

基于混合双端事件触发机制的协同控制策略研究

李冬妮^{1,2} 孙佳月^{1,2} 闫宇晴² 张化光^{1,2}

摘 要 针对非线性多智能体系统, 提出基于混合双端事件触发机制的模糊跟踪控制策略. 首先, 相比于现存状态触发机制, 构建一种灵活可调的阈值设计方法以满足系统实时性需求; 其次, 改进的状态触发机制将状态估计信号作为触发信号, 可有效降低现存机制的保守性并提高阈值设计的灵活性; 随后, 针对控制器-执行器环节和传感器-控制器环节, 设计混合双端事件触发机制来同时缓解双信道的通讯负担. 此外, 为解决未知不可测状态的问题, 构造一种仅基于相对输出信息的状态观测器. 最后, 在闭环系统内, 所有信号都是半全局一致最终有界稳定的, 并用一个实际的仿真例子证明了提出控制策略的可行性.

关键词 混合双端事件触发机制, 改进的状态触发机制, 多智能体系统, 规定性能方法

引用格式 李冬妮, 孙佳月, 闫宇晴, 张化光. 基于混合双端事件触发机制的协同控制策略研究. 自动化学报, 2025, 51(4): 792–803

DOI 10.16383/j.aas.c240354 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240354

Cooperative Control Strategy Research Based on Hybrid Dual-terminal Event-triggered Mechanism

LI Dong-Ni^{1,2} SUN Jia-Yue^{1,2} YAN Yu-Qing² ZHANG Hua-Guang^{1,2}

Abstract For nonlinear multiagent systems, this paper proposes the fuzzy tracking control strategy based on hybrid dual-terminal event-triggered mechanism. First of all, compared with existing state triggering mechanisms, a flexible and adjustable threshold designing method is constructed, which meets the real-time performance requirements of the system. Moreover, the improved state triggering mechanism considers the estimated state signal as the trigger signal, which effectively reduces the conservatism of existing mechanisms and enhances the flexibility of threshold design. Subsequently, the hybrid dual-terminal event-triggered mechanism is designed for controller to actuator link and sensor to controller link, which releases dual channel communication pressure, simultaneously. Besides, to solve the problem of unknown unmeasurable state, the state observer is constructed, which bases solely on relative output information. Finally, all the signals are semiglobally uniformly ultimately bounded in the closed-loop system, and a practical simulation example demonstrates the feasibility of the proposed control strategy.

Key words Hybrid dual-terminal event-triggered mechanism, improved state triggering mechanism, multiagent systems, prescribed performance method

Citation Li Dong-Ni, Sun Jia-Yue, Yan Yu-Qing, Zhang Hua-Guang. Cooperative control strategy research based on hybrid dual-terminal event-triggered mechanism. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(4): 792–803

多个独立的智能体通过信息交互以及多种方式组成多智能体系统^[1–6], 旨在解决单个智能体无法解

决的大规模复杂性任务. 多智能体系统能够完成在复杂网络下的信息传递, 已广泛应用在诸多重要的实际场景, 如航天器领域^[7]、无人驾驶飞行器^[8] 和水下车辆系统^[9] 等. 特别地, 多智能体系统的跟踪控制策略^[10–11] 一直是进一步探索的热点研究方向. 例如, 文献 [12] 研究针对多智能体系统网络化预测 PID 的控制问题来达到输出信号一致性. 文献 [13] 针对带有非线性扰动的多智能体系统, 提出基于神经网络的自适应控制策略来实现共识控制目标. 然而, 智能体之间的信息交互严格依赖网络环境, 特别是存在大量智能体时将同时占用多个网络通讯渠道, 不可避免地导致沉重的网络负担, 这一现象亟需解决.

收稿日期 2024-06-18 录用日期 2024-11-06

Manuscript received June 18, 2024; accepted November 6, 2024
中组部万人领军青年拔尖人才支持计划 (QNBK-2023-12), 国家自然科学基金 (62203097), 中央高校基本科研业务专项资金 (N2404018) 资助

Supported by National High-Level Talents Special Support Program (Youth Talent of Technological Innovation of Ten-Thousands Talents Program) (QNBK-2023-12), National Natural Science Foundation of China (62203097), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (N2404018)

本文责任编辑 王鼎

Recommended by Associate Editor WANG Ding

1. 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室 沈阳 110819
2. 东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110819

1. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819 2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819

近年来,为缓解信息传递渠道上的通讯压力,学者们提出事件触发策略^[14-18]使控制器以非周期的方式更新.文献[19]提出针对多智能体系统的事件触发分布式控制策略,包括固定阈值策略、相对阈值策略和切换阈值策略.根据这一概念,相继研究出多种新颖的事件触发机制.例如,动态事件触发机制、状态触发机制和记忆事件触发机制等.其中,状态触发机制^[20-21]引起广泛关注.特别地,文献[21]首次提出基于状态触发机制的非线性多智能体系统自适应一致性控制方案,设计的事件触发机制首先通过采样信号值与系统真实值构造出采样误差,随后转换得到带有触发信号的同步误差,并将之设计到控制输入信号中来缓解控制器-传感器渠道上的通讯压力.值得注意的是,现存文献中状态触发机制的阈值条件是动态变化的,并且会采用根据分解的方式将产生的采样误差值的平方项化为常数项的方法判断下一次采样时刻.需要进一步指出的是,该阈值条件的设计方法严格依赖于稳定性条件,从而限制阈值条件设计的灵活性.但在实际系统的真实状况中,状态信息通常不可测量,因而会导致控制方案实施的准确性.因此,提出状态观测器来实现对原系统重构,从而满足反馈控制的需要.所以,在大规模实际系统的控制运行中,首先需要解决在未知状态不可测情况下系统通讯渠道负担重的问题,并且在信息传递过程中多个通讯链路上的资源节约问题同样值得注意.例如,控制器-执行器环节、传感器-控制器环节、智能体与智能体之间的通讯渠道等.因此,如果实现同时在多个通讯渠道上节约通讯资源势必会大幅度降低整体控制系统通讯带宽占用率.

值得关注的是,一些非线性因素^[22-28]可能会导致系统性能下降或系统抖震现象发生.模糊逻辑系统或神经网络是处理非线性项的常用近似工具.然而在大多数情况下,模糊逻辑系统或神经网络的逼近能力是有限的,并且其逼近效果取决于模糊规则或神经网络节点的数量.因此,系统中非线性因素的存在会导致系统不稳定.为解决上述情况并保证系统的实时性能,文献[29]提出规定性能控制方法,通过将跟踪误差约束在预定的范围内实现对系统瞬态性能和稳态性能的保证.文献[30]针对非线性多智能体系统,设计新颖的规定性能转换函数.文献[31]利用误差转换方法和规定性能控制策略设计分布式自适应控制器来保证控制目标的有效实现.因此可以看出,规定性能控制方法在确保系统性能方面十分有效,并且当发现性能指标无法满足时,该机制可以及时采取相应的容错措施以提高系

统的可靠性和安全性.

因此,考虑到非线性多智能体系统中通讯资源负担重以及现存状态事件触发机制的阈值设计条件具有一定局限性的双重问题,本文展开基于混合双端事件触发机制的协同控制策略研究,旨在提升现存状态事件触发机制阈值设计的灵活性且改善多通讯渠道的通讯压力状况,进一步拓展多智能体系统一致性控制策略的多样性.

本文主要贡献如下:

1) 与现存结果[21]相比,所提出的状态触发机制的阈值条件可以在不使用杨氏不等式的情况下直接设计,从而减少现有控制方案的缩放次数和保守性.并且首次使用估计状态进行采样,扩展了状态触发机制的应用范围.基于新的状态触发机制与控制器触发机制,构造新的双端分布式触发框架,在较少的参数设计限制下,具有更小的通讯压力.

2) 基于规定性能技术特性提出的自适应控制方案既减少系统不稳定情况发生的概率,又保证多智能体一致性任务的精确度.此外,所设计的分布式观测器仅依赖于相对输出信息进行反馈调节来解决状态不可测问题,具有良好的可扩展性和灵活性.

本文的组织结构安排如下.第1节给出本文工作所需的预备知识;第2节介绍模糊状态观测器的设计过程;为获得预期的控制目标,第3节提出自适应分布式控制器的设计方法、稳定性及芝诺行为分析;第4节通过一个实际仿真例子证明了所提出策略的有效性;第5节给出本文的结论,并对未来进行展望.

1 预备知识

1.1 图论

针对非线性多智能体系统,智能体之间的信息传输关系需要清晰描述.考虑一个有向图来表明多个智能体之间的关系.首先,定义有向图为 $\bar{G} = (\mathcal{V}, \bar{\mathcal{E}}, \bar{\mathcal{A}})$, 其中, $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$ 为节点集合, $\bar{\mathcal{E}} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为边集合.定义邻接矩阵为 $\bar{\mathcal{A}} = [a_{h,\ell}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$.与此同时,节点 ℓ 到节点 h 形成的边表示为 $(\nu_h, \nu_\ell) \in \bar{\mathcal{E}}$.当节点 ℓ 可以传输信息到节点 h , 即可以得到 $a_{h,\ell} > 0$.否则, $a_{h,\ell} = 0$.此外, $\bar{\mathcal{D}}$ 表示度矩阵,其中 $\bar{\mathcal{D}} = \text{diag}\{d_1, \dots, d_N\}$ 以及 $d_h = \sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}$. $\mathcal{L}$ 表示拉普拉斯矩阵,其定义为 $\mathcal{L} = \bar{\mathcal{D}} - \bar{\mathcal{A}}$.

