

# 多重分形理论在环境科学领域的研究进展

周广柱<sup>1,2</sup>, 王翠珍<sup>2</sup>, 刘意章<sup>1,3</sup>, 肖唐付<sup>1</sup>

1. 中国科学院 地球化学研究所, 环境地球化学国家重点实验室, 贵阳 550002;

2. 山东科技大学 化学与环境工程学院, 青岛 266590; 3. 中国科学院大学, 北京 100049

**摘要:**分形理论是研究分形性质及其应用的科学, 为人们认识自然界和社会活动中因无序而具有自相似性的系统提供了新的思想和方法。多重分形是分形理论的重要发展。近三十年来, 多重分形在环境科学研究中取得进展, 例如在提取环境地球化学异常下限值、环境污染物的空间分布模式、环境污染指标随时间演变特征、污染物溯源等方面的取得了许多成果。多重分形谱计算、浓度-面积(C-A)模型等在环境科学研究中起着重要作用。已经取得的研究成果表明, 多重分形理论已经成为环境科学研究中一种重要理论, 非常值得环境科技工作者进一步学习、研究和应用。

**关键词:**多重分形理论; 环境污染; 算法

**中图分类号:**X142 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-2802(2013)01-0107-07

## Application of Multifractal Theory in the Environmental Sciences

ZHOU Guang-zhu<sup>1,2</sup>, WANG Cui-zhen<sup>2</sup>, LIU Yi-zhang<sup>1,3</sup>, XIAO Tang-fu<sup>1</sup>

1. *State Key Laboratory of Environmental Geochemistry, Institute of Geochemistry, Chinese Academy of Sciences, Guiyang 550002, China;* 2. *College of Chemistry and Environmental Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China;* 3. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

**Abstract:** Fractals are mathematical sets that can have dimensions that fall between the integers. Fractal patterns with varying degrees of self-similarity have many practical applications and have been rendered or studied in many scientific researches. As a generalization of a fractal system, the multifractal system employs a continuous spectrum of exponents to describe complex phenomena. In recent 30 years, multifarious applications of the multifractal theory are found in environmental researches and many achievements have been obtained, such as extracting the lower limit of the environmental geochemical anomaly, describing the spatial distribution patterns of the environmental pollution, recognizing the evolution characteristics of the environment pollution index, tracing pollutants, and so on. Some important multifractal algorithm methods, such as the multifractal spectrum calculation, the concentration-area fractal model, have been introduced. Achievements have proved that the multifractal theory becomes one of the most important theories in environmental science, and that the multifractal theory should be further studied and applied by environment researchers.

**Key words:** multifractal theory; environmental pollution; algorithm

分形理论于上世纪 70 年代中期由 Mandelbrot 创立<sup>[1,2]</sup>, 其研究对象为自然界和社会活动中广泛存在的无序而具有自相似性的系统, 借助相似性原理为人们提供了新思想新方法。分形理论、耗散结构和混沌理论曾被称为上世纪 70 年代三大发现<sup>[3]</sup>。多重分形(multifractal)是多个单分形在空间上的缠结、镶嵌, 是分形科学的重要发展<sup>[4~9]</sup>。多重分形作

为测度或者场, 可反映更复杂的空间模式<sup>[10,11]</sup>。近三十年很多学者对多重分形进行了深入的研究并取得重要进展<sup>[12~16]</sup>。从 1969 年至今, EI 工程索引数据库中检索国际上公开发表的关于分形的文献 29878 篇, 其研究领域涉及自然科学、哲学和社会科学各个学科。其中与环境科学有关的达 1056 篇, 且呈指数增长趋势; 多重分形文献有 2616 篇, 其中与

收稿日期: 2011-12-19 收到, 2012-02-13 改回

基金项目: 山东省优秀中青年科学家科研奖励基金(BS2009HZ023); 中国科学院知识创新工程重要方向项目(kzcx2-yw-135); 中国博士后科学基金资助项目(20090451339); 山东省高等学校优秀青年教师国内访问学者资助项目

第一作者简介: 周广柱(1974-), 副教授, 博士后。研究方向: 环境地球化学和环境污染防治。E-mail: zhousdust@163.com.

环境科学有关的累计 98 篇(图 1)。30 多年来的发展多重分形理论正被众多学科竞相引入,并以新的驱动力推动各学科的发展。环境科学作为一门新兴交叉学科,所研究内容涉及物质世界中多方面的内容,受分形和多重分形规律制约的现象是客观存在的。本文整理了国内外与多重分形相关的研究资料,总结了多重分形理论在环境科学研究中的应用和发展状况,以期引起更多的学者关注并参与多重分形的环境科学领域研究。

