square Including Uncertainty Conditions [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61 (2): 137–152.
- [12] DO Q H, MITA S, YONEDA K. Narrow Passage Path Planning Using Fast Marching Method and Support Vector Machine [C] //2014 Intelligent Vehicles Symposium Proceedings. Dearborn: IEEE, 2014: 630–635.
- [13] YIN J J, CHENG G J, LIU N, et al. Rock Core Thin Section Image Stitching Based on SIFT Features [J]. Advanced Materials Research, 2014, 1049/1050: 398–401.
- [14] GOMEZ J V, LUMBIER A, GARRIDO S, et al. Planning Robot Formations with Fast Marching Square Including Uncertainty Conditions [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61 (2): 137–152.
- [15] SETHIAN J A. Level Set Methods and Fast Marching Methods [J]. Journal of Computing and Information Technology, 2003, 11 (1): 1–2.
- [16] VALERO-GOMEZ A, GOMEZ J V, GARRIDO S, et al. The Path to Efficiency: Fast Marching Method for Safer, More Efficient Mobile Robot Trajectories [J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2013, 20 (4): 111–120.