假设 1^[32].将有向图 $\bar{G}$ 看作一个生成树,需要保证任意一个节点到根节点都至少存在一条有效传输路径,并将领导者节点 $\mathbf{0}$ 视为生成树的根.

引理 1^[33]. 定义 $\mathcal{B} = \text{diag}\{b_h\} \in \mathbf{R}^{N \times N}$, 并且使得 $b_h > 0$. 随后, 可以得到 $\mathcal{L} + \mathcal{B}$ 是非奇异的.

1.2 问题形成

1) 智能体的动态模型. 对于 $h = 1, 2, \dots, M$ 和 $g = 1, 2, \dots, n-1$, 定义第 h 个智能体的动态模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_{h,g} = x_{h,g+1} + \zeta_{h,g}(\bar{x}_{h,g}) \\ \dot{x}_{h,n} = u_h + \zeta_{h,n}(\bar{x}_{h,n}) \\ y_h = x_{h,1} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\bar{x}_{h,g} = [x_{h,1}, x_{h,2}, \dots, x_{h,g}]^T \in \mathbf{R}^g$ 和 $\bar{x}_{h,n} = [x_{h,1}, x_{h,2}, \dots, x_{h,n}]^T \in \mathbf{R}^n$ 代表状态向量. u_h 和 y_h 分别代表控制输入信号和输出信号. $\zeta_{h,g}(\bar{x}_{h,g})$ 和 $\zeta_{h,n}(\bar{x}_{h,n})$ 表示未知的光滑非线性函数.

2) 控制目标. 针对非线性多智能体系统, 设计一个带有规定性能机制的自适应混合双端事件触发跟踪控制策略来保证如下的两个控制目标:

- a) 保证闭环内所有信号都是半全局一致最终有界的;
- b) 使跟随者的输出轨迹和领导者的输出轨迹保持一致.

引理 2^[33]. 定义 $\bar{s}_{\cdot 1} = (s_{1,1}, s_{2,1}, \dots, s_{N,1})^T$, $\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$ 和 $\bar{y}_r = (y_r, y_r, \dots, y_r)^T$. 三者满足如下关系:

$$\|\bar{y} - \bar{y}_r\| \leq \frac{\|\bar{s}_{\cdot 1}\|}{\bar{\sigma}(\mathcal{L} + \mathcal{B})} \quad (2)$$

其中, $\bar{\sigma}(\mathcal{L} + \mathcal{B})$ 为矩阵 $\mathcal{L} + \mathcal{B}$ 的最小奇异值.

1.3 模糊逻辑系统

使用模糊逻辑系统理论近似严格反馈多智能体系统中存在的未知非线性函数. 考虑如下模糊逻辑系统:

$$\tilde{y}(x) = \frac{\sum_{b=1}^r \tilde{y}_b \prod_{h=1}^{\tilde{n}} \bar{\mu}_{F_h^b}(x_h)}{\sum_{b=1}^r [\prod_{h=1}^{\tilde{n}} \bar{\mu}_{F_h^b}(x_h)]} \quad (3)$$

其中, $\tilde{y}_b = \max_{y \in \mathbf{R}} \bar{\mu}_{G^b}(\tilde{y})$, $\bar{\mu}$ 表示模糊隶属度函数.

定义模糊基函数为

$$\psi_h(x) = \frac{\prod_{h=1}^{\tilde{n}} \bar{\mu}_{F_h^b}(x_h)}{\sum_{b=1}^r [\prod_{h=1}^{\tilde{n}} \bar{\mu}_{F_h^b}(x_h)]} \quad (4)$$

并且, 定义向量 $\eta^T = [\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n] = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n]$ 和 $\psi(x) = [\psi_1(x), \dots, \psi_n(x)]^T$. 随后, 进一步表示模糊逻辑系统为 $\tilde{y}(x) = \eta^T \psi(x)$.

引理 3^[33]. 对于 $\varepsilon > 0$, 表示模糊逻辑系统为

$$\sup_{x \in \varpi} |\zeta(x) - \eta^T \psi(x)| \leq \varepsilon \quad (5)$$

其中, $\zeta(x)$ 为定义在紧集 ϖ 上的连续函数.

1.4 规定性能函数

定义规定性能机制^[30] 为

$$-e_{h,1,\min}(t) < e_{h,1}(t) < e_{h,1,\max}(t) \quad (6)$$

接下来, 定义规定性能上下边界为

$$\begin{aligned} e_{h,1,\min}(t) &= (e_{h,1,0,\min} - e_{h,1,\infty,\min})e^{-o_h t} + e_{h,1,\infty,\min} \\ e_{h,1,\max}(t) &= (e_{h,1,0,\max} - e_{h,1,\infty,\max})e^{-o_h t} + e_{h,1,\infty,\max} \end{aligned}$$

其中, $-e_{h,1,\min}(t)$ 表示设计的规定范围下界, $e_{h,1,\max}(t)$ 表示设计的规定范围上界. o_h 是一个可设计的常数. $e_{h,1,0,\min}$, $e_{h,1,0,\max}$, $e_{h,1,\infty,\min}$ 和 $e_{h,1,\infty,\max}$ 是正的参数. 并且, 参数需要满足 $e_{h,1,0,\min} > e_{h,1,\infty,\min}$ 和 $e_{h,1,0,\max} > e_{h,1,\infty,\max}$.

假设 2^[30]. 对于智能体 h , 初始同步误差必须满足受限不等式 $-e_{h,1,\min}(0) < e_{h,1}(0) < e_{h,1,\max}(0)$.

根据所考虑的规定性能方法, 得到误差转换机制为

$$e_{h,1} = e_{h,1,\max} \mathfrak{R}_h(s_{h,1}) \quad (7)$$

其中, $s_{h,1}$ 是转换后的误差. $\mathfrak{R}_h(s_{h,1})$ 表示误差转换函数, 其是光滑且严格单调递增的, 同时满足 $\mathfrak{R}_h(s_{h,1}) \in (-\kappa_h, 1)$ 且 $\kappa_h = e_{h,1,\max}(t)/e_{h,1,\min}(t)$.

转换函数的表达式为

$$\mathfrak{R}_h(s_{h,1}) = \frac{e^{s_{h,1}} - e^{-s_{h,1}}}{e^{s_{h,1}} + \kappa_h^{-1} e^{-s_{h,1}}} \quad (8)$$

将式 (8) 代入式 (7), 可得

$$s_{h,1} = \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{e_{h,1}}{e_{h,1,\min}} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{e_{h,1}}{e_{h,1,\max}} \right) \quad (9)$$

注 1. 由于本文考虑状态触发机制, 该机制会导致系统出现阶跃现象或抖震现象. 为克服这一现象发生, 本文采用规定性能方法来约束系统的同步误差以减少系统性能下降的情况发生.

1.5 混合双端事件触发机制

针对非线性多智能体系统, 如何有效节省通讯资源是十分重要的问题, 事件触发机制可以减少通讯带宽的占用. 同时, 在设计事件触发机制时, 重要的是在设计相应的阈值条件时要考虑到通讯资源和跟踪性能之间的平衡.

在网络环境中进行信息交换时, 多个信息传输

通道会同时进行数据传输. 基于这一考虑, 本文设计混合双端事件触发机制来同时释放控制器-执行器环节和传感器-控制器环节中通讯渠道上的压力. 因此, 提出如下的混合双端事件触发机制:

$$\begin{cases} \check{x}_{h,g} = \hat{x}_{h,g}(t_{h,k}^x), t \in [t_{h,k}^x, t_{h,k+1}^x) \\ t_{h,k+1}^x = \inf\{t > t_{h,k}^x : |\hat{x}_{h,g}(t) - \check{x}_{h,g}| \geq \\ \nu_h + m_h e^{-b_h t}\} \end{cases} \quad (10)$$

随后可得

$$\begin{cases} \check{u}_h(t) = u_h(t_{h,k}^u), t \in [t_{h,k}^u, t_{h,k+1}^u) \\ t_{h,k+1}^u = \inf\{t > t_{h,k}^u : |u_h(t) - \check{u}_h(t)| \geq \\ \rho_h + \mu_h e^{-\tau_h t}\} \end{cases} \quad (11)$$

其中, $t_{h,k}^x$ 表示系统状态的触发时刻; $t_{h,k}^u$ 表示控制输入信号的触发时刻; $\nu_h, m_h, b_h, \rho_h, \mu_h$ 和 τ_h 是正的常数. 同时, 通常假设第一个触发发生在系统运行的初始时刻.

注 2. 由于本文考虑未知不可测量状态问题, 提出的状态触发机制首次使用估计状态作为采样信号并构成触发误差, 拓宽了状态触发机制的应用范围. 并且, 设计的阈值条件会随着系统运行时间的变化而变化, 从而更好地平衡了系统性能和资源节约之间的关系.