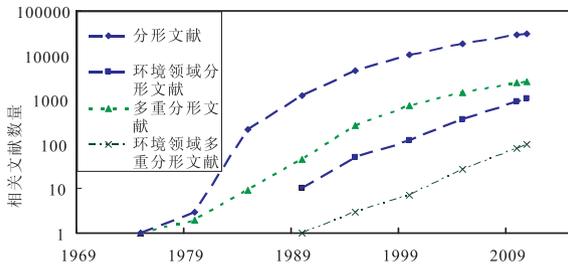


图 1 1969 年以来 EI 库中分形文献逐年累计变化趋势

Fig. 1 Trend of reference on fractal science since 1969

## 1 多重分形在环境科学领域的发展

在环境领域,最早可以追溯到意大利帕维亚(Pavia)大学的 Salvadori 及其合作者,<sup>[12]</sup>基于多重分形方法对意大利米兰市 Seveso 地区开展的二恶英(Dioxin)污染研究,该研究得出了二恶英地面分布具有明显多重分形特征的结论。经过近三十年的发展,在环境科学领域分形与多重分形思想已经取得了很大进展,在污染区划分、元素分布异常值下限确定、污染物溯源、污染指标的时空分形特征分析等方面取得了很多有意义的成果。

### 1.1 污染物空间分布特征研究

污染物尤其是重金属的空间分布现状是大家共同关注的问题。而污染物的空间分布现状是自然表生作用与人类活动的多途径多期次的叠加结果,在空间上极有可能呈现分形或多重分形规律。很多学者以其独特的视角将多重分形理论应用于该领域,并取得了非常有意义的研究成果。Salvadori 等<sup>[13,14]</sup>测量了在切尔诺贝利核污染事件后一些欧洲国家的土壤沉积物中放射性核素<sup>137</sup>Cs,基于分形累计脉冲理论(the Fractal Sum of Pulses theory)建立了多重分形模型,以辅助描述放射性物质的空间分布,研究结果证明与实际环境污染状况相符。Salvadori 等<sup>[15]</sup>还撰文综述了环境污染案例中分形和多重分形研究进展,总结了意大利米兰市塞维索(Seveso)的二恶英(Dioxin)小尺度污染研究、斯洛文尼亚拜坎尼克(Balcanic)地区空气中<sup>222</sup>Rn 中尺度

污染、欧洲土壤放射性<sup>137</sup>Cs 大尺度污染等不同时空尺度放射性物质和化学污染研究成果,指出这些数学模型简化了对自然现象的研究,而其模型参数直接与污染物在环境中的非线性分布动力学有关,从而可以在计算机模拟和风险评价中起到重要作用。

在污染物空间分布特征研究中,污染物异常下限值的确定是其关键步骤之一。例如,重金属元素异常下限值的确定是土壤污染状况评价的重要环节。传统异常下限值算法适用于元素含量数据呈正态分布的情况,然而土壤元素含量的实际空间分布极其复杂,可能具有多重分形分布特征。2008 年成秋明<sup>[7]</sup>分析了国内外多重分形理论很多应用案例,指出 C-A 和 S-A 等多重分形分析方法已成为国际通用的勘查地球化学数据处理及环境地球化学基准值确定的有效方法。Lima 等<sup>[16]</sup>在意大利 Campania 地区水系沉积物地球化学填图研究中,得到了 13600 km<sup>2</sup> 范围内 2389 个样品中 37 种元素的地球化学数据,采用 C-A 多重分形计算方法和 S-A 多重分形空间滤波方法、多重分形插植(MIDW)技术提取了元素的地球化学背景和人类影响的异常信息,并采用 U 和 Pb 两种元素分别代表地质成因和人类活动扰动进行识别和信息验证,成功地圈定了地球化学污染区域。该研究证明了多重分形方法可以避免数据局部异常不被平滑,使得地球化学背景的圈定具有更高的可信度。Albanese 等<sup>[17]</sup>采用 C-A、S-A、MIDW 等多重分形手段,区分了意大利 Campania 地区 As、Hg、Zn、Pb、Cu、Cr、Cd 等有毒元素的地球化学背景和环境地球化学基线,为政府针对地区实际制定相应的环境法规提供了可靠依据。国内很多学者也开展了的相关研究。袁峰等<sup>[18]</sup>在对铜陵地区的研究中,以土壤中 As、Cd、Cu、Pb、Tl、Zn 等 6 种元素为例,对比了反距离加权法、径向基函数法、普通克里格法、多维分形法等 4 种空间插值方法,研究指出反距离加权法和径向基函数法对土壤元素分布的空间插值精度一般,但这两种方法具有简单、易操作的特点;普通克里格法对刻画区域土壤元素的空间分布趋势效果最佳;多维分形法在提取土壤元素局部异常和污染信息时效果最佳。张焱等<sup>[19]</sup>对比了分形插植、反距离权重插植和克里金插植的空间数据处理效果后指出,服从分形分布的数据使用分形插植的效果比反距离加权和克里金法的效果好;服从正态分布的数据,三种插值方法效果相差不大;具有奇异性的数据,使用分形插植得出的效果较其他两种插值方法好。白晓宇等<sup>[20]</sup>利用校正累积频率分形法确定了铜陵矿区土壤中 Cd 的异常