2 模糊状态观测器的设计

本节通过构造模糊状态观测器解决未知状态不可测量问题, 该观测器仅使用相对输出分布式误差信息进行反馈. 首先, 定义 $\zeta_h(x_h, u_h) = \zeta_{h,n}(\bar{x}_h, n)$ 且要求 $|\zeta_h(x_h, u_h)| \leq \bar{\zeta}_h(x_h, u_h)$. 重新构造系统模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_{h,g} = x_{h,g+1} + \zeta_{h,g}(\hat{x}_{h,g}) \\ \dot{x}_{h,n} = u_h + \zeta_h(\hat{x}_h, u_h) \\ y_h = x_{h,1} \end{cases} \quad (12)$$

基于模糊逻辑系统理论, 考虑的多智能体系统包含非线性函数 $\zeta_{h,g}(\hat{x}_{h,g})$ 和 $\zeta_h(\hat{x}_h, u_h)$, 近似这两项可得:

$$\hat{\zeta}_{h,g}(\hat{x}_{h,g}|\eta_{h,g}) = \eta_{h,g}^{*T} \psi_{h,g}(\hat{x}_{h,g}) \quad (13)$$

其中, $\hat{x}_{h,g}$ 表示 $\bar{x}_{h,g}$ 的估计值.

$\eta_{h,g}^*$ 是最优参数向量, 其可以表示为

$$\eta_{h,g}^* = \arg \min_{\eta_{h,g} \in \Omega_{h,g}} \left[\sup_{(\bar{x}_{h,g}, \hat{x}_{h,g}) \in U} |\hat{\zeta}(\hat{x}_{h,g}|\eta_{h,g}) - \zeta(\hat{x}_{h,g})| \right] \quad (14)$$

其中, U 和 $\Omega_{h,g}$ 分别为 $\hat{x}_{h,g}$ 和 $\eta_{h,g}$ 对应的紧集. $\hat{\eta}_{h,g}$ 表示 $\eta_{h,g}^*$ 的估计值. $\varepsilon_{h,g}$ 表示模糊最小化近似误差且 $\varepsilon_{h,g} = \zeta_{h,g}(\bar{x}_{h,g}) - \hat{\zeta}_{h,g}(\hat{x}_{h,g}|\eta_{h,g})$. 接下来, 构建分布式状态观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_{h,g} = \hat{x}_{h,g+1} + \hat{\eta}_{h,g}^T \psi_{h,g}(\hat{x}_{h,g}) + \\ k_{h,g}^* \left(\sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(y_h - y_\ell) - \sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(\hat{y}_h - y_\ell) \right) \\ \dot{\hat{x}}_{h,n} = u_h + \hat{\eta}_{h,n}^T \psi_{h,n}(\hat{x}_{h,n}) + \\ k_{h,n}^* \left(\sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(y_h - y_\ell) - \sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(\hat{y}_h - y_\ell) \right) \\ \hat{y}_h = \hat{x}_{h,1} \end{cases} \quad (15)$$

其中, $k_{h,g}^*$ 和 $k_{h,n}^*$ 是正的常数. 此外, 相对输出误差表示为 $\sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(y_h - y_\ell)$. 定义 $\Delta_h = \bar{x}_h, n - \hat{x}_h, n$ 和 $\hat{x}_h, n = [\hat{x}_{h,1}, \dots, \hat{x}_{h,n}]^T$. 经过上述分析, 可得

$$\dot{\Delta}_h = \Xi_h \Delta_h + \varepsilon_h + \sum_{\vartheta=1}^n A_{h,\vartheta} \bar{\eta}_{h,\vartheta}^T \psi_{h,\vartheta}(\hat{x}_h, \vartheta) \quad (16)$$

其中, $\varepsilon_h = [\varepsilon_{h,1}, \dots, \varepsilon_{h,n}]^T$, $A_{h,\vartheta} = [0 \dots 1 \dots 0]_{n \times 1}$. 为了确保 Ξ_h 是一个严格的赫尔维兹矩阵, 选择向量 K_h 且 $K_h = [k_{h,1}^*, \dots, k_{h,n}^*]^T$.

并且,

$$A_h = \begin{bmatrix} -k_{h,1}^* \sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell} \\ \vdots \\ -k_{h,n}^* \sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad H_{h,n-1}$$

对于矩阵 $Q_h = Q_h^T > 0$ 和矩阵 $Y_h = Y_h^T > 0$, 满足如下关系

$$A_h^T Y_h + Y_h A_h = -2Q_h \quad (17)$$

预选如下 Lyapunov 函数 $V_{h,0}$:

$$V_{h,0} = \frac{1}{2} \tilde{x}_h^T Y_h \tilde{x}_h \quad (18)$$

基于上述分析, 计算 $V_{h,0}$ 的导数可以为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,0} = & -\Delta_h^T Q_h \Delta_h + \Delta_h^T Y_h \varepsilon_h + \\ & \Delta_h^T Y_h \sum_{\vartheta=1}^n A_{h,\vartheta} \bar{\eta}_{h,\vartheta}^T \psi_{h,\vartheta}(\hat{x}_h, \vartheta) \end{aligned} \quad (19)$$

利用杨氏不等式, 可得

$$\Delta_h^T Y_h \varepsilon_h \leq \frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \|\varepsilon_h^*\|^2 + \frac{1}{2} \|\Delta_h\|^2 \quad (20)$$

$$e_h^T Y_h \sum_{\bar{\sigma}=1}^n A_{h, \bar{\sigma}} \tilde{\eta}_{h, \bar{\sigma}}^T \psi_h(\hat{x}_h, \bar{\sigma}) \leq \frac{n}{2} \|\Delta_h\|^2 + \frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \sum_{\bar{\sigma}=1}^n A_{h, \bar{\sigma}} \tilde{\eta}_{h, \bar{\sigma}}^T \tilde{\eta}_{h, \bar{\sigma}} \quad (21)$$

其中, $\varepsilon_h^* = [\varepsilon_{h,1}^*, \varepsilon_{h,2}^*, \dots, \varepsilon_{h,n}^*]^T$.

随后, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,0} &\leq \frac{1+n}{2} \|\Delta_h\|^2 - \Delta_h^T Q_h \Delta_h + \frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \|\varepsilon_h^*\|^2 + \\ &\frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \sum_{\bar{\sigma}=1}^n A_{h, \bar{\sigma}} \tilde{\eta}_{h, \bar{\sigma}}^T \tilde{\eta}_{h, \bar{\sigma}} \leq \frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \tilde{\eta}_{h,n}^2 + \\ &\frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \|\varepsilon_h^*\|^2 + \xi_0 \|\Delta_h\|^2 \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\xi_0 = \min \{ \tau_{\min}(Q_h) - \frac{1+n}{2} \}$ 和 $\xi_0 > 0$. $\tau_{\min}(Q_h)$ 是矩阵 Q_h 的最小特征值.

注 3. 本文设计的模糊状态观测器仅依赖于智能体的相对输出信息进行反馈, 表明仅使用部分的分布式信息就可以解决未知不可测状态问题. 此外, 设计的观测器可识别严格反馈多智能体系统中的未知非线性函数.

3 主要内容

3.1 自适应分布式控制器设计

本节给出自适应控制器的设计过程且解决非线性多智能体系统的自适应模糊跟踪控制问题. 定义局部的同步误差 $e_{h,1}$ 和 $e_{h,g}$ ($g = 2, \dots, n$) 为

$$\begin{cases} e_{h,1} = \sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell} (y_h - y_\ell) + b_h (y_h - y_r) \\ e_{h,g} = \hat{x}_{h,g} - \alpha_{hf,g-1} \end{cases} \quad (23)$$

其中, $\alpha_{hf,g-1}$ 表示滤波后的虚拟控制器.

在传统的反步法框架下, 为避免“复杂性爆炸”问题, 引入了一阶滤波器:

$$\begin{cases} \Phi_{h,g-1} \dot{\alpha}_{hf,g-1} + \alpha_{hf,g-1} = \alpha_{h,g-1} \\ \alpha_{hf,g-1}(0) = \alpha_{h,g-1}(0) \end{cases} \quad (24)$$

其中, $\alpha_{h,g-1}$ 是虚拟控制信号, $\alpha_{h,g-1}$ 通过一阶滤波器 $\Phi_{h,g-1} > 0$ 会产生一个新的信号 $\alpha_{hf,g-1}$.

随后, 表示一阶滤波器的误差为

$$\vartheta_{h,g-1} = \alpha_{hf,g-1} - \alpha_{h,g-1} \quad (25)$$

基于式 (9), 计算 $s_{h,1}$ 的导数为

$$\dot{s}_{h,1} = \rho_h \dot{e}_{h,1} - \phi_h e_{h,1} \quad (26)$$

其中,

$$\begin{aligned} \rho_h &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{e_{h,1,\min} + e_{h,1}} + \frac{1}{e_{h,1,\max} - e_{h,1}} \right) \\ \phi_h &= \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{e}_{h,1,\min}}{e_{h,1,\min}(e_{h,1,\min} + e_{h,1})} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\dot{e}_{h,1,\max}}{e_{h,1,\max}(e_{h,1,\max} - e_{h,1})} \right) \end{aligned}$$

步骤 1. 选择如下的 Lyapunov 函数:

$$V_{h,1} = \frac{1}{2} s_{h,1}^2 + \frac{1}{2} \eta_{h,1}^T \eta_{h,1} + \frac{1}{2} \vartheta_{h,1}^2 \quad (27)$$

计算 $V_{h,1}$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,1} &= s_{h,1} \dot{s}_{h,1} - \tilde{\eta}_{h,1} \dot{\hat{\eta}}_{h,1} + \vartheta_{h,1} \dot{\vartheta}_{h,1} = \\ &s_{h,1} (\rho_h \dot{e}_{h,1} - \phi_h e_{h,1}) - \tilde{\eta}_{h,1} \dot{\hat{\eta}}_{h,1} + \vartheta_{h,1} \dot{\vartheta}_{h,1} = \\ &s_{h,1} \rho_h \left(\sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell} (\dot{y}_h - \dot{y}_\ell) + b_h (\dot{y}_h - \dot{y}_r) \right) - \\ &\phi_h e_{h,1} s_{h,1} + \vartheta_{h,1} \dot{\vartheta}_{h,1} - \tilde{\eta}_{h,1} \dot{\hat{\eta}}_{h,1} \end{aligned} \quad (28)$$

根据式 (15), 进一步可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,1} &= s_{h,1} \rho_h ((b_h + d_h)(\hat{x}_{h,2} + \zeta_{h,1}) - \\ &d_h(\hat{x}_{\ell,2} + \zeta_{\ell,1}) - b_h \dot{y}_r) - \phi_h e_{h,1} s_{h,1} - \\ &\tilde{\eta}_{h,1} \dot{\hat{\eta}}_{h,1} + \vartheta_{h,1} \dot{\vartheta}_{h,1} = s_{h,1} \rho_h ((b_h + \\ &d_h)(e_{h,2} + \alpha_{h,1} + \vartheta_{h,1} + \zeta_{h,1}) - \\ &d_h(\hat{x}_{\ell,2} + \zeta_{\ell,1}) - b_h \dot{y}_r - \phi_h e_{h,1} \rho_h^{-1}) - \\ &\tilde{\eta}_{h,1} \dot{\hat{\eta}}_{h,1} + \vartheta_{h,1} \dot{\vartheta}_{h,1} \end{aligned} \quad (29)$$

其中, $e_{h,2} = \hat{x}_{h,2} - \alpha_{hf,1}$ 且 $\vartheta_{h,1} = \alpha_{hf,1} - \alpha_{h,1}$. $\sum_{j=1}^N a_{h,\ell}$ 可以由 d_h 来表示.

随后, 根据引理 3, 可得

$$\begin{aligned} \bar{F}_{h,1}(x_{h,1}, x_{\ell,1}) &= (b_h + d_h) f_{h,1} - d_h(\hat{x}_{\ell,2} + \\ &f_{\ell,1}) - \phi_h e_{h,1} \rho_h^{-1} = \eta_{h,1}^T \psi_{h,1} + \varepsilon_{h,1} \end{aligned}$$

式 (29) 可进一步表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,1} &= s_{h,1} \rho_h ((b_h + d_h)(e_{h,2} + \alpha_{h,1} + \vartheta_{h,1}) - \\ &b_h \dot{y}_r + \bar{F}_{h,1}) - \tilde{\eta}_{h,1} \dot{\hat{\eta}}_{h,1} + \vartheta_{h,1} \dot{\vartheta}_{h,1} = \\ &s_{h,1} \rho_h ((b_h + d_h)(e_{h,2} + \alpha_{h,1} + \vartheta_{h,1}) + \\ &\eta_{h,1}^T \psi_{h,1} + \varepsilon_{h,1} - b_h \dot{y}_r) - \\ &\tilde{\eta}_{h,1} \dot{\hat{\eta}}_{h,1} + \vartheta_{h,1} \dot{\vartheta}_{h,1} \end{aligned}$$

基于杨氏不等式, 可得

$$\begin{cases} (b_h + d_h)s_{h,1}e_{h,2} \leq \frac{(b_h + d_h)^2}{2}s_{h,1}^2 + \frac{1}{2}e_{h,2}^2 \\ (b_h + d_h)s_{h,1}\vartheta_{h,1} \leq \frac{(b_h + d_h)^2}{2}s_{h,1}^2 + \frac{1}{2}\vartheta_{h,1}^2 \\ s_{h,1}\varepsilon_{h,1} \leq \frac{1}{2}s_{h,1}^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_{h,1}^2 \end{cases}$$

设计虚拟控制器为

$$\alpha_{h,1} = \rho_h^{-1} \left(- (b_h + d_h)s_{h,1} - \frac{1}{2(b_h + d_h)}s_{h,1} - c_{h,1}s_{h,1} + \frac{b_h}{b_h + d_h}\dot{y}_r - \frac{1}{b_h + d_h}\hat{\eta}_{h,1}\psi_{h,1} \right) \quad (30)$$

其中, $c_{h,1}$ 是设计参数; $\hat{\eta}_{h,1}$ 是 $\eta_{h,1}$ 的估计值.

在触发时刻, 系统会更新自适应律, 并且在触发间隔区间中保持不变. 因此, 设计自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\eta}}_{h,1}^+ = -N_{h,1}\hat{\eta}_{h,1} + s_{h,1}\psi_{h,1}, & t = t_{h,k} \\ \dot{\hat{\eta}}_{h,1} = 0, & t \in [t_{h,k}, t_{h,k+1}) \end{cases} \quad (31)$$

其中, $N_{h,1}$ 是设计参数.

基于上述分析, 可知

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,1} &\leq -c_{h,1}s_{h,1}^2 - \frac{1}{2}N_{h,1}\tilde{\eta}_{h,1}^2 + \frac{1}{2}N_{h,1}\eta_{h,1}^2 + \\ &\frac{1}{2}\rho_h\vartheta_{h,1}^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_{h,1}^2\rho_h + \frac{1}{2}\rho_h e_{h,2}^2 + \vartheta_{h,1}\dot{\vartheta}_{h,1} \end{aligned}$$

随后, 可得

$$\dot{\vartheta}_{h,1} = -\frac{1}{v_{h,1}}\vartheta_{h,1} - \dot{\alpha}_{h,1} \quad (32)$$

其中, $v_{h,1}$ 是设计常数.

根据上述分析, $\dot{V}_{h,1}$ 满足如下不等式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,1} &\leq -c_{h,1}s_{h,1}^2 - \frac{1}{2}N_{h,1}\tilde{\eta}_{h,1}^2 + \frac{1}{2}N_{h,1}\eta_{h,1}^2 + \\ &\frac{1}{2}\varepsilon_{h,1}^2\rho_h + \frac{1}{2}\rho_h e_{h,2}^2 - \frac{1}{v_{h,1}}\vartheta_{h,1}^2 + \\ &\frac{1}{2}\dot{\alpha}_{h,1}^2 + \frac{1}{2}\rho_h\vartheta_{h,1}^2 \end{aligned} \quad (33)$$

步骤 g ($g = 2, \dots, n-1$). 选择如下的 Lyapunov 函数:

$$V_{h,g} = \frac{1}{2}e_{h,g}^2 + \frac{1}{2}\eta_{h,g}^\top \eta_{h,g} + \frac{1}{2}\vartheta_{h,g}^2 \quad (34)$$

计算 $V_{h,g}$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,g} &= e_{h,g}\dot{e}_{h,g} - \tilde{\eta}_{h,g}\dot{\hat{\eta}}_{h,g} + \vartheta_{h,g}\dot{\vartheta}_{h,g} = \\ &e_{h,g}(\dot{\hat{x}}_{h,g} - \dot{\alpha}_{hf,g-1}) - \\ &\tilde{\eta}_{h,g}\dot{\hat{\eta}}_{h,g} + \vartheta_{h,g}\dot{\vartheta}_{h,g} \end{aligned} \quad (35)$$

基于式 (15), 式 (35) 重新表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,g} &= e_{h,g}(\hat{x}_{h,g+1} + \eta_{h,g}\psi_{h,g} + k_{h,g}^*(d_h(y_h - y_\ell) - \\ &d_h(\hat{y}_h - y_\ell)) - \dot{\alpha}_{hf,g-1}) - \tilde{\eta}_{h,g}\dot{\hat{\eta}}_{h,g} + \vartheta_{h,g}\dot{\vartheta}_{h,g} \end{aligned}$$

其中, $\hat{x}_{h,g+1} = e_{h,g+1} + \alpha_{hf,g}$.

随后, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,g} &= e_{h,g}(e_{h,g+1} + \alpha_{hf,g} + \eta_{h,g}\psi_{h,g} + \\ &k_{h,g}^*(d_h(y_h - y_\ell) - d_h(\hat{y}_h - y_\ell)) - \dot{\alpha}_{hf,g-1}) - \\ &\tilde{\eta}_{h,g}\dot{\hat{\eta}}_{h,g} + \vartheta_{h,g}\dot{\vartheta}_{h,g} = e_{h,g}(e_{h,g+1} + \alpha_{h,g} + \\ &\vartheta_{h,g} + \eta_{h,g}\psi_{h,g} + k_{h,g}^*(d_h(y_h - y_\ell) - \\ &d_h(\hat{y}_h - y_\ell)) - \dot{\alpha}_{hf,g-1}) - \tilde{\eta}_{h,g}\dot{\hat{\eta}}_{h,g} + \vartheta_{h,g}\dot{\vartheta}_{h,g} \end{aligned}$$

基于杨氏不等式, 可知

$$e_{h,g}\vartheta_{h,g} \leq \frac{1}{2}e_{h,g}^2 + \frac{1}{2}\vartheta_{h,g}^2 \quad (36)$$

设计虚拟控制器为

$$\begin{aligned} \alpha_{h,g} &= -k_{h,g}^*(d_h(y_h - y_\ell) - d_h(\hat{y}_h - y_\ell)) - \\ &\hat{\eta}_{h,g}\psi_{h,g} - \left(\frac{1}{2} + c_{h,g}\right)e_{h,g} + \dot{\alpha}_{hf,g-1} \end{aligned} \quad (37)$$

其中, $c_{h,g}$ 是设计常数.