下限值为 1.687 mg/kg,进而圈定了研究区 Cd 异常的空间范围。利用异常下限的传统算法,即取平均值与 2 倍标准离差之和,计算结果为 3.434 mg/kg。研究指出,利用分形方法所得的异常下限值远大于该区的背景值,且略大于国家三级标准,而分形计算结果小于传统方法,因而该研究中所确定的异常区比传统方法包含了更多污染信息。此外袁峰等<sup>[21~23]</sup>、李湘凌等<sup>[24,25]</sup>、李晓晖等<sup>[26]</sup>、陶春军等<sup>[27]</sup>在长江中下游环境地球化学研究中,基于多重分形(多维分形)理论在 Cu、Cd、Hg 等元素的地球化学异常下限值的确定、污染识别以及空间分布信息提取等方面取得了很多有意义的成果。王雄军等<sup>[28,29]</sup>研究了太原盆地土壤中 8 种重金属元素 As、Cd、Cr、Hg、Ni、Pb、Zn、Cu 的来源及分布规律,得出太原盆地区域土壤背景值,总结了重金属元素的分形规律,依据多重分形曲线最小二乘拟合斜率的相对大小得出了各元素污染程度的排序。

近海污染是一直受公众关注的焦点之一,多重分形理论在该领域也得以应用。牛志广等<sup>[30]</sup>对近海污染物针对我国近海污染物空间分布特征难于辨析的问题,通过对多重分形理论的研究,提出了一种新的近海污染物空间分布特征的分析方法。作者以天津市近岸海域 20 个水环境监测点为例,随机选择两个不同水期的 COD 监测数据进行分析,采用多重分形的矩方法计算 COD 空间分布的多重分形维数谱函数  $f(\alpha)$ 。研究指出,近海污染物的分布不均匀,污染物高浓度区只分布在入海河口处,分形维数较小;污染物较低浓度区分布范围几乎遍及整个近海区域,且分形维数接近于区域的空间拓扑维数 2。近海污染物不同浓度区的分布对应于不同的分形维数和奇异性,这些分形维数和奇异性构成整个近海区域的多重分形维数谱函数  $f(\alpha)$ 。研究结果表明,近海污染物  $\alpha(q)-f(\alpha)$  曲线均为连续不对称的上凸曲线,表明近海污染物在空间上的分布服从连续多重分形分布,近海污染物高浓度部分的奇异性较低浓度部分大,平水期的奇异性较丰水期大。该分析结果与天津市近岸海域实际情况相一致,该成果的取得为辨析近海污染物的空间分布特征,为进一步采用基于多重分形理论的算法模型计算近海水环境容量提供了理论依据。

### 1.2 多重分形用于污染物随时间演变特征的研究

多重分形分析能对污染物时间序列分形结构上不同局域条件、演化过程中不同层次的局部奇异性进行完整描述,并能表示系统奇异性几率分布的形式。通过确定奇异谱来表征分形结构上奇异测度的

统计特性,从而对污染物时间序列的复杂程度、不规则程度及不均匀程度进行度量。

工业洁净室所采集的颗粒物激光计数时间序列数据是高强度波动的数据,Klement 等<sup>[31]</sup>在研究中采用了两种方法来计算多重分形谱,即勒让德法(Legendre method)和标准方法(canonical method),并分析了多重分形谱参数的变化特征及其意义,证实了这种数据服从多重分形分布,这一发现为工业洁净室数据分析及变化识别提供了有力工具,从而使得在工业洁净室维持系统故障发生的早期阶段能够被探测发现。此后, Lee 等<sup>[32,33]</sup>、Shi 等<sup>[34,35]</sup>、Jiménez-Hornero 等<sup>[36,37]</sup>将这一方法应用于空气污染物浓度的研究中并取得进展。史凯等<sup>[38]</sup>选取 2000 年 7 月至 2006 年 6 月的  $\text{SO}_2$ 、 $\text{NO}_2$  和  $\text{PM}_{10}$  污染指数为研究对象,利用多重分形技术开展了上海市环境空气质量研究。研究发现  $\text{SO}_2$ 、 $\text{NO}_2$ 、 $\text{PM}_{10}$  三种大气污染物的时间演变具有明显的分形特征。研究表明,三种污染物的  $\ln x(q, \epsilon) - \ln x$  均具备良好的线性关系,在整个时间尺度上表现出良好的标度不变性。而  $\tau(q)$  与  $q$  明显呈现凸函数关系,即 3 种大气污染物污染指数的演变呈多重分形特征。研究结合近年来我国及上海市执行的环境空气质量控制措施,分析了多重分形参数变化的规律和原因。徐岩等<sup>[39]</sup>以 2002~2005 年连云港市不同功能区的大气  $\text{SO}_2$ 、 $\text{NO}_2$  和  $\text{PM}_{10}$  的日监测数据为基础,运用多重分形分析方法对各污染物的时间演变特征进行了研究。在所研究的时间尺度内,连云港市大气污染物  $\text{SO}_2$ 、 $\text{NO}_2$  和  $\text{PM}_{10}$  在不同的城市功能区均表现出多重分形特征,且各功能区均以  $\text{SO}_2$  的多重分形性最强, $\text{PM}_{10}$  的多重分形性最弱, $\text{NO}_2$  居中。上述研究成果证明,多重分形谱参数可以作为评价城市空气质量演变程度的综合定量指标。