设计自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\eta}}_{h,g}^+ = -N_{h,g}\hat{\eta}_{h,g} + e_{h,g}\psi_{h,g}, & t = t_{h,k} \\ \dot{\hat{\eta}}_{h,g} = 0, & t \in [t_{h,k}, t_{h,k+1}) \end{cases} \quad (38)$$

并且, 可知

$$\dot{\vartheta}_{h,g} = -\frac{1}{v_{h,g}}\vartheta_{h,g} - \dot{\alpha}_{h,g} \quad (39)$$

其中, $v_{h,g}$ 是一个设计常数.

接下来, $\dot{V}_{h,g}$ 满足如下不等式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{h,g} &\leq -c_{h,g}e_{h,g}^2 - \frac{1}{2}N_{h,g}\tilde{\eta}_{h,g}^2 + \frac{1}{2}N_{h,g}\eta_{h,g}^2 + \\ &\frac{1}{2}\vartheta_{h,g}^2 - \frac{1}{v_{h,g}}\vartheta_{h,g}^2 + \frac{1}{2}\dot{\alpha}_{h,g}^2 \end{aligned} \quad (40)$$

步骤 n . 当应用一阶滤波器, 可得

$$\begin{cases} \Phi_{h,n-1}\dot{\alpha}_{hf,n-1} + \alpha_{hf,n-1} = \alpha_{h,n-1} \\ \alpha_{hf,n-1}(0) = \alpha_{h,n-1}(0) \end{cases} \quad (41)$$

其中, $\alpha_{h,n-1}$ 是虚拟控制信号, $\alpha_{h,n-1}$ 通过一阶滤波器 $\Phi_{h,n-1} > 0$ 会产生一个新的信号 $\alpha_{hf,n-1}$.

挑选如下的 Lyapunov 函数:

$$V_{h,n} = \frac{1}{2}e_{h,n}^2 + \frac{1}{2}\eta_{h,n}^\top \eta_{h,n} \quad (42)$$

计算 $V_{h,n}$ 的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}_{h,n} &= e_{h,n} \dot{e}_{h,n} - \tilde{\eta}_{h,n} \dot{\hat{\eta}}_{h,n} = \\ &e_{h,n} (\dot{\hat{x}}_{h,n} - \dot{\alpha}_{hf,n-1}) - \tilde{\eta}_{h,n} \dot{\hat{\eta}}_{h,n}\end{aligned}$$

随后, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{h,n} &= e_{h,n} \left(u_h + \eta_{h,n} \psi_{h,n}(\hat{x}_{h,n}) + \right. \\ &k_{h,n}^* \left(\sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(y_h - y_\ell) - \sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(\hat{y}_h - \right. \\ &\left. y_\ell) \right) - \dot{\alpha}_{hf,n-1} \left. \right) - \tilde{\eta}_{h,n} \dot{\hat{\eta}}_{h,n} = \\ &e_{h,n} \left(\ddot{u}_h + (u_h - \ddot{u}_h) + \eta_{h,n}^T \psi_{h,n}(\hat{x}_{h,n}) + \right. \\ &k_{h,n}^* \left(\sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(y_h - y_\ell) - \sum_{j=1}^N a_{h,\ell}(\hat{y}_h - \right. \\ &\left. y_\ell) \right) - \dot{\alpha}_{hf,n-1} \left. \right) - \tilde{\eta}_{h,n} \dot{\hat{\eta}}_{h,n}\end{aligned}$$

设计自适应事件触发控制器 $\ddot{u}_h$ 为

$$\begin{aligned}\ddot{u}_h &= -c_{h,n} \ddot{e}_{h,n} - \hat{\eta}_{h,n} \psi_{h,n} + \\ &\frac{\ddot{\alpha}_{h,n-1} - \ddot{\alpha}_{hf,n-1}}{\Phi_{h,n-1}} - k_{h,n}^* \left(\sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(y_h - y_\ell) - \right. \\ &\left. \sum_{\ell=1}^N a_{h,\ell}(\hat{y}_h - y_\ell) \right)\end{aligned}\quad (43)$$

其中,

$$\begin{aligned}\ddot{e}_{h,n}(t) &= \ddot{x}_{h,n}(t) - \ddot{\alpha}_{hf,n-1}(t) \\ \ddot{\alpha}_{hf,n-1}(t) &= \alpha_{hf,n-1}(t_{h,k}^{\alpha_f}), \quad t \in [t_{h,k}^{\alpha_f}, t_{h,k+1}^{\alpha_f}) \\ t_{h,k+1}^{\alpha_f} &= \inf \left\{ t > t_{h,k}^{\alpha_f} : |\dot{\alpha}_{hf,n-1}(t) - \right. \\ &\left. \dot{\alpha}_{hf,n-1}(t)| \geq \Theta_{h,\alpha_f} \right\}\end{aligned}\quad (44)$$

$\ddot{\alpha}_{h,n-1}$ 是 $\alpha_{h,n-1}$ 触发后的信号. $\ddot{\alpha}_{hf,n-1}$ 是 $\alpha_{hf,n-1}$ 触发后的信号. 在本文考虑的状态触发机制中, $\alpha_{hf,n-1}$ 和 $\alpha_{h,n-1}$ 均依赖于系统的状态值.

选择自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\eta}}_{h,n}^+ = -N_{h,n} \hat{\eta}_{h,n} + e_{h,n} \psi_{h,n}, & t = t_{h,k} \\ \dot{\hat{\eta}}_{h,n} = 0, & t \in [t_{h,k}, t_{h,k+1}) \end{cases}\quad (45)$$

其中, $N_{h,n}$ 是设计参数.

随后, 可知

$$\begin{aligned}\dot{V}_{h,n} &= e_{h,n} ((u_h - \ddot{u}_h) + c_{h,n}(e_{h,n} - \ddot{e}_{h,n}) + \\ &\tilde{\eta}_{h,n} \psi_{h,n} + \frac{\ddot{\alpha}_{h,n-1} - \ddot{\alpha}_{hf,n-1}}{\Pi_{h,n-1}} - \\ &\frac{\alpha_{h,n-1} - \alpha_{hf,n-1}}{\Pi_{h,n-1}} - \\ &c_{h,n} e_{h,n}) - \tilde{\eta}_{h,n} \dot{\hat{\eta}}_{h,n}\end{aligned}$$

引理 4^[34]. 触发误差的上界可以表示为

$$\begin{aligned}|e_{h,n} - \ddot{e}_{h,n}| &\leq \bar{\Theta}_h \\ \left| \frac{\ddot{\alpha}_{h,n-1} - \ddot{\alpha}_{hf,n-1}}{\Phi_{h,n-1}} - \frac{\alpha_{h,n-1} - \alpha_{hf,n-1}}{\Phi_{h,n-1}} \right| &\leq \\ \frac{\Theta_{h,\alpha_f} + \Theta_{hf,n-1}}{\Phi_{h,n-1}}\end{aligned}$$

接下来, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{h,n} &\leq -c_{h,n} e_{h,n}^2 - \frac{1}{2} N_{h,n} \tilde{\eta}_{h,n}^2 + \\ &\frac{1}{2} N_{h,n} \eta_{h,n}^2 + \varsigma_{h,n}\end{aligned}\quad (46)$$

其中, $\varsigma_{h,n} = \bar{\Theta}_h^2 + \frac{(\Theta_{h,\alpha_f} + \Theta_{hf,n-1})^2}{\Phi_{h,n-1}^2} + \nu_h^2 + \rho_h^2$.

注 4. 针对控制器-执行器环节和传感器-控制器环节, 本文设计混合双端事件触发机制, 可同时缓解双信道的通讯负担. 首先, 考虑在传感器-控制器环节上设置事件触发机制. 因为每次传输闭环系统的信息时, 输入信号都是根据输出反馈结果设置的, 所以输出信号的有效更新和更新次数是需要考虑的重要环节. 另外, 考虑控制器-执行器环节的资源节约. 通过在输入信号中设置触发项并进一步设置事件采样所需的条件, 实现节省通讯资源的目的. 在多智能体系统或分布式系统中, 通讯资源通常是有限的. 双端事件触发机制需要在有限的通讯条件下, 确保信息的及时传输和系统的协调运行. 因此, 可以通过调整参数 ν_h , m_h , b_h , ρ_h , μ_h , τ_h 和 Θ_{h,α_f} 实现对系统实时性能和通讯带宽占用率的有效平衡.

3.2 稳定性分析

定理 1. 在假设 1 和假设 2 下, 针对非线性多智能体系统 (1), 考虑混合双端事件触发机制 (10), (11), (44) 和模糊状态观测器 (15), 设计自适应律 (31), (38) 和 (45), 虚拟控制器 (30), (37) 和分布式控制器 (43) 可以使得闭环系统内的所有信号是半全局一致最终有界的.

此外, $\forall \chi > 0$, 设计的参数满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y - y_r\| \leq \chi \quad (47)$$

证明. 为证明整体闭环系统的稳定性, 选择总 Lyapunov 函数为

$$V_h = \sum_{m=1}^n V_{h,m} + V_{h,0} \quad (48)$$

根据式 (22), (33), (40) 和 (46), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_h \leq & \xi_0 \|\Delta_h\|^2 + \frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \tilde{\eta}_{h,n}^T \tilde{\eta}_{h,n} + \frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \|\varepsilon_h^*\|^2 + \\ & \frac{1}{2} \|Y_h\|^2 \sum_{m=1}^n A_{h,m} \tilde{\eta}_{h,m}^T \tilde{\eta}_{h,m} + \frac{1}{2} \varepsilon_{h,1}^2 \rho_h - \\ & \sum_{m=1}^n \frac{1}{2} N_{h,m} \tilde{\eta}_{h,m}^2 + \sum_{m=1}^n \frac{1}{2} N_{h,m} \eta_{h,m}^2 + \\ & \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{2} \dot{\alpha}_{h,m}^2 - \sum_{m=2}^{n-1} \left(\frac{1}{v_{h,1}} - \frac{1}{2} \right) \vartheta_{h,m}^2 - \\ & c_{h,1} s_{h,1}^2 - \sum_{m=2}^{n-1} c_{h,m} e_{h,m}^2 - c_{h,n} e_{h,n}^2 + \varsigma_{h,n} - \\ & \left(\frac{1}{v_{h,1}} - \frac{1}{2} \rho_h \right) \vartheta_{h,1}^2 \leq -\partial_h V_h + \omega_h \end{aligned} \quad (49)$$

其中,

$$\begin{aligned} \partial_h = & \min \left\{ \bar{c}_{h,1}, \bar{c}_{h,m}, c_{h,n}, \frac{N_{h,m}}{2}, \right. \\ & \left. \left(\frac{1}{v_{h,1}} - \frac{1}{2} \right), \left(\frac{1}{v_{h,1}} - \frac{\rho_h}{2} \right) \right\} \\ \omega_h = & \sum_{m=1}^n \frac{1}{2} N_{h,m} \eta_{h,m}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_{h,1}^2 \rho_h + \\ & \varsigma_{h,n} + \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{2} \dot{\alpha}_{h,m}^2 \end{aligned}$$

在不等式 (49) 两边同时乘以 $e^{\partial_h t}$, 并在定义域 $[0, t]$ 上同时积分, 可得

$$0 \leq V(t) \leq e^{-\partial_h t} V(0) + \frac{\omega_h}{\partial_h} (1 - e^{-\partial_h t}) \quad (50)$$

根据 V 的定义和式 (50), 可知

$$\|s_{\cdot,1}\|^2 \leq 2e^{-\partial_h t} V_0 + \frac{\omega_h}{\partial_h} (1 - e^{-\partial_h t}) \quad (51)$$

$\forall \chi > 0$, 基于 ∂_h 和 ω_h 的定义, 选择合适的参数, 可得如下关系式

$$\frac{\omega_h}{\partial_h} \leq \frac{\chi^2}{2} (\sigma(\mathcal{L} + \mathcal{B}))^2 \quad (52)$$

并且, 根据引理 2, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 不等式 (47) 成立. $\square$

3.3 芝诺行为分析

本节需要证明提出的事件触发机制的间隔时间是有下界的, 即同时排除芝诺行为发生的可能性. 对于 $\varkappa = 1, \dots, n$, 定义

$$\begin{cases} \sigma_{h,\varkappa}(t) = \hat{x}_{h,\varkappa}(t) - \check{x}_{h,\varkappa}(t), & t \in [t_{h,k}^x, t_{h,k+1}^x) \\ \sigma_{h,u}(t) = u_h(t) - \check{u}_h(t), & t \in [t_{h,k}^u, t_{h,k+1}^u) \\ \sigma_{hf,\varkappa-1}(t) = \dot{\alpha}_{hf,\varkappa-1}(t) - \check{\alpha}_{hf,\varkappa-1}(t), & t \in [t_{h,k}^{\alpha_f}, t_{h,k+1}^{\alpha_f}) \end{cases}$$

计算以上变量的导数值为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} |\sigma_{h,\varkappa}| &= \frac{d}{dt} (\sigma_{h,\varkappa} \times \sigma_{h,\varkappa})^{\frac{1}{2}} = \\ & \text{sign}(\hat{x}_{h,n} - \check{x}_{h,n}) \dot{\hat{x}}_{h,n} \leq |\dot{\hat{x}}_{h,n}| \\ \frac{d}{dt} |\sigma_{h,u}| &= \frac{d}{dt} (\sigma_{h,u} \times \sigma_{h,u})^{\frac{1}{2}} = \\ & \text{sign}(u_h - \check{u}_h) \dot{u}_h \leq |\dot{u}_h| \\ \frac{d}{dt} |\sigma_{hf,\varkappa-1}| &= \frac{d}{dt} (\sigma_{hf,\varkappa-1} \times \sigma_{hf,\varkappa-1})^{\frac{1}{2}} = \\ & \text{sign}(\dot{\alpha}_{hf,g-1} - \check{\alpha}_{hf,g-1}) \ddot{\alpha}_{hf,g-1} \leq \\ & |\ddot{\alpha}_{hf,g-1}| \end{aligned}$$

其中, $\dot{u}_h$ 和 $\ddot{\alpha}_{hf,g-1}$ 与 $\hat{x}_{h,g}$, $e_{h,g}$, $\tilde{\eta}_{h,g}$ 和 $\dot{\alpha}_{h,g}$ 信号有关.

以上变量满足如下的关系式: $|\dot{\hat{x}}_{h,m}| \leq F_h$, $|\dot{u}_h| \leq F_{\check{u}_h}$ 和 $|\ddot{\alpha}_{hf,\alpha_f}| \leq F_{h,\alpha_f}$. 值得注意的是, 在 $t_{h,k}^x$, $t_{h,k}^u$ 和 $t_{h,k}^{\alpha_f}$ 时刻, 三个变量满足 $\sigma_{h,\varkappa}(t_{h,k}^x) = 0$, $\sigma_{h,\varkappa}(t_{h,k}^u) = 0$ 和 $\sigma_{hf,\varkappa-1}(t_{h,k}^{\alpha_f}) = 0$.

随后, 可得

$$\lim_{t \rightarrow t_{h,k}^x} \sigma_{h,\varkappa}(t) = \nu_h + m_h e^{-b_h t_{h,k}^x}$$

$$\lim_{t \rightarrow t_{h,k}^u} \sigma_{h,\varkappa}(t) = \rho_h + \mu_h e^{-\tau_h t_{h,k}^u}$$

$$\lim_{t \rightarrow t_{h,k}^{\alpha_f}} \sigma_{h,\varkappa}(t) = \Theta_{h,\alpha_f}$$

因此, 得到本文提出的事件触发机制间隔的最小界限值为

$$t_{h,k+1}^x - t_{h,k}^x \geq \frac{\nu_h + m_h e^{-b_h t_{h,k}^x}}{F_h} \quad (53)$$

$$t_{h,k+1}^u - t_{h,k}^u \geq \frac{\rho_h + \mu_h e^{-\tau_h t_{h,k}^u}}{F_{\check{u}_h}} \quad (54)$$

$$t_{h,k+1}^{\alpha_f} - t_{h,k}^{\alpha_f} \geq \frac{\Theta_{h,\alpha_f}}{F_{h,\alpha_f}} \quad (55)$$

通过以上分析可以得出, 本文提出的事件触发机制不会发生芝诺行为.

4 仿真结果

一些仿真结果验证了本文控制方案的有效性.

图 1 是本文所考虑的通讯拓扑结构, 其表明 4 个跟随者与 1 个领导者之间的信息传输关系. 基于图 1, 邻接矩阵 $\bar{\mathcal{A}}$ 和拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 表示如下:

$$\bar{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

对于 $h = 1, 2, 3, 4$, 挑选一组强阻尼系统, 其动态模型为

$$\Lambda_h = \frac{\pi_h}{M_h L_h^2} \Lambda_h - \frac{v_h \bar{g}}{L_h} \sin(\Lambda_h) + u_h \quad (56)$$

其中, L_h 是摆长, Λ_h 是从垂直向下的位置逆时针测量的杆的角度, u_h 表示传动转矩, $\bar{g}$ 为重力加速度, v_h 定义为恢复转矩系数, π_h 为阻尼系数, M_h 为钟摆的质量.

针对 $h=1, 2, 3, 4$, 设 $x_{h,1} = \Lambda_h$ 和 $x_{h,2} = \dot{\Lambda}_h$, 其动力学方程可转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_{h,1} = x_{h,2} \\ \dot{x}_{h,2} = u_h - \frac{\pi_h}{M_h L_h^2} x_{h,2} - \frac{v_h \bar{g}}{L_h} \sin(x_{h,1}) \\ y_h = x_{h,1} \end{cases}$$

强阻尼系统的初始值矩阵选择为 $x_h(0) = [0.1, 0.1]^T$. 自适应参数的初始值为 $\hat{\eta}_{h,1}(0) = 0.1$ 和 $\hat{\eta}_{h,2}(0) = 0.1$. 挑选参数值分别为 $e_{h,1,0,\min} = 0.5$, $e_{h,1,\infty,\max} = 0.5$, $e_{h,1,\infty,\min} = 0.3$, $e_{h,1,0,\max} = 0.5$, $o_h = -1$, $c_{h,1} = c_{h,2} = 50$, $\phi_{h,2} = 2$, $N_{h,1} = N_{h,2} = 0.1$, $\nu_h = 0.1$, $m_h = 0.1$, $b_h = 0.1$, $\rho_h = 10$, $\mu_h = 2$, $\tau_h = 2$, $M_h = 1$, $L_h = 1$, $\bar{g} = 9.8$, $v_h = \frac{1}{9.8}$ 和 $\pi_h = -0.25$.