近海海水的温度和盐度是研究近海海洋环境的两个重要参数,对研究赤潮等海洋污染的研究有重要参考价值。刘付成等<sup>[40]</sup>以连云港海域 1996~2008 年表层海水温度、盐度的日观测数据为基础,运用盒维数法计算多重分形谱,对该海域温度、盐度的时间演变特征进行了研究。结果表明,在所研究的时间尺度内,温度和盐度均具有统计标度不变性,表现出较弱的多重分形特征;多重分形谱形态参数的计算结果表明,温度和盐度的变化均存在着下降的趋势,并且盐度随时间变化的复杂性、不规则性和不均匀性要较温度显著。

### 1.3 污染物溯源分析

表层土壤中重金属元素来源是大家共同关注和

一直在研究探讨的重要问题之一。传统研究通过分析、聚类分析、因子分析和判别分析等统计方法确定元素的来源。谢淑云等<sup>[41]</sup>则通过浓度-面积(C-A)多重分形方法,配合富集因子、变异系数、R聚类方法,对成都盆地土壤中8种重金属元素及N、P、K、U等元素的分布模式及来源进行了探讨。结果显示,Hg、Pb、N、P在浅层土壤中有显著的富集,这些元素含量从深层到浅层,其低含量段分形曲线基本吻合,显示了从深层到浅层元素分异的继承性,但在高含量段有局部的分异,经分析应该是后期自然和人为扰动共同作用的结果。研究证明,重金属等元素含量在成都盆地浅层和深层土壤中均具有多重分形特征,不同的分布模式能较好的判断表层土壤中元素的来源等问题,所得结果与传统统计学分析结果相吻合。柯贤忠等<sup>[42]</sup>通过多重分形矩分析法、C-A分形方法,对海南岛琼海市表层土壤重金属元素的分布模式及来源进行了探讨。结果显示,研究区表层土壤中Pb元素的高含量区明显与琼海市南部地区几大农场的分布密切相关,显示Pb可能受人为因素影响强烈,As的富集可能来源于农业活动,Ni的富集主要来源于成土母岩的风化,其他元素受到后期人类活动影响较小或基本未受影响。

## 2 多重分形计算方法简介

分形维数计算和多重分形函数计算是多重分形研究核心,因研究对象不同、研究目的不同,多重分形分析的辅助计算和信息提取方法也有区别。本文仅对多重分形常用计算方法做简要介绍。

### 2.1 多重分形函数谱计算

2.1.1 盒计数法计算分形维数 分形维数是分形对象的复杂度和不规则度的定量描述,分形维数是分形研究中极其重要的特征数。在求解分形维数的方法中,盒计数法(box-counting)是应用最广泛的维数求解方法。计算分形S的维数,可以设定为将此分形置于一个均匀分割网格上,统计覆盖这个分形的最小需要格子数。通过对网格的逐步精化,统计所需覆盖数目的变化,就可以计算出盒维数。假设当格子的边长为 $r$ 时,总共把空间分成 $N$ 个格子,则盒维数为:

$$\dim_{\text{box}}(S) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log 1/r}$$

当极限不收敛时,必须指出顶盒维数或底盒维数,或者说,盒维数仅在和顶盒维数与底盒维数相等时才是有定义的。盒子可以是方的,也可以是圆的,可以用半径为 $r$ 的球来覆盖空间,并逐步减小球的半径

也可以得到相应的盒维数。

2.1.2 矩方法计算多重分形函数谱 多重分形函数通常表示为Holder奇异指数 $\alpha$ 与分形维数 $f(\alpha)$ 之间的函数关系,一般用 $\alpha$ - $f(\alpha)$ 之间的曲线来描述,称为多重分形函数谱。目前已发展了多种计算维数谱函数的方法<sup>[4,43,44]</sup>,如矩方法、直方图法、小波方法、乘法法,以及二次维矩方法等;其具体计算有多种方法,如格子法(box-counting method)和活动格子方法(gliding box-counting method)以及反格子法(inverse box-counting method)、格子弯曲法(box-flex method)、格子旋转法(box-rotate method)等。矩方法是其中最常用的方法。采用矩方法求 $f(\alpha)$ ,由下面四个步骤构成<sup>[4,45]</sup>:

(1)构建方程 $X_q(\epsilon) = \sum_{n(\epsilon)} \mu_i^q$ 所示的分配函数,在双对数坐标图上绘出 $q$ 的质量分配函数 $X_q(\epsilon)$ 和网格大小为 $\epsilon$ 的映射图。这里 $q$ 为任意数,表示 $\mu(\epsilon)$ 的统计矩阶数。 $\mu_i = x_i \epsilon$ 代表序号为 $i$ 、长度为 $\epsilon$ 的单元的金属总量; $x_i$ 是第 $i$ 个单元的品位值。

(2)计算质量指数 $\tau(q)$ :如果 $\mu(\epsilon)$ 具有多重分形特征,则对于任意给定的 $q$ 值, $X_q(\epsilon)$ 与 $\epsilon$ 之间具有如下的指数关系: $X_q(\epsilon) = \epsilon^{\tau(q)}$ ,可用双对数坐标图中的斜率估算。

(3)计算Holder奇异指数 $\alpha(q) = \partial\tau(q)/\partial q$ 。

(4)计算分形维数 $f(\alpha)$ : $\tau(q)$ 进行Legendre变换, $f(\alpha) = \alpha(q)q - \tau(q)$ ,即可得到 $\alpha$ - $f(\alpha)$ 多重分形函数谱。

### 2.2 浓度-面积多重分形模型

成秋明等<sup>[46]</sup>建立了岩石地球化学密度-面积(即浓度面积-模型,C-A)分形模型:

$$A(C > v) \propto v^{-\beta}$$

其中, $A(C > v)$ 表示元素含量大于某一阈值 $v$ 的区域面积, $\beta$ 为分形维数。随着含量值得提高,面积相应减小, $A$ 随 $v$ 变化规律取决于指数 $\beta$ 。指数 $\beta$ 定量刻画了含量在该无标度区内变化的复杂程度。在双对数坐标图上,背景和异常对应于不同的分形维数,不同线段所对应的分界值可作为区分背景和异常的临界值。C-A模型的具体计算通常是在地球化学等值线图上统计大于某含量 $v$ 的等值线圈闭的区域面积 $A(C > v)$ 。然而实际采样点的分布往往不是网格化的,可能在局部区域样点疏密不同,所以绘制等值线前需要对原始数据进行空间插值。运用距离系数加权移动平均、克里格法和泛克里格法等空间插值方法会产生不同的效果;局部异常值点可能因平滑作用使邻近网格点的估值发生严重偏离。面积校正

累积频率法 (Area-calibrated Accumulative-frequency, ACAF) 是对传统浓度-面积法 (C-A) 的一种改进<sup>[5,18]</sup>。该方法在进行面积校正后,取合适密度的网格覆盖研究区域:

$$\begin{cases} (x_{\max} - x_{\min})/n_x = (y_{\max} - y_{\min})/n_y, \\ d \cdot n_x \cdot n_y = N. \end{cases}$$

其中,  $x_{\max}$ 、 $x_{\min}$  分别为最大、最小横坐标,  $y_{\max}$ 、 $y_{\min}$  分别为最大、最小纵坐标。 $n_x$  和  $n_y$  分别为横向和纵向的网格数,  $d$  为网格密度,  $N$  为样品数。计算各个网格元素含量均值,并对含量  $C$  值进行累计频率统计,可选定一组  $C = C_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ,  $n$  为非空网格数目,  $C_{\min} \leq C_i \leq C_{\max}$ 。统计网格平均值  $C$  大于  $C_i$  的网格数  $N (C > C_i)$ ,最后在双对数坐标系绘制  $C-N (C > C_i)$  曲线。对曲线分段线性拟合,拟合直线交点对应的浓度  $C_d$  即为异常下限值。

将 C-A 思想推广到频率域, Cheng 建立了多重分形场的能谱密度-面积(S-A)分形模型<sup>[47, 48]</sup>:

$$A(S > s) \propto s^{-\beta},$$

其中,  $A(S > s)$  表示能谱密度  $S$  大于某一值  $s$  的面积,  $\beta$  为指数。随着  $s$  的提高,  $A$  相应减小,  $\beta$  的值决定了  $A$  随  $s$  变化规律。该模型可以度量时-空复杂模式的广义自相似性,还可以形成基于不同广义自相似性的分形滤波技术,进而可以将空间模式进行分解,达到对异常和背景模式的分离目的。该成果已成为标准的复杂异常分解方法,并得到广泛的应用。

### 2.3 随时间演变的模型计算方法

史凯等<sup>[38]</sup>、徐岩等<sup>[39]</sup> 在其研究中采用了多重分形谱  $f(\alpha)$  中的 3 个参数 ( $B$ 、 $\Delta\alpha$  和  $\Delta f$ )。 $\Delta\alpha$  反映了标度不变的情况下,整个分形结构上概率测度分布不均匀性的程度和过程的复杂性,刻画了数据集的波动幅度。 $\Delta\alpha$  越大,归一化指数概率测度分布越不均匀,数据波动越剧烈。 $\Delta f$  则体现了在标度不变的情况下,归一化指数处于波峰、波谷位置数目的比例。若  $\Delta f < 0$ ,表示归一化指数更多地处于波谷;若  $\Delta f > 0$ ,表示归一化指数更多地处于波峰。 $B$  由公式:  $f(\alpha) = A(\alpha - \alpha_0)^2 + B(\alpha - \alpha_0) + C$  拟合多重分形谱的  $\alpha f(\alpha)$  曲线而得到,其中,  $\alpha_0$  为函数  $f(\alpha)$  最大值处的  $\alpha$  值。 $B$  可反映曲线的不对称性程度。 $B < 0$  时,则曲线右倾,相应地相对较高的分形指数起主导作用,归一化指数较大的事件占优;  $B > 0$  时,则曲线左倾,此时相对较低的分形指数起主导作用,归一化指数较小的事件占优。据此,史凯等<sup>[38]</sup>、徐岩等<sup>[39]</sup> 分析了大气污染参数随时间演变的多重分形特征,验证了多重分形谱参数可作为评价城市空气质量演