图 2 表明 4 个跟随者的输出轨迹与既定的领导者轨迹是一致的, 设计的控制算法可使强阻尼系统的输出稳定于给定的参考信号. 基于此, 可以看出考虑的控制目标得到实现, 控制策略有效地实现分

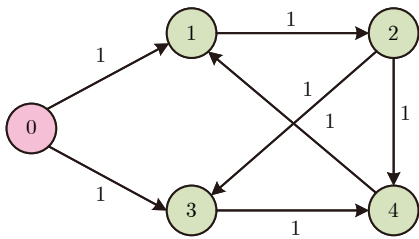


图 1 通讯拓扑图

Fig.1 The communication topology graphs

布式强阻尼系统的一致性目标.

在图 3 中, 将一致性误差的值域限制在预设的范围中, 误差输出轨迹小于设计的规定性能预设边界 $(-0.5, 0.3)$, 表明具有良好的规定性能效果. 图 4 为在双端触发框架下的控制输入曲线, 从图 4 中可以看出输入信号 u_h 是有界的.

图 5 和图 6 凸显了模糊逻辑系统权重参数的变化过程, 证明本文所有自适应律参数是有界的, 并根据上文展示的控制性能, 说明本文控制框架针对实际系统具备有效性与适用性. $\hat{\eta}_{h,g}$ 表示模糊逻辑系统的权重, 用来调整模糊逻辑系统对非线性函数 $\zeta_{h,g}(\bar{x}_{h,g})$ 的逼近效果.

图 7 为观测误差的数值变化轨迹. 同时, 依据前文的设计过程, 可知考虑的观测器仅使用相对输出信息进行反馈, 能够大幅度提高观测器的实用性. 图 8 展示了所提出事件触发机制的触发间隔. 同时, 也说明所提出的混合双端事件触发机制具有可节省控制器环节通讯资源的优势. 以智能体 1 为例, 正

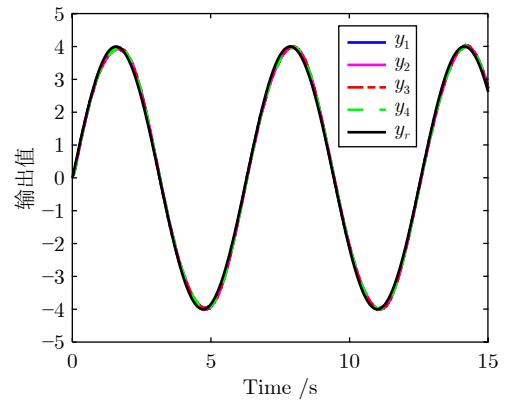


图 2 4 个跟随者和 1 个领导者的输出轨迹

Fig.2 The output trajectories of the four followers and one leader

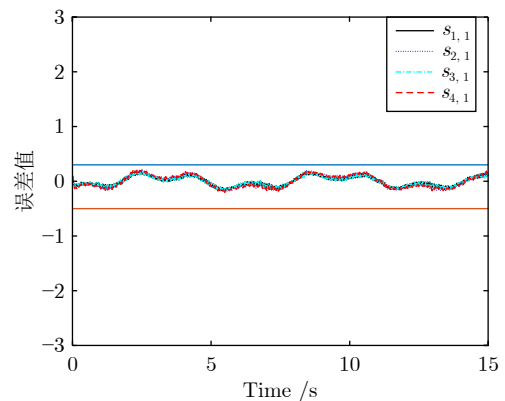


图 3 跟踪误差的轨迹

Fig.3 The trajectories of tracking errors

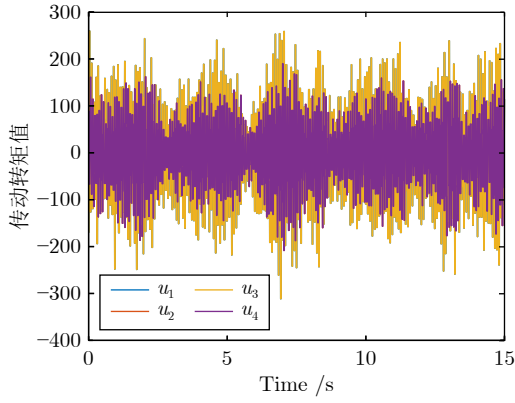
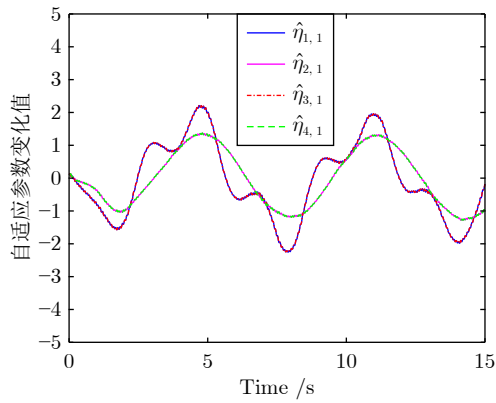
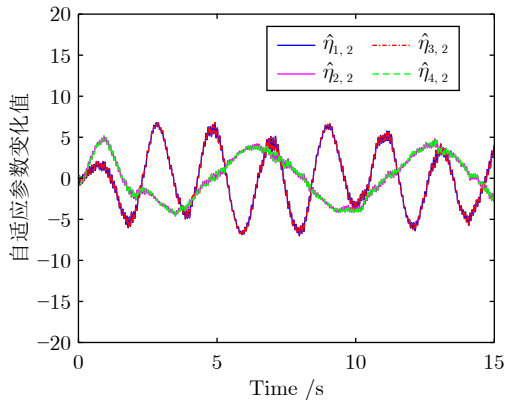


图 4 控制器的输入轨迹

Fig.4 The input trajectories of the controllers

图 5 自适应律参数 $\hat{\eta}_{h,1}$ 的轨迹Fig.5 The trajectories of the adaptive law parameters $\hat{\eta}_{h,1}$ 图 6 自适应律参数 $\hat{\eta}_{h,2}$ 的轨迹Fig.6 The trajectories of the adaptive law parameters $\hat{\eta}_{h,2}$

常迭代次数为 3000 次, 通过本文事件触发的设计后, 控制器的更新次数为 908 次, 节省了 69.7% 的通讯资源. 针对多智能体系统, 智能体之间在通讯网络下进行信息传输, 当智能体数量增多时, 必会

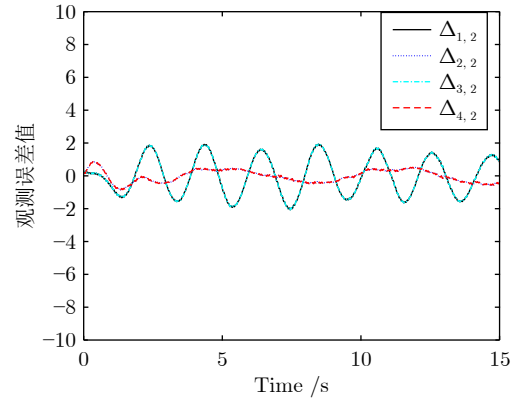
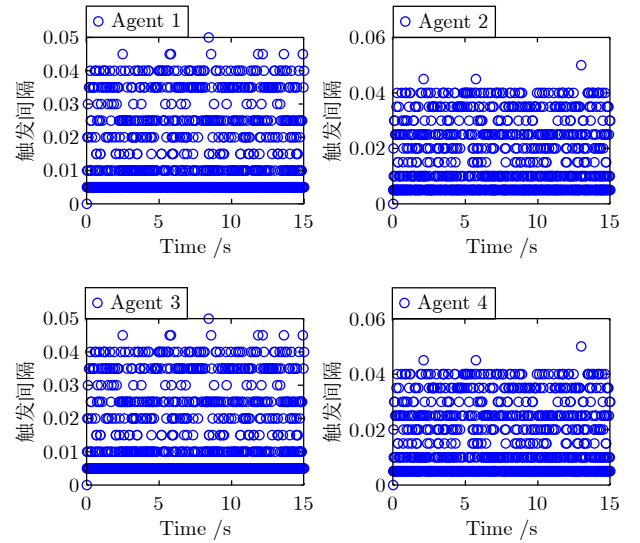
图 7 观测误差 $\Delta_{h,2}$ 的变化情况Fig.7 The changes in observation errors $\Delta_{h,2}$ 

图 8 4 个智能体的事件触发间隔时间

Fig.8 The event triggering interval time of four agents

造成一定程度的通讯压力, 这足以证明本文所设计事件触发机制的重要性. 并且, 针对多渠道通讯网络, 本文同时降低了控制器-执行器环节和传感器-控制器环节的通讯负担.