变程度的综合定量指标。

### 2.4 污染物异常空间分布及溯源分形计算

利用浓度-面积(C-A)模型在双对数坐标图上能较清晰的反映元素含量与等值线所围面积的关系。如果元素含量的分布满足多重分形特征,则需要两条或多条直线来拟合 C-A 曲线,根据直线交点即可得出地球化学异常下限值<sup>[49]</sup>(图 2),然后利用 ArcGIS<sup>[20]</sup>、MapGIS<sup>[49]</sup> 等 GIS 软件就可以生成污染物异常的空间分布图。

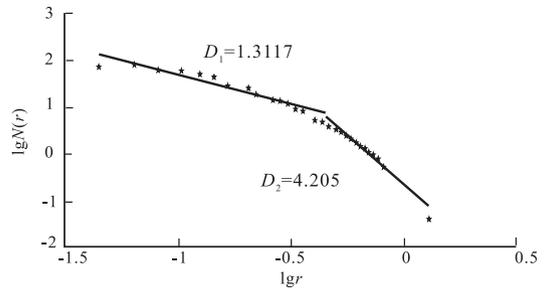


图 2 土壤中 Cd 元素含量与等值线面积关系图(据文献[49])

Fig. 2 Correlation between concentration of Cd and area surrounded by isopleths(modified from ref. [49])

在污染物溯源分析时,C-A 多重分形模型发挥了重要作用。Lima 等<sup>[16]</sup>采用 C-A 多重分形模型、S-A 多重分形空间滤波方法和多重分形插植(MIDW)技术成功提取了元素的地球化学背景和人类影响的异常信息。谢淑云等<sup>[41]</sup>、柯贤忠等<sup>[42]</sup>则分别利用深层和浅层污染物的空间分布统计信息,生成浓度-面积(C-A)分形曲线,对比分析曲线的形状,尤其是高值部分的拖尾现象,以确定污染物的来源(图 3),为污染物溯源研究提供了新的思路。

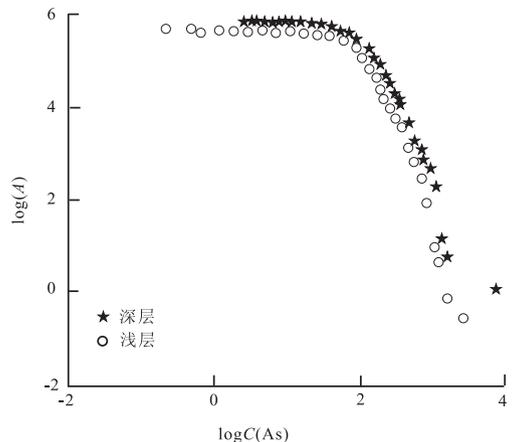


图 3 深层和浅层土壤中 As 元素的 C-A 分形曲线对比图(据文献[41])

Fig. 3 Comparative figure of C-A multifractal curves of As in topsoil and deep soil(modified from ref. [41])

### 3 总 结

自 Mandelbrot 创立分形理论以来,研究者对该理论给予了足够的重视并在很多学科得到了深入的研究和应用。多重分形经三十多年的发展,在环境科学领域取得了很大进展。本文所列举的典型研究成果表明,受分形和多重分形规律制约的现象在环境科学研究领域是客观存在的。本文总结了多重分形在提取环境地球化学异常下限值、环境污染的空间分布模式、环境污染指标随时间演变特征、污染物溯源等方面的研究,并重点介绍了多重分形谱矩方法计算方法、污染物空间分形分布的浓度-面积( $C-A$ )模型、面积校正累积频率( $ACAF$ )模型算法和污染指标随时间演变的多重分形分析方法。已经取得的研究成果表明,多重分形已经成为环境科学研究中一种重要理论,非常值得进一步研究和应用。

**致 谢:**本文得到山东省高等学校青年骨干教师国内访问学者项目经费资助,在此致谢。

#### 参考文献 (References):

- [1] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature[M]. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1982.
- [2] Mandelbrot B B. Fractals: Form, chance and dimension[M]. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1977.
- [3] 林鸿溢,李映雪. 分形论—奇异性探索[M]. 北京:北京理工大学出版社,1992.
- [4] 谢淑云,鲍征宇. 多重分形与地球化学元素的分布规律[J]. 地质地球化学,2003,31(3):97—102.
- [5] 谢淑云,鲍征宇. 地球化学场的连续多重分形模式[J]. 地球化学,2002,31(2):191—200.
- [6] 成秋明. 成矿过程奇异性与矿床多重分形分布[J]. 矿物岩石地球化学通报,2008,27(3):298—305.
- [7] 成秋明. 多重分形与地质统计学方法用于勘查地球化学异常空间结构和奇异性分析[J]. 地球科学,2001,26(2):161—166.
- [8] 谢淑云,鲍征宇,王秋潇,董志成,黄康俊,柯贤忠. 重金属元素的时空分布与矿山采矿历史的地球化学非线性响应[J]. 地质通报,2007,26(12):1569—1573.
- [9] 谢和平,王金安. 岩石节理(断裂)表面的多重分形性质[J]. 力学学报,1998,30(3):58—64.
- [10] 成秋明,张生元,左仁广,陈志军,谢淑云,夏庆霖,徐德义,姚凌青. 多重分形滤波方法和地球化学信息提取技术与进展[J]. 地学前缘,2009(2):185—198.
- [11] 许福乐,王恩元,宋大钊,宋晓艳,魏明尧. 煤岩破坏声发射强度长程相关性和多重分形分布研究[J]. 岩土力学,2011,32(7):2111—2116.
- [12] Salvadori G, Ratti S P, Belli G, Lovejoy S, Schertzer D. Multifractal objective analysis of Seveso ground pollution[J]. Toxicological and Environmental Chemistry, 1994,43(1-2): 63—76.
- [13] Salvadori G, Ratti S P, Belli G. Modelling the chernobyl radioactive fallout-II: A multi-fractal approach in some European countries[J]. Chemosphere, 1996, 33(12): 2359.
- [14] Salvadori G, Ratti S P, Belli G. Modelling the chernobyl radioactive fallout-I: A fractal approach in Northern Italy[J]. Chemosphere, 1996, 33(12): 2347.
- [15] Salvadori G, Ratti S P, Belli G. Fractal and multifractal approach to environmental pollution[J]. Environ. Sci. Pollut. R., 1997, 4(2): 91—98.
- [16] Lima A, De Vivo B, Cicchella D, Cortini M, Albanese S. Multifractal IDW interpolation and fractal filtering method in environmental studies: An application on regional stream sediments of (Italy), Campania region[J]. Applied Geochemistry, 2003, 18 (12):1853—1865.
- [17] Albanese S, De Vivo B, Lima A, Cicchella D. Geochemical background and baseline values of toxic elements in stream sediments of Campania region (Italy)[J]. Journal of Geochemical Exploration, 2007,93(1):21—34.
- [18] 袁峰,白晓宇,周涛发,李湘凌,张鑫,陈兴仁,陈永宁,陈富荣,贾十军. 元素空间分布插值方法的对比研究:以铜陵地区土壤中的重金属元素为例[J]. 地学前缘. 2008(5): 103—109.
- [19] 张焱,成秋明,周永章,谢淑云,刘小龙,徐德义. 分形插值在地球化学数据中的应用[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2011, 50(1):133—137.
- [20] 白晓宇,袁峰,周涛发,李湘凌,张鑫,范裕,陈兴仁,陈永宁,陈富荣. 多重分形方法识别铜陵矿区土壤中 Cd 的地球化学异常[J]. 矿物岩石地球化学通报,2008,27(3): 306—310.
- [21] 袁峰,白晓宇,张颖慧,周涛发,张鑫,陈兴仁,陈永宁,陈富荣,贾十军. 典型矿集区土壤中重金属元素的多维分形空间分布特征研究——以铜陵矿集区土壤中 Cd 为例[J]. 土壤通报, 2009, (1): 167—170.
- [22] 袁峰,李晓晖,白晓宇,李修钰,张晨烨,周涛发. 基于深层土壤数据的多维分形成矿异常识别研究——以铜陵矿集区 Cu 元素为例[J]. 地学前缘,2009(4): 335—343.
- [23] 袁峰,张颖慧,周涛发,李湘凌,张鑫,陈兴仁,陈永宁,陈富荣,贾十军. 基于分形方法的合肥大兴地区土壤中污染元素 Hg 异常下限[J]. 生态环境,2008(6): 2259—2263.
- [24] 李湘凌,白晓宇,袁峰,周涛发,陈兴仁,陈永宁,陈富荣,贾十军. 基于多维分形的铜陵地区土壤中 Pb 元素空间分布[J]. 农业工程学报. 2008,24(11): 193—196.
- [25] 李湘凌,张颖慧,李晓晖,袁峰,周涛发,张鑫,范裕. 分形方法确定土壤中重金属异常下限——以合肥大兴地区 Cu 元素为例[J]. 土壤通报,2009,40(2): 378—381.
- [26] 李晓晖,袁峰,贾蔡,张明明,周涛发. 基于多维分形模型与指示克里格方法的地球化学异常识别研究[J]. 地理与地理信息科学,2011,27(6): 23—27.
- [27] 陶春军,周涛发,邢怀学,陈兴仁,陈永宁,贾十军,袁峰,李湘凌. 合肥市大兴地区土壤中镉元素的空间分布的多维分形特征研究[J]. 安徽地质,2008,18(2): 138—140.