5 结束语

本文研究了双端事件触发自适应模糊跟踪控制问题. 针对控制器-执行器和传感器-控制器环节, 提出基于状态触发机制和控制器触发机制的混合双端分布式事件触发机制, 并且设计一种改进的状态触发机制, 首次将估计的状态信号作为触发信号来达到节约通讯资源的目的. 最终, 一些仿真结果证明了所提出控制方案的有效性. 在未来的研究工作中, 我们将致力于探索电力系统控制需求, 并将多种事件触发控制策略融合实际系统的需要, 以满足智能化、高效化与绿色化的能源转型目标.

References

- 1 Guo X G, Zhang D Y, Wang J L, Park J H, Guo L. Observer-based event-triggered composite anti-disturbance control for multi-agent systems under multiple disturbances and stochastic FDIAs. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2023, **20**(1): 528–540
- 2 Ren H R, Ma H, Li H Y, Wang Z Y. Adaptive fixed-time control of nonlinear MASs with actuator faults. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, **10**(5): 1252–1262
- 3 Cao L, Pan Y N, Liang H J, Huang T W. Observer-based dynamic event-triggered control for multiagent systems with time-varying delay. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, **53**(5): 3376–3387
- 4 Lin G H, Li H Y, Ma H, Zhou Q. Distributed containment control for human-in-the-loop MASs with unknown time-varying parameters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2022, **69**(12): 5300–5311
- 5 Liang H J, Chang Z Y, Ahn C K. Hybrid event-triggered intermittent control for nonlinear multi-agent systems. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2023, **10**(4): 1975–1984
- 6 Zheng C B, Pang Z H, Wang J X, Sun J, Liu G P, Han Q L. Null-space-based time-varying formation control of uncertain nonlinear second-order multi-agent systems with collision avoidance. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2023, **70**(10): 10476–10485
- 7 Wei C S, Luo J J, Dai H H, Duan G R. Learning-based adaptive attitude control of spacecraft formation with guaranteed prescribed performance. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, **49**(11): 4004–4016
- 8 Zuo Z Y, Liu C J, Han Q L, Song J W. Unmanned aerial vehicles: Control methods and future challenges. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2022, **9**(4): 601–614
- 9 Heshmati-Alamdari S, Nikou A, Dimarogonas D V. Robust trajectory tracking control for underactuated autonomous underwater vehicles in uncertain environments. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2021, **18**(3): 1288–1301
- 10 Yang Tao, Chai Tian-You. Research status and prospects of distributed collaborative optimization. *SCIENTIA SINICA Technologica*, 2020, **50**(11): 1414–1425
(杨涛, 柴天佑. 分布式协同优化的研究现状与展望. *中国科学: 技术科学*, 2020, **50**(11): 1414–1425)
- 11 Liang H J, Chen L, Pan Y N, Lam H K. Fuzzy-based robust precision consensus tracking for uncertain networked systems with cooperative-antagonistic interactions. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, **31**(4): 1362–1376
- 12 Liu G P. Tracking control of multi-agent systems using a networked predictive PID tracking scheme. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, **10**(1): 216–225
- 13 Liu Z J, Lu Z Q, Zhao Z J, Efe M Ö, Hong K S. Single parameter adaptive neural network control for multi-agent deployment with prescribed tracking performance. *Automatica*, 2023, **156**: Article No. 111207
- 14 Ren H R, Cheng Z J, Qin J H, Lu R Q. Deception attacks on event-triggered distributed consensus estimation for nonlinear systems. *Automatica*, 2023, **154**: Article No. 111100
- 15 Yang Tao, Xu Lei, Yi Xin-Lei, Zhang Sheng-Jun, Chen Rui-Juan, Li Yu-Zhe. Event-triggered distributed optimization algorithms. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(1): 133–143
(杨涛, 徐磊, 易新蕾, 张圣军, 陈蕊娟, 李渝哲. 基于事件触发的分布式优化算法. *自动化学报*, 2022, **48**(1): 133–143)
- 16 Pan Y N, Wu Y M, Lam H K. Security-based fuzzy control for nonlinear networked control systems with DoS attacks via a resilient event-triggered scheme. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, **30**(10): 4359–4368
- 17 Zong G D, Ren H L. Guaranteed cost finite-time control for semi-Markov jump systems with event-triggered scheme and quantization input. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, **29**(15): 5251–5273
- 18 Zhang M, Dong S L, Shi P, Chen G R, Guan X H. Distributed observer-based event-triggered load frequency control of multiarea power systems under cyber attacks. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2023, **20**(4): 2435–2444
- 19 Zhang Y H, Sun J, Liang H J, Li H Y. Event-triggered adaptive tracking control for multiagent systems with unknown disturbances. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, **50**(3): 890–901
- 20 Chen Z Y, Niu B, Zhang L, Zhao J F, Ahmad A M, Alassafi M O. Command filtering-based adaptive neural network control for uncertain switched nonlinear systems using event-triggered communication. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2022, **32**(11): 6507–6522
- 21 Li Y X, Yang G H, Tong S C. Fuzzy adaptive distributed event-triggered consensus control of uncertain nonlinear multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, **49**(9): 1777–1786
- 22 Li Y M, Min X, Tong S C. Observer-based fuzzy adaptive inverse optimal output feedback control for uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, **29**(6): 1484–1495
- 23 Tong S C, Sun K K, Sui S. Observer-based adaptive fuzzy decentralized optimal control design for strict-feedback nonlinear large-scale systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, **26**(2): 569–584
- 24 Li Y M, Min X, Tong S C. Adaptive fuzzy inverse optimal control for uncertain strict-feedback nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, **28**(10): 2363–2374
- 25 Hou M Z, Shi W R, Fang L Y, Duan G R. Adaptive dynamic surface control of high-order strict feedback nonlinear systems with parameter estimations. *Science China Information Sciences*, 2023, **66**(5): Article No. 159203
- 26 Ren H R, Ma H, Li H Y, Lu R H. A disturbance observer based intelligent control for nonstrict-feedback nonlinear systems. *Science China Technological Sciences*, 2023, **66**: 456–467
- 27 Sun J Y, Zhang H G, Wang Y C, Sun S X. Fault-tolerant control for stochastic switched IT2 fuzzy uncertain time-delayed nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(2): 1335–1346
- 28 Liu Z C, Huang J S, Wen C Y, Su X J. Distributed control of nonlinear systems with unknown time-varying control coefficients: A novel Nussbaum function approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(7): 4191–4203
- 29 Liu G D, Sun N, Yang T, Fang Y C. Reinforcement learning-based prescribed performance motion control of pneumatic muscle actuated robotic arms with measurement noises. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, **53**(3): 1801–1812
- 30 Liang H J, Zhang Y H, Huang T W, Ma H. Prescribed performance cooperative control for multiagent systems with input quantization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, **50**(5): 1810–1819
- 31 Yu T, Ma L, Zhang H W. Prescribed performance for bipartite tracking control of nonlinear multiagent systems with hysteresis input uncertainties. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019,

49(4): 1327–1338

- 32 Zhang H W, Lewis F L, Qu Z H. Lyapunov, adaptive, and optimal design techniques for cooperative systems on directed communication graphs. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, **59**(7): 3026–3041
- 33 Zhang H W, Lewis F L. Adaptive cooperative tracking control of higher-order nonlinear systems with unknown dynamics. *Automatica*, 2012, **48**(7): 1432–1439
- 34 Zhang L L, Che W W, Deng C, Wu Z G. Prescribed performance control for multiagent systems via fuzzy adaptive event-triggered strategy. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, **30**(12): 5078–5090



李冬妮 东北大学信息科学与工程学院博士研究生. 2024 年获得渤海大学硕士学位. 主要研究方向为自适应控制, 神经网络控制, 多智能体系统的分布式控制及其应用.

E-mail: 2410269@stu.neu.edu.cn

(LI Dong-Ni Ph.D. candidate at the College of Information Science and Engineering, Northeastern University. She received her master degree from Bohai University in 2024. Her research interest covers adaptive control, neural-network control, and distributed control of multiagent systems and its applications.)



孙佳月 东北大学信息科学与工程学院教授. 主要研究方向为复杂工业过程优化, 智能自适应学习, 多智能体系统分布式控制及其应用. 本文通信作者.

E-mail: sunjiayue@ise.neu.edu.cn

(SUN Jia-Yue Professor at the

College of Information Science and Engineering, Northeastern University. Her research interest covers optimization of complex industrial processes, intelligent adaptive learning, and distributed control of multiagent systems and its applications. Corresponding author of this paper.)



闫宇晴 东北大学信息科学与工程学院博士研究生. 2018 年获得辽宁师范大学学士学位. 主要研究方向为分数阶系统.

E-mail: yanyuqing@whut.edu.cn

(YAN Yu-Qing Ph.D. candidate at the College of Information Science and Engineering, Northeastern University. She received her bachelor degree from Liaoning Normal University in 2018. Her main research interest is fractional-order system.)



张化光 东北大学信息科学与工程学院教授. 主要研究方向为模糊控制, 随机系统控制, 基于神经网络控制, 非线性控制及其应用.

E-mail: hgzhang@ieee.org

(ZHANG Hua-Guang Professor at the College of Information Science and Engineering, Northeastern University. His research interest covers fuzzy control, stochastic-system control, neural-network-based control, and nonlinear control and its applications.)