- [28] 王雄军, 赖健清, 孔华, 张建东, 李德胜, 周继华, 王建武. 太原盆地及太原市重金属元素地球化学分布特征分析[J]. 地球与环境, 2008, 36(1): 72—80.
- [29] 王雄军, 赖健清, 孔华, 张建东, 李德胜, 周继华, 王建武. 太原盆地重金属元素地球化学分布特征[J]. 地质找矿论丛, 2008, 23(3): 249—253.
- [30] 牛志广, 陆仁强, 何晓云. 基于多重分形理论的近海污染物空间分布特性研究[J]. 海洋环境科学, 2010, 29(1): 99—103.
- [31] Klement S, Nittman J, Kratky K W, Acito W P. Multifractal analysis of airborne microcontamination particles [J]. Aerosol Science and Technology, 1994, 20(1): 100—110.
- [32] Lee C K. Multifractal characteristics in air pollutant concentration time series[J]. Water, Air, and Soil Pollution, 2002, 135 (1-4): 389—409.
- [33] Lee C K, Ho D S, Yu C C, Wang C C. Fractal analysis of temporal variation of air pollutant concentration by box counting[J]. Environmental Modelling and Software, 2003, 18(3): 243—251.
- [34] Shi K, Liu C Q, Ai N S. Monofractal and multifractal approaches in investigating temporal variation of air pollution indexes[J]. Fractals, 2009, 17(4): 513—521.
- [35] Shi K, Liu C Q, Su Y. The temporal variation of PM10 pollution indexes: Fractal and multifractal aspects; 2010 4th international conference on bioinformatics and biomedical engineering, ICBBE 2010[C]. Chengdu, China, 2010.
- [36] Jiménez-Hornero F J, Gutiérrez de Ravé E, Ariza Villarverde A B, Giraldez J V. Description of the seasonal pattern in ozone concentration time series by using the strange attractor multifractal formalism [J]. Environmental Monitoring and Assessment, 2010, 160(1-4): 229—236.
- [37] Jiménez-Hornero F J, Jiménez-Hornero J E, Gutiérrez de Ravé E, Pavón-Dominguez P. Exploring the relationship between nitrogen dioxide and ground-level ozone by applying the joint multifractal analysis[J]. Environmental Monitoring and Assessment, 2010, 167(1-4): 675—684.
- [38] 史凯, 刘春琼, 艾南山. 上海市空气质量变化的多重分形分析[J]. 环境污染与防治, 2008, 30(9): 60—64.
- [39] 徐岩, 刘付程, 朱佳媚. 连云港市大气污染物浓度变化的多重分形分析[J]. 淮海工学院学报(自然科学版), 2011, 20(1): 41—45.
- [40] 刘付程, 刘吉堂, 郭衍游. 连云港海域表层海水温度、盐度变化的多重分形分析[J]. 海洋湖沼通报, 2011, (3): 157—162.
- [41] 谢淑云, 鲍征宇, 秦兵, 李兵, 杨振鸿. 成都盆地浅层土壤中元素来源研究[J]. 土壤通报, 2007, 38(5): 896—900.
- [42] 柯贤忠, 程绪江, 谢淑云, 贺跃, 刘小龙. 基于多重分形的表层土壤中重金属元素来源分析——以海南省琼海市为例[J]. 地质科技情报, 2010, 29(1): 97—102.
- [43] Cheng Q U. The gliding box method for multifractal modeling[J]. Computers & Geosciences, 1999, 25: 1073—1079.
- [44] Grau J, Méndez V, Tarquis A M, Díaz M C, Saa A. Comparison of gliding box and box-counting methods in soil image analysis[J]. Geoderma, 2006, 134 : 349—359.
- [45] 谢淑云, 鲍征宇. 矩分析法及其在粤北韶关地区金属成矿作用研究中的应用[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2003, 33(4): 443—448.
- [46] Cheng Q, Agterberg F P, Ballantyne S B. Separation of geochemical anomalies from background by fractal methods[J]. Journal of Geochemical Exploration, 1994, 51(2): 109—130.
- [47] Cheng Q. A new model for quantifying anisotropic scale in variance and decomposing of complex patterns[J]. Mathematical Geology, 2004, 36(3): 345—360.
- [48] Cheng Q, Xu Y, Grunsky E. Multifractal power spectrum area method for geochemical anomaly separation[J]. Natural Resources Research, 2000, 9(1): 43—51.
- [49] 汪伟, 张颖慧, 袁峰, 李湘凌, 周涛发. 基于分形方法确定合肥大兴地区土壤中 Cd 元素的异常下限[J]. 环境科学与管理, 2009, 34(5): 27—30.

## 更正

本刊 2012 年第 31 卷第 6 期刊发文:李献华,李武显,何斌的“华南陆块的形成与 Rodinia 超大陆聚合-裂解——观察、解释与检验”有误,现作如下更正:

1. 553 页,右栏 11 行“形成年龄分别为  $821 \pm 7$  Ma 和  $811 \pm 12$  Ma”改为“形成年龄分别为  $811 \pm 12$  Ma 和  $821 \pm 7$  Ma”;

2. 553 页,右栏 12 行“下部玄武岩来源于受到俯冲交代的岩石圈地幔”改为“上部玄武岩来源于受到俯冲交代的岩石圈地幔”。

《矿物岩石地球化学通报》编辑部

2012 年 12 月 20